موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

مركز الثقل

تمرين عدد 16: وحدة القيس هي الصم

1) أ- أرسم مثلّثا ABI حيث $AB=6$ و $AI=5$ و $BI=3,5$. ثمّ إبن النّقطة E من $[AI]$ حيث $3AE = 2IA$

ب- ابن النقطة C مناظرة B بالنّسبة إلى I.

ج- برهن أنّ E مركز ثقل المثلّث ABC.

2) المستقيم (EB) يقطع (AC) في J. بيّن أنّ J منتصف $[AC]$ و أنّ $IJ = 3$

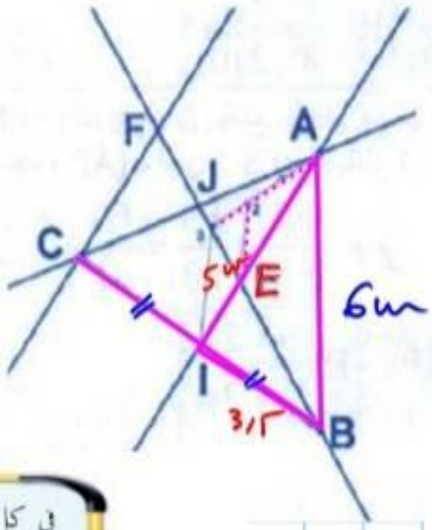
3) المستقيم الموازي لـ (AE) و المار من C يقطع (EB) في F.

بيّـــــن أنّ الرباعي $AECF$ متوازي الاضلاع و استنتج FC.

3 $AE = 2AI$

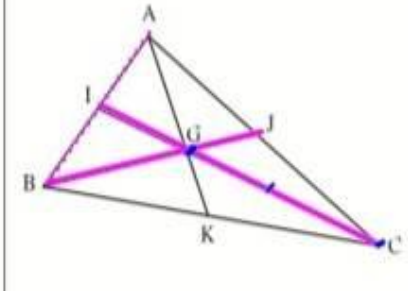
$AE = \frac{2}{3} AI$

$S_I(B) = C \iff IB = IC$



تذكير

في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط انطلاقا من منتصف الضلع.



إذا كان ABC مثلثا و I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ على التوالي و G مركز ثقله فإن

$AG = \frac{2}{3}AK$ و $BG = \frac{2}{3}BJ$

$CG = \frac{2}{3}CI$ و

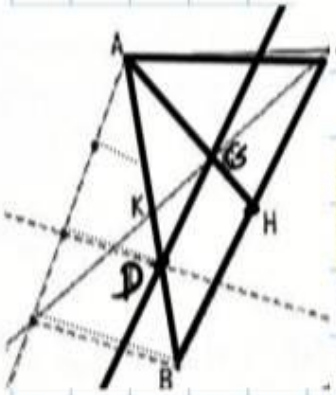
1

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

ب- استنتج أن G مركز ثقل المثلث ABC



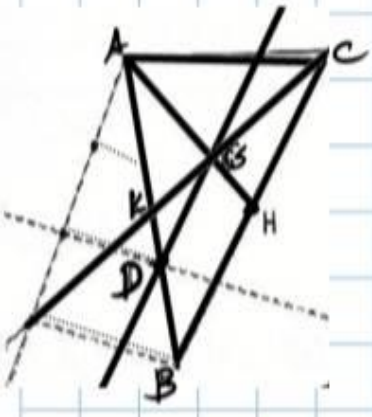
لدينا H منتصف [BC]

لدن [AH] هو المتوسط الصادر من A للمثلث ABC

و لعلم أن $\frac{AG}{AH} = \frac{2}{3}$ يعني $AG = \frac{2}{3} AH$

لذن G هو مركز ثقل المثلث ABC

3) المستقيم (CG) يقطع [AB] في K . بين أن $AB = 6DK$



المستقيم (CG) يقطع [AB] في K

و G مركز ثقل المثلث ABC لذن K

منتصف [AB]

ومنه $KB = \frac{AB}{2}$

وبالتالي

$KD = KB - BD$

$= \frac{AB}{2} - \frac{AB}{3}$

$= \frac{3AB}{6} - \frac{2AB}{6}$

$KB = \frac{AB}{6}$

$6KB = AB$

ومن سابقة $BD = \frac{AB}{3}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

خلاصة: في الرباعي AECF لدينا
(AE)//(CF) و AE=CF إذن AECF متوازي أضلاع

تمرين 36 :

ليكن ABC مثلثا حيث AB = 2cm و BC = 4cm

1) عين النقطة G من [BC] حيث : $BG = \frac{2}{3}BC$

2) لتكن D مناظرة A بالنسبة لـ C

أ- بين أن G مركز ثقل المثلث ABD

ب- أحسب CG

3) المستقيم (AG) يقطع (BD) في H . أثبت أن H منتصف [BD]

C هي مناظرة A بالنسبة لـ D ⟺ AC = CD

C منتصف [AD]

و [BC] هو المتوسط الصادر من B للمثلث ABD

و لدينا $BG = \frac{2}{3}BC$

إذن G هو مركز ثقل المثلث ABD

ب- أحسب CG

$CG = \frac{1}{3}BC$

$= \frac{1}{3} \times 4$

$CG = \frac{4}{3}$ cm

تذكير

في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي المتوسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث المتوسط انطلاقا من منتصف الضلع.

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

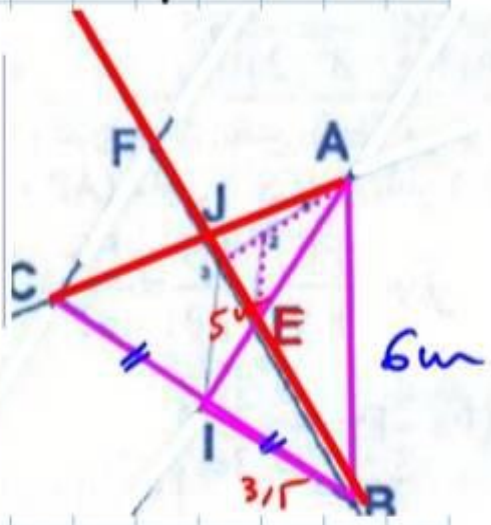
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbeddi
53080851

تذكير

	إذا كان E منتصف [AC] و D منتصف [AB] فإن (DE)//(BC) و $DE=\frac{1}{2}BC$

في كل مثلث، المستقيم المار من منتصفي ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث وقيس طول قطعة المستقيم الرابطة بين المنتصفين يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث.



في المثلث ABC لدينا
$\begin{cases} [AC] \text{ منتصف } J \\ [BC] \text{ منتصف } I \end{cases}$

$IJ=\frac{1}{2}BC$

$IJ=\frac{1}{2}\times 6$

$IJ=3$

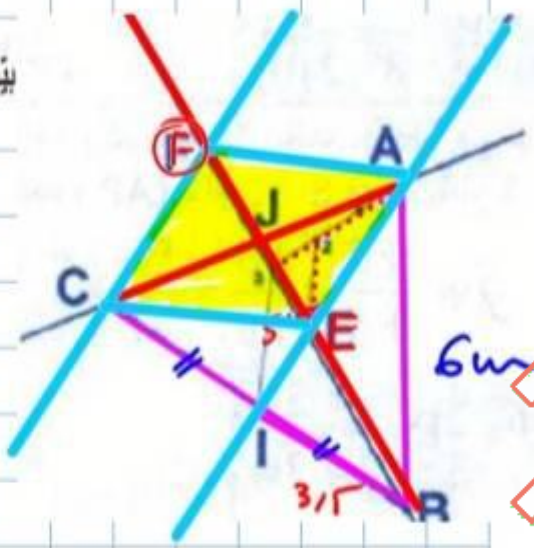
3) المستقيم الموازي لـ (AE) و المار من C يقطع (EB) في F.

بيّن أنّ الرباعي $AECF$ متوازي الأضلاع و استنتج FC.

معطى: لدينا $[AC]$ منتصف J.

$(CF)//(AE)$

$CF=AE$ ؟ نبرهن



في المثلث AJE لدينا
$\begin{cases} (AE)//(CF) \\ C\in(AJ) \\ F\in(JE) \end{cases}$

حسب برهنة طالس لدينا $\frac{JA}{JC}=\frac{JE}{JF}=\frac{AE}{CF}$

$\downarrow$

$1=\frac{AE}{CF}$

(لأن J منتصف [AC])

$AE=3$

ومنه $\frac{AE}{CF}=1$ إذن

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

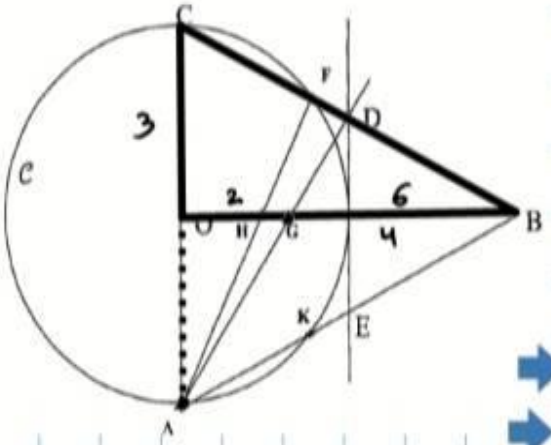
29 (وحدة قيس الطول هي الصم)

1- ليكن OBC مثلثا قائم الزاوية في O حيث $OB = 6$ و $OC = 3$ ولتكن G نقطة من $[OB]$ حيث $OG = 2$ و A مناظرة C بالنسبة إلى O.

أ- انجز الرسم

ب- بين أن G مركز ثقل المثلث ABC.

ج- المستقيم (AG) يقطع $[BC]$ في نقطة D. بين أن D منتصف $[BC]$.



O منتصف [AC] ②
[BO] هو المتوسط الصادر من 3
و الواقعة على [AC]
$GO = 2 = \frac{1}{3} OB = \frac{1}{3} \times 6$

$GO = \frac{1}{3} OB$

$GB = \frac{2}{3} OB =$

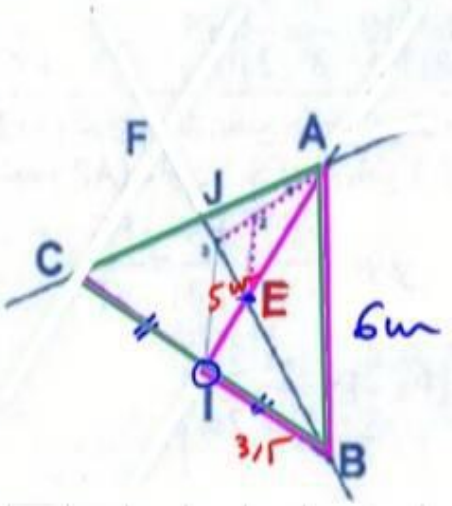
اذن G هو مركز ثقل المثلث ABC

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

في المثلث ABC لدينا
I هي النقطة المرجحة لـ B و C
IB = IC
[BC] منتصف I لأن
و منه [AI] هو المتوسط الصادر من A
[AI] لـ E تنتمي
حيث $AE = \frac{2}{3} AI$



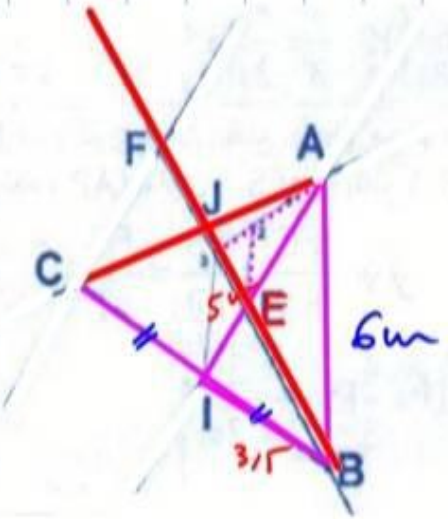
ABC لذا E مركز ثقل المثلث ⇐

2) المستقيم (EB) يقطع (AC) في J. بيّن أنّ J منتصف $[AC]$ و أنّ $IJ = 3$

3) المستقيم الموازي لـ (AE) و المار من C يقطع (EB) في F.

بيّـــن أنّ الرباعي $AECF$ متوازي الأضلاع و استنتج FC.

2) المستقيم (EB) يقطع (AC) في J
لأن E مركز ثقل المثلث ABC ⇐
فعلما [BE] سيحمل المتوسط الصادر عن A و يقطع و جوبا [AC] في منتصفه
و [AC] هو منتصف



مركز الثقل هو نتيجة تقاطع المتوسطات الصادرة عن ....

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

MR Aymen Salhi
Meet: Education en ligne
Classe ; 9e pilote
ETUDE MATH-chbedda
53080851

3) المستقيم (AG) يقطع (BD) في H . أثبت أن H منتصف [BD]

* بما أن G هو مركز ثقل المثلث ABD فإن (AG) يحمل المتوسط الصادر من A للمثلث ABD

* وبما أن المستقيم (AG) يقطع (BD) في H فإن H منتصف [BD]

تمرين 37 :

ليكن ABC مثلثًا و H منتصف [BC]

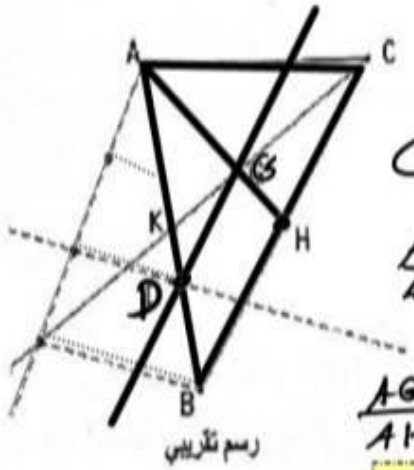
1) إبن النقطة D من [AB] حيث $BD = \frac{1}{3}AB$

2) المستقيم المار من D والموازي لـ (BC) يقطع [AH] في G

أ- بين أن $\frac{AH}{AG} = \frac{3}{2}$

ب- استنتج أن G مركز ثقل المثلث ABC

3) المستقيم (CG) يقطع [AB] في K . بين أن 6DK =



في المثلث ABH لدينا

$\begin{cases} D \in (AB) \\ G \in (AH) \\ (DG) // (BH) \end{cases}$ حسب برشت طالس

$\frac{AG}{AH} = \frac{AD}{AB} = \frac{DG}{BH}$

يعني $BD = \frac{1}{3}AB$

$AD = \frac{2}{3}AB$

$\frac{AG}{AH} = \frac{\frac{2}{3}AB}{AB} = \frac{2}{3}$ إذن

$\frac{AH}{AG} = \frac{3}{2}$

وبالتالي

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM