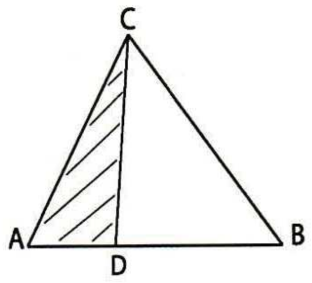
COLLEGE.MOURAJAA.COM	مبرهنة طالس و تطبيقاتها	السنة التاسعة

•ليكن ABC مثلّثا. مهما تكن النّقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإنّ :
مساحة المثلّث ADC و مساحة المثلّث ABC متناسبان مع AD وAB

S_1: مساحة ADC

S_2: مساحة ABC

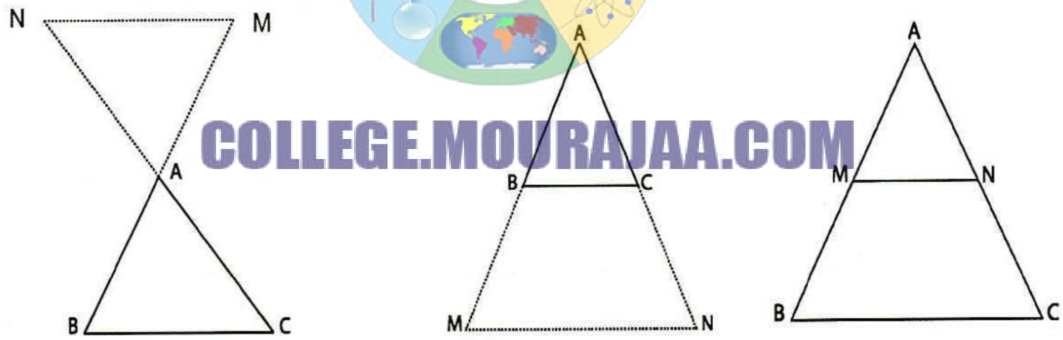


نكتب : $\frac{S_1}{AD}=\frac{S_2}{AB}$ $\frac{AD}{S_1}=\frac{AB}{S_2}$ $\frac{AD}{AB}=\frac{S_1}{S_2}$

•مبرهنة طالس في المثلّث:

ليكن ABC مثلّثا و $M\in(AB)$ و $N\in(AC)$ حيث (MN) // (BC)

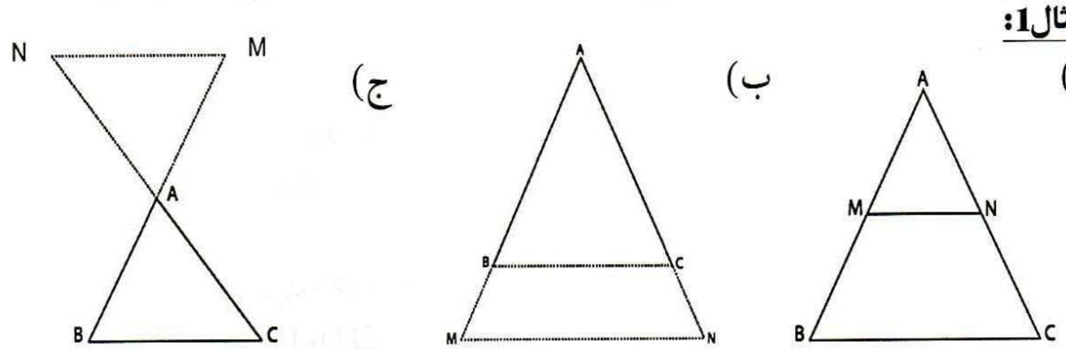
فإنّ $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ أو $\frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AN}=\frac{AB}{AM}$



M خارج القطعة [AB]　　M خارج القطعة [AB]　　M تنتمي إلى [AB]

مثال1:

أ)　　　ب)　　　ج)



AC=4 و AB=6 و AM=1 (MN) // (BC)

AM=8 و AB=6 و AC=4 (MN) // (BC)

AB=6 AM=2 (MN) // (BC) و AC=4

احسب AN في كل حالة

الحالة أ: (طريقة العمل)

في المثلّث ABC لدينا $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$ و $(MN) // (BC)$

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{2}{6} = \frac{AN}{4} = \frac{MN}{BC}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 2}{6} = \frac{8}{6}$

$\boxed{AN = \frac{4}{3}}$

الحالة ب:

في المثلّث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و $(MN) // (BC)$

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{8}{6} = \frac{AN}{4}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 8}{6} = \frac{32}{6}$

$\boxed{AN = \frac{16}{3}}$

الحالة ج:

في المثلث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و $(MN) // (BC)$

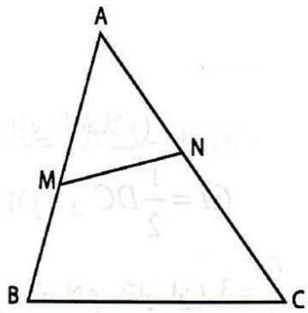
حسب مبرهنة طالس نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{1}{6} = \frac{AN}{4}$

و بالتّالي $AN = \frac{4}{6}$

$\boxed{AN = \frac{2}{3}}$

مثال 2:



في هذه الحالة لا يمكن تطبيق مبرهنة طالس في المثلّث لأنّ المستقيمين (MN) و (BC) غير متوازيان.

ملاحظة:

تستعمل مبرهنة طالس في المثلّث لحساب الأبعاد إذا أثبت وجود توازي مستقيمين

- **المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعي مثلّث:**

في كلّ مثلّث المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعين يوازي حامل الضّلع الثّالث

أي إذا كان ABC مثلّثا و I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

فإنّ (IJ) // (BC) و $IJ = \frac{1}{2} BC$

ملاحظة: تستعمل هذه الخاصيّة لنُبيّنَ توازي في مثلّث إذا أثبت وجود منتصفي ضلعين.

- في كل مثلّث المستقيم المّار من منتصف ضلع ما و الموازي لحامل الضّلع الثّاني يقطع الضّلع الثّالث في منتصفه.

أي إذا كان ABC مثلّثا و M منتصف [AB] و المستقيم يمرّ من M و يوازي (BC)

فإنّ يقطع الضّلع الثّالث [AC] في منتصفه N و $MN = \frac{1}{2} BC$

ملاحظة:

تستعمل هذه الخاصية لنبيّن منتصف ضلع ما في مثلّث إذا أثبت وجود منتصف + توازي .

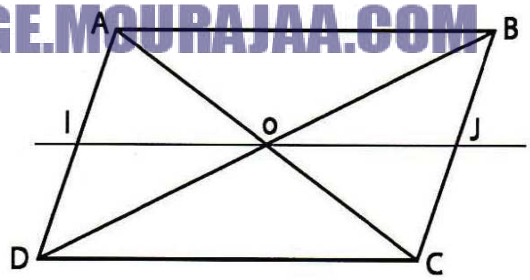
مثال: ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O حيث AB=6cm و AD=4cm و I منتصف [AD]

1)بيّن أنّ: (DC) // (OI) و احسب OI

2)(OI) يقطع الضّلع [BC] في نقطة J

بيّن أنّ J منتصف [BC]

الإصلاح:



1)في المثلّث ACD لدينا:

I منتصف [AD] (معطى)

O منتصف [AC] (لأنّ O مركز متوازي الأضلاع)

إذن حسب مبرهنة طالس (OI) // (DC) و $OI = \frac{1}{2} DC$

(لأنّ كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متقايسان) $OI = \frac{1}{2} AB = \frac{6}{2} = 3$

2)في المثلّث CAB :

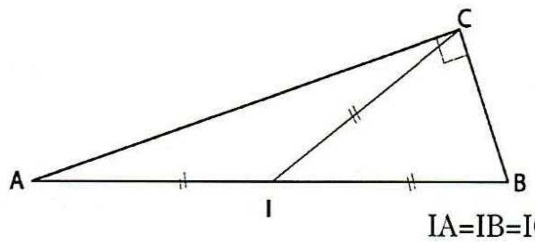
لدينا O منتصف [CA] (معطى)

و (AB) // (IO) لأنّ (OI) // (DC) // (AB)

إذن حسب نظرية طالس،المستقيم (OI) يقطع الضّلع الثّالث [BC] في منتصفه و هو J و $OJ = \frac{1}{2}AB = 3$

• كيف نبيّن مثلّثا قائم الزّاوية؟

إذا كان منتصف ضلع مثلّث ما متساوي البعد عن رؤوسه الثّلاثة فهو مثلّث قائم وتره الضّلع المذكور



I منتصف [AB] و IA=IB=IC

إذن ABC مثلث قائم وتره [AB] (الضّلع المذكور)

مثال:

ارسم دائرة (ζ) قطرها [MN] و مركزها O حيث MN=6cm ثم عيّن نقطة A من الدّائرة (ζ) مخالفة لـ M و N

بيّن أنّ المثلّث AMN قائم ثمّ استنتج البعد AO

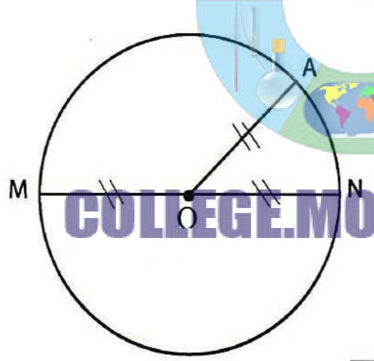
الإصلاح:

لدينا O منتصف [MN] (لأنّ [MN] قطر الدّائرة) ①

و OA=OM=ON (لأنّ كل منهم يمثّل شعاع) ②

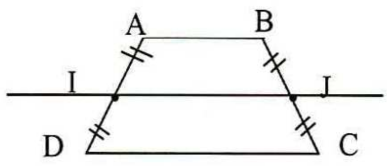
حسب ① و ② AMN قائم وتره [MN]

و $AO = \frac{MN}{2} = 3$



•تطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف:

إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] و I منتصف [AD] و J منتصف [BC] فإنّ (IJ) // (AB) // (CD) و $IJ = \left(\frac{AB+CD}{2}\right)$



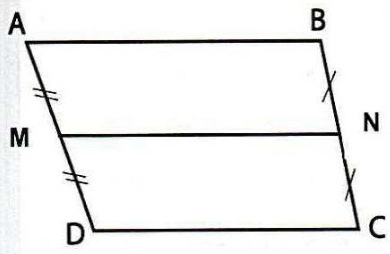
مثال1:

ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] وحيث M منتصف [AD] و N منتصف [BC].

$AB = \frac{9}{2}cm$ و $CD = \frac{7}{2}cm$

بيّن أنّ (MN) // (AB) ثمّ احسب MN

الإصلاح:



لدينا ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

و M منتصف [AD] و N منتصف [BC]

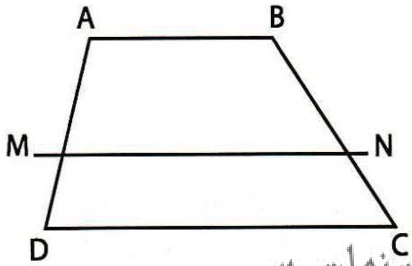
حسب مبرهنة طالس في شبه المنحرف (MN) // (AB) // (CD)

و $MN = \left(\dfrac{AB+CD}{2}\right)$

$$MN = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}+\frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{16}{2}$$

$$MN = 4$$

مثال2:



لاحظ الشّكل التّالي:

في هذه الحالة لا يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف

لأنّه لا يوجد منتصفي ضلعين

ملاحظة:

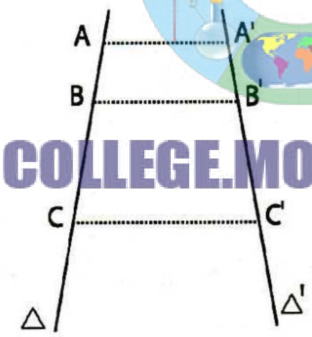
يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف إلاّ في حالة وجود منتصفي ضلعين (ليسا القاعدتين)

•مبرهنة طالس و المستقيمات المتوازية

ليكن و' مستقيمين و A و B و C ثلاثة نقاط مختلفة من

إذا كانت' A و' B و' C مساقط كل من A و B و C على ' وفقا لمنحنى مخالف لمنحنى و لمنحنى'

على التّوالي كما يبيّن الشّكل:



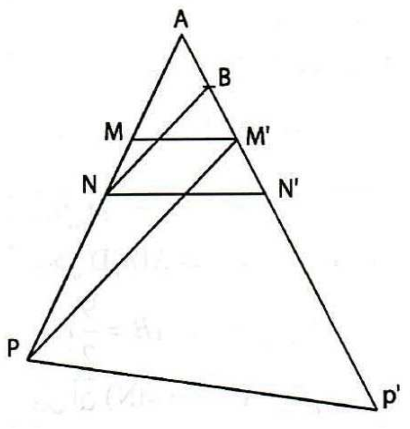
فإنّ $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$ ①

$\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'}$ ②

يعني AB و AC و BC متناسبة طردا

مع' A' B و A' C' و B' C'

مثال:



لاحظ الرّسم التّالي حيث:

$(MM') \,//\, (NN') \,//\, (PP')$ و $(BN) \,//\, (PM')$

و AM=2cm و MN=1cm و NP=3cm

و N'P' =4cm و AB=1,5cm

احسب' M'N ثمّ' AM

الإصلاح:

حساب M'N'

لدينا $(PP') \,//\, (NN') \,//\, (MM')$

M' و N' و P' مساقط كلّ من Mو Nو P على (AB) وفقا لمنحى (MM') على التّوالي

فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$\dfrac{MN}{M'N'} = \dfrac{NP}{N'P'}$ يعني $\dfrac{1}{M'N'} = \dfrac{3}{4}$

إذن $\boxed{MN' = \dfrac{4}{3}}$

حساب AM'

لدينا (PM') // (BN)

Aو B و M' مساقط كلّ من Aو Nو P على (AB) وفقا لمنحى (NB) على التّوالي

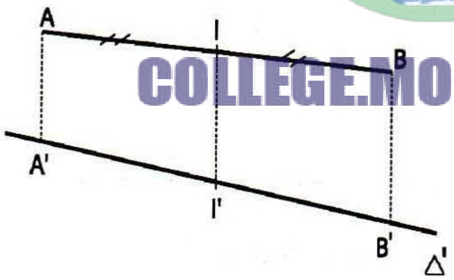
فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$\dfrac{AN}{AP} = \dfrac{AB}{AM'}$ يعني $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1,5}{AM'}$

ومنه $AM' = \dfrac{6 \times 1,5}{3}$

$\boxed{AM' = 3}$

•مسقط منتصف قطعة مستقيم



إذا كانت النّقطتان A' و B' مسقطي Aو B
على التّوالي على ' وفقا لمنحى
فإنّ مسقط منتصف [AB] على ' وفقا لمنحى
هو منتصف [A'B']
إذا كانت النّقطة I منتصف [AB] و I' مسقطها على '
فإنّ I' منتصف [A'B'].

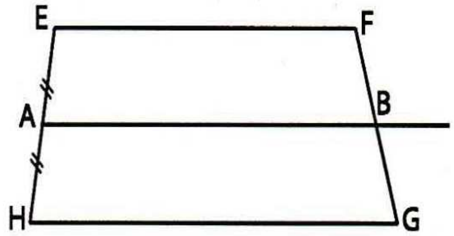
ملاحظة:

- مسقط منتصف قطعة مستقيم هو منتصف مسقطها
- الإسقاط يحافظ على المنتصف

مثال:

ليكن EFGH شبه منحرف قاعدتاه [EF] و [HG] و A منتصف [EH]
المستقيم المّار من A و الموازي لـ (HG) يقطع [FG] في نقطة B
بيّن أنّ B منتصف [FG]

الإصلاح:



لدينا F و B و G مساقط كلّ من E و A و H على (FG) وفقا لمنحى (HG) على التّوالي

و بما أنّ A منتصف [EH] فإنّ مسقطها B هو منتصف القطعة [FG] لأنّ الإسقاط يحافظ على المنتصف

• **تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة**

كيف نجزّء قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة؟

المراحل:

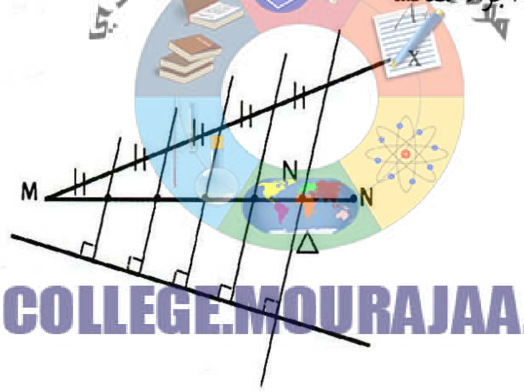
1- بعد رسم قطعة المستقيم [AB] نرسم نصف مستقيم [Ax) غير محتوٍ في المستقيم (AB)

2- نرسم على [Ax) نقاط متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطلوبة ثمّ نرسم المستقيم المارّ من آخر نقطة على [Ax) و النّقطة B

3- نرسم المستقيمات الموازية لـ   و المارّة من النّقاط المعيّنة على [Ax)

هذه المستقيمات الموازية تجزّء قطعة المستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة.

• **مثال:** تجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقايسة



بهذه الطّريقة قمنا بتجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقايسة

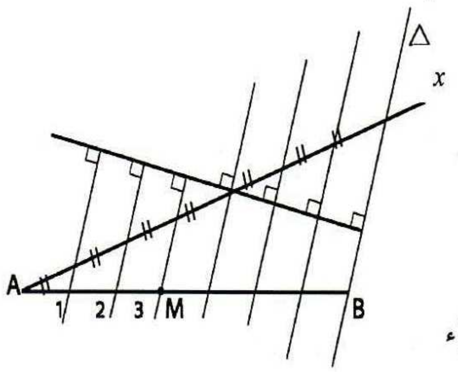
• **تحديد نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسب معيّنة**

كيف نعيّن النّقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $AM = \frac{3}{7} AB$

المراحل:

1- تجزئة قطعة المستقيم [AB] إلى 7 أجزاء متقايسة

2- نعيّن النّقطة M تبعد عن A ثلاثة أجزاء



M تبعد عن A ثلاثة أجزاء

COLLEGE.MOURAJAA.COM