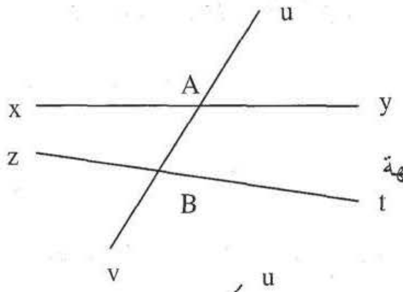
12-الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

مــــراجــعة عــــامــة

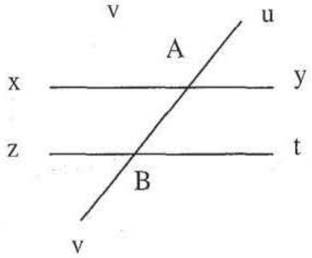


1) - الزاويتان $u\hat{B}t$ و $x\hat{A}v$ هما زاويتان متبادلتان داخليا

- الزاويتان $u\hat{A}y$ و $u\hat{B}t$ هما زاويتان متماثلتان

- الزاويتان $v\hat{A}y$ و $u\hat{B}t$ هما زاويتان داخليتان من نفس الجهة

2) إذا كان المستقيمان (xy) و (zt)متوازيين فإن :



- كل زاويتين متبادلتان داخليا متقايستان $x\hat{A}v = u\hat{B}t$

- كل زاويتين متماثلتان متقايستان $U\widehat{B}T = U\widehat{A}Y$

- كل زاويتين داخليتان من نفس الجهة متكاملتان

$U\widehat{B}T + Y\widehat{A}V = 180°$

3) – مستقيمان و قاطع لهما يكونان زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين هما مستقيمان متوازيان

– مستقيمان و قاطع لهما يكونان زاويتين متماثلتين متقايستين هما مستقيمان متوازيان

4) - مجموع زوايا مثلث يساوي $180°$

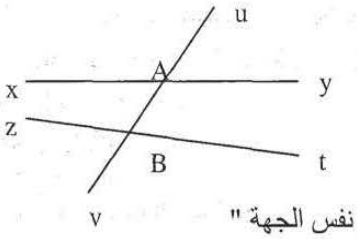
- مجموع أقيسة زوايا رباعي محدب يساوي$360°$

التمارين

تمرين عدد 01:

تأمل الرسم التالي حيث (xy) و(zt) مستقيمين

و(uv)مستقيم قاطع لهما في النقطتين A و B



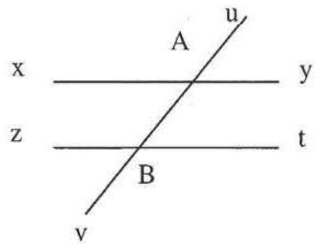
1) أكمل الفراغات بما يناسب :" متبادلتان داخليا / متماثلتان / داخليتان من نفس الجهة "

$U\widehat{A}Y$ و $U\widehat{B}T$ هما زاويتان..............................

$x\widehat{A}v$ و $U\widehat{B}T$ هما زاويتان..............................

$Y\widehat{A}V$ و $U\widehat{B}T$ هما زاويتان..............................

12-الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

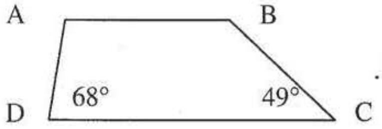


2) نعتبر المستقيمين (xy) و(zt) متوازيين

أ) قارن كل من الزاويتين $u\hat{A}y$ و$U\hat{B}T$ ثم الزاويتين $X\hat{A}V$ و$U\hat{B}T$

ب) إذا كان $U\hat{B}T = 58°$ احسب $y\hat{A}v$; $x\hat{A}v$; $u\hat{A}y$

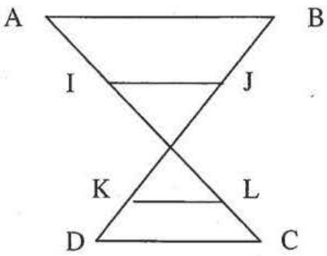
تمرين عدد 02:



تأمل الرسم التالي حيث $ABCD$ شبه منحرف و $A\hat{D}C= 68°$ و $D\hat{C}B= 49°$.

احسب $D\hat{A}B$ و $A\hat{B}C$

تمرين عدد 03:

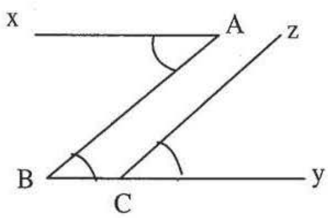


تأمل الرسم التالي حيث $(AB) // (IJ) // (KL) // (DC)$

و$OD= OC$ و $O\hat{D}C = 63°$

احسب: $A\hat{O}B$; $A\hat{B}J$; $I\hat{J}B$; $O\hat{K}L$

تمرين عدد 04:



تأمل الرسم التالي حيث $x\hat{A}B = A\hat{B}y = z\hat{C}y$

أثبت أن $(Ax) // (By)$ و أن $(Cz) // (AB)$

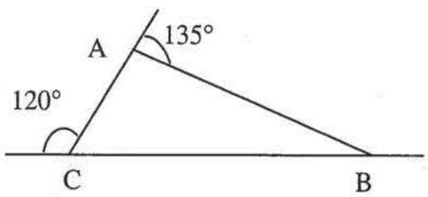
تمرين عدد 05:

ارسم زاوية $[ox ;oy]$ حيث $x\hat{O}y = 75°$ ثم عين نقطة A على $[ox)$

ارسم نصف المستقيم $[Az)$ من جهة $[oy)$ حيث $o\hat{A}z =105°$

أثبت أن $(Az) // (oy)$

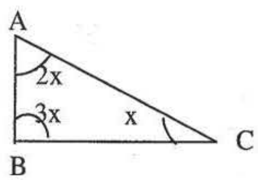
تمرين عدد 06:



تأمل الرسم التالي

احسب أقيسة زوايا المثلث ABC

تمرين عدد 07:



تأمل الرسم التالي

أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية

12-الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

تمرين عدد 08:

1) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A ثم ابن المستقيم Δ المار من A و الموازي للمستقيم (BC)

2) أ) ابن $[Bx)$ و $[Cy)$ منصفي الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ على التوالي حيث $[Bx)$ يقطع Δ في نقطة I و $[Cy)$ يقطع Δ في نقطة J

ب) أثبت أن $A\hat{J}C = J\hat{C}B$ و $A\hat{I}B = C\hat{B}I$

3) المستقيمين (CJ) و (BI) يتقاطعان في النقطة K

أثبت أن المثلث KIJ متقايس الضلعين

تمرين عدد 09:

1) ارسم مثلث ABC قائم الزاوية في A حيث $A\hat{B}C=54°$ أحسب $A\hat{C}B$

2) أ) ابن Δ المستقيم المار من C و العمودي على (AC)

ب) أثبت أن $\Delta \parallel (AB)$

3) عين نقطة E على المستقيم Δ من جهة B

أثبت أن $B\hat{A}E = A\hat{E}C$ و $A\hat{B}C = B\hat{C}E$

4) أ) ابن المستقيم Δ' الموازي للمستقيم (BC) و المار من A حيث يقطع المستقيم Δ في النقطة K

ب) عين نقطة F على المستقيم Δ' من جهة B أثبت أن $B\hat{A}F = B\hat{C}E$

5) احسب أقيسة زوايا المثلث ACK

تمرين عدد 10:

1) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $A\hat{B}C = 70°$ احسب $B\hat{A}C$

2) الإرتفاع الصادر من A يقطع (BC) في النقطة H

أ) أثبت أن $[AH)$ هو منصف الزاوية $C\hat{A}B$

ب) استنتج $C\hat{A}H$; $H\hat{A}B$

3) المستقيم الموازي لـ (AC) و المار من B يقطع المستقيم (AH) في النقطة K

أ) أثبت أن $A\hat{C}B = C\hat{B}K$; $A\hat{K}B = C\hat{A}K$

ب) أثبت أن المثلث ABK متقايس الضلعين

تمرين عدد 11:

1) أ) ارسم مثلث ABC حيث $B\hat{A}C = 50°$; $A\hat{B}C=65°$ ، احسب $A\hat{C}B$

ب) أثبت أن $AB = AC$

2) أ) عين نقطة I على القطعة $[AC]$ ثم ابن المستقيم Δ المار من I و العمودي على المستقيم (BC) حيث Δ يقطع $[BC]$ في J

و يقطع (AB) في K

ب) احسب $J\hat{I}C$ ثم استنتج $A\hat{I}K$

ج) احسب $A\hat{K}I$

3) أ) ابن النقطة E مناظرة النقطة I بالنسبة إلى النقطة J

ب) أثبت أن المثلث ICE متقايس الضلعين

ج) أثبت أن $B\hat{K}E = C\hat{E}K$

د) أثبت أن $(AB) \parallel (CE)$

12-الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

تمرين عدد 12:

1) أ) ارسم دائرة ع مركزها O و قطرها [AB] ثم ابن المستقيمين Δ و'Δ المماسين للدائرة ع في النقطتين A و B على التوالي

ب) أثبت أن $\Delta \,//\, \Delta'$

2) أ) عين نقطة C من'Δ حيث $OB = OC$ المستقيم (OC) يقطع Δ في E

ب) أثبت أن $O\hat{E}A = O\hat{C}B = 45°$

3) أ) ابن النقطتين F و G مناظرتي E و O على التوالي بالنسبة إلى A

ب) أثبت أن $G\hat{F}E = O\hat{E}F$

ج) أثبت أن $(OE) \,//\, (GF)$

تمرين عدد 13:

1) ارسم مستطيلا ABCD ثم عين النقطتين M و N على [AB] و [DC] على التوالي حيث $D\hat{N}M = 120°$

احسب $A\hat{M}N$

2) المستقيم (MN) يقطع المستقيمين (BC) و (AD) في النقطتين I و J على التوالي أثبت أن

$I\hat{M}B = M\hat{N}C \quad ; \quad B\hat{I}M = D\hat{J}N$

3) أ) ابن النقطتين P و K حيث P مناظرة M بالنسبة إلى B و K مناظرة N بالنسبة إلى D

ب) ما نوع كل من المثلثين JKN ; IPM ؟

ج) أثبت أن $I\hat{M}P = I\hat{P}M = J\hat{N}K = N\hat{K}J$

د) استنتج أن $P\hat{I}M = K\hat{J}N$

ه) أثبت أن $(KJ) \,//\, (IP)$

تمرين عدد 14:

1) أ) ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD]

حيث $B\hat{C}D = 60°$ ثم ابن المستقيم Δ الموسط العمودي للقطعة [AB]

ب) أثبت أن Δ عمودي على المستقيم (CD)

2) المستقيم Δ يقطع [AB] و [CD] في النقطتين I و J على التوالي ، احسب $A\hat{B}C$

3) المستقيم Δ يقطع المستقيم (BC) في النقطة K

أ) احسب $K\hat{A}B$

ب) ما نوع المثلث $A\hat{B}K$؟

تمرين عدد 15: 1) أ) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $A\hat{B}C = 74°$

ب) احسب $B\hat{A}C$

2) أ) لتكن النقطة I منتصف [AB] ابن المستقيم المار من I الموازي للمستقيم (BC) و يقطع [AC] في النقطة J

ب) أثبت أن $A\hat{I}J = A\hat{J}I = 74°$

ج) ما نوع المثلث $A\hat{I}J$؟

د) أثبت أن J منتصف[AC]

3) أ) ابن النقطتين K و L حيث K مناظرة J بالنسبة إلى I و L مناظرة I بالنسبة إلى J

ب) أثبت أن $I\hat{L}C = A\hat{I}L \quad ; \quad A\hat{K}B = A\hat{J}K$

ج) أثبت أن $(KB) \,//\, (AC)$ و أن $(LC) \,//\, (AB)$

4) المستقيمان (KB) و (LC) يتقاطعان في النقطة E أثبت أن $EK = EL$

تمرين عدد 01:

$U\hat{A}Y$ و $U\hat{B}T$ هما زاويتان متماثلتان

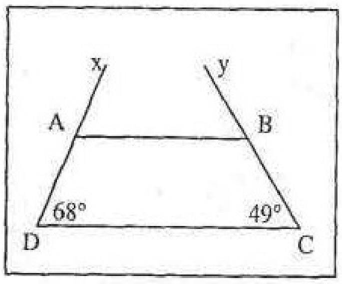
$x\hat{A}V$ و $U\hat{B}T$ هما زاويتان متبادلتان داخليا

$Y\hat{A}V$ و $U\hat{B}T$ هما زاويتان داخليتان من نفس الجهة

2) أ) $U\hat{B}T = U\hat{A}Y$ ؛ $X\hat{A}V = U\hat{B}T$

ب) $U\hat{A}Y = U\hat{B}T = 58°$ ؛ $X\hat{A}V = U\hat{B}T = 58°$

نعلم أن $Y\hat{A}V$ $U\hat{B}T$ هما زاويتان داخليتان من نفس الجهة إذن $Y\hat{A}V = 180° - U\hat{B}T = 180° - 58° = 122°$



تمرين عدد 02:

المستقيمان(AB) و(DC) متوازيان والمستقيم(BC) قاطع لهما في النقطتين B وC و بما أن $y\hat{B}A$ و $B\hat{C}D$ هما زاويتان متماثلتان فإنهما متقايستان و بالتالي $y\hat{B}A = 49°$ إذن $A\hat{B}C = 180° - y\hat{B}A = 180° - 49° = 151°$ بنفس الطريقة نتحصل على:

$B\hat{A}D = 180° - 68° = 112°$ أو

$B\hat{A}D = 360° - (49° + 68° + 151°) = 360° - 248° = 112°$

تمرين عدد 03:

- المثلث ODC متقايس الضلعين قمته الرئيسية O (لأن OC = OD)إذا فإن زاويتي القاعدة متقايستان أي :

$O\hat{C}D = O\hat{D}C$

- المستقيمان (KL) و(DC) متوازيان والمستقيم (OK) قاطع لهمافي K و D و بما أن $O\hat{K}L$ و $O\hat{D}C$ هما زاويتان متماثلتان فإنهما متقايستان أي $O\hat{K}L = O\hat{D}C = 63°$

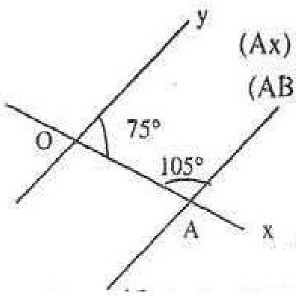
- المستقيمان (AB) و(DC) متوازيان والمستقيم (BD) قاطع لهما في B و D و بما أن $O\hat{D}C$ و $A\hat{B}J$ هما زاويتان متبادلتان داخليا فإنهما متقايستان أي $A\hat{B}J = O\hat{D}C = 63°$

$A\hat{O}B$ و $D\hat{O}C$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس إذن هما متقايستان أي :

$A\hat{O}B = D\hat{O}C = 180° - (63° + 63°) = 180° - 126° = 54°$

$I\hat{J}O = O\hat{D}C = 63°$ لأنهما متبادلتان داخليا و (DC) // (IJ) إذن: $I\hat{J}B = 180° - I\hat{J}O = 180° - 63° = 117°$

تمرين عدد 04:



-الزاويتان $A\hat{B}y$ و $x\hat{A}B$ هما متبادلتان داخليا و بما أنهما متقايستان فإن (Ax) // (By)

الزاويتان: $z\hat{C}y$ و $A\hat{B}y$ هما متبادلتان داخليا و بما أنهما متقايستان فإن (AB) // (Cz)

تمرين عدد 05:

$z\hat{A}x = 180° - O\hat{A}z = 180° - 105° = 75°$

$z\hat{A}x = x\hat{O}y$ و $z\hat{A}x$ و $x\hat{O}y$ زاويتان متماثلتان ومتقايستان إذن (Az)//(Oy)

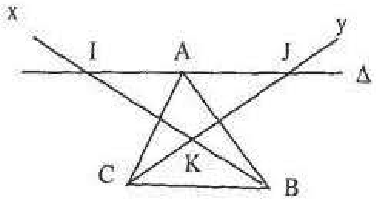
تمرين عدد 06:

$A\hat{B}C = 180° - (60° + 45°) = 75°$ ؛ $A\hat{C}B = 180° - 120° = 60°$ ؛ $B\hat{A}C = 180° - 135° = 45°$

تمرين عدد 07:

نعلم أن مجموع أقيسة زوايا المثلث ABC يساوي $180°$ لذا فإن : $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180°$ أي $2x + 3x + x = 180°$
يعني $6x = 180°$ ، يعني $x = 30°$ إذن $\hat{A} = 2x = 2\times30 = 60°$ و $\hat{C} = x = 30°$ و $\hat{B} = 3x = 3\times30° = 90°$
و بالتالي المثلث ABC قائم الزاوية في B

تمرين عدد 08:

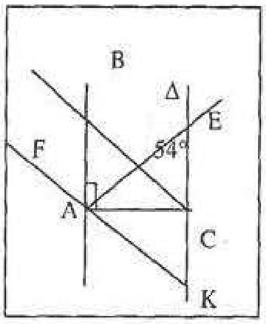


1)انظر الرسم
I) ب- المستقيمان (IJ) و (BC) متوازيان والمستقيم(CJ) قاطع لهما في J و C
و بما أن $B\hat{C}J$ و $A\hat{J}C$. هما زاويتان متبادلتان داخليا فإنهما متقايستان
أي $A\hat{J}C = J\hat{C}B$

المستقيم(IB) قاطع للمستقيمين المتوازيين (IJ) و(BC) في I و B و بما أن $I\hat{B}C$ و $A\hat{I}B$ هما زاويتان متبادلتان داخليا فإنهما متقايستان أي $A\hat{I}B = C\hat{B}I$.

3) لدينا المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A . لذا فإن زاويتي القاعدة متقايستان أي : $A\hat{B}C = A\hat{C}B$. و بما أن [BI] و[CJ] هما منصفي كل من الزاويتين $A\hat{C}B$ و $A\hat{B}C$ على التوالي فإن : $C\hat{B}I = J\hat{C}B$ و بالرجوع إلى السؤال (2 - ب) لدينا $J\hat{C}B = A\hat{J}C$ و منه نستنتج أن : $A\hat{I}B = A\hat{J}C$ و بالتالي المثلث KIJ له زاويتان متقايستان إذن هو متقايس الضلعين قمته الرئيسية K

تمرين عدد 09:



1) نعلم أن في مثلث قائم الزاويةالزاويتان الحادتان متتامتان و بما أن المثلث ABC قائم الزاوية في A فإن $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ هما زاويتان متتامتان أي $A\hat{B}C + A\hat{C}B = 90°$ يعني
$A\hat{C}B = 90° - A\hat{B}C = 90° - 54° = 36°$

2) ب- لدينا المستقيم Δ عمودي على المستقيم (AC) في النقطة C والمستقيم (AB)عمودي على المستقيم (AC) في النقطة A (لأن ABC قائم في A) لذا المستقيمين Δ و(AB) يعامدان نفس المستقيم إذن هما متوازيان: $(AB) // \Delta$

3) $B\hat{C}E$ و $A\hat{B}C$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (BC)والمستقيمين المتوازيين Δ و(AB) إذن هما متقايستان أي : $A\hat{B}C = B\hat{C}E$

* $A\hat{E}C$ و $B\hat{A}E$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AE) و المستقيمين المتوازيين(AB) وΔ إذن هما متقايستان أي : $B\hat{A}E = A\hat{E}C$

4) $A\hat{B}C$ و $B\hat{A}F$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AB) و المستقيمين المتوازيين(FA) و(BC) إذن هما متقايستان أي : $A\hat{B}C = B\hat{A}F$ و بما أن $A\hat{B}C = B\hat{C}E$ (حسب السؤال3) فإن $B\hat{A}F = B\hat{C}E$

5) * $(CK) \perp (AC)$ لأن $A\hat{C}K = 90°$

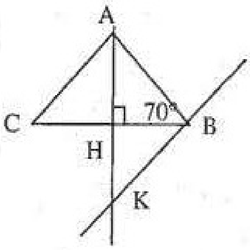
* $C\hat{K}A = B\hat{C}E = 54°$ لأنهما متماثلتان حاصلتان عن تقاطع (EC) و المستقيمين المتوازيين (BC) و(AK)

$C\hat{A}K = 180° - (BAF + BAC) = 180° - 144° = 36°$

تمرين عدد 10: 1) المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A إذن زاويتي القاعدة متقايستان أي : $A\hat{B}C = A\hat{C}B = 70°$ و منه $B\hat{A}C = 180° - (A\hat{B}C + A\hat{C}B) = 180°-140° = 40°$

2) أ- [AH) يمثل منصف الزاوية $C\hat{A}B$ لأن المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A

ب- بما أن [AH) هو منصف الزاوية $C\hat{A}B$ فإن $C\hat{A}H = B\hat{A}H = \frac{C\hat{A}B}{2} = 20°$

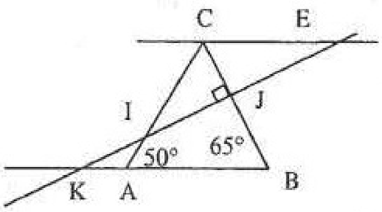


3) أ- * $A\hat{K}B = C\hat{A}K$ لأنهما متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AC) و المستقيمين المتوازيين (AC) و (BK)

* $A\hat{C}B = C\hat{B}K$ لأنهما متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (BC) والمستقيمين المتوازيين (AC) و (BK)

ب- بما أن $C\hat{A}K = A\hat{K}B$ و $C\hat{A}K = K\hat{A}B$ فإن $K\hat{A}B = A\hat{K}B$ و بالتالي المثلث ABK له زاويتان متقايستان إذن هو متقايس الضلعين قمته الرئيسية B

تمرين عدد 11:



1) أ- $A\hat{C}B = 180° - (50° + 65°) = 180°-115° = 65°$

ب بما أن $A\hat{B}C = A\hat{C}B = 65°$ فإن المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و بالتالي AC = AB

2) ب- في المثلث ICJ لدينا $I\hat{C}J = 65°$ و $I\hat{J}C = 90°$

3) (لأن (IJ)⊥(JC))

لذا : $C\hat{I}J = 180° - (90° + 65°) = 180°-155° = 25°$

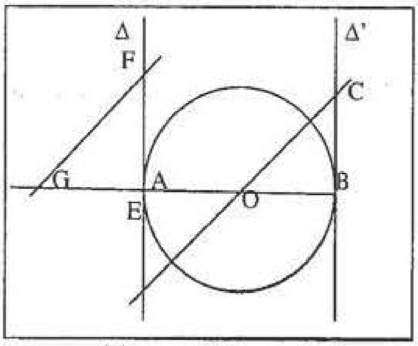
$A\hat{I}K$: $J\hat{I}C$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس فإنهما متقايستان أي $A\hat{I}K = C\hat{I}J = 25°$

ج- في المثلث AKI : لنا $A\hat{K}I = 180° - (K\hat{I}A + K\hat{A}I) = 180° - (25° + 130°) = 180°-155° = 25°$

3)ب- لدينا (CJ)عمودي على القطعة [IE] في منتصفها J إذن المستقيم (CJ) يمثل الموسط العمودي للقطعة [IE] و بما أن النقطة C تنتمي إلى الموسط العمودي فإن لها نفس البعد عن الطرفين E وI أي : CI = CE و بالتالي المثلث ICEمتقايس الضلعين قمته الرئيسية C

ج- لدينا $B\hat{K}E = A\hat{I}K$ (حسب السؤال 2) و $A\hat{I}K = C\hat{I}E$ لأنهما متقابلتان بالرأس و $C\hat{I}E = C\hat{E}I$ لأن المثلث CEI متقايس الضلعين قمته الرئيسية C إذن $B\hat{K}E = C\hat{E}K$

د- بما أن $B\hat{K}E$ و $C\hat{E}K$ زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع(EK) و المستقيمين (CE) و(AB) متقايستان فإن(AB)// (CE)



تمرين عدد 12:

1) ب- المستقيمΔ مماس للدائرة ع في A لذا Δعمودي على (AB) في A

المستقيم 'Δمماس للدائرة ع في B لذا 'Δعمودي على (AB) في B

إذن المستقيمان Δ و 'Δ عموديان على نفس المستقيم (AB) و بالتالي فهما متوازيان : Δ // 'Δ

2) ب- لدينا OB = BC و (BC)⊥(OB) إذن المثلث OBCمتقايس الضلعين و قائم الزاوية في B و منه فإن

$\widehat{OCB}=\widehat{BOC}=45°$: ،

$\widehat{OCB}$ و $\widehat{AEO}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AB) و المستقيمين المتوازيين Δ و Δ' إذن هما متقايستان أي : $\widehat{OEA}=\widehat{OCB}=45°$

3) ب- لدينا G و F مناظرتي O و E على التوالي بالنسبة إلى A لذا فإن مناظرة الزاوية $\widehat{FEO}$ بالنسبة إلى A هي الزاوية $\widehat{GFE}$ ونعلم أن التناظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا إذن $\widehat{FEO}=\widehat{GFE}$

ج- $\widehat{GFE}$ و $\widehat{FEO}$ زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع (FE) و المستقيمين (GF) و (OE).
وبما أنهما متقايستان فإن $(OE) // (GF)$

<u>تمرين عدد 13:</u>

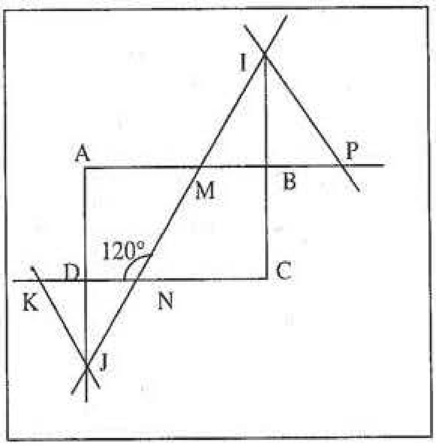
1) في الرباعي AMND : لدينا $\widehat{MAD}=90°$ و $\widehat{ADN}=90°$ و $\widehat{DNM}=120°$
إذن $\widehat{AMN}=360°-(90°+90°+120°)=360°-300°=60°$

2- $\widehat{MNP}$ و $\widehat{IMB}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (MN) و المستقيمين المتوازيين (AB) و (DC) إذا هما متقايستان $\widehat{MNC}=\widehat{IMB}$

- $\widehat{DJN}$ و $\widehat{BIM}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (MN) و المستقيمين المتوازيين (AD) و (BC) إذا هما متقايستان: $\widehat{DJN}=\widehat{BIM}$

3) ب- (IB) عمودي على القطعة [MP] في منتصفها B إذن المستقيم (IB) يمثل الموسط العمودي للقطعة [MP] و منه النقطة I لها نفس البعد عن الطرفين M و P أي : $IM = IP$ و بالتالي المثلث IMP متقايس الضلعين قمته الرئيسية I و بنفس الطريقة : المثلث JKN متقايس الضلعين قمته الرئيسية J

ج- لدينا المثلث IMP متقايس الضلعين قمته الرئيسية I إذن $\widehat{IMP}=\widehat{IPM}$ و كذلك المثلث KJN متقايس الضلعين قمته الرئيسية J إذن $\widehat{JKN}=\widehat{JNK}$ و $\widehat{MNC}=\widehat{IMB}$ (حسب السؤال 2) $\widehat{MNC}=\widehat{KNJ}$ (لأنهما متقابلتان بالرأس)
إذن $\widehat{IMP}=\widehat{IPM}=\widehat{JNK}=\widehat{NKJ}$



د- في المثلث IPM : $\widehat{MIP}=180°-(\widehat{IMP}+\widehat{IPM})$
في المثلث JKN: $\widehat{KJN}=180°-(\widehat{JKN}+\widehat{JNK})$ بما أن $\widehat{IMP}=\widehat{IPM}=\widehat{JNK}+\widehat{JKN}$ فإن $\widehat{MIP}=\widehat{KJN}$

هـ- $\widehat{KJN}$ و $\widehat{MIP}$ هما زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (IJ) و المستقيمين (IP) و (KJ) و بما أن $\widehat{KJN}=\widehat{MIP}$ فإن $(IP) // (KJ)$