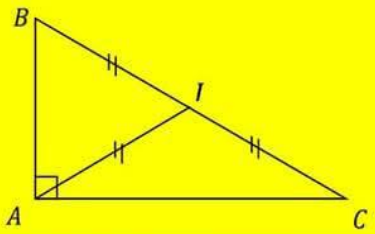
V. المثلث القائم و الدائرة المحيطة به ــ مركز ثقل المثلث

1) المثلث القائم و الدائرة المحيطة به

في المثلث القائم منتصف وتره متقايس البعد عن رؤوسه

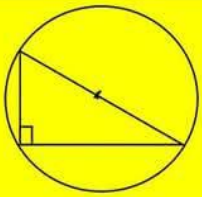


إذا كان ABC مثلث قائم في A و I منتصف الوتر $[BC]$ فإن $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$

المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو
الأستاذة
زكية حسن
الشريف

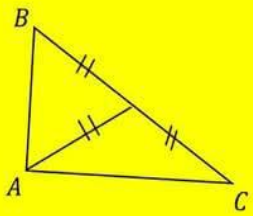
استنتاج

منتصف الوتر في المثلث القائم مركز للدائرة المحيطة به



الخاصية المعاكسة

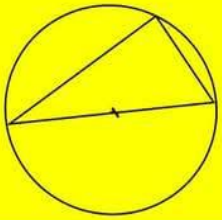
كل مثلث يكون فيه منتصف أحد أضلاعه متقايس البعد عن رؤوس المثلث هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور



إذا كان ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$ حيث $IA = IB = IC$ فإن ABC مثلث قائم وتره $[BC]$ أي قائم في A

نقول أيضا أن :

كل مثلث يكون أحد أضلاعه قطر للدائرة ورؤوسه نقاط منها هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور



2) مركز الثقل

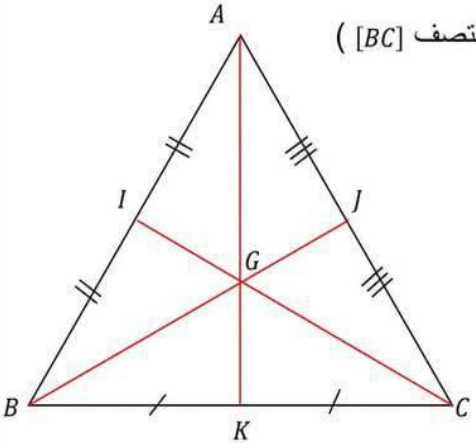
تذكير:

الموسط في المثلث هي قطعة المستقيم تصل رأس المثلث بمنتصف الضلع المقابل

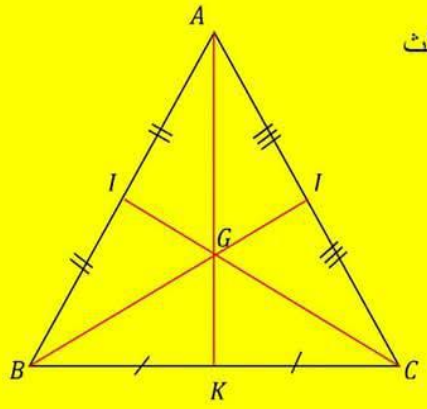
$[AK]$ الموسط الصادر من A أو الموافق للضلع $[B]$ (لأن I منتصف $[BC]$)

$[BJ]$ الموسط الصادر من B

$[CI]$ الموسط الصادر من C



المدرسة الإعدادية نهج كرانشي باردو
الأستاذة
زكية حسن
الشريف



للمثلث ثلاثة موسطات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث
مركز ثقل المثلث هي نقطة تبعد عن كل رأس من رؤوس المثلث
بثلثي الموسط الصادر من ذاك الرأس

إذا كان ABC مثلث و I و J و K منتصفات

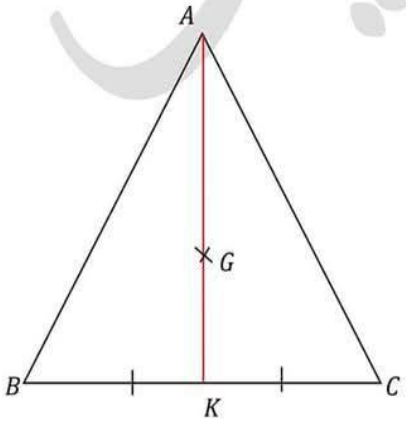
أضلاعه $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ على التوالي

و G مركز الثقل فإن :

$AG=\frac{2}{3}AK$ و $CG=\frac{2}{3}CI$ و $BG=\frac{2}{3}BJ$

ملاحظة 1 :

$AG=\frac{2}{3}AK$ و $KG=\frac{1}{2}AK$



ملاحظة 2 :

لإثبات أن نقطة G مركز ثقل المثلث
نثبت أن G نقطة تقاطع موسطين من المثلث
أو G نقطة من الموسط و تبعد عن الرأس بثلثي الموسط

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

RIADHYET 18-19

المثلث القائم – مركز الثقل

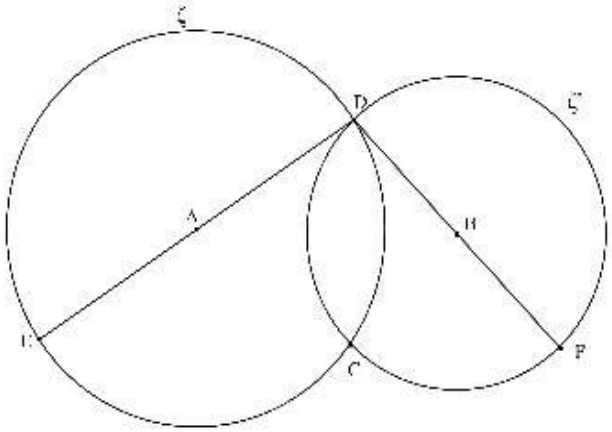
1

في مادة من المواد يقوم التلاميذ بإنجاز ثلاث فروض لها نفس الضارب أي أنّ المعدل في تلك المادة يتم احتسابه بجمع أعداد الفروض و قسمتها على 3

ما هو معدل أحمد ، علماً أنّ معدل الفرضين الأول و الثاني 12 و أنّه قد تحصل على 15 في الفرض الثالث ؟

2

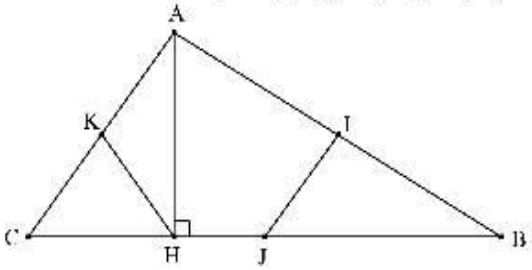
لاحظ الرسم التالي :



بيّن أنّ النقاط F ؛ C و E على استقامة واحدة

3

لاحظ الرسم التالي حيث I ؛ J و K منتصفات $[AB]$ ؛ $[BC]$ و $[AC]$ على التوالي



بيّن أنّ الرباعي $IJHK$ شبه منحرف متقايس الضلعين

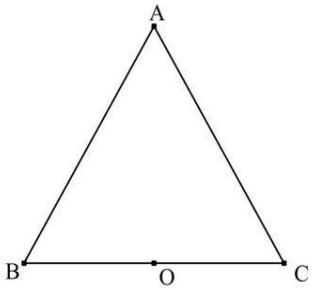
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

4 (وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر)

12
4-6

نعتبر مثلثا ABC متقايس الأضلاع قيس ضلعه $4cm$ و O منتصف $[BC]$



1) الدائرة ζ التي قطرها $[BC]$ تقطع (AC) في نقطة ثانية E

أ- بيّن أنّ المثلث EBC قائم الزاوية في E

ب- بيّن أنّ $EC = OC$

ج- استنتج أنّ E منتصف $[AC]$

2) لتكن F المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (AC)

بيّن أنّ F منتصف $[EC]$

3) لتكن D مناظرة C بالنسبة إلى A

بيّن أنّ $D\hat{B}A = 30°$

5

12
6-8

1) ابن مثلثا ABI متقايس الأضلاع حيث $AB = 4cm$

2)

أ- ابن النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى I

ب- بيّن أنّ المثلث ABC قائم الزاوية في A

3) المستقيم المار من I و الموازي لـ (AB) يقطع (AC) في J

أ- بيّن أنّ J منتصف $[AC]$

ب- احسب IJ

4) المستقيمان (BJ) و (AI) يتقاطعان في النقطة G

أ- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.

ب- احسب AG

5)

أ- ابن النقطة K منتصف $[AB]$

ب- بيّن أنّ النقاط C ؛ G و K على استقامة واحدة

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

6

12
4-6

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و O منتصف $[BC]$ حيث $BC=12cm$ و $AC=8cm$

1) بيّن أنّ المثلث ABO متقايس الضلعين

2) لتكن I منتصف $[AB]$

أ- بيّن أنّ $(OI)\perp(AB)$

ب- احسب OI

3) (AO) و (CI) يتقاطعان في نقطة M

أ- ماذا تمثل النقطة M بالنسبة إلى المثلث ABC ؟

ب- احسب AM

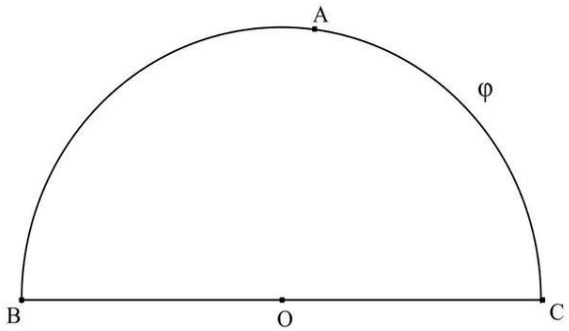
4) لتكن K المسقط العمودي لـ O على (AC)

بيّن أنّ النقاط B ؛ M و K على استقامة واحدة

7

12
6-8

الرّسم التالي يمثل نصف دائرة φ مركزها O و قطرها $[BC]$ حيث $BC=8cm$ و A نقطة من φ بحيث $AB=6cm$



1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A

2) المستقيم المار من B و الموازي للمستقيم (OA) يقطع نصف المستقيم $[CA)$ في النقطة D

أ- بيّن أنّ A منتصف $[CD]$

ب- احسب BD

ج- استنتج أنّ المثلث BCD متقايس الضلعين

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3) المستقيمان (DO) و (AB) يتقاطعان في نقطة G

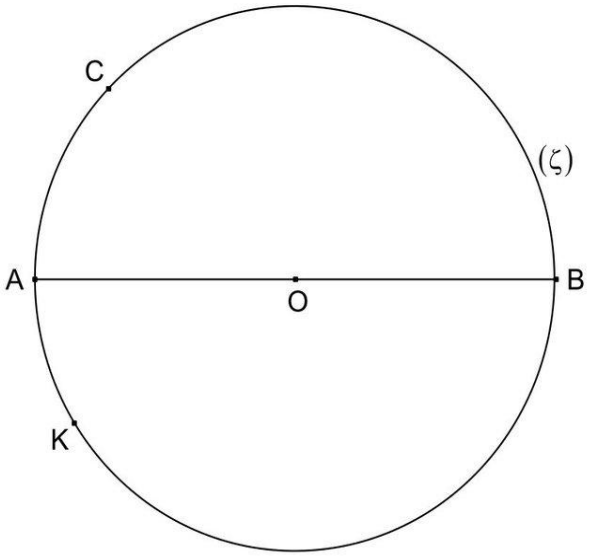
بيّن أنّ G مركز ثقل المثلث BCD

4) احسب BG

8 (وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر)

15 — 6-8

في الرّسم التالي : (ζ) دائرة مركزها O و $[AB]$ قطر لها حيث $AB=8$ و C و K نقطتان من (ζ) حيث $AC=3$



1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في C

2) لتكن I المسقط العمودي للنقطة O على (BC)

أ- بيّن أنّ I منتصف $[BC]$

ب- احسب OI

3) لتكن G نقطة تقاطع (AI) و (CO)

أ- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة إلى المثلث ABC ؟ علل جوابك .

ب- احسب OG

4) لتكن J منتصف $[OB]$. احسب IJ

5) لتكن E نقطة تقاطع المستقيمين (AK) و (BC) و F نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (BK)

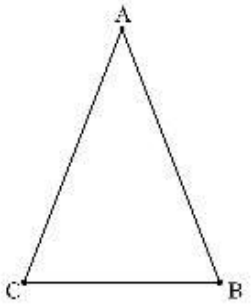
بيّن أنّ (BA) يعامد (EF)

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

9

الرسم التالي يمثل مثلثا ABC متقايس الضلعين حيث $AB=AC=4cm$ و $BC=3cm$



1) عيّن على $[AC]$ نقطة E حيث $AE=\frac{1}{3}AC$

2) لتكن M مناظرة B بالنسبة إلى A

أ- بيّن أنّ المثلث MBC قائم الزاوية

ب- ماذا تمثل النقطة E بالنسبة إلى المثلث MBC ؟ علل جوابك

3) (BE) يقطع (MC) في النقطة I

أ- بيّن أنّ I منتصف $[MC]$

ب- اثبت أنّ $(AI)\perp(MC)$

4) المستقيم المار من E و الموازي لـ (BC) يقطع (MC) في L و (MB) في K

أ- بيّن أنّ $\frac{EL}{BC}=\frac{EK}{BC}=\frac{1}{3}$

ب- استنتج أنّ E منتصف $[KL]$

10

(وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر)

نعتبر مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث $AB=6$ و $AC=8$ و O منتصف $[AC]$ و I منتصف $[AB]$.

1) المستقيم (OB) يقطع (CI) في G

أ- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك

ب- استنتج أنّ $3BG-2BO$

2) لتكن النقطة H المسقط العمودي لـ G على (AC)

احسب GH

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3) الموسّط العمودي للقطعة $[AC]$ يقطع (BC) في النقطة E

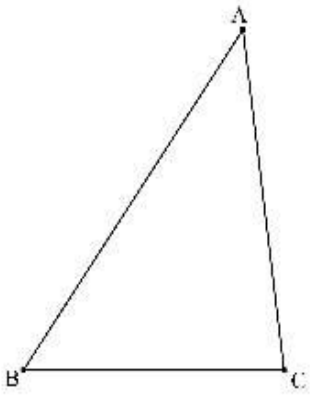
أ- بيّن أنّ E منتصف $[BC]$

ب- بيّن أنّ A و G و E على استقامة واحدة

ج- احسب $\frac{GH}{OE}$

11

الرسم التالي يمثل مثلثا ABC حيث $BC=4cm$ ؛ $AB=6cm$ و $AC=5cm$



1) ابن النقطة E من القطعة $[AB]$ حيث $AE=\frac{2}{5}AB$ ثم احسب AE

2)

أ- ارسم المستقيم المار من E و الموازي لـ (BC) و الذي يقطع $[AC]$ في النقطة F

ب- احسب EF

3) لتكن I منتصف $[EB]$ و J منتصف $[FC]$

أ- بيّن أنّ الرباعي $IBCJ$ شبه منحرف

ب- احسب IJ

4) ارسم الدائرة ζ التي قطرها $[BC]$. لتكن K نقطة تقاطع الدائرة ζ و المستقيم (AB)

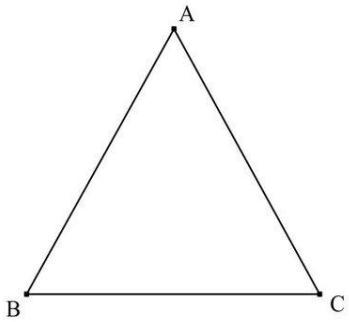
أثبت أنّ المثلث AKC قائم

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

12 15 4-6

نعتبر مثلثا ABC متقايس الأضلاع حيث $AB = 4,5cm$



1) لتكن D مناظرة النقطة C بالنسبة إلى A

بيّن أنّ المثلث BCD قائم الزاوية في B

2) ابن النقطة E من الضلع $[BD]$ بحيث $BE = \frac{2}{3}$

3) المستقيم المار من E و العمودي على (BD) يقطع (CD) في F

أ- أثبت أنّ $\frac{CF}{CD} = \frac{2}{3}$

ب- استنتج CF ثم FD

4)

أ- عيّن النقطة O منتصف $[DF]$ و النقطة I مناظرة G بالنسبة إلى E

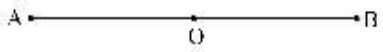
ب- بيّن أنّ المستقيم (OI) هو الموسط العمودي لـ $[DF]$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

13

نعتبر قطعة مستقيم $[AB]$ قيسها $5cm$ و O منتصفها



(1

أ- ابن النقطة M من $[AB]$ بحيث $MA=\frac{2}{3}AB$

ب- ابن الدائرة التي قطرها $[AB]$ ثم عيّن عليها النقطة C بحيث $CB=3cm$

ج- بيّن أنّ المثلث BAC قائم في C

(2

أ- المستقيم المار من M و العمودي على (CA) يقطع (CA)في E . بيّن أنّ $(BC)//(ME)$

ب- بيّن أنّ $\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}$

ج- احسب EM

(3

أ- لتكن D مناظرة B بالنسبة إلى C . بيّن أنّ E هي مركز ثقل المثلث DBA

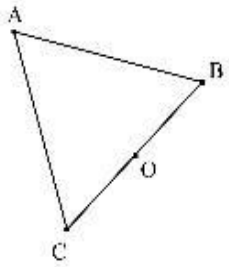
ب- استنتج أنّ E ؛ O و D على استقامة واحدة

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

14

في الرسم التالي ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس ضلعه $3cm$ و O منتصف $[BC]$



1)

أ- ابن النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى A

ب- المستقيمان (EO) و (AC) يتقاطعان في I . ماذا تمثل النقطة I بالنسبة للمثلث BEC ؟

ج- احسب AI

2)

أ- عيّن النقطة J منتصف $[EC]$

ب- بيّن أنّ النقاط B ، I و J على استقامة واحدة

3)

أ- بيّن أنّ $(AJ)\perp(EC)$

ب- احسب AJ

ج- ما هي طبيعة الرباعي $AJOB$ ؟ علّل جوابك

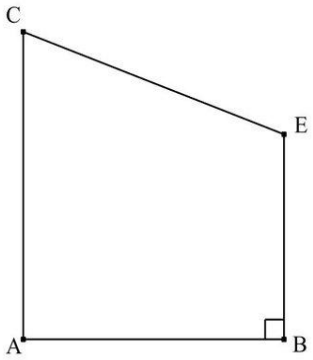
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

15 (وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر)

15 4-6

الرسم التالي يمثل شبه منحرف $ABEC$ قائم في A و B قاعدتاه $[AC]$ و $[BE]$ حيث $BE=3$ ؛ $AC=4,5$ و $AB=4$



1) عيّن النقطة M من $[AB]$ بحيث $\frac{MA}{3}=\frac{MB}{2}$

2) المستقيم (CM) يقطع المستقيم (BE) في نقطة F

أ- بيّن أنّ $BF=3$

ب- استنتج أنّ B منتصف $[EF]$

3) المستقيم (CE) يقطع (AB) في نقطة N

أ- بيّن أنّ $\frac{NB}{NA}=\frac{MB}{MA}$

ب- استنتج أنّ $NB=8$

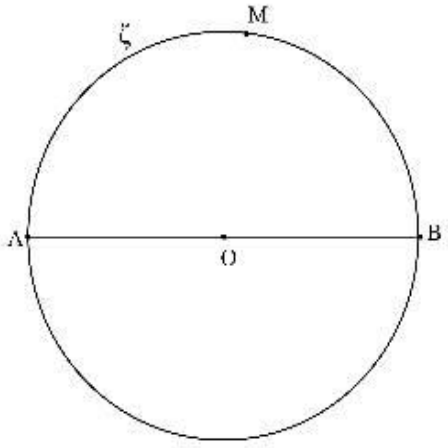
4) ابن ، معتمدا طريقة التجزئة ، النقطة G مركز ثقل المثلث NFE معلّلا جوابك

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

16

نعتبر دائرة ζ مركزها O و شعاعها $3cm$ و $[AB]$ قطر لها و M نقطة من ζ بحيث $BM=4cm$.



1) بيّن أنّ المثلث AMB قائم في M

2) لتكن D مناظرة B بالنسبة إلى M . المستقيم المار من D و العمودي على (AB) يقطع (AB) في C و (AM) في E

بيّن أنّ E هو المركز القائم للمثلث ABD

3) المستقيمان (AD) و (BE) يتقاطعان في نقطة N . بيّن أنّ $N\in\zeta$

4) المستقيم العمودي على (BD) في النقطة B يقطع (AD) في F . بيّن أنّ A منتصف $[DF]$

5) المستقيمان (AB) و (FM) يتقاطعان في النقطة I . احسب AI

17

ليكن $(O;I;J)$ معيّدا متعامدا في المستوي حيث $OI=OJ$ و النقط $A(0;4)$ و $B(3;0)$ و $C(-3;0)$

1) احسب إحداثيات النقطة K منتصف $[AC]$

2) لتكن E نقطة تقاطع (BK) و (AO). حدّد إحداثيات النقطة E معلّلا جوابك .

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM