



السنة التاسعة  
2023

فرض تاليفي عدد 3  
في الرياضيات  
الثلاثي الثالث



التمرين 1: →

أكتب علامة ✓ أمام الاجابة الصحيحة:

مدى سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو الفرق بين اكبر واصغر تكرار	
منوال سلسلة احصائية هو القيمة الموافقة للتكرار الاكبر	
موسط سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو ترتيب النقطة التي فاصلتها 0.5 في مضلع التواترات التراكمية	
في الفضاء مستقيمان يعامدان نفس المستقيم هما متوازيان	

التمرين 2: →

يمثل الجدول التالي منتوج 35 بقرة من الحليب باللتر في الشهر الواحد :

300	250	200	150	100	75	50	كمية الحليب باللتر
2	3	8	4	5	7	6	عدد البقرات



- 1) ماهو مدى ومنوال هذه السلسلة الاحصائية ؟
- 2) احسب معدل انتاج بقرة واحدة للحليب خلال هذا الشهر
- 3) كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة
- 4) ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة
- 5) ابحت عن موسط هذه السلسلة الاحصائية

التمرين 3: →

نعبر العدد الحقيقي  $a$  حيث :  $a \in [1; 2\sqrt{3}]$

- 1) ابحت عن المجال المنتمي اليه  $h$  طول ارتفاع مثلث  $ABC$  متقايس الاضلاع طول ضلعه  $a$
- 2) استنتج حصرا لـ  $a$  قيس مساحة ذلك المثلث
- 3) نعتبر مثلثا  $EFG$  اطوال اضلاعه متناسبة طردا مثنى مثنى مع اضلاع  $ABC$  ؛ اذا كان عامل التناسب يساوي 2 (اكبر من 1 اذن هو تكبير للمثلث  $ABC$  بمرتين ) و  $a'$  هو قيس مساحة  $EFG$  ؛ بين ان :  $\sqrt{3} \leq a' \leq 12\sqrt{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التمرين 4: وحدة قيس الطول هي الصم →

تجد في الشكل المصاحب مثلثا  $ABC$  حيث :  $AC = 20$  و  $BC = 16$  و  $AB = 12$  ؛  $F$  نقطة من قطعة المستقيم  $[BC]$  المستقيم الذي يمر من  $F$  و يعامد  $(BC)$  يقطع  $(CA)$  في  $E$  .

الجزء الأول :

- 1) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  .
- 2) أثبت أن المستقيمين  $(EF)$  و  $(AB)$  متوازيان .
- 3) احسب مساحة المثلث  $ABC$  .

الجزء الثاني :

نفترض :  $CF = 4$  .

1) أثبت أن  $EF = 3$  .

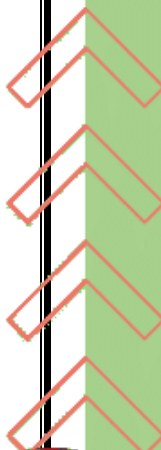
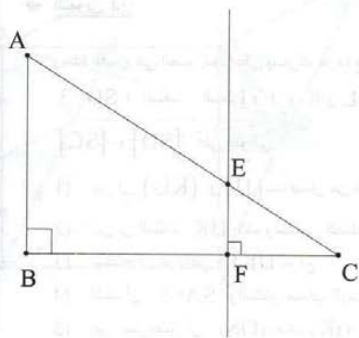
2) احسب  $a$  مساحة المثلث  $EBC$  .

الجزء الثالث :

نفترض :  $F$  نقطة من  $[BC]$  تختلف عن  $B$  و  $C$  بحيث  $CF = x$  ( $0 < x < 16$ )

1) ا- أثبت أن :  $EF = \frac{3}{4}x$

ب- أثبت أن مساحة المثلث  $EBC$  تساوي  $6x$  .





- (2) أ- عبر بدلالة  $x$  عن  $a'$  مساحة شبه المنحرف  $EABF$  .  
 ب- حدد موقع النقطة  $F$  من  $[BC]$  وقيمة  $x$  حتى يكون  $a'$  منعدما (أي  $a' = 0$ ) بدون حساب .  
 ج- تأكد من ذلك حسابيا

التمرين 5:

وحدة قياس الطول هي  $cm$ .  
 في الرسم المقابل  $SABC$  هرم قمته  $S$  وكل من المثلثات  $ABC$  و  $SAB$  و  $SAC$  قائم الزاوية في  $A$  بحيث :

$$SA = 2\sqrt{6} \text{ و } AC = 6 \text{ و } AB = 8$$

النقاط  $I$  و  $J$  و  $K$  و  $O$  هي منتصفات  $[SA]$  و  $[SB]$  و  $[SC]$  و

$[BC]$  على التوالي.

1. أحسب  $BC$  و بين أن  $OA = 5$ .

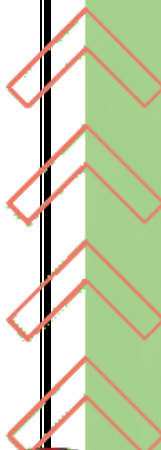
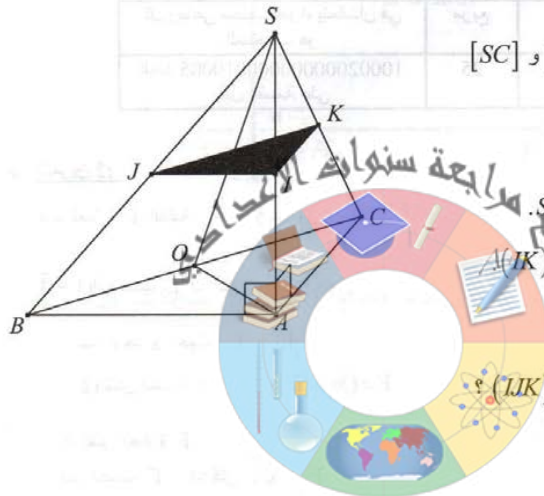
2. أ. بين أن:  $(SA) \perp (ABC)$ .

ب. استنتج أن المثلث  $SAO$  قائم الزاوية و أن  $SO = 7$ .

3. أ. بين أن:  $(SA)$  عمودي على المستقيمين  $(IJ)$  و  $(IK)$ .

ب. استنتج أن:  $(SA) \perp (IJK)$ .

ج. ما هي إذا الوضعيّة النسبيّة للمستويين  $(ABC)$  و  $(IJK)$  ؟







# CORRECTION

## التمرين 1 :

أكتب علامة ✓ أمام الاجابة الصحيحة:

	مدسلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو الفرق بين اكبر واصغر تكرار
✓	منوال سلسلة احصائية هو القيمة الموافقة للتكرار الاكبر
	موسط سلسلة احصائية ذات ميزة كمية هو ترتيب النقطة التي فاصلتها 0.5 في مضلع التواترات التراكمية
	في الفضاء مستقيمان يعامدان نفس المستقيم هما متوازيان

## التمرين 2 :

(1) مدى السلسلة هو  $300-50=250$  ومنوالها هو 200

(2) \* معدل انتاج بقرة واحدة خلال هذا الشهر بماوي :

$$Ma = \frac{6 \times 50 + 7 \times 75 + 5 \times 100 + 4 \times 150 + 8 \times 200 + 3 \times 250 + 2 \times 300}{35} = 139,28$$

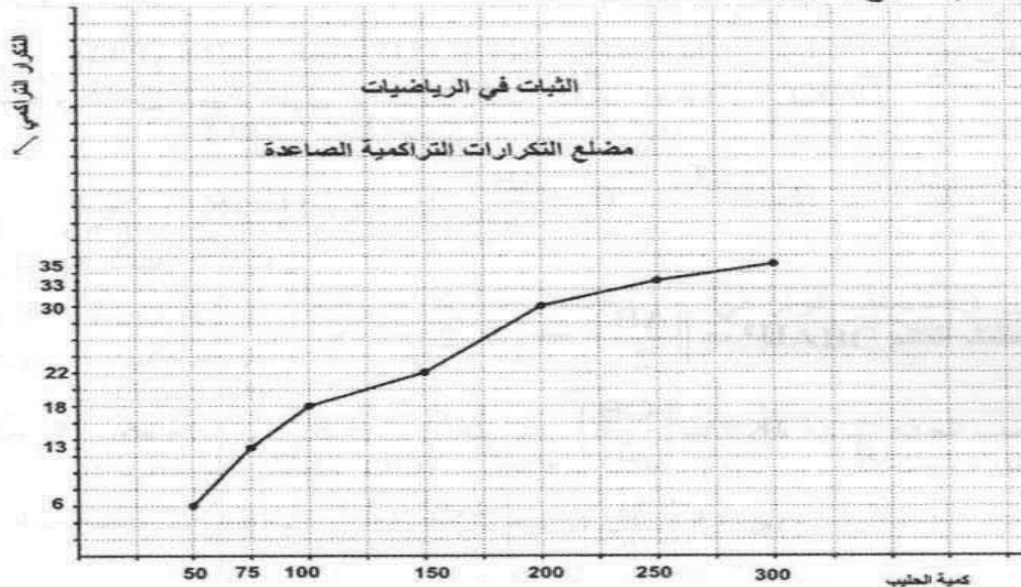
\*\*موسط هذه السلسلة : التكرار الجملي N هو عدد فردي اذن نبحث عن كمية

الحليب الموافقة للرتبة  $(N+1)/2 = (35+1)/2 = 18$  فنجد  $Me = 100$  litres

(3) الجدول:

300	250	200	150	100	75	50	كمية الحليب بالتر
2	3	8	4	5	7	6	عدد البقرات
35	33	30	22	18	13	6	التكرار التراكمي الصاعد
100%	94.28 %	85.71 %	62.85 %	51.42 %	37.14 %	17.14 %	التواتر التراكمي الصاعد به %

(4) نرسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة





(5) موصل هذه السلسلة هو فاصلة النقطة المنتمة الى هذا المضلع والتي ترتيبها 2: (35+1) وهذه الفاصلة تساوي 100

• **التمرين 3 :**

(1) لنبحث عن المجال المنتمي اليه  $h$  طول ارتفاع مثلث  $ABC$  متقايس الاضلاع

$$h \in \left[ \frac{\sqrt{3}}{2}; 3 \right] \text{ ومنه } \begin{cases} h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ و} \\ a \in [1; 2\sqrt{3}] \Rightarrow 1 \leq a \leq 2\sqrt{3} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{\sqrt{3}}{2} a \leq 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq h \leq 3 \end{cases} \text{ طول ضلعه } a:$$

(2) استنتج حصرا لـ  $A$  قيس مساحة ذلك المثلث

نعلم ان :  $a = \frac{a \times h}{2}$

$$\left. \begin{matrix} 1 \leq a \leq 2\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \leq h \leq 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \cdot h \leq 2\sqrt{3} \times 3 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \leq \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3$$



$$\frac{\sqrt{3}}{4} \leq a \leq 3\sqrt{3}$$

اي

(3) نعتبر مثلثا  $EFG$  مكبرا لـ  $ABC$  بمرتين، اذا كان عامل التكبير يساوي 2

لنبحث عن حصرا لـ  $a'$  قيس مساحة  $EFG$  :

اذا كان عامل التناسب في الطول يساوي 2 فان عامل التناسب في المساحة يساوي

$$2^2 = 4 \text{ ومنه } 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \leq a' \leq 4 \times 3\sqrt{3} \text{ او } \sqrt{3} \leq a' \leq 12\sqrt{3}$$

• **التمرين 4 :**

**\*الجزء الأول :**

(1) في المثلث  $ABC$  نجد :

$$\left. \begin{matrix} 20^2 = 400 \\ 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400 \end{matrix} \right\} \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

فحسب عكس بيتاغور المثلث  $ABC$  قائم في  $B$  .

(2) المستقيمان  $(EF)$  و  $(AB)$  متوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم

(3) لنحسب  $a$  قيس مساحة المثلث  $ABC$  بالصم  $2$  :  $a = (16 \times 12) / 2 = 96$







**\*الجزء الثاني:**

لتكن F نقطة من [BC] حيث  $CF = 4$ .  
أثبت أن  $EF = 3$ .

في المثلث ABC نجد (EF) يوازي (AB) بحيث  $E \in [AC]$  و  $F \in [BC]$  فحسب

$$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{EF}{12} \Rightarrow EF = \frac{4 \times 12}{16} = 3$$

طالس:

$$a = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times 3}{2} = 24$$

لنحسب a مساحة المثلث EBC

**\*الجزء الثالث:**

لتكن F نقطة من [BC] تختلف عن B و C. نضع  $CF = x$  حيث  $0 \leq x \leq 16$

(1) أ- في المثلث ABC :  $\frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB}$

$$\frac{x}{16} = \frac{EF}{12} \Rightarrow EF = \frac{12}{16}x \Rightarrow EF = \frac{3}{4}x$$



ب- أثبت أن مساحة المثلث EBC تساوي  $6x$ .  
لتكن a مساحة المثلث EBC فستكتب كالاتي

$$a = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times \frac{3}{4}x}{2} = 6x$$

(2) أ-

$$a' = \frac{BF \times (AB + EF)}{2} = \frac{(16-x) \left( 12 + \frac{3}{4}x \right)}{2} = \frac{192 + 12x - 12x - \frac{3}{4}x^2}{2}$$

$$= \frac{192 - \frac{3}{4}x^2}{2} = 96 - \frac{3}{8}x^2$$

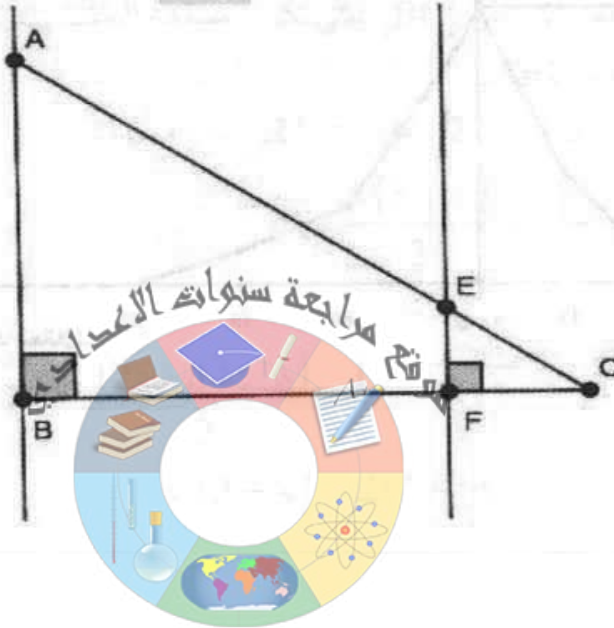




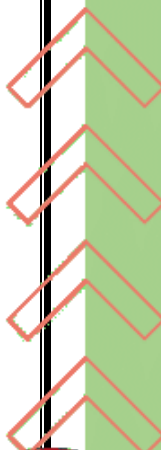
ب- نحدد موقع النقطة F من [BC] بقيمة x حتى يكون a' منعدما (اي  $a' = 0$ ) حتى يكون a' منعدما يجب على F ان تطابق B عندئذ  $CF=CB$  اي  $x=16$   
ج- لنبحث عن قيمة x حتى تكون مساحة شبه المنحرف EABF منعدمة

$$96 - \frac{3}{8}x^2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{8}x^2 = 96 \Rightarrow x^2 = 96 \times \frac{8}{3} = 256 \Rightarrow x = \pm\sqrt{256} = \pm 16$$

الا ان  $0 \leq x \leq 16$  ان x موجب ومنه  $x=16$  نفس النتيجة



COLLEGE.MOURAJAA.COM





### التمرين 5 :

1. \* المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  فحسب بيتاغور

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow \boxed{BC = 10}$$

\*  $O$  منتصف الوتر في المثلث  $ABC$  اذن  $O$  يبعد نفس البعد عن الرؤوس

$$OA = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = \boxed{5}$$

الثلاث ومنه

2. أ.  $(SA) \perp (AB)$  و  $(SA) \perp (AC)$  ونعلم ان  $(AC)$

و  $(AB)$  محتويان في المستوي  $(ABC)$  ويتقاطعان في  $A$  فحتما

$$(SA) \perp (ABC)$$

ب. \* ينتج مما سبق ان  $(SA) \perp (AO)$  لان  $(AO) \subset (ABC)$  ويمر

ن  $A$  ومنه المثلث  $SAO$  قائم الزاوية في  $A$

لنحسب  $SO$ : المثلث  $SAO$  قائم الزاوية في  $A$  فحسب بيتاغور

$$SO^2 = OA^2 + SA^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 = 49$$

ومنه  $SO = \boxed{7}$

3. أ. في المثلث  $SAB$  نجد  $I$  منتصف  $[SA]$  و  $J$  منتصف  $[SB]$  اذن

$$(IJ) \parallel (AB) \text{ ونعلم ان } (SA) \perp (AB) \text{ اذن } (SA) \perp (IJ)$$

$$\text{وبنفس الطريقة نبين ان } (SA) \perp (IK)$$

ب. ينتج مما سبق ان  $(SA) \perp (IJK)$  بما ان  $(SA) \perp (IK)$  و

$$(SA) \perp (IJ) \text{ و } (IJ) \text{ و } (IK) \text{ محتويان في } IJK \text{ ويتقاطعان في } I$$

ج. المستويان  $(IJK)$  و  $(ABC)$  متوازيان لانهما يعامدان نفس المستقيم







**COLLEGE.MOURAJAA.COM**

