



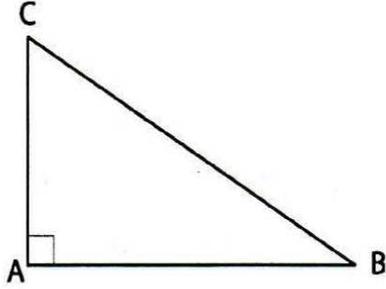
السنة التاسعة

العلاقات القياسية في المثلث القائم



• نظرية بيتاغور:

في مثلث ABC قائم الزاوية في A



$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$(\text{ضلع قائم})^2 + (\text{ضلع قائم})^2 = (\text{الوتر})^2$$

ملاحظة:

تستعمل نظرية بيتاغور لحساب أبعاد في مثلث قائم

مثال 1:

ABC مثلث قائم في B حيث AB=5cm و BC=10cm

احسب AC

الإصلاح:

بما أن المثلث ABC قائم الزاوية في B

فإن حسب نظرية بيتاغور نكتب:

$$(\text{الوتر})^2 = (\text{ضلع قائم})^2 + (\text{ضلع قائم})^2$$

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

يعني

$$5^2 + 10^2 = AC^2$$

يعني

$$AC^2 = 25 + 100$$

يعني

$$AC^2 = 125$$

يعني

$$AC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

إذن

مثال 2:

ليكن EFG مثلث قائم الزاوية في E

حيث EF=4cm و FG=8cm

احسب EG

الإصلاح:

بما أن EFG قائم الزاوية في E

فإن حسب نظرية بيتاغور نكتب:





$$(الوتر)^2 = (ضلع قائم)^2 + (ضلع قائم)^2$$

$$EF^2 + EG^2 = FG^2$$

يعني

$$4^2 + EG^2 = 8^2$$

يعني

$$16 + EG^2 = 64$$

يعني

$$EG^2 = 64 - 16$$

يعني

$$EG^2 = 48$$

يعني

$$EG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

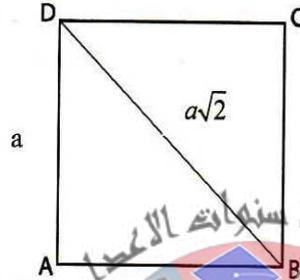
إذن

• قياس طول قطر مربع:

إذا كان ABCD مربع طول ضلعه a

$$AC = a\sqrt{2}$$

فإن طول قطره يساوي



مثال 1:

ليكن ABCD مربع طول ضلعه $3\sqrt{2}$

احسب AC

الإصلاح:

ABCD مربع يعني [AC] يمثل قطره

$$AC = a\sqrt{2}$$

و بالتالي :

$$AC = (3\sqrt{2}) \times \sqrt{2}$$

يعني

$$AC = 6$$

إذن

مثال 2:

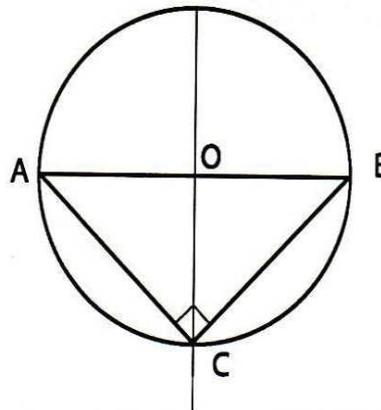
ابن دائرة (ك) مركزها O وشعاعها 4صم و [AB] قطرها لها.

الموسط العمودي ل [AB] يقطع (ك) في نقطتين إحداهما C

(1) بين أن المثلث ABC قائم و متقايس الضلعين

(2) احسب CA

الإصلاح:





1) المثلث ABC يقبل الإرتسام في الدائرة (ζ) و ضلعه [AB] قطرا لها يعني المثلث ABC قائم و وتره [AB]

- بما أن C هي نقطة من الموسّط العمودي لـ [AB] فإن $CA=CB$

و بالتالي المثلث ABC قائم و متقايس الضلعين في C

2) لدينا ABC قائم و متقايس الضلعين في C

يعني [AB] يمثل قطر مربع طول ضلعه AC

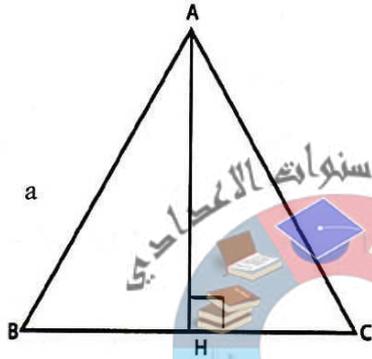
$$AB=AC \cdot \sqrt{2} \quad \text{منه}$$

$$8 = AC \times \sqrt{2} \quad \text{يعني}$$

$$AC = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} \quad \text{يعني}$$

$$AC = 4\sqrt{2} \quad \text{إذن}$$

• قيس طول الإرتفاع في مثلث متقايس الأضلاع:



إذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a و [AH] الإرتفاع الصادر من A

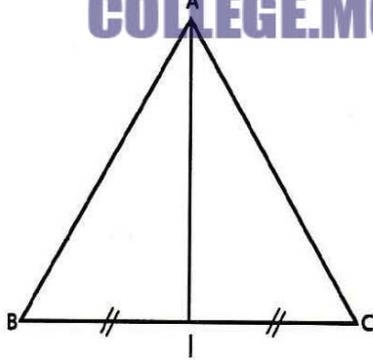
$$\boxed{AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}} \quad \text{فإن}$$

مثال:

ليكن ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $2\sqrt{3}$ و I منتصف [BC]

1) بين أن [AI] يمثل إرتفاع في المثلث ABC

2) احسب AI



الإصلاح:

1) لدينا I منتصف [BC]

يعني $IB=IC$

و $AB=AC$ (ABC متقايس الأضلاع)

يعني (AI) يمثل الموسّط العمودي لـ [BC]

و منه [AI] هو الإرتفاع الصادر من A في المثلث ABC

2) بما أن ABC مثلث متقايس الأضلاع و [AI] الإرتفاع الصادر من A

$$AI = \frac{r\sqrt{3}}{2} \quad \text{فإن}$$

$$AI = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = 3 \quad \text{إذن}$$





• عكس نظرية بيتاغور:

إذا كان في مثلث ABC الثلاثة أبعاد AB و AC و BC معلومة حيث تحقق:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

فإن المثلث ABC قائم الزاوية وتره [BC]

مثال 1:

ليكن ABC مثلث حيث $AB=5\text{cm}$ و $BC=5\sqrt{2}\text{cm}$ و $AC=5\sqrt{3}\text{cm}$.
بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

الإصلاح:

$$AB^2 = 5^2 = 25$$

لدينا

$$BC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 50$$

$$AC^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

$$AB^2 + BC^2 = 75 = AC^2$$

نلاحظ أن

إذن حسب عكس نظرية بيتاغور نستنتج أن المثلث ABC قائم وتره [AC]

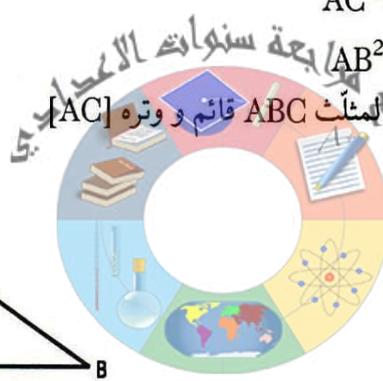
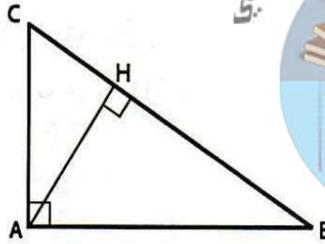
• العلاقات القياسية في المثلث القائم:

إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A

و [AH] الإرتفاع الصادر من A فإن:

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$AH^2 = HB \times HC$$



COLLEGE.MOURAJAA.COM

مثال:

ليكن EFG مثلث قائم في E حيث $EF=6\text{cm}$ و $EG=8\text{cm}$ و E' المسقط العمودي لـ E على [FG]

(1) احسب FG

(2) احسب EE'

الإصلاح:

(1) حساب FG:

لدينا المثلث EFG قائم في E

حسب نظرية بيتاغور نكتب:

$$EG^2 + EF^2 = FG^2$$

$$8^2 + 6^2 = FG^2$$

يعني

$$FG^2 = 100$$

يعني

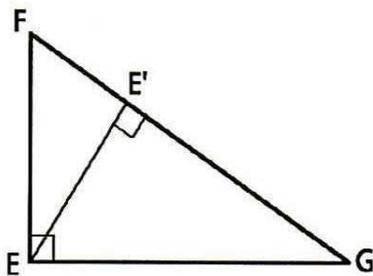
$$FG = 10\text{cm}$$

إذن

(2) حساب EE' :

بما أن E' المسقط العمودي لـ E على (FG)

فإن $[EE']$ هو الإرتفاع في المثلث القائم EFG الصادر من رأس الزاوية القائمة.





COLLEGE.MOURAJAA.COM





COLLEGE.MOURAJAA.COM

