

## مراجعة عامة

### I- الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

- \* عملية الجمع في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  فإن  $a+b = b+a$
- تجميعية أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  و  $c \in IR$  فإن  $a+(b+c) = (a+b)+c = a+b+c$
- \* العدد 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع أي مهما يكن  $a \in IR$  فإن  $a+0 = 0+a = a$
- \* كل عدد حقيقي  $a$  له مقابل  $(-a)$  أي مهما يكن  $a \in IR$  فإن  $a+(-a) = (-a)+a = 0$
- \* الفرق بين عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  هو العدد الحقيقي  $c$  بحيث  $a = b+c$  ونكتب  $c = a-b$
- \* مهما يكن العدد الحقيقي  $a$  فإن  $-(-a) = a$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  فإن  $-(a+b) = -a-b$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  و  $c \in IR$  فإن  $a-(b+c) = a-b-c$  و  $a-(b-c) = (a-b)+c$

### II- الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية IR :

- \* عملية الضرب في IR هي:
- تبديلية أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  فإن  $a \times b = b \times a$
- تجميعية أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  و  $c \in IR$  فإن  $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- توزيعية على عملية الجمع أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  و  $c \in IR$  فإن  $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
- توزيعية على عملية الطرح أي: مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  و  $c \in IR$  فإن  $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$
- \* العدد 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب أي مهما يكن  $a \in IR$  فإن  $a \times 1 = 1 \times a = a$
- \* مهما يكن العدد الحقيقي  $a$  فإن  $a \times (-1) = (-1) \times a = -a$
- \* كل عدد حقيقي  $a$  مخالف للصفر له مقلوب  $\left(\frac{1}{a}\right)$ ، مهما يكن  $a \in IR^*$  فإن  $a \times \frac{1}{a} = 1$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR$  فإن  $(a \cdot b) = 0$  يعني  $(a=0$  أو  $b=0)$ .
- \* القسمة على عدد حقيقي مخالف للصفر هي الضرب في مقلوبه أي:  $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR^*$  و  $c \in IR$  فإن  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR^*$  و  $c \in IR$  و  $d \in IR^*$  فإن  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$  و  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$
- \* مهما يكن  $a \in IR$  و  $b \in IR^*$  و  $c \in IR^*$  و  $d \in IR^*$  فإن  $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

### III- القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخصائصها:

- \* إذا كانت  $M$  نقطة من مستقيم مترج (OI) فاصلتها  $x$  فإن القيمة المطلقة للعدد الحقيقي  $x$  هي البعد OM أي
- $$OM = |x|$$

$(x \in \mathbb{R}_+) \text{ يعني } (|x| = x) *$  ،  $(x \in \mathbb{R}_-) \text{ يعني } (|x| = -x) *$   
 $(x = 0) \text{ يعني } (|x| = 0) *$  ،  $a \geq 0 \text{ حيث } (|x| = a) \text{ يعني } (x = a) \text{ أو } (x = -a) *$   
 $a \in \mathbb{R} \text{ و } b \in \mathbb{R} \text{ فإن } |a \cdot b| = |a| \cdot |b| *$  ،  $a \in \mathbb{R} \text{ و } b \in \mathbb{R}^+ \text{ فإن } \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} *$   
 $a \in \mathbb{R}_+ \text{ و } b \in \mathbb{R}_+ \text{ فإن } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} *$  ،  $a \in \mathbb{R}_+ \text{ و } b \in \mathbb{R}_+ \text{ فإن } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} *$

### التمارين

**تمرين عدد 01:** احسب:  $-\frac{11}{2} + \left(\frac{9}{2} - 3.4\right)$  ،  $1.2 - \left(-\frac{1}{2}\right)$  ،  $-\frac{4}{7} + \left(-\frac{1}{11}\right)$  ،  $-0.1 - \frac{3}{5}$  ،  $-\frac{5}{3} + \frac{4}{9}$   
**تمرين عدد 02:** اختصر العبارات التالية حيث  $x \in \mathbb{R}$   
 $\left(\frac{1}{15} - 13.7\right) - \left(\frac{1}{30} - 13.7\right)$  ،  $\left(\frac{16}{9} + \frac{19}{17}\right) - \left(\frac{7}{9} + \frac{19}{17}\right)$  ،  $-\frac{2}{7} + \frac{5}{11} - \frac{1}{7} + \frac{1}{22}$  ،  $\left(17 - \frac{5}{4}\right) - \frac{15}{4}$  ،  $-\frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7} + \frac{13}{11}\right)$

$F = \left(\sqrt{2} - 2x + \frac{2}{3}\right) - \left(3\sqrt{2} - 5x - \frac{5}{6}\right) - (-2\sqrt{2} + 3x - 1)$  ،  $E = (x - \pi) - \left(\frac{1}{2} + x\right) - \left(\frac{3}{4} - \pi\right) - 1$   
 $G = \pi - (\sqrt{2} - 1) - \left[2 - (\sqrt{2} - \pi - 1)\right] - \frac{3}{2}$

**تمرين عدد 03:** ضع العلامة  أمام المقترح الصحيح:

(1) إذا كان  $A = 3 - \left(\sqrt{2} - \frac{5}{2}\right) - (5 - 2\sqrt{2}) - \sqrt{2}$  فإن:   $A = \frac{1}{2}$  ،   $A = 2\sqrt{2}$  ،   $A = \sqrt{2}$   
(2) إذا كان  $B = (\sqrt{7} - \pi + x) - \left(\frac{1}{2} - \pi - x\right) - 2\sqrt{7}$  و  $x = \sqrt{7}$  فإن:   $B = \sqrt{7} - \frac{1}{2}$  ،   $B = \sqrt{7}$  ،   $B = \frac{1}{2}$   
(3) إذا كان  $C = \frac{2}{3} - (a + 7) - \left(\frac{5}{3} - b\right)$  و  $a - b = -8$  فإن:   $C = 16$  ،   $C = 0$  ،   $C = -16$

**تمرين عدد 04:** اختصر العبارات التالية حيث  $x \in \mathbb{R}$  ،  $y \in \mathbb{R}$  و  $z \in \mathbb{R}$

$A = x - [(y - z) - (x - y)] - (z + x) + 2y$  ،  $C = y - (x - 1) - [z - (y - 1)] + [x - (1 - z)]$  ،  $B = x - (y - x - z) + y - (x - z) + y - (x - y)$

(2) احسب  $A$  ،  $B$  و  $C$  في حالة  $x = z = \frac{1}{2}$  و  $y = -\frac{5}{2}$ .

(3) ابحث عن  $z$  علماً أن  $B = C$ .

**تمرين عدد 05:** لتكن العبارتان  $F$  و  $E$  حيث  $x \in \mathbb{R}$

$F = -(\sqrt{5} + x + \pi) + [ -(-\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \pi ] - (\sqrt{3} - \pi)$  ،  $E = (x - \sqrt{2} - \pi) - [ -(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \pi) - x ] - (x - \pi)$

(1) أثبت أن:  $E = x - \pi + \sqrt{3}$  و أن  $F = -x + \pi - 2\sqrt{3}$

(2) أثبت أن  $F = -(E + \sqrt{3})$ .

(3) احسب  $E$  و  $F$  في حالة  $x = \pi + 1$

(4) أوجد  $x$  علما أن  $F = -\sqrt{3} + \pi$

**تمرين عدد 06:** احسب:  $A = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 - 2 \times \left(-\frac{9}{4}\right) \times 5 + 5 \times \left(-\frac{3}{10}\right)$

$C = \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{7} \times (-5) + \left(-\frac{2}{21}\right) \times \frac{3}{2} - (-0.4) \times \frac{10}{7}$

$D = \left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right) \times \frac{\sqrt{6}}{11} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \sqrt{8} \times \left(-\frac{\pi}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$

**تمرين عدد 07:** لتكن العبارة  $E = \sqrt{2}a - \sqrt{3}b - ab\sqrt{6}$  حيث  $a \in \mathbb{R}$  و  $b \in \mathbb{R}$ . احسب العبارة  $E$  في كل من الحالات التالية:

(1)  $b = \sqrt{3}$  و  $a = \sqrt{2}$

(2)  $b = \sqrt{2}$  و  $a = \sqrt{3}$

(3)  $a = b = \sqrt{2}$

(4)  $b = -\sqrt{3}$  و  $a = -\sqrt{2}$

(5)  $a = b = -\sqrt{3}$

**تمرين عدد 08:** ضع العلامة  $\square$  أمام المقترح الصحيح:

(1) إذا كان  $C = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  ،  $B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  ،  $A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  فإن:

$\square$  A مقلوب B ،  $\square$  A مقلوب C ،  $\square$  B مقلوب C

(2) إذا كان  $Z = \frac{1}{\sqrt{7}}$  ،  $Y = \frac{\sqrt{7}}{7}$  ،  $X = \sqrt{7}$  فإن:

$\square$   $X + Z = \frac{\sqrt{7}}{8}$  ،  $\square$   $Y = Z$  ،  $\square$   $XY = 7$

**تمرين عدد 09:** اختصر العبارات التالية:  $B = 2\sqrt{20} + 5\sqrt{5} - \sqrt{45}$  ،  $A = \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$

$D = -\sqrt{28} - \sqrt{63} + 7\sqrt{7}$  ،  $C = -3\sqrt{3} + 4\sqrt{12} - 7\sqrt{75}$  ،

**تمرين عدد 10:** انشر واختر العبارات التالية:  $F = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  ،  $E = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right)$

$N = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 2(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$  ،  $H = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 3) - 5(1 - \sqrt{5})$

**تمرين عدد 11:** انشر واختر العبارات التالية حيث  $a \in \mathbb{R}$  ،  $b \in \mathbb{R}$  و  $c \in \mathbb{R}$ :

$Y = \left(a - \frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4} - b\right) + (a - b)\left(\frac{5}{4} - a\right)$  ،  $X = a\left(\frac{3}{2} - b\right) + b\left(a - \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}(a - b)$

$T = (a - b)\left(\frac{4}{5} - a\right) - (b - a)\left(a - \frac{4}{5}\right)$

**تمرين عدد 12:** ليكن  $x$  و  $y$  العددين الحقيقيين التاليين:  $x = 5 + 2\sqrt{6}$  و  $y = 5 - 2\sqrt{6}$ .

(1) بين أن  $x$  و  $y$  مقلوبان.

(2) احسب:  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  و  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  ،  $\frac{1}{xy}$



**تمرين عدد 13:** فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث  $x \in \mathbb{R}$ :  $A = (3x+1)(x-1) + (2x+3)(x-1)$

$$D = 2(x+2)\sqrt{3} - 3 \quad \cdot \quad C = \pi\sqrt{5} - 5 \quad \cdot \quad B = 2\pi x - 4x\sqrt{2}$$

$$F = (x - \sqrt{7})(x+5) - (x+4)(\sqrt{7} - x) \quad \cdot \quad E = \sqrt{7}(x+1) - 2x - 2$$

**تمرين عدد 14:** احسب:

$$Z = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \quad \cdot \quad T = \frac{\pi}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}} \times \frac{1}{\pi} \quad \cdot \quad Y = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}} \quad \cdot \quad X = \frac{1 - \frac{1}{3}}{2 - \frac{2}{3}}$$

**تمرين عدد 15:** اكتب العبارات التالية على شكل  $a\sqrt{7} + b\sqrt{5}$  حيث  $a \in \mathbb{R}$  و  $b \in \mathbb{R}$

$$B = \sqrt{125} + \sqrt{28} - \frac{2}{3}\sqrt{63} + \frac{1}{\sqrt{7}} \quad \cdot \quad A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{5} + \frac{3}{2}(\sqrt{7} + \sqrt{5}) - \left(\frac{13}{2}\sqrt{7} - \frac{7\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$D = \frac{\sqrt{448}}{14} + \frac{\sqrt{35} + 1}{\sqrt{7}} - \frac{5\sqrt{180}}{2} \quad \cdot \quad C = \frac{\sqrt{7} + 1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

**تمرين عدد 16:** 1) انشر واختصر العبارة:  $(a+1)(a-1) - a^2$  حيث  $a \in \mathbb{R}$

2) استنتج  $10^{1001} \times 9999 - 10^9$  ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد  $10^9$  على  $10^4 - 1$ .

**تمرين عدد 17:** احسب العبارة التالية:  $A = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{49}\right) \times \left(1 + \frac{1}{50}\right)$

**تمرين عدد 18:** احسب:  $|\sqrt{3} - 2\sqrt{2}|$  ،  $|3.15 - \pi|$  ،  $|3.14 - \pi|$  ،  $|1.4 - \sqrt{2}|$  ،  $\left|\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right|$

**تمرين عدد 19:** احسب:  $Z = \frac{\sqrt{3} - \pi}{\pi - \sqrt{3}}$  ،  $Y = |(-\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{6})|$  ،  $X = |\sqrt{2} - \sqrt{3}| \times |\sqrt{2} + \sqrt{3}|$

$$V = \left| \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right| - \left| \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right| \quad \cdot \quad U = \left| \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\pi - \sqrt{2}} \right| \times \left| \frac{\sqrt{2} - \pi}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} \right|$$

**تمرين عدد 20:**

1) اختصر العبارة  $A = -|x| + x$  في حالة  $x \in \mathbb{R}_-$  ثم في حالة  $x \in \mathbb{R}_+$ .

2) اختصر العبارة  $B = -x - |x+2|$  في حالة  $x \geq -2$  ثم في حالة  $x \leq -2$ .

3) اختصر العبارة  $C = \sqrt{2} - |\sqrt{2} - x|$  في حالة  $x \geq \sqrt{2}$  ثم في حالة  $x \leq \sqrt{2}$ .

**تمرين عدد 21:** أوجد العدد الحقيقي  $x$  في كل من الحالات التالية:  $|x-1| = 1 + \sqrt{2}$  ؛  $|x+2\sqrt{3}| = 0$  ؛  $|x| = \sqrt{5}$

$$|x - \pi| = 1 - \sqrt{2} \quad \cdot \quad 3|(x - \sqrt{5})(x - \sqrt{2})| = 0$$

**تمرين عدد 22:** أوجد  $|x|$  ثم استنتج  $x$  في كل من الحالات التالية حيث  $x \in \mathbb{R}$ :

$$|-\sqrt{7}x + 2x| = 1 \quad \cdot \quad \left| \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{5}} \right| = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \cdot \quad \left| \frac{-x}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2} \quad \cdot \quad |-3x| = 4$$

تمرين عدد 23: ضع العلامة  $\boxtimes$  أمام المقترح الصحيح:

(1) إذا كان  $|x| = x$  فإن:  $\square x \in \mathbb{R}_+$  ،  $\square x \in \mathbb{R}_-$  ،  $\square x \in \mathbb{R}^*$

(2) إذا كان  $|x| = -x$  فإن:  $\square x \in \mathbb{R}_-$  ،  $\square x \in \mathbb{R}_+$  ،  $\square x \in \mathbb{R}^*$

(3) إذا كان  $\sqrt{x^2} = 2$  فإن:  $\square |x| = 2$  ،  $\square |x| = \sqrt{2}$  ،  $\square x = 2^2$

تمرين عدد 24: لتكن العبارتان التاليتان  $x = \sqrt{a} + a$  و  $y = \sqrt{a} - a$  حيث  $a \in \mathbb{R}_+$  و  $a \neq 1$ .

(1) احسب:  $x+y$  ;  $x-y$  ;  $x \times y$

(2) احسب:  $\frac{x \times y}{x-y}$  ;  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(3) أثبت أن:  $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = -\frac{1}{\sqrt{a}}$

(4) أوجد العدد الحقيقي  $a$  في حالة  $x-y = x \times y$ .

تمرين عدد 25:

(1) لتكن العبارة التالية:  $A = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{2} + x) - (2x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3})$ .

(أ) بين أن:  $A = 3x(\sqrt{3} - x)$  ، (ب) احسب  $A$  في حالة  $x = -1$

(ج) ثم في حالة  $x = -\sqrt{3}$  ، (د) أوجد  $x$  إذا علمت أن  $A = 0$

(2) نعتبر العبارة  $B$  التالية:  $B = \sqrt{27} - 3x$

(أ) بين أن  $B = 3(\sqrt{3} - x)$  ، (ب) فكك إلى جذاء عوامل العبارة  $A - B$  ، (ج) أوجد  $x$  إذا علمت أن  $A - B = 0$

تمرين عدد 26:

(1) لتكن العبارة  $a = x\sqrt{\frac{242}{45}}$  حيث  $x \in \mathbb{R}$

(أ) بين أن:  $a = \frac{11\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}x$  ، احسب العبارة  $a$  في حالة  $x = \sqrt{2}$  ثم في حالة  $x = \sqrt{10}$

(ب) أوجد  $|a|$  إذا علمت أن  $x \in \mathbb{R}_-$

(2) نعتبر العبارة  $b = \frac{1}{x}\sqrt{\frac{180}{968}}$  حيث  $x \in \mathbb{R}^*$

(أ) بين أن  $a \times b = 1$  ، (ب) استنتج أن  $a$  مقلوب  $b$ .

تمرين عدد 27:

لتكن العبارة التالية:  $X = |a - \sqrt{2}| - |\sqrt{3} - b| - |a - b|$  حيث  $a < \sqrt{2}$  و  $b > 3$ .

(1) اختصر العبارة  $X$  ، (2) احسب العبارة  $X$  في حالة  $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

(3) أوجد  $b$  في كل من الحالات التالية:

(أ)  $X = \sqrt{3}$  ، (ب)  $X - \sqrt{2} = 0$  ، (ج)  $|X| = \sqrt{2}$  ، (د)  $|X - \sqrt{3}| = 1$