قواسم عدد صحيح طبيعي ومضاعفاته

إعداد: الاستاذ فوزي الزطراوي

المستوى: 7 أساسي

1) القسمة الإقليدية:

ليكن a و b و c و r أعداد صحيحة طبيعية حيث b مخالف للصفر
وخارج قسمة a على b هو c والباقي r

*) الكتابة العمودية:

المقسوم ← a | b → القاسم

الباقي ← r | c ← خارج القسمة

*) الكتابة الأفقية:

$$a = b \times c + r$$
$$(r < b)$$

ملاحظة: في القسمة الإقليدية الباقي يكون أصغر من القاسم

*) إذا كان $r = 0$ نقول: + b قاسم لـ a
+ a مضاعف لـ b
+ a يقبل القسمة على b.

2) قابلية القسمة على 2 - 3 - 4 - 5 - 9 - 25

+) يكون العدد قابلا للقسمة على 2 إذا كان رقم آحاده زوجي
+) يكون العدد قابلا للقسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه مضاعف لـ 3
+) يكون العدد قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من آحاده وعشراته قابلا للقسمة على 4
+) يكون العدد قابلا للقسمة على 5 إذا كان رقم آحاده 0 أو 5
+) يكون العدد قابلا للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه مضاعف لـ 9

+) يكون العدد قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من آحاده وعشراته قابلا للقسمة على 25

3) الأعداد الأولية

+) العدد الأولي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 ولا يقبل القسمة إلا على نفسه و 1

ملاحظات

+) 1 ليس أولي

+) لنبين أن عدد غير أولي يكفي أن نجد له قاسما مخالفا لـ 1 ونفسه

مثال: العدد 13789215 غير أولي لأنه يقبل القسمة على 5

+) لنتأكد من أولية عدد نتبع المراحل التالية

- نقسم العدد على الأعداد الأولية: 2-3-5-7-11....
- نتوقف عند الحصول على باقي يساوي 0 أو عندما نجد خارج القسمة أصغر أو يساوي القاسم.
- إذا حصلنا على باقي يساوي 0 فالعدد ليس أولي وإذا وصلنا إلى خارج قسمة أصغر أو مساو للقاسم دون الحصول على باقي يساوي 0 فإن العدد أولي.

مثال: بين أن 197 هو عدد أولي:

الإجابة:

العدد	الأعداد الأولية	الباقي
197	2	1
	3	2
	5	2
	7	2
	11	10
	13	2
	17	10

$$\begin{array}{r|l} 197 & 17 \\ \hline 187 & 11 \\ \hline 10 & \end{array}$$

لدينا: $11<17$

إذن 197 عدد أولي

4) تفكيك عدد صحيح طبيعي إلى جذاء عوامل أوّلية

* كل عدد صحيح طبيعي غير أوّلي مخالف للصفر وللواحد يقبل تفكيكا إلى جذاء عوامل أوّلية

+) الاعداد الاوّلية الأصغر من 100 هي :

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41
43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

+) مثال : فكك إلى جذاء عوامل أوّلية العدد 72 .

الطريقة (1) : لدينا : $72 = 9 \times 8 = 3^2 \times 2^3$

الطريقة (2) :

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$72 = 2^3 \times 3^2$

5) إيجاد مجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي

لإيجاد مجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي نتبع المراحل التالية

+) تفكيك العدد إلى جذاء عوامل أوّلية
+) إيجاد قواسم العوامل الاوّلية المتحصّل عليها.
+) جدول فيثاغور لعملية الضرب
+) استنتاج القواسم.

ملاحظة : مجموعة قواسم عدد صحيح طبيعي a نرمز إليها ب D_a

مثال : حدد D_{72} و D_{90} ؟

الإجابة:

لدينا: ; D_{72}?

$72 = 9\times8 = \underline{3^2\times2^3}$

قواسم 3^2 هي $3^2 , 3^1 , 3^0$

$9 , 3 , 1$

قواسم 2^3 هي: $2^3 , 2^2 , 2^1 , 2^0$

$8 , 4 , 2 , 1$

جدول بيتاغور:

8	4	2	1	×
8	4	2	1	1
24	12	6	3	3
72	36	18	9	9

$D_{72} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$

لدينا: ; D_{90}?

$90 = 9\times10 = 3^2\times\underline{2^1\times5^1}$

قواسم 3^2 هي $3^2 , 3^1 , 3^0$

$9 , 3 , 1$

قواسم 2^1 هي: $2^1 , 2^0$

$2 , 1$

قواسم 5^1 هي: $5^1 , 5^0$

$5 , 1$

جدول بيتاغور (1)

2	1	×
2	1	1
10	5	5

جدول بيتاغور (2)

10	5	2	1	×
10	5	2	1	1
30	15	6	3	3
90	45	18	9	9

$D_{90} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 9, 15, 18, 30, 45, 90\}$

ملاحظة

يمكن أن نجد عدد قواسم عدد صحيح طبيعي دون البحث عنها.

مثال: ليكن a عدد صحيح طبيعي حيث $a = 3^2 \times 5 \times 16$

ماهو عدد قواسم العدد a ؟

الإجابة: +) تفكيك العدد a :

$$a = 3^2 \times 5 \times 16 = \underline{3^2 \times 5^1 \times 2^4}$$

+) عدد القواسم هو جداء دليل قوة كل عامل أولي في التفكيك بإضافة 1 أي:

$$(2+1) \times (1+1) \times (4+1)$$
$$= 3 \times 2 \times 5 = \boxed{30}$$

إذن a له 30 قاسما

⑥ القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين طبيعيين

*) القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين طبيعيين a و b نرمز له ب ق.م.أ $(b;a)$

*) لإيجاد ق.م.أ لعددين صحيحين طبيعيين هناك طرق مختلفة:

الطريقة (1) +) نقوم بتفكيك العددين إلى جداء عوامل أولية

+) ق.م.أ بينهما هو جداء العوامل الأولية المشتركة مع إعطاء أصغر دليل القوة

مثال جد ق.م.أ $(90, 168)$ ؟

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$168 = 2^3 \times 3^1 \times 7^1$$

$$90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$$

العوامل الأولية المشتركة 2 و 3.

إذن

$$\text{ق.م.أ}(90,168) = 2^1 \times 3^1 = \boxed{6}$$

7) المضاعف المشترك الأصغر لعددين صحيحين طبيعيين

*) المضاعف المشترك الأصغر لعددين صحيحين طبيعيين a و b
نرمز له ب م.م.أ (b,a)

إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لـ a و b.

الطريقة 1): + نقوم بتفكيك a و b الى جداء عوامل أولية

+ الم.م.أ بينهما هو جداء العوامل الأولية المشتركة لهما والغير مشتركة مع إعطاء أكبر دليل للقوة

مثال: حدد م م أ (90,168)

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$168=2^3\times3^1\times7^1$

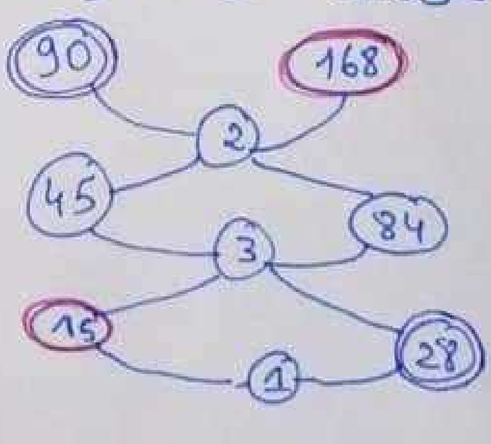
$90=2^1\times3^2\times5^1$

العوامل الأولية المشتركة والغير مشتركة هي $7-5-3-2$

إذن

$(90,168)$ م م أ $=2^3\times3^2\times5^1\times7^1$
$=8\times9\times5\times7=\boxed{2520}$

الطريقة 2) نتبع التخطيط المعتمد في إيجاد الق م أ



$(90,168)$ م م أ $=168\times15$
$=\boxed{2520}$

أو

$(90,168)$ م م أ $=90\times28$
$=\boxed{2520}$

ملاحظات

1) إذا كان أ.ق.م$(b,a) = 1$ فإن أ.م.م$(b,a) = a \times b$

2) إذا كان b قاسما لـ a فإن

أ.ق.م$(b,a) = b$

و أ.م.م$(b,a) = a$

مثال: أ.ق.م$(6,24) = 6$ و أ.م.م$(6,24) = 24$

لأن 6 قاسم لـ 24.

3) إذا كان أ.ق.م$(b,a) = n$

فإن: $D_b \cap D_a = D_n$

حظ موفق للجميع

M Faouz