



برامج الثلاثي الثاني في الجبر

✦ الأعداد العشرية النسبية و الأعداد الكسرية النسبية

✦ الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الكسرية

- الجمع والفرق بين عددين كسريين لهما نفس المقام
- الجمع والفرق بين عددين مختلفين في المقام
- الخاصية التبديلية والتجميعية للجمع
- التعامل مع الأقواس

✦ الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

✦ القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية





الأعداد الكسرية النسبية

1 الأعداد الصحيحة النسبية

تعريف: Z هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.

ملاحظات:

- تضم المجموعة Z الأعداد الصحيحة الموجبة و الأعداد الصحيحة السالبة.
- المجموعة N هي مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة.
- كل عدد كسري نسبي يكون بسطه قابلاً للقسمة على مقامه هو عدد صحيح نسبي. مثال: $\frac{21}{7} = 3$.

تطبيق: أكمل بـ \in أو \notin :

$7 \dots N$	$2,7 \dots Z$	$4 \dots Z$
$-6 \dots N$	$\frac{15}{3} \dots Z$	$-5 \dots Z$

2 الأعداد العشرية النسبية

تعريف: D هي مجموعة الأعداد العشرية.

ملاحظات:

- كل عدد صحيح نسبي هو عدد عشري نسبي.
- مثال: $8 = 8,0$.
- كل عدد كسري نسبي يمكن تحويل مقامه إلى أحد قوى العدد 10 هو عدد عشري نسبي.

مثال: $\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12$

تطبيق: أكمل بـ \in أو \notin :

$\frac{7}{5} \dots D$	$\frac{129}{1000} \dots D$	$3,4 \dots D$
$0 \dots D$	$-2 \dots D$	$6 \dots D$

تمرين منزلي: حدّد مع التعليل الأعداد العشرية ضمن هذه الأعداد:

$$\frac{15}{18}, \frac{77}{28}, \frac{12}{4}, \frac{18}{100}, \frac{11}{24}, \frac{14}{35}$$





3 الأعداد الكسرية النسبية

تعريف: Q هي مجموعة الأعداد الكسرية.

ملاحظات:

- كل عدد صحيح نسبي هو عدد كسري نسبي. مثال: $3 = \frac{3}{1}$.

- كل عدد عشري نسبي هو عدد كسري نسبي. مثال: $2,7 = \frac{27}{10}$.

تطبيق: حوّل إلى عدد كسري مختزل إلى أقصى حدّ: $1,32$ ، $0,275$

تنشيط:

حدّد العلاقة بين المجموعتين: $A = \{2, -7\}$ و $B = \{2, 5, -7, -1\}$

تعريف الإحتواء: المجموعة A محتواة في المجموعة B

إذا كانت جميع عناصر المجموعة A منتمة إلى المجموعة B .

مثال: إذا كانت $A = \{5, 8, -3\}$

فإن $A \subset B$ لأن $8 \notin B$

و $B = \{5, 0, -4, -3\}$

تطبيق: أكمل بـ: \subset أو $\not\subset$:

$$\left\{\frac{1}{3}, 0, 6\right\} \dots Q$$

$$\left\{\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}\right\} \dots D$$

$$\left\{4, \frac{15}{3}\right\} \dots Z$$

العلاقة بين المجموعات الأربعة: $N \subset Z \subset D \subset Q$

تمرين منزلي: أكمل بـ: \subset أو $\not\subset$:

$$N \dots Z_+$$

$$Z_- \dots D_-$$

$$Z_+ \dots Q_+$$





تعريف التقاطع و الإتحاد:

♦ تقاطع مجموعتين هو مجموعة العناصر المشتركة للمجموعتين.

♦ إتحاد مجموعتين هو مجموعة عناصر كلا المجموعتين.

مثال 1: إذا كانت $A = \{3, -2, 4\}$ و $B = \{7, -2, 0, 3\}$

فإن $A \cap B = \{3, -2\}$ و $A \cup B = \{3, -2, 0, 4, 7\}$

تطبيق:

$$A = \left\{ \frac{1}{4}, -\frac{2}{7}, 0, 6, \frac{3}{5} \right\}$$

ابحث عن المجموعات التالية: $A \cap Q$ ، $A \cap D$ ، $A \cap Z$

مثال 2:

$$Z_+ \cup Z_- = Z \quad \text{و} \quad Z_+ \cap Z_- = \{0\}$$

نشاط:

عين على $\Delta(O, 1cm)$ النقطتين $A\left(\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{2}\right)$





تعريف مقابل عدد كسري نسبي: إذا كان a عدد كسري فإنّ مقابله هو $-a$.

مثال: مقابل $\frac{2}{3}$ هو $-\frac{2}{3}$.

تعريف مقابل مقابل عدد كسري نسبي: إذا كان a عدد كسري فإنّ مقابل مقابله هو a .

مثال: مقابل مقابل $\frac{2}{3}$ هو $\frac{2}{3}$.

قاعدة: $-(-a) = a$. مثال: $-(-\frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$

تطبيق: ابحث عن a في الحالات التالية:

$-a = 7$

$-a = -4$

$-(-a) = 6$

تمرين منزلي:

$$A = \left\{ \frac{9}{2}, \frac{3}{14}, \frac{1}{8}, \frac{2}{15} \right\}$$

ابحث عن المجموعات التالية: $A \cap D$ ، $A \cap Z$





4 قواعد في المقارنة و الترتيب

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية نقوم بمقارنتها بالعدد 1.

مثال: الأعداد $\frac{2}{5}$ ، $\frac{11}{6}$ ، $\frac{3}{7}$ و $\frac{2}{5}$

الأعداد الأصغر من 1: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$ و $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$ إذن $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$

الأعداد الأكبر من 1: $\frac{11}{6}$

الترتيب الكامل: $\frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{11}{6}$ ←

تطبيق: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

• $\frac{5}{4}$ ، $\frac{7}{8}$ ، $\frac{11}{6}$

• 5,7 ، $\frac{1}{3}$ ، 0,4 ، $\frac{9}{2}$

ملاحظة: لمقارنة عددين كسريين سالبين نقوم بتوحيد مقاميهما.

مثال: $-\frac{3}{5} = -\frac{3 \times 7}{5 \times 7} = -\frac{21}{35}$ و $-\frac{2}{7} = -\frac{2 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{10}{35}$ إذن $-\frac{3}{5} < -\frac{2}{7}$ ←

و $-\frac{2}{7} = -\frac{2 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{10}{35}$

تطبيق: قارن مع التعليل:

$-\frac{4}{9}$ و $-\frac{5}{6}$

$-\frac{3}{4}$ و $-\frac{6}{7}$

تمرين منزلي: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

• $\frac{3}{4}$ ، 1,6 ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{1}{6}$

• $\frac{9}{4}$ و $\frac{7}{8}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{8}{5}$





قاعدة: إذا كان a و b عدنان موجبان بحيث $b < a$ فإن $-a < -b$.

مثال: $1 < \frac{8}{3}$ لأن $-\frac{8}{3} > -1$.

نشاط: حدّد الأعداد الأصغر من -1 و الأعداد الأكبر من -1 :

$-\frac{2}{3}$ ، $-\frac{5}{4}$ ، $-\frac{11}{6}$ ، $-\frac{1}{8}$ ، $-\frac{3}{5}$.

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية السالبة نقوم بمقارنتها بالعدد -1 .

مثال: الأعداد $-\frac{9}{5}$ ، $-\frac{5}{7}$ و $-\frac{2}{3}$

الأعداد الأصغر من -1 : $-\frac{9}{5}$

الأعداد الأكبر من -1 : $-\frac{5}{7} = -\frac{15}{21}$

و $-\frac{2}{3} = -\frac{14}{21}$ إذن $-\frac{2}{3} < -\frac{5}{7}$ ←

← الترتيب الكامل: $-\frac{9}{5} < -\frac{2}{3} < -\frac{5}{7}$

تطبيق: رتب تصاعدياً الأعداد التالية: $-\frac{5}{4}$ ، $-\frac{11}{6}$ و $-\frac{1}{3}$.



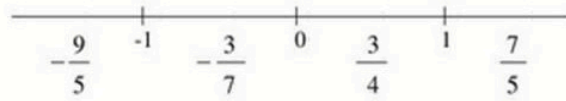


قاعدة: إذا كان a عدد موجب و b عدد سالب فإن $b < a$.

مثال: $-\frac{2}{3} < \frac{1}{4}$ لأن $\frac{1}{4}$ عدد موجب و $-\frac{2}{3}$ عدد سالب.

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية النسبية نقوم بوضعها على مستقيم مدرج محدّد بالأعداد 0، 1 و -1.

مثال: الأعداد $\frac{7}{5}$ و $\frac{3}{4}$ ، $-\frac{9}{5}$ ، $-\frac{3}{7}$



التّرتيب الكامل: $-\frac{9}{5} < -\frac{3}{7} < \frac{3}{4} < \frac{7}{5}$ ←

تطبيق: رتّب تصاعديًا الأعداد التّالية: $-\frac{7}{3}$ ، $\frac{5}{12}$ ، $-0,6$ ، $-\frac{4}{11}$ ، $\frac{7}{8}$

تمرين منزلي: رتّب تصاعديًا الأعداد التّالية:

$0,9$ ، $-\frac{1}{3}$ ، -4 ، $\frac{15}{8}$ ، $-\frac{1}{6}$ ، $-\frac{3}{4}$

-5 ، $-\frac{1}{6}$ ، $-2,4$ ، $-\frac{2}{9}$ ، $-\frac{7}{2}$





5 القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي

نشاط: $\Delta(O, I)$ مستقيم مدرج بحيث $OI = 1 \text{ cm}$.

(1) عيّن $A(-4)$.

(2) جد البعد OA بالصم.

تعريف: القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي هي قيمته الموجبة و نرمز لها بـ: $| \quad |$

$$\text{أمثلة: } |-7| = 7 \quad \text{و} \quad |9| = 9$$

قاعدة: إذا كان $\Delta(O, I)$ مستقيم مدرج و A نقطة منه فاصلتها a فإن $OA = |a|$.

تطبيق: أكمل بـ \in أو \notin : $N \dots |-3|$ $N \dots |-8|$

نشاط: $\Delta(O, I)$ مستقيم مدرج بحيث $OI = 1 \text{ cm}$.

ما هي الفواصل الممكنة للنقطة A إذا علمت أن $OA = \frac{9}{5}$.

قاعدة: إذا كان a عدد كسري موجب فإن $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$.

مثال: $|x| = 4$ يعني $x = 4$ أو $x = -4$.

تطبيق: جد x في الحالات التالية:

$$|x| = \left| -\frac{3}{4} \right|$$

$$|x| = -(-7)$$

$$|x| = \frac{3}{5}$$

تمرين منزلي: $\Delta(O, I)$ مستقيم مدرج بحيث: $OI = 3 \text{ cm}$.

(1) أ- عيّن النقطتين: $A\left(\frac{2}{3}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{6}\right)$.

ب- جد OA و OB .

(2) جد فاصلة C إذا علمت أن $OC = \frac{7}{5}$ و C تنتمي إلى $[OB]$.





تمارين

1

حدّد الأعداد العشرية من بين الأعداد التالية واكتبها على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددين صحيحين طبيعيين.

$$-2.75 ; \frac{120}{780} ; -\frac{165}{1320} ; -15.4 ; \frac{14}{35} ; \frac{5}{17} ; \frac{6}{33} ; \frac{5}{7} ; \frac{21}{15} ; \frac{15}{4} ; 0 ; -5$$

2

أتمم بـ $\alpha ; c ; \epsilon ; \in$

$$\mathbb{Q} \dots \mathbb{Z} ; \frac{2}{3} \dots \mathbb{D} ; \mathbb{N} \dots \mathbb{Q}_+ ; \frac{5}{9} \dots \mathbb{Z} ; -545 \dots \mathbb{D} \quad (\text{أ})$$

$$\{-37; -25; -\frac{21}{7}; 11, 78\} \dots \mathbb{Z} ; \{\frac{5}{4}; 0; -\frac{15}{14}; 5, 21\} \dots \mathbb{D} ; \{1; -2; 2, 5\} \dots \mathbb{Q} \quad (\text{ب})$$

نعتبر المجموعات التالية :

$$C = \{-9; \frac{2}{5}; \frac{5}{3}; \frac{11}{4}; 21, 9\} \quad \text{و} \quad B = \{-9; -5; 3; 18\} \quad \text{و} \quad A = \{-\frac{15}{8}; -5; 0, 7; \frac{2}{5}; 3\}$$

1- أ أي هذه المجموعات محتواة في المجموعة \mathbb{Z}

ب) أي هذه المجموعات محتواة في المجموعة \mathbb{D}

ج) أي هذه المجموعات محتواة في المجموعة \mathbb{Q}_+

2 - حدّد المجموعات التالية

$$C \cap D$$

$$A \cup B$$

$$A \cup C$$

$$A \cap \mathbb{Z}_+$$

$$A \cap B$$

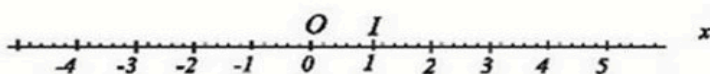
$$A \cap C$$

$$B \cap C$$





1 - انقل المستقيم المدرج التالي



2 - أ) رتب تصاعدياً الأعداد الكسرية التالية $-\frac{7}{4}$; -1.5 ; $\frac{11}{5}$; $\frac{9}{2}$; -2 ; $-\frac{4}{5}$

ب) أحسب القيمة المطلقة لكل عدد من الأعداد السابقة.

3 - أ - عيّن النقاط A و B و C و D و E و F التي فاصلاتها على التوالي

$$-\frac{7}{4} ; -1.5 ; \frac{11}{5} ; \frac{9}{2} ; -2 ; -\frac{4}{5}$$

ب - أحسب الأبعاد OA و OB و OC و OD و OE و OF

ج - عين نقطة M من (OI) فاصلتها عدد كسري m حيث $|m| = \frac{5}{2}$ (اذكر كل الحالات).

د - عين نقطة N من (OI) حيث $ON = 3,4$. ما هي فاصلة N؟ (اذكر كل الحالات).

هـ - عين النقطة P من (OI) فاصلتها عدد كسري p حيث $|p-3|=0$

