

# الجذاءات المعتبرة و العبارات الجبرية

2016/2015

السنة الدراسية

الأستاذ على دومة

## تمرين عدد 2

نعتبر العددين  $a$  و  $b$  بحيث  
 $b = \sqrt{5} - 1$  و  $a = \sqrt{5} + 1$

$$a^2 = 6 + 2\sqrt{5} \quad (1)$$

$$b^2 = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$a^2 - b^2 \quad (2)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \quad \text{و} \quad ab$$

## تمرين عدد 1

نعتبر العبارتين  $E$  و  $F$   
 بحيث  $x$  عدد حقيقي

$$F = 4x^2 - 4x + 1 \quad \text{و} \quad E = 8x^2 - 6x + 1$$

$$x = \sqrt{2} \quad \text{في حالة } E \text{ و } F$$

$$(1) \text{ احسب } E \text{ و } F \quad (2) \text{ أ) بين أن } E = (3x - 1)^2 - x^2$$

$$\text{ب) فكك العبارة } E \text{ الى جذاء عوامل}$$

$$(3) \text{ فكك العبارة } F \text{ الى جذاء عوامل}$$

$$(4) \text{ بين أن } E + F = (6x - 2)(2x - 1)$$

## تمرين عدد 4

نعتبر العددين  $a = (\sqrt{2} - 1)^2$  و  
 $b = (3 + \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2} \times \sqrt{8}$

$$a = 3 - 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$b = 3 + 2\sqrt{2} \quad (2)$$

(1) احسب  $a \times b$  ثم استنتج أن  $a$  هو مقلوب  $b$

$$(3) \text{ احسب } a^2 \text{ و } b^2$$

$$(4) \text{ بين أن العدد } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ عدد صحيح}$$

## تمرين عدد 3

نعتبر العبارتين  $A = (2x + 1)^2$  و  
 $B = (2x - 1)(2x + 1)$

$$(1) \text{ احسب القيمة العددية للعبارة } A \text{ في كل من}$$

$$\text{الحالتين } x = \frac{1}{2} \text{ و } x = 0$$

$$(2) \text{ أ) انشر و اختصر العبارتين } A \text{ و } B$$

$$\text{ب) بين أن } B - A = -4x - 2$$

$$(3) \text{ فكك الى جذاء عوامل العبارة } C = 4x^2 - 4x + 1$$

$$(4) \text{ ثم فكك الى جذاء عوامل العبارة } B + C$$



### تمرين عدد 5

نعتبر العبارة التالية حيث  $x$  عدد حقيقي :

$$B = (5x + 2)^2 - 9$$

(1) احسب العبارة  $A$  في الحالتين

$$x = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad x = \sqrt{2}$$

$$A = (5x + 2)(5x - 4)$$

$$A - B = -6(5x + 2)$$

$$x \in [2; 3] \quad \text{إذا علمت أن}$$

$$5x - 4 \quad \text{و} \quad 5x + 2 \quad \text{أوجد حصراً}$$

(2) أ) بين أن  $A - B = -6(5x + 2)$

ب) استنتج أن

نعتبر العبارة  $B = x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$  حيث  $x$  عدد حقيقي :

$$A = 3x - 3$$

(2) لتكن العبارة

$$B = x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

حيثي

(1) احسب القيمة العددية للعبارة  $B$  في حالة

$$x = \sqrt{2}$$

$$B = (x - 1)(x - \sqrt{2})$$

$$B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$$

(2) أ) بين أن  $B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$

ب) أوجد الأعداد الحقيقية  $x$  بحيث  $B = A$

### تمرين عدد 6

نعتبر العبارتين التاليتين حيث  $x$  عدد حقيقي :

$$A = (5x - 1)^2 - 9$$

(1) احسب العبارة  $A$  في الحالتين

$$x = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad x = \sqrt{2}$$

$$A = (5x + 2)(5x - 4)$$

$$A - B = -6(5x + 2)$$

$$x \in [2; 3] \quad \text{إذا علمت أن}$$

$$5x - 4 \quad \text{و} \quad 5x + 2 \quad \text{أوجد حصراً}$$

(2) أ) بين أن  $A - B = -6(5x + 2)$

ب) استنتاج أن



## الجذاءات المعتبرة (الاملاح)

**تمرين عدد 1:**

(ا) احسب  $E$  و  $F$  في حالة

$$\begin{aligned} F &= 4x^2 - 4x + 1 \\ &= 4 \times 2 - 4\sqrt{2} + 1 \\ &= 8 - 4\sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

$$F = 9 - 4\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} E &= 8x^2 - 6x + 1 \\ &= 8 \times 2 - 6\sqrt{2} + 1 \\ &= 16 - 6\sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

$$E = 17 - 6\sqrt{2}$$

(ب) بين ان

$$(3x - 1)^2 - x^2 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times 1 + 1^2 - x^2$$

$$= 9x^2 - 6x + 1 - x^2$$

$$= 8x^2 - 6x + 1$$

$$= E$$

$$E = (3x - 1)^2 - x^2$$

و بذلك

$$E = (3x - 1)^2 - x^2$$

(ب) فلك العباره  $E$  الى جذاء عوامل لنا

$$E = (3x - 1 + x)(3x - 1 - x)$$

يعني

$$E = (4x - 1)(2x - 1)$$

يعني

$$F = 4x^2 - 4x + 1$$

(3) فلك العباره  $F$  الى جذاء عوامل لنا

$$F = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 1 + 1^2$$

يعني

$$F = (2x - 1)^2$$

يعني

$$E + F = (6x - 2)(2x - 1)$$

(4) بين ان

( لاحظ ان  $(2x - 1)$  عامل مشترك )

$$E + F = (4x - 1)(2x - 1) + (2x - 1)^2$$

لذا

$$= (2x - 1)[(4x - 1) + (2x - 1)]$$

$$= (2x - 1)(4x - 1 + 2x - 1)$$

$$E + F = (2x - 1)(6x - 2)$$

**تمرين عدد 2:** نعتبر العددين  $a$  و  $b$  بحيث

$$\begin{aligned} b^2 &= (\sqrt{5} - 1)^2 \\ &= \sqrt{5}^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2 \\ &= 5 - 2\sqrt{5} + 1 \end{aligned}$$

$$b^2 = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= 6 - 2\sqrt{5} \quad \text{و} \quad a^2 = 6 + 2\sqrt{5} \quad \text{بين ان} \quad (1) \\ a^2 &= (\sqrt{5} + 1)^2 \\ &= \sqrt{5}^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2 \\ &= 5 + 2\sqrt{5} + 1 \end{aligned}$$

$$a^2 = 6 + 2\sqrt{5}$$



$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ و استنتاج } ab \text{ و } a^2 + b^2 \text{ ثم } a^2 + b^2 = 12 \quad (2)$$

$$a^2 - b^2 = (6+2\sqrt{5}) - (6-2\sqrt{5}) \\ = 6+2\sqrt{5} - 6+2\sqrt{5}$$

$$a^2 - b^2 = 4\sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 = 6+2\sqrt{5} + 6-2\sqrt{5} \\ = 6 + 6$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} \\ = \frac{a^2+b^2}{ab} \\ = \frac{12}{4}$$

$$ab = (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) \\ = \sqrt{5}^2 - 1^2 \\ = \sqrt{5}^2 - 1^2 \\ = 5 - 1$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$$

$$ab = 4$$

$$\text{تمرين ٣ نعتبر العبارتين } B=(2x-1)(2x+1) \text{ و } A=(2x+1)^2$$

$$(1) \text{ احسب القيمة المحددة للعبارة } A \text{ في كل من الحالتين } x=0 \text{ و } x=\frac{1}{2}$$

$$A=(2 \times \frac{1}{2} + 1)^2 \quad \text{فإن } x = \frac{1}{2} \text{ كن} \\ = (1+1)^2 \\ = 2^2 \\ = 4$$

$$A=(2 \times 0 + 1)^2 \quad \text{إذا كان } x=0 \text{ فلن} \\ = 1^2 \\ = 1$$

(2) انشر و اختصر العبارتين  $B$  و  $A$

$$B=(2x-1)(2x+1) \\ =(2x)^2 - 1^2 \\ B=4x^2 - 1 \\ B-A= (4x^2 - 1) - (4x^2 + 4x + 1) \\ = 4x^2 - 1 - 4x^2 - 4x - 1 \\ B-A= -4x - 2$$

$$A=(2x+1)^2 \\ =(2x)^2 + 2 \times (2x) \times 1 + 1^2 \\ A=4x^2 + 4x + 1 \\ B-A= -4x - 2 \quad \text{بين أن}$$

$$B+C \quad \text{ثم ذلك إلى جداء عوامل العبارة } (4) \\ = (2x-1)(2x+1) + (2x-1)^2 \\ = (2x-1)[(2x+1) + (2x-1)] \\ = (2x-1)(2x+1+2x-1) \\ = (2x-1)(4x) \\ B+C = 4x(2x-1)$$

$$C=4x^2 - 4x + 1 \\ C=4x^2 - 2 \times (2x) \times 1 + 1^2 \\ C=(2x-1)^2$$



تمرين عدد 4:

$$b = (3 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{2} \times \sqrt{8} \quad , \quad a = (\sqrt{2} - 1)^2$$

$$b = (3 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{2} \times \sqrt{8}$$

$$a = (\sqrt{2} - 1)^2 \quad : \quad b = 3 + 2\sqrt{2} \quad (\because a = 3 - 2\sqrt{2}) \quad (1)$$

$$= 3 \times \sqrt{2} - 3 \times 1 + \sqrt{2}^2 - \sqrt{2} \times 1 + \sqrt{2} \times 8$$

$$= \sqrt{2}^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 1 + 1^2$$

$$= 3\sqrt{2} - 3 + 2 - \sqrt{2} + \sqrt{16}$$

$$= 2 - 2\sqrt{2} + 1$$

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 3 + 2 + 4$$

$$a = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$b = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$(جاءه معتبر) axb = (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})$$

(2) احسب  $axb$ . ثم استنتج أن  $a$  هو مقلوب  $b$ :

$$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 - 8$$

$$= 1$$

$$\left( \frac{1}{b} = a \right) \text{ اي ان } \frac{1}{a} = b \quad (b \neq 0)$$

و بالتالي  $a$  هو مقلوب  $b$

$$b^2 = (3 + 2\sqrt{2})^2$$

$$a^2 = (3 - 2\sqrt{2})^2$$

$b^2$  و  $a^2$  احسب (3)

$$= 3^2 + 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 3^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 + 12\sqrt{2} + (4 \times 2)$$

$$= 9 - 12\sqrt{2} + 8$$

$$= 9 + 12\sqrt{2} + 8$$

$$= 9 - 12\sqrt{2} + 8$$

$$= 17 + 12\sqrt{2}$$

$$= 17 - 12\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab}$$

(4) بين ان العدد  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  عدد صحيح.

$$= \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$= \frac{17 - 12\sqrt{2} + 17 + 12\sqrt{2}}{1}$$

$$= 17 + 17$$

و بالتالي  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  عدد صحيح

$$= 34$$

$$A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x \cdot \frac{7}{3}$$

(تمرين عدد 5 (مناظرة 2013) تعتبر العبارة

$$A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x \cdot \frac{7}{3}$$

:  $A = 3x - 3$  (1) بين ان

$$= \frac{1}{3} \times 3x - \frac{1}{3} \times 2 + 2x \cdot \frac{7}{3}$$

$$= x - \frac{2}{3} + 2x \cdot \frac{7}{3}$$

$$= x + 2x \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= 3x - \frac{2}{3}$$

$$A = 3x - 3$$

و بالتالي :



(2) لنكن العبارة  $B = x^2 \cdot (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}$  حيث  $x$  عدد حقيقي

(أ) احسب القيمة العددية للعبارة  $B$  في حالة  $x = \sqrt{2}$  : إذا كان  $x = \sqrt{2}$  فـ  $x = \sqrt{2} + \sqrt{2}$

$$= 2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \times 1 \times \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= 0$$

$$B = x^2 \cdot (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

:  $B = (x+1)(x+\sqrt{2})$  بين أن

$$= x^2 + x + \sqrt{2}x + \sqrt{2}$$

$$= x^2 + x + \sqrt{2}x + \sqrt{2}$$

$$= x(x+1) + \sqrt{2}(x+1)$$

$$B = (x+1)(x+\sqrt{2})$$

$B - A = (x+1)(x+\sqrt{2}) - (3x-3)$  :  $B - A = (x+1)(x+\sqrt{2}-3)$  بين أن (3)

$$= (x+1)(x+\sqrt{2}) - 3(x-1)$$

$$= (x+1)[(x+\sqrt{2})-3]$$

$$B - A = (x+1)(x+\sqrt{2}-3)$$

و بذلك

$$B - A = 0 \text{ يعني } A = B$$

:  $A = B$  أوجد الأعداد الحقيقية  $x$  بحيث

يعني

$$x + \sqrt{2} - 3 = 0 \quad \text{أو} \quad x - 1 = 0 \quad \text{يعني}$$

$$S_R = \{1, \sqrt{2} + 3\}$$

$$x = \sqrt{2} + 3 \quad \text{أو} \quad x = 1 \quad \text{يعني}$$

تمرين عدد 6: بعثر العبارتين التاليتين حيث  $x$  عدد حقيقي : (1)

(أ) احسب العبارة  $A$  في الحالتين

$$x = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad x = \sqrt{2}$$

$$A = (5x-1)^2 + 9 \quad \text{فـ } x = \frac{4}{5} \quad \text{إذا كان}$$

$$A = (5\sqrt{2}-1)^2 + 9 \quad \text{فـ } x = \sqrt{2} \quad \text{إذا كان}$$

$$= (4-1)^2 + 9$$

$$= (5\sqrt{2})^2 - 2 \times (5\sqrt{2}) \times 1 + 1^2 + 9$$

$$= 3^2 + 9$$

$$= 25 \times 2 - 10\sqrt{2} + 1 - 9$$

$$= 9 + 9$$

A = 0

A = 42 - 10\sqrt{2}

$$= 50 - 10\sqrt{2} - 8$$



$$A = (5x+2)(5x-4) \quad \text{لأنه}(2$$

$$A = (5x-1)^2 - 9$$

$$= (5x-1)^2 - 3^2$$

$$= (5x-1+3)(5x-1-3)$$

$$A = (5x+2)(5x-4)$$

$$A-B = (5x+2)(5x-4) - (5x+2)^2$$

: استنتج أن  $A-B = -6(5x+2)$

$$= (5x+2)[(5x-4) - (5x+2)]$$

$$= (5x+2)(-5x-4 - 5x+2)$$

$$= (5x+2) \times (-6)$$

$$= -6(5x+2)$$

$$x \in [2;3] \quad \text{لأنه}(3)$$

$$2 \leq x \leq 3 \quad \text{يعني} \quad x \in [2;3]$$

$$5x-4 \leq 5x+2 \quad \text{(أوجز حصراً)}$$

$$2 \times 5 \leq 5x \leq 3 \times 5 \quad \text{يعني}$$

$$10 \leq 5x \leq 15 \quad \text{يعني}$$

$$10+2 \leq 5x+2 \leq 15+2 \quad \text{يعني}$$

$$12 \leq 5x+2 \leq 17 \quad \text{يعني}$$

$$2 \leq x \leq 3 \quad \text{يعني} \quad x \in [2;3]$$

$$2 \times 5 \leq 5x \leq 3 \times 5$$

$$10 \leq 5x \leq 15 \quad \text{يعني}$$

$$10-4 \leq 5x-4 \leq 15-4 \quad \text{يعني}$$

$$6 \leq 5x-4 \leq 11 \quad \text{يعني}$$

$$12 \leq 5x+2 \leq 17 \quad \text{لأن } A = (5x+2)(5x-4) \text{ و نعلم أن } A$$

$$6 \leq 5x-4 \leq 11 \quad ,$$

$$12 \times 6 \leq (5x+2)(5x-4) \leq 17 \times 11$$

وبالتالي

$$72 \leq A \leq 187$$

أي أن



## فرض هرائقية ٤٠٣

### في الرياضيات

التمرير الاول : احمد بدر الدين الرازي

المقدار	$3\sqrt{14}$	$2\sqrt{14}$	$\sqrt{14}$
$(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2$	$5 - 2\sqrt{14}$	$9 + 2\sqrt{14}$	$9 - 2\sqrt{14}$
$(5\sqrt{2} - 4)^2$	$50 - 16$	$5 \times 2 - 4^2$	$25\sqrt{2} - 4$
غير صحيح	$B$ صحيح	$A$ صحيح	$ABC$ حيث $IA = IB = IC$ حيث $I \in [AC]$ و $\triangle ABC$ قائم
$a = b$	$a < b$	$a > b$	$a - \sqrt{3} > b - \sqrt{2}$ حيث $b < a$ و $a$ عددان حقيقيان
الجواب غير صحيح	ليس	صحيح	$a^2 < (1 - \sqrt{3})^2$ حيث $a < 1 - \sqrt{3}$ حيث $a < 1$ حيث $a < 0$

: التمرير الثاني

$$b = 2 - 2\sqrt{7} \quad , \quad a = 2 - 3\sqrt{3} \quad \text{حيث } b \text{ و } a \text{ أعداد}$$

.  $b < a$  حيث  $2\sqrt{7} > 3\sqrt{3}$  فالـ .

$b$  سالبة حيث  $a < 0$  فالـ .

$$\frac{\sqrt{2}}{b-1} \quad , \quad \frac{\sqrt{2}}{a-1} \text{ أحياناً . } b^2 \quad , \quad a^2 \text{ أحياناً .}$$

$$\frac{a}{b} \quad , \quad \frac{b}{a} \text{ أحياناً . } -3b+7 \quad , \quad -3a+4 \text{ أحياناً .}$$

$$\sqrt{x+3} = 4 \quad ; \quad \sqrt{(x-2)^2} = 5 \quad \text{أوجد العدد الحقيقي } x \text{ ككل حالة من الحالات التالية .}$$

$$a = (\sqrt{2} + 5)^2 \quad ; \quad b = (\sqrt{3} - 2)^2 \quad ; \quad c = (3\sqrt{5} - 7)(3\sqrt{5} + 7) \quad \text{6. النشر والختام :}$$

التمرير الثالث : وحدة الفيزياء

$(AA') // (BB') // (CC')$  فالرسم المقابل :

$BC = 4$  ،  $B'C' = 5$  ،  $AB = 6$  ،

التمرير الرابع

$AB = 4$  و  $O$  ينتمي إلى  $[AB]$  (1)

$$\frac{AM}{2} = MB \quad \text{حيث } M \text{ هي نقطة على } AB$$

$BC = 2$  و  $C$  هي نقطة على  $AB$  (2)  
 $B$  هي نقطة على  $AC$  (3)

$$ACD \text{ حيث } M \text{ هي نقطة على } AC \text{ و } AM = \frac{2}{3}AB \text{ فالـ .}$$

$ACD \text{ حيث } DM \text{ و } DM \text{ هي المسقط المترافق لـ } OC$

$O$  هي نقطة على  $OC$  (4)

<https://www.facebook.com/MBAmaths>

