



السنة التاسعة

القوى في
مجموعة الأعداد الحقيقية



❖ قوة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي:

إذا كان a عددا حقيقياً مخالفاً لصفر و n عدد صحيح طبيعي

$$\text{فإن: } a^0 = 1 \text{ و } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

مثال: $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$

$$\frac{1}{10^2} = 0,01 = 10^{-2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

❖ قوة عدد حقيقي موجب هي عدد موجب:

مثال: $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \in \mathbb{R}_+$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25} \in \mathbb{R}_+$$

القوة الزوجية لعدد حقيقي سالب هي عدد موجب:

مثال: $(-\sqrt{3})^2 = \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \in \mathbb{R}_+$

ملاحظة: $(-\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2$ / $(-\sqrt{2})^2 \neq -\sqrt{2}^2$

$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \left(\frac{-2}{\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{16}{4} = 4 \in \mathbb{R}_+$$

❖ القوة الفردية لعدد حقيقي سالب هي عدد سالب:

$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^3 = \frac{-8}{5\sqrt{5}} \in \mathbb{R}_-$$

مثال: $(-2)^3 = -2^3 = -8 / (-2)^3 \neq 2^3$

إذا كان a عددا حقيقياً موجبا و مخالفاً لصفر و n عددا صحيحاً نسبياً فإن: $\sqrt[n]{a} = (\sqrt[n]{a})^n$





$$\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2^3})}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2^2} = 2$$

مثال:

$$\sqrt{5^3} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

ملاحظة: لحساب عبارة بها جمع و طرح و ضرب و قوّة و أقواس يجب أن نوظّف الأولويات:

- الأقواس - القوّة - الضرب - الجمع.

- لحساب عبارة بها قوّة دليلها عدد سالب يجب أن نحول الدليل إلى عدد موجب ثم نقوم بعملية الحساب

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} + \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5$$

مثال:

$$\left[3 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2} - 1\right] + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$$

$$= \left[3 \times \frac{2}{3} - 1\right]^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$$

$$= (1)^{-2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1} = 1^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^1 = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(1+\sqrt{2})}{2} = 1+\sqrt{2}$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

❖ **خاصيات القوى في \mathbb{R} :**

مهما يكن العددان الصحيحان النسيان m و n

و مهما يكن العددان الحقيقيان

$$\textcircled{1} \quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

المخالفان لصفر a و b فإن:

$$\left(\sqrt{2}\right)^3 \times \left(3\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}\right)^3 = 6^3$$

مثال:

$$\left(\sqrt{5}\right)^3 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-3} = \left(\sqrt{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^3 = \left(\sqrt{5} \times \frac{5}{\sqrt{5}}\right)^3 = 5^3$$

$$\textcircled{2} \quad (a^m)^n = a^{m \times n} = (a^n)^m$$





$$\bullet [(-\sqrt{2})^3]^2 = (-\sqrt{2})^6 = \sqrt{2}^6 = [(-\sqrt{2})^2]^3 = 2^3$$

مثال:

$$\bullet [(\sqrt{3})^5]^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = [(\sqrt{3})^2]^{-5} \times 2^{-5} = 3^{-5} \times 2^{-5} = (3 \times 2)^{-5} = 6^{-5}$$

$$\textcircled{3} \quad \boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

مثال:

$$\bullet \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4+5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^9$$

$$\bullet \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{2}{9}\right)^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{\sqrt{2}^2}{3^2}\right)^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5} \times \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\right]^4$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^8 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3$$

$$\textcircled{4} \quad \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}}$$

مثال:

$$\bullet \left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\right)^5 \left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^5 = \left(\frac{-\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5 \left(\frac{-1}{3}\right)^5 = (-3)^{-5}$$

$$\textcircled{5} \quad \boxed{\left(\frac{a^m}{a^n}\right) = a^m \times a^{-n} = a^{m+(-n)} = a^{m-n}}$$

$$\left(a^m \times \frac{1}{a^n} = a^m \times a^{-n}\right)$$

$$\bullet \frac{\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}^3} = \sqrt{2}^{7-3} = \sqrt{2}^4 = 2^2$$

مثال:

$$\bullet \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2-2} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4$$





COLLEGE.MOURAJAA.COM

