




السنة التاسعة	العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية	 COLLEGE.MOURAJAA.COM
---------------	--	---

❖ عملية الجمع في \mathbb{R} هي:

عملية تبديلية:

مهما يكن العددين الحقيقيان a و b فإن $a + b = b + a$

$$\text{مثال: } \sqrt{2} + (-2\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + \sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

عملية تجميعية:

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$\text{مثال: } -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 1 = (-\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) + 1 = \sqrt{3} + 1$$

(تبقى كما هي لا يمكن اختصارها)

❖ مجموع عددين متقابلين يساوي صفر:

$$(-3) + 3 = 0$$

$$\text{مثال: } (-\sqrt{2}) + (\sqrt{2}) = 0$$

إذا كان a و b عددين حقيقيين حيث $a + b = 0$ فإن العدد a مقابل b

كل عدد حقيقي a له مقابل نرمز له بـ $(-a)$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

مثال:

$$\checkmark \text{مقابل } \sqrt{2} - 1 \text{ هو } -(\sqrt{2} - 1) = -\sqrt{2} + 1 = 1 - \sqrt{2}$$

$$\checkmark \text{مقابل } \sqrt{3} + \pi \text{ هو } -(\sqrt{3} + \pi) = -\sqrt{3} - \pi$$

ملاحظة:

a و b عددين حقيقيين

مقابل $(a + b)$ هو $-a - b$

مقابل $(a - b)$ هو $b - a$

❖ لحساب عبارات عددية أو حرفية بها عمليات جمع و طرح في مجموعة الأعداد الحقيقية نطبق نفس

الخصائص و التقنيات المعتمدة في مجموعة الأعداد الكسرية.

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن:

$$a - (b - c) = a - b + c \quad ; \quad a - b = a + (-b)$$

$$a - (b + c) = a - b - c \quad ; \quad -(-a) = a$$

$$-(a + b) = -a - b = (-a) + (-b) \quad ; \quad -(a - b) = -a + b$$





ملاحظة: عند تغيير ترتيب حدود يجب أن يحتفظ كل حد بالعلامة التي تسبقه.
❖ عملية الضرب في \mathbb{R} هي:

عملية تبديلية: مهما يكن a و b عدداً حقيقيين فإن: $a \times b = b \times a$

مثال: $(-2) \times (3) = 3 \times (-2) = -6$

$$\left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{3}{5}$$

- جداء عدداً حقيقيين لهما نفس العلامة هو عدد موجب

- جداء عدداً حقيقيين لهما علامتان مختلفتان هو عدد سالب

عملية تجميعية:

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن:

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

مثال: $2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (2 \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 4$

$$\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(توظيف الخاصيتين التبديلية و التجميعية)

عملية توزيعية على الجمع و الطرح.

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن:

$$a \times (b + c) = ab + ac$$

$$a \times (b - c) = ab - ac$$

عملية التفكيك

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$\frac{1}{3}\sqrt{2} - \frac{2}{5}\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) = \sqrt{2} \times \left(\frac{5}{15} - \frac{6}{15}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{15}$$

مثال:

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \times (1+1+1) = 3\sqrt{3}$$

ملاحظة:

نشر عبارة يعني حذف الأقواس.

$$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2} + 1) = -\sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times 1 = -2 + \sqrt{2}$$

مثال:

تفكيك عبارة يعني البحث عن العامل المشترك ثم الكتابة في صيغة جداء.

مثال:

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{1}{5}\sqrt{3} = \sqrt{3} \times \left(-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{5}\right)$$

$$= \sqrt{3} \times \left(-\frac{5}{10} + \frac{10}{10} - \frac{2}{10}\right) = \sqrt{3} \times \frac{3}{10}$$





مقلوب عدد حقيقي a مخالف لصفر هو العدد الحقيقي $\frac{1}{a}$

مقلوب العدد $\sqrt{2}$ هو $\frac{1}{\sqrt{2}}$

مقلوب العدد $\frac{\sqrt{3}}{2}$ هو $\frac{2}{\sqrt{3}}$

- إذا كان a و b عددان حقيقيان مخالفان للصفر حيث $a \times b = 1$ فإن العدد a هو مقلوب العدد b .

ملاحظة:

- إذا كان \mathbb{R}^+ فإن $a \times b$ و b لهما نفس العلامة

- إذا كان \mathbb{R}^- فإن $a \times b$ و b لهما علامتان مختلفتان

- إذا كان $a + b = 0$ فإن a و b متقابلان

- إذا كان $a - b = 0$ فإن a و b متساويان

- إذا كان $a \times b = 1$ فإن a مقلوب b

- إذا كان $a \times b = 0$ فإن $a = 0$ أو $b = 0$

❖ القيمة المطلقة لعدد حقيقي:

القيمة المطلقة لعدد حقيقي موجب يساوي العدد نفسه

العدد نفسه = اعدد موجب

القيمة المطلقة لعدد حقيقي سالب يساوي مقابل العدد

مقابله = اعدد سالب

مهما يكن العددان الحقيقيان a و b فإن:

$$|a \times b| = |a| \times |b|$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$|-2x| = |-2| \times |x| = 2 \cdot |x| \quad \text{مثال:}$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad \text{إذا كان } a \text{ و } b \text{ عددان حقيقيان حيث } b \text{ مخالف لصفر فإن:}$$

$$\frac{|2\pi - 6|}{|3 - \pi|} = \frac{|2(\pi - 3)|}{|-(\pi - 3)|} = |-2| = 2 \quad \text{مثال:}$$

❖ قسمة عدد حقيقي على عدد حقيقي مخالف لصفر:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \text{مهما تكن الأعداد الحقيقية } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ حيث } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ مخالفة للصفر فإن:}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3}{4} \quad \text{مثال:}$$





حساب عبارات بها جذور تربيعية.

- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b الموجبان.

$$a = b \text{ يعني } \sqrt{a} = \sqrt{b} / \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

مثال:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- مهما يكن العددان الحقيقيان الموجبان a و b حيث b مخالف لـ صفر:

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{18}{50}} = \sqrt{\frac{9 \times 2}{25 \times 2}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

مثال:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

- مهما يكن العدد الحقيقي x فإن:

$$\sqrt{(2x+1)^2} = 3$$

$$|2x+1| = 3$$

مثال: • أوجد x حيث:

يعني

$$2x + 1 = 3$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$\text{أو } 2x + 1 = -3$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

• أوجد x حيث $\sqrt{x} = 2$

يعني $\sqrt{x} = \sqrt{4}$ يعني $x = 4$

• أوجد x حيث $\sqrt{|x|+1} = 2$

$$\sqrt{|x|+1} = \sqrt{4}$$

يعني: $|x|+1 = 4$ يعني $|x| = 3$

إذن $x = 3$ أو $x = -3$

مثال: لإختصار جذور تربيعية

$$\sqrt{8} + \sqrt{72} = \sqrt{2^2 \times 2} + \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{2^2 \times 2} + \sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 3}$$

$$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

- التناسب (تذكير):

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \text{ إذا كان } a \text{ و } b \text{ عدداً حقيقيين مناسبان طرداً مع } c \text{ و } d \text{ فإن:}$$

$$ad = bc \text{ يعني } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (جذء الطرفین يساوي جذء الوسطین)}$$

