



السنة التاسعة

الترتيب و المقارنة في
مجموعة الأعداد الحقيقية



❖ مقارنة عددين حقيقيين باستعمال الفارق بينهما:

a و b عددان حقيقيان

إذا كان $a - b < 0$ يعني $a < b$

إذا كان $a - b > 0$ يعني $a > b$

مثال:

① $x - y = -3$ يعني $x - y < 0$ إذن $x < y$

② $a - b = 2\sqrt{2}$ يعني $a - b > 0$ إذن $a > b$

③ $c - d = x^2$

بما أن $x^2 \in \mathbb{R}_+$ يعني $c - d \geq 0$ إذن $c \geq d$

❖ الترتيب والجمع في المجموعة \mathbb{R}

• x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية

($x < y$) يعني ($x + z < y + z$)

ملاحظة: لا يتغير اتجاه علامة المقارنة عند إضافة نفس العدد الحقيقي (موجب أو سالب) للطرفين.

مثال:

① $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ يعني $\sqrt{2} + \pi < \sqrt{3} + \pi$

② $-5 < -4$ يعني $-5 + \sqrt{2} < -4 + \sqrt{2}$

③ مقارنة: $-\sqrt{3} - \sqrt{18}$ و $-4\sqrt{2}$

لدينا $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ و $-4\sqrt{2} = -\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

وبما أن $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

يعني $-\sqrt{3} - 3\sqrt{2} < -\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

إذن $-\sqrt{3} - \sqrt{18} < -4\sqrt{2}$

• x و y و z أعداد حقيقية

$x < y$ و $z < t$

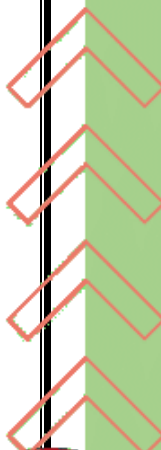
$x + z < y + t$

مثال: ① $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ و $-\sqrt{5} < -2$

يعني $\sqrt{2} - \sqrt{5} < \sqrt{3} - 2$



COLLEGE.MOURAJAA.COM





$$\pi < \frac{22}{7} \quad \textcircled{2}$$

$$\sqrt{5} < 3 \quad \text{و} \quad \begin{cases} \frac{22}{7} = 3,1428... \\ \pi = 3,1415... \end{cases}$$

$$\text{يعني } \pi + \sqrt{5} < \frac{22}{7} + 3$$

$$\textcircled{3} \text{ إذا كان } x - y > 2 \text{ نضيف الطرف للطرف نحصل على } x - y + y \leq 2 + (-2) \text{ و } y - 2$$

$$\text{يعني } 0 \leq x \quad (x \in \mathbb{R}_-)$$

❖ الترتيب والضرب في المجموعة \mathbb{R} .

a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية

$$a < b \text{ و } c \in \mathbb{R}_+ \text{ يعني } a \times c < b \times c$$

$$a > b \text{ و } c \in \mathbb{R}_- \text{ يعني } a \times c < b \times c$$



$$\text{مثال: } \textcircled{1} \sqrt{2} < \sqrt{3} \text{ و } 2 \in \mathbb{R}_+ \text{ يعني } 2\sqrt{2} < 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ مقارنة } \sqrt{27} + \sqrt{8} \text{ و } 5\sqrt{2}$$

$$\text{لدينا } \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{بما أن } \sqrt{2} < \sqrt{3} \text{ و } 3 \in \mathbb{R}_+$$

$$\text{يعني } 3\sqrt{2} < 3\sqrt{3}$$

$$\text{و منه } 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} < 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{إذن } 5\sqrt{2} < \sqrt{27} + \sqrt{8}$$

$$\textcircled{3} \text{ مقارنة } -\frac{4\sqrt{7}}{3} \text{ و } -\sqrt{\frac{80}{9}}$$

$$\text{لدينا } -\sqrt{\frac{80}{9}} = -\frac{4}{3}\sqrt{5}$$

$$\text{و بما أن } \sqrt{7} > \sqrt{5} \text{ و } -\frac{4}{3} \in \mathbb{R}_-$$

$$\text{يعني } -\frac{4}{3}\sqrt{7} < -\frac{4}{3}\sqrt{5}$$

$$\text{إذن } -\frac{4}{3}\sqrt{7} < -\sqrt{\frac{80}{9}}$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM





❖ مقارنة مقلوب عددين حقيقيين مخالفين لصفر.
a و b عدنان حقيقيان مخالفان لصفر لهما نفس العلامة:

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ يعني } a < b$$

$$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b} \text{ يعني } a \geq b$$

مثال: ① مقارنة $\frac{1}{-2-\pi}$ و $\frac{1}{-1-\sqrt{2}}$

لدينا: $2 > 1$ و $\pi > \sqrt{2}$ يعني $2 + \pi > 1 + \sqrt{2}$

ومنه $-(2 + \pi) < -(1 + \sqrt{2})$

$$\frac{1}{-2-\pi} > \frac{1}{-1-\sqrt{2}} \text{ إذن}$$

$$\text{② مقارنة } \frac{-1}{6} \text{ و } \frac{-1}{1+\pi}$$

لدينا $6 = 2 + 4$

و $2 > 1$ و $4 > \pi$

يعني $2 + 4 > 1 + \pi$

يعني $6 > 1 + \pi$

ومنه $\frac{1}{6} < \frac{1}{1+\pi}$

إذن $\frac{-1}{6} > \frac{-1}{1+\pi}$



COLLEGE.MOURAJAA.COM

❖ مقارنة مربعي عددين حقيقيين
 x و y عدنان حقيقيان موجبان

$$x < y \text{ يعني } x^2 < y^2$$

x و y عدنان حقيقيان سالبان

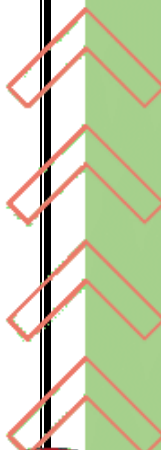
$$x > y \text{ يعني } x^2 < y^2$$

مثال: ① مقارنة $\frac{\sqrt{7}}{2}$ و $\sqrt{2}$

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = \frac{7}{4} \text{ و } (\sqrt{2})^2 = 2 = \frac{8}{4}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 < (\sqrt{2})^2 \text{ يعني}$$

والعدنان موجبان إذن $\frac{\sqrt{7}}{2} < \sqrt{2}$





② مقارنة $-5\sqrt{2}$ و $-4\sqrt{3}$

$$(-5\sqrt{2})^2 = 50 \text{ و } (-4\sqrt{3})^2 = 48$$

يعني $(-5\sqrt{2})^2 > (-4\sqrt{3})^2$

والعددان سالبان

إذن $-5\sqrt{2} < -4\sqrt{3}$

③ مقارنة $-2\sqrt{7}+1$ و $-3\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$$(-2\sqrt{7})^2 = 28 \text{ و } (-3\sqrt{3})^2 = 27$$

يعني $(-2\sqrt{7})^2 > (-3\sqrt{3})^2$

والعددان سالبان

يعني $-2\sqrt{7} < -3\sqrt{3}$

وبما أن $\sqrt{2} < 1$

إذن $-2\sqrt{7}+1 < -3\sqrt{3}+\sqrt{2}$

• x و y عددان حقيقيان موجبان

$\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$ يعني $x \leq y$

مثال:

① $12 < 18$ يعني $\sqrt{12} < \sqrt{18}$ ومنه $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

② $49 < 50$ يعني $\sqrt{49} < \sqrt{50}$ إذن $7 < 5\sqrt{2}$



COLLEGE.MOURAJAA.COM

