موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

7-القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

مراجعة عـــامة

1- **التعريف** : إذا كان a عددا كسريا و n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من 1 فإن الكتابة a^n ترمز لجذاء n أعداد مساوية للعدد a .(جذاء n أعداد مساوية لـ a) $a^n = a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a$
الكتابة a^n تسمى قوة للعدد a و العدد n يسمى دليل هذه القوة .
* إذا كان $n = 1$ فإن $a^1 = a$ ، * إذا كان $a \neq 0$ و $n = 0$ فإن $a^0 = 1$ ، * إذا كان $n \neq 0$ فإن $0^n = 0$

2- **الخاصيات :**

* ليكن $a \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ و $m \in \mathbb{Z}$ فإن : $a^n . a^m = a^{n+m}$; $(a^n)^m = a^{n \times m}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

* ليكن $a \in \mathbb{Q}^*$ و $b \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ فإن : $a^n . b^n = (ab)^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

* ليكن $a \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in IN$ فإن : الكتابة a^{-n} ترمز لمقلوب العدد a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

3- **الجذر التربيعي :**
إذا كان عدد كسري a مربعا كاملا فإن الجذر التربيعي له هو العدد الكسري الموجب b حيث يكـــــون $a = b^2$ و نرمز له بـ $\sqrt{a}$. $\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$

4- **علامة القوة :**
* قوة عدد كسري نسبي موجب تكون دائما موجبة
* قوة عدد كسري نسبي سالب تكون موجبة إذا كان دليلها زوجيا و تكون سالبة إذا كان دليلها فرديا.

5- **القوة للعدد 10**: إذا كان n عددا صحيحا طبيعيا فإن العدد 10^{-n} هو مقلوب العدد 10^n ،
$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$; $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$
* الكتابة العلمية لعدد عشري هي كتابته على صورة $a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري ذو رقم واحد قبل الفاصل و هذا الرقم مخالف للصفر .

التمـــــارين

تمرين عدد 01: احسب :

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; $(-1)^{21}$; $(-1)^{32}$; $\left(\frac{-141}{523}\right)^1$; $\left(\frac{-313}{147}\right)^0$

0^{98} ; $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \times (-1)^{10} \times \left(\frac{-93}{5}\right)^0$; $(-1)^{15} \times (-15,24)^0 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$

تمرين عدد 02: اكتب في شكل قوة لعدد كسري نسبي :

$\frac{\left(\frac{-2}{11}\right)^{13}}{\left(\frac{-2}{11}\right)^9}$; $\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{3}{7}\right)^5}$; $\frac{\left(\frac{-4}{9}\right)^3}{\left(\frac{-4}{9}\right)^9}$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^7$; $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^3$; $\left(\left(-\frac{1}{7}\right)^5\right)^2$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

7-القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

تمرين عدد 03: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a , b , c

1) ثلث 3^{65} هو : a) 3^{62} ; b) 3^{64} ; c) 1^{65}

2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^5$ يساوي : a) $\frac{1}{2^{10}}$; b) $\frac{1}{45}$; c) $-\frac{1}{4^5}$

3) 8^6+8^4 يساوي : a) 2^{24} ; b) 2^{36} ; c) $2^{12}\times 65$

4) حجم مكعب بالمتر المكعب يساوي $3^{-6}\times 7^3\times 15^{12}$ إذن قيس طول حرفه بحساب المتر هو :

a) 39375 ; b) 315 ; c) 216

تمرين عدد 04: اكتب في صيغة قوة

$$\left[\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}\right]^{-5} \quad ; \quad \left[\left(\frac{-5}{7}\right)^{2}\right]^{-3} \quad ; \quad \left(\frac{8}{3}\right)^{-11}\times\left(\frac{-8}{3}\right)^{6} \quad ; \quad \left(\frac{-3}{11}\right)^{-4}\times\left(\frac{-3}{11}\right)^{-7}$$

$$\frac{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-1}}{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-10}} \quad ; \quad \frac{\left(-\frac{1}{5}\right)^{6}}{\left(-\frac{1}{5}\right)^{-7}} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{8}{13}\right)^{-2}}{\left(\frac{8}{13}\right)^{5}}$$

تمرين عدد 05: احسب بأيسر الطرق :

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^{41}\times\left(\frac{-3}{2}\right)^{41} \quad ; \quad \left(\frac{-3}{17}\right)^{-35}\times\left(\frac{-17}{3}\right)^{-35} \quad ; \quad \left(\frac{-19}{3}\right)^{91}\times\left(\frac{-19}{3}\right)^{-91} \quad ; \quad \left[(-1{,}25)^{-11}\right]^{0}\times(-1)^{49}$$

$$\left[(-1)^{37}+(-1)^{20}\right]\times(-19{,}75)^{19} \quad ; \left(\frac{-15}{11}\right)^{13}\times\left(\frac{11}{15}\right)^{21}\times\left(\frac{15}{11}\right)^{8}$$

تمرين عدد 06: اختصر العبارات التالية حيث $x\in\mathbb{Q}^*$ و $y\in\mathbb{Q}^*$

$$A=\left[-2x^2y^3\right]^2\times 3xy^5 \quad ; \quad B=\left(-x^3y^5\right)\times(xy)^{-4}\times(-xy)$$

$$C=\frac{-3}{5}x^7y^{-5}\times\left(\frac{1}{2}x^{-3}y\right)^2\times\left(-y^4\right) \quad ; \quad D=\left(\frac{-5}{2}x^6y^8\right)^{-2}\times\left(-xy^3\right)^2$$

تمرين عدد 07: اختصر العبارات التالية حيث $a\in\mathbb{Q}^*$ و $b\in\mathbb{Q}^*$

$$Z=\frac{\left(-\frac{a}{2}\right)^7\times\left(ba^{-2}\right)^3}{\frac{1}{4}\times\left(ab^{-1}\right)^2} \quad ; \quad T=\frac{-\frac{1}{3}a^2.b^{-5}\times\left(\frac{1}{3}ab^{-2}\right)^{-4}}{\frac{-1}{27}\left(a^{-1}b^{-2}\right)^{-3}} \quad ; \quad y=\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5\times\left[a^2b\right]^5}{a^{11}\times\left(\frac{2}{3}b\right)^4} \quad ; \quad X=\frac{(2a)^3\times b^5\times a^4}{4a^5\times(2b)^3}$$

تمرين عدد 08: أعط الكتابة العلمية لكل عدد من الأعداد التالية :

$$0{,}0000912\times10^{13} \; ; 125{,}781\times10^{8} \; ; \; 3456{,}783 \; ; \; (0{,}0012)^3 \; ; (0{,}045)^5 \; ; 0{,}015493\times10^{-9} ; \left(0{,}00023\times10^{-3}\right)^4$$

تمرين عدد 09: احسب الجذور التربيعية التالية

$$\sqrt{36} \; ; \; \sqrt{1^{101}} \; ; \; \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{10}} \; ; \; \sqrt{\left(\frac{19}{13}\right)^{0}} \; ; \; \sqrt{\frac{64}{9}} \; ; \; \sqrt{\frac{1}{36}} \; ; \; \sqrt{\frac{49}{121}} \; ; \; \sqrt{0{,}10} \; ; \; \sqrt{0{,}25}$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

7-القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

تمرين عدد 10: احسب بأبسط طريقة

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\right]}{9\times\left(\frac{-2}{3}\right)^{3}} \quad ; \quad \frac{3^{5}\times\left(2^{3}+3^{3}\right)}{6^{3}+9^{3}} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^{9}\times\left(\frac{-5}{11}\right)^{12}\times\left(\frac{-7}{2}\right)^{-8}}{\left(\frac{5}{11}\right)^{12}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{9}\times\left(\frac{-7}{3}\right)^{-8}} \quad ; \quad \frac{\left(-\frac{5}{2}\right)^{7}\times(-2)^{5}\times\left(-\frac{1}{7}\right)^{12}}{\left(-\frac{1}{7}\right)^{11}\times(-2)^{4}\times\left(\frac{-5}{2}\right)^{6}}$$

تمرين عدد 11 احسب :

$$-\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{16}{121}}}\times\sqrt{\frac{1}{9}} \quad ; \quad \frac{-2\sqrt{100}+\sqrt{81}}{-\sqrt{\frac{121}{25}}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{9}\times\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{64}+1}{1+\sqrt{4}} \quad ; \quad \frac{3\times\sqrt{49}-1}{3\times\sqrt{36}+2}$$

تمرين عدد 12: ليكن $x\in\mathbb{Q}^{*}$ و $y\in\mathbb{Q}^{*}$ و $n\in\mathbb{Z}$ و العبارتين : $H=-\frac{1}{2}x^{n-2}y^{n}$ و $N=-2x^{2-n}y^{-n}$

1) احسب العبارتين H و N في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=3$ و $y=1$ و $n=0$ ؛ ب) $x=-3$ و $y=2$ و $n=2$

ج) $x=-1$ و $y=-2$ و $n=1$ ؛ د) $x=\frac{1}{2}$ و $y=-\frac{1}{3}$ و $n=-1$

2) اختصر العبارة $H\times N$

تمرين عدد 13: أثبت أن: 12 قاسم لـ $2^{2008}-4^{1003}$

تمرين عدد 14:

1) أكمل الجدول التالي:

العدد	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}
رقم آحاده												

2) ما هو رقم آحاد كل من الأعداد التالية: 2^{220} ; 2^{401} ; $2^{404}+2^{227}$

تمرين عدد 15: أكمل المربع السحري التالي بالقوى اللازمة بحيث يكون جذاء كل الأعمدة والأقطار والأسطر متساوية.

8^{-4}		8^{0}
	8^{-1}	
		8^{2}

تمرين عدد 16: إذا علمت أن المسافة بين كوكبي زحل والأرض تساوي 1270 مليون كيلومتر. أكتب هذه المسافة كتابة علمية بالكيلومتر ثم بالمتر.

تمرين عدد 17: تمثل كتلة الفيروس بالنسبة للرجل ما تمثله كتلة هذا الرجل بالنسبة لكتلة الأرض. إذا علمت أن كتلة الرجل هي 85Kg وكتلة الأرض تقدر بـ 6×10^{21}T (طن). ما هي كتلة الفيروس بالكيلوغرام؟ أعط الكتابة العلمية لهذه الكتلة بالكيلوغرام ثم أعط قيمة تقديرية لها.

تمرين عدد 18: 1) انشر واختصر العبارة: $(a+1)(a-1)-a^{2}$ حيث $a\in IR$.

2) استنتج $10001\times9999-10^{8}$.

3) ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد 10^{8} على $10^{4}-1$.

تمرين عدد 19: جد العدد الصحيح الطبيعي n حيث $9^{n}+9^{n}+9^{n}=3^{1011}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

7-القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

تمرين عدد 20 : نعتبر العبارة H في حيث $x\in\mathbb{Q}$ و $y\in\mathbb{Q}$: $H=(x-y)\times(x+y)$

أ- بين أن $H=X^2-y^2$

ب- احسب H في حالة $x=-2$ و $y=-\frac{1}{2}x$

ج- إذ كان $H=0$ بين أن $x=y$ أو $x=-y$

تمرين عدد 21 فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث $x\in\mathbb{Q}$ و $y\in\mathbb{Q}$

$E = 2x^3 - 4x^2y^2 + xy$; $F = 2xy + 6x^2y^2 - 4x^3y^2$.

$G=\frac{3}{2}x^4y^5-\frac{9}{2}x^2y^3+\frac{15}{2}x^3y^7$; $H = x^2(x^3+y^2) - y^2(x^3+y^2) - x^3(x^2-y^2)$.

تمرين عدد22: انشر و اختصر العبارات التالية حيث $x\in\mathbb{Q}$

$(x-1)(x+1)$, $(x-1)(x^2+x+1)$, $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$,
$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$
ما هو تخمينك بالنسبة لـ: $(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+x^{n-3}+\dots+x^2+x+1)$ حيث $n\in IN$

تمرين عدد23: لتكن العبارة التالية : $B=\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}}{\frac{5}{x}}+\frac{5x^2}{6}-4$ حيث $x\in\mathbb{Q}^*$

1- بيّن أن : $B = x^2 - 4$
2- احسب العبارة B في حالة $x = 0$ و في حالة $x = -2$
3- جد x في حالة $B = 21$

تمرين عدد24: لتكن العبارة التالية $E=\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{n-2}\times\left(\frac{x-1}{3}\right)^n\times\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2$ حيث $x\neq 1$ و $n\in IN$

1- بيّن أن : $E=\frac{x^{2n}}{3^n}$
2- احسب E في حالة $x = 1$ و في حالة $x = -1$ و في حالة $x = 0$
3- جد x في حالة $E = 3$ و $n = 1$

تمرين عدد25:
1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا انشر ثم اختزل العبارة $A = (n^2+n+1)(n^2-n+1)$
2) احسب A في حالة $n = 10$ ثم في حالة $n = 10^2$
3) بالاستعمال الأسئلة السابقة ، بيّن أن 10101 قابل للقسمة على 111
4) أ- أثبت أن 100010001 قابل للقسمة على 10101
ب- أثبت أن 100010001 قاسم لـ 10000000100000001

تمرين عدد26:
1) ليكن P عددا صحيحا طبيعيا انشر ثم اختزل العبارة $X = (1+P)(1-p+p^2-p^3+p^4+p^6)$
2) جد رقم الأحاد و العشرات للعدد $1+99^7$
3) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^7 على 9

تمرين عدد27: جد العدد الصحيح الطبيعي n حيث $16^n+16^n+16^n+16^n=4^{1011}$

تمرين عدد 01:

$(-1)^{32}=1$; $\left(\frac{-1}{3}\right)^3=\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{-1}{27}$; $\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\left(\frac{-3}{2}\right)\times\left(\frac{-3}{2}\right)=\frac{9}{4}$

$0^{98}=0$; $\left(\frac{-313}{147}\right)^0=1$; $\left(\frac{-141}{523}\right)^1=\frac{-141}{523}$; $(-1)^{15}\times(-15,24)^0\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4=(-1)\times1\times\frac{1}{16}=\frac{-1}{16}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2\times(-1)^{19}\times\left(\frac{-93}{5}\right)^0=\frac{25}{4}\times1\times1=\frac{25}{4}$

تمرين عدد 02:

$\left(\frac{5}{2}\right)^3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{5}{2}\times\left(\frac{-2}{3}\right)\right)^3=\left(\frac{-5}{3}\right)^3$; $\left(\frac{-3}{4}\right)^5\times\left(\frac{-3}{4}\right)^7=\left(\frac{-3}{4}\right)^{12}$

$\frac{\left(\frac{-2}{11}\right)^{13}}{\left(\frac{-2}{11}\right)^9}=\left(\frac{-2}{11}\right)^{13-9}=\left(\frac{-2}{11}\right)^4$; $\left(\left(\frac{-1}{7}\right)^5\right)^2=\left(\frac{-1}{7}\right)^{10}$

$\frac{\left(-\frac{4}{9}\right)^3}{\left(\frac{-4}{9}\right)^9}=\left(\frac{-4}{9}\right)^{3-9}=\left(\frac{-4}{9}\right)^{-6}$; $\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{3}{7}\right)^5}=\left[\frac{\left(\frac{-1}{3}\right)}{\frac{3}{7}}\right]^5=\left(\left(\frac{-1}{3}\right)\times\frac{7}{3}\right)^5=\left(\frac{-7}{9}\right)^5$

تمرين عدد 03:

a (4 ; c (3 ; c (2 ; b (1

تمرين عدد 04:

$\left(\frac{8}{3}\right)^{-11}\times\left(\frac{-8}{3}\right)^6=\left(\frac{8}{3}\right)^{-11}\times\left(\frac{8}{3}\right)^6=\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$; $\left(\frac{-3}{11}\right)^{-4}\times\left(\frac{-3}{11}\right)^{-7}=\left(\frac{-3}{11}\right)^{(-4)+(-7)}=\left(\frac{-3}{11}\right)^{-11}$

$\left[\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}\right]^{-5}=\left(\frac{9}{2}\right)^{(-4)\times(-5)}=\left(\frac{9}{2}\right)^{20}$; $\left[\left(\frac{-7}{5}\right)^3\right]^{-3}=\left(\frac{-7}{5}\right)^{2\times(-3)}=\left(\frac{-7}{5}\right)^{-6}$

$\frac{\left(-\frac{1}{5}\right)^6}{\left(-\frac{1}{5}\right)^{-7}}=\left(\frac{-1}{5}\right)^{6-(-7)}=\left(\frac{-1}{5}\right)^{13}$; $\frac{\left(\frac{8}{13}\right)^{-2}}{\left(\frac{8}{13}\right)^5}=\left(\frac{8}{13}\right)^{-2-5}=\left(\frac{8}{13}\right)^{-7}$; $\frac{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-1}}{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-10}}=\left(\frac{-11}{6}\right)^{-1+(-10)}=\left(\frac{-11}{6}\right)^{-1+10}=\left(\frac{-11}{6}\right)^9$

$\left(\frac{-3}{17}\right)^{-35}\times\left(\frac{-17}{3}\right)^{-35}=\left(\left(\frac{-3}{17}\right)\times\left(\frac{-17}{3}\right)\right)^{-35}=1^{-35}=1$; $\left(\frac{-2}{3}\right)^{41}\times\left(\frac{-3}{2}\right)^{41}=\left(\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-3}{2}\right)\right)^{41}=1^{41}=1$

تمرين عدد 05:

$$\left[(-1,25)^{-11}\right]^{0}\times(-1)^{-49}=1\times(-1)=-1 \quad ; \quad \left(\frac{-19}{3}\right)^{91}\times\left(\frac{-19}{3}\right)^{-91}=\left(\frac{-19}{3}\right)^{91-91}=\left(\frac{-19}{3}\right)^{0}=1$$

$$\left(\frac{-15}{11}\right)^{13}\times\left(\frac{11}{15}\right)^{21}\times\left(\frac{15}{11}\right)^{8}=\left(\frac{-15}{11}\right)^{13}\times\left(\frac{-15}{11}\right)^{8}\times\left(\frac{11}{15}\right)^{21}=\left(\frac{-15}{11}\right)^{21}\times\left(\frac{11}{15}\right)^{21}=\left(\left(\frac{-15}{11}\right)\times\frac{11}{15}\right)^{21}=(-1)^{21}=-1$$

$$\left[(-1)^{37}+(-1)^{20}\right]\times(-19,75)^{19}=\left[(-1)+1\right]\times(-19,75)^{19}=0\times(-19,75)^{19}=0$$

تمرين عدد 06:

$$A=\left[-2x^{2}y^{3}\right]^{2}\times3xy^{5}=(-2)^{2}\times\left(x^{2}\right)^{2}\times\left(y^{3}\right)^{2}\times3xy^{5}=4\times x^{4}\times y^{6}\times3\times x\times y^{5}=(4\times3)\times\left(x^{4}\times x\right)\times\left(y^{6}\times y^{5}\right)=12x^{5}y^{11}$$

$$B=\left(-x^{3}y^{5}\right)\times(xy)^{-4}\times(-xy)=-x^{3}\times y^{5}\times x^{-4}\times y^{-4}\times(-x)\times y$$

$$=\left[\left(-x^{3}\times x^{-4}\times(-x)\right)\right]\times\left(y^{-4}\times y^{5}\times y\right)=\left(x^{3}\times x^{-4}\times x\right)\times\left(y^{-4}\times y^{5}\times y\right)=x^{0}\times y^{2}=1\times y^{2}=y^{2}$$

$$C=-\frac{3}{5}x^{7}y^{-5}\times\left(\frac{1}{2}x^{-3}y\right)^{2}\times\left(-y^{4}\right)=\frac{-3}{5}\times x^{7}\times y^{-5}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\times\left(x^{-3}\right)^{2}\times y^{2}\times\left(-y^{4}\right)$$

$$=-\frac{3}{5}\times x^{7}\times y^{-5}\times\frac{1}{4}\times x^{-6}\times y^{2}\times\left(-y^{4}\right)=\left(\frac{-3}{5}\times\frac{1}{4}\right)\times\left(x^{7}\times x^{-6}\right)\times\left(-y^{4}\times y^{-5}\right)$$

$$=\left(\frac{-3}{20}\right)\times x\times\left(-y^{-1}\right)=\left(\frac{-3}{20}\right)\times x\times\left(\frac{-1}{y}\right)=\left(\frac{-3}{20}\right)\times\left(\frac{-x}{y}\right)=\frac{3x}{20y}$$

$$D=\left(\frac{-5}{2}x^{6}y^{8}\right)^{-2}\times\left(-xy^{3}\right)^{2}=\left(\frac{-5}{2}\right)^{-2}\times\left(x^{6}\right)^{-2}\times\left(y^{8}\right)^{-2}\times\left(-x\right)^{2}\times\left(y^{3}\right)^{2}$$

$$=\left(\frac{-5}{2}\right)^{-2}\times x^{-12}\times y^{-16}\times x^{2}\times y^{6}=\left(\frac{-5}{2}\right)^{-2}\times\left(x^{-12}\times x^{2}\right)\times\left(y^{-16}\times y^{6}\right)$$

$$=\left(\frac{-5}{2}\right)^{-2}\times x^{-10}\times y^{-10}=\left(\frac{-5}{2}\right)^{-2}\times(xy)^{-10}=\left(\frac{-2}{5}\right)^{2}\times(xy)^{-10}=\frac{4}{25}(xy)^{-10}$$

تمرين عدد 07:

$$X=\frac{(2a)^{3}\times b^{5}\times a^{4}}{4a^{5}\times(2b)^{3}}=\frac{2^{3}\times a^{3}b^{5}\times a^{4}}{4\times a^{5}\times2^{3}\times b^{3}}=\frac{2^{3}\times a^{7}\times b^{5}}{a^{5}\times b^{3}\times2^{2}\times2^{3}}=\frac{2^{3}}{2^{2}\times2^{3}}\times\frac{a^{7}}{a^{5}}\times\frac{b^{5}}{b^{3}}$$

$$=\frac{2^{3}}{2^{5}}\times a^{7-5}\times b^{5-3}=2^{3-5}\times a^{7-5}\times b^{5-3}=2^{-2}\times a^{2}\times b^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\times(ab)^{2}=\left(\frac{1}{2}ab\right)^{2}$$

$$Y=\frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^{5}\times\left(a^{2}b\right)^{5}}{a^{11}\times\left(\frac{2}{3}b\right)^{4}}=\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}\times\left(a^{2}\right)^{5}\times b^{5}}{a^{11}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\times b^{4}}=\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}\times a^{10}\times b^{5}}{a^{11}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\times b^{4}}$$

$$=\frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^5}{\left(\frac{2}{3}\right)^4}\times\frac{a^{10}}{a^{11}}\times\frac{b^5}{b^4}=\frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^5}{\left(\frac{-2}{3}\right)^4}\times a^{10-11}\times b^{5-4}=\left(\frac{-2}{3}\right)^{5-4}\times a^{-1}\times b=\left(\frac{-2}{3}\right)\times a^{-1}\times b=\frac{-2}{3}\times\frac{b}{a}$$

$$Z=\frac{\left(\frac{-a}{2}\right)^7\times\left(ba^{-2}\right)^3}{\frac{1}{4}\times\left(ab^{-1}\right)^2}=\frac{\left(\frac{-1}{2}a\right)^7\times b^3\times a^{-6}}{\left(\frac{1}{2}\right)^7\times a^2\times b^{-2}}=\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^7\times a^7\times b^3\times a^{-6}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times a^2\times b^{-2}}$$

$$=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^7}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times\frac{a^7\times a^{-6}}{a^2}\times\frac{b^3}{b^{-2}}=\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^7}{\left(\frac{-1}{2}\right)^2}\times\frac{a}{a^2}\times b^{3-(-2)}$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)^{7-2}\times a^{1-2}\times b^{3+2}=\left(-\frac{1}{2}\right)^5\times a^{-1}\times b^5=\left(\frac{-1}{32}\right)\times\frac{1}{a}\times b^5=\left(\frac{-1}{32}\right)\times\frac{b^5}{a}$$

$$T=\frac{-\frac{1}{3}a^2b^{-5}\times\left(\frac{1}{3}ab^{-2}\right)^{-4}}{\frac{-1}{27}\times\left(a^{-1}b^{-2}\right)^{-3}}=\frac{-\frac{1}{3}a^2\times b^{-5}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\times a^{-4}\times\left(b^{-2}\right)^{-4}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^3\times\left(a^{-1}\right)^{-3}\times\left(b^{-2}\right)^{-3}}=\frac{\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{-4}\times a^2\times a^{-4}\times b^{-5}\times b^8}{\left(-\frac{1}{3}\right)^3\times a^3\times b^6}$$

$$=\frac{\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}}{\left(\frac{-1}{3}\right)^3}\times\frac{a^2\times a^{-4}}{a^3}\times\frac{b^{-5}\times b^8}{b^6}=\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}}{\left(\frac{-1}{3}\right)^3}\times\frac{a^{-2}}{a^3}\times\frac{b^3}{b^6}$$

$$=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3-3}\times a^{-2-3}\times b^{3-6}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-6}\times a^{-5}\times b^{-3}$$

تمرين عدد 08:

$125,781\times10^8=1,25781\times10^{10}$; $3456,783=3,456783\times10^3$

$0,015493\times10^{-9}=1,5493\times10^{-2}\times10^{-9}$; $0,0000912\times10^{13}=9,12\times10^{-5}\times10^{13}=9,12\times10^8$

$(0,045)^5=\left(4,5\times10^{-2}\right)^5=(4,5)^5\times\left(10^{-2}\right)^5=1845,2812\times10^{-10}=1,8452812\times10^3\times10^{-10}=1,8452812\times10^{-7}$

$\left(0,00023\times10^{-3}\right)^4=(0,00023)^4\times\left(10^{-3}\right)^4=\left(2,3\times10^{-4}\right)^4\times10^{-12}$

$=(2,3)^4\times\left(10^{-4}\right)^4\times10^{-12}=27.9841\times10^{-16}\times10^{-12}=2.79841\times10\times10^{-16}\times10^{-12}=2.79841\times10^{-27}$

$(0,0012)^3=\left(1,2\times10^{-3}\right)^3=(1,2)^3\times\left(10^{-3}\right)^3=1,728\times10^{-9}$

تمرين عدد 09:

$\sqrt{0,01}=0,1$; $\sqrt{\frac{49}{121}}=\frac{7}{11}$; $\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$; $\sqrt{\frac{64}{9}}=\frac{8}{3}$; $\sqrt{1^{101}}=\sqrt{1}=1$

$\sqrt{3^6}=\sqrt{\left(3^3\right)^2}=3^3$; $\sqrt{0,25}=0,5$; $\sqrt{\left(\frac{19}{13}\right)^0}=\sqrt{1}=1$; $\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{10}}=\sqrt{\left(\left(\frac{3}{4}\right)^5\right)^2}=\left(\frac{3}{4}\right)^5$

تمرين عدد 10:

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{9}\times\left(-\frac{5}{11}\right)^{12}\times\left(\frac{-7}{2}\right)^{-8}}{\left(\frac{5}{11}\right)^{12}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{9}\times\left(\frac{-7}{3}\right)^{-8}}=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{9}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^{9}}\times\frac{\left(\frac{-5}{11}\right)^{12}}{\left(\frac{5}{11}\right)^{12}}\times\frac{\left(\frac{-7}{2}\right)^{-8}}{\left(\frac{-7}{3}\right)^{-8}}=\left(\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-3)\right)^{9}\times\left(\left(\frac{-5}{11}\right)\times\frac{11}{5}\right)^{12}\times\left(\left(\frac{-7}{2}\right)\times\left(\frac{-3}{7}\right)\right)^{-8}$$

$$=\left(\frac{3}{2}\right)^{9}\times(-1)^{12}\times\left(\frac{3}{2}\right)^{-8}=\left(\frac{3}{2}\right)^{9}\times1\times\left(\frac{3}{2}\right)^{-8}=\left(\frac{3}{2}\right)^{9}\times\left(\frac{3}{2}\right)^{-8}=\left(\frac{3}{2}\right)^{9-8}=\left(\frac{3}{2}\right)^{1}=\frac{3}{2}$$

$$*\frac{\left(\frac{-5}{2}\right)^{7}\times(-2)^{5}\times\left(-\frac{1}{7}\right)^{12}}{\left(\frac{-1}{7}\right)^{11}\times(-2)^{4}\times\left(\frac{-5}{2}\right)^{6}}=\frac{\left(\frac{-5}{2}\right)^{7}}{\left(\frac{-5}{2}\right)^{6}}\times\frac{(-2)^{5}}{(-2)^{4}}\times\frac{\left(-\frac{1}{7}\right)^{12}}{\left(\frac{-1}{7}\right)^{11}}$$

$$=\left(\frac{-5}{2}\right)^{7-6}\times(-2)^{5-4}\times\left(-\frac{1}{7}\right)^{12-11}=\left(\frac{-5}{2}\right)^{1}\times(-2)^{1}\times\left(-\frac{1}{7}\right)^{1}=\left(\frac{-5}{2}\right)\times(-2)\times\left(-\frac{1}{7}\right)=5\times\left(\frac{-1}{7}\right)=\frac{-5}{7}$$

$$*\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\right]}{9\times\left(\frac{-2}{3}\right)^{3}}=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left[3\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{2}\right]}{9\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}}=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\times3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}}{3^{2}\times(2)^{3}\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{3}}$$

$$=\frac{3}{3^{2}}\times\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}}{2^{3}}\times\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^{3}}=\frac{1}{3}\times\frac{(-2)^{3}}{2^{3}}\times\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}}{\left(\frac{-1}{3}\right)^{3}}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{-2^{3}}{2^{3}}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{2-3}=\frac{1}{3}\times(-1)\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}$$

$$=\left(\frac{-1}{3}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{1+(-1)}=\left(\frac{-1}{3}\right)^{0}=1\ ;\quad *\frac{3^{5}\times\left(2^{3}+3^{3}\right)}{6^{3}+9^{3}}=\frac{3^{5}\times\left(2^{3}+3^{3}\right)}{3^{3}\times2^{3}+3^{3}\times3^{3}}=\frac{3^{5}\left(2^{3}+3^{3}\right)}{3^{3}\times\left(2^{3}+3^{3}\right)}=\frac{3^{5}}{3^{3}}=3^{2}=9$$

تمرين عدد 11:

$$*\frac{\sqrt{9}\times\sqrt{4}}{\sqrt{25}}=\frac{3\times2}{5}=\frac{6}{5}\quad ;\quad *\frac{\sqrt{64}+1}{1+\sqrt{4}}=\frac{8+1}{1+2}=\frac{9}{3}=3\ ;*\frac{3\times\sqrt{49}-1}{3\times\sqrt{36}+2}=\frac{3\times7-1}{3\times6+2}=\frac{21-1}{18+2}=\frac{20}{20}=1\ ;$$

$$*-\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{16}{121}}}\times\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{11}}\times\frac{1}{3}=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{11}{4}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{-11}{8}\times\frac{1}{3}=\frac{-11}{24}$$

$$* \; -\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{16}{121}}}\times\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{11}}\times\frac{1}{3}=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{11}{4}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{-11}{8}\times\frac{1}{3}=\frac{-11}{24}$$

$$*\frac{-2\sqrt{100}+\sqrt{81}}{-\sqrt{\frac{121}{25}}}=\frac{-2\times10+9}{-\frac{11}{5}}=\frac{-20+9}{\frac{-11}{5}}=\frac{-11}{\frac{-11}{5}}=(-11)\times\left(\frac{-5}{11}\right)=5$$

تمرين عدد 12: $H=-\frac{1}{2}x^{n-2}y^{n}$; $N=2x^{2-n}y^{-n}$

1) أ- $x=3$ و $y=1$ و $n=0$

$$H=-\frac{1}{2}\times3^{0-2}\times1^{0}=-\frac{1}{2}\times3^{-2}\times1=-\frac{1}{2}\times\frac{1}{9}=-\frac{1}{18} \; ; \; N=-2\times3^{2-0}\times1^{-0}=-2\times3^{2}\times1^{0}=-2\times9\times1=-18$$

ب- $x=-3$ و $y=2$ و $n=2$ ،

$$H=-\frac{1}{2}\times(-3)^{2-2}\times2^{2}=-\frac{1}{2}\times(-3)^{0}\times4=-\frac{1}{2}\times1\times4=\frac{-4}{2}=-2$$

$$N=-2\times(-3)^{2-2}\times2^{-2}=(-2)\times(-3)^{0}\times\frac{1}{2^{2}}=(-2)\times1\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}$$

ج- $x=-1$ و $y=-2$ و $n=1$ ،

$$H=-\frac{1}{2}\times(-1)^{1-2}\times(-2)^{1}=\frac{-1}{2}\times(-1)^{-1}\times(-2)=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)\times(-2)=-1$$

$$N=-2\times(-1)^{2-1}\times(-2)^{-1}=(-2)\times(-1)^{1}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)=-1$$

2) $H\times N=\left(\frac{-1}{2}x^{n-2}y^{n}\right)\times\left(-2x^{2-n}y^{-n}\right)=\left(\frac{-1}{2}\right)\times(-2)\times x^{n-2}\times x^{2-n}\times y^{n}\times y^{-n}=1\times x^{0}\times y^{0}=1\times1\times1=1$

تمرين عدد 13

$$2^{2008}-4^{1003}=\left(2^{2}\right)^{1004}-4^{1003}=4^{1004}-4^{1003}=4^{1003}\times4-4^{1003}=4^{1003}(4-1)=4^{1003}\times3=4^{1002}\times4\times3=4^{1002}\times12$$

إذن 12 قاسم لـ $2^{2008}-4^{1003}$

تمرين عدد 14:

العدد	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}
رقم آحاده	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4	8	6

2)اقي قسمة 227 على 4 يساوي 3 إذن رقم آحاد 2^{227} هو 8.

باقي قسمة 404 على 4 يساوي 0 إذن رقم آحاد 2^{404} هو 6 ورقم آحاد $2^{404}+2^{227}$ هو رقم آحاد (14=6+8) أي 4.

8^{-4}	8^{1}	8^{0}
8^{3}	8^{-1}	8^{-5}
8^{-2}	8^{-3}	8^{2}

تمرين عدد 15:

تمرين عدد 16: المسافة الفاصلة بين الأرض وزحل:

$$1270\times10^{6}\,\text{Km}=1.27\times10^{9}\,\text{Km}=1.27\times10^{9}\times10^{3}\,\text{m}=1.27\times10^{12}\,\text{m}$$

تمرين عدد17: $6\times10^{21}\,T=6\times10^{21}\times10^{3}\,Kg=6\times10^{24}\,Kg$

كتلة الفيروس: $\frac{85}{6\times10^{24}}\times75=1062.5\times10^{-24}=10625\times10^{-25}=1.0625\times10^{-21}\,Kg$

قيمة تقديرية لهذه الكتلة: $10^{-21}\,Kg$.

تمرين عدد18:

1) $(a+1)(a-1)-a^2=a^2-a+a-1-a^2=-1$

2) لنعتبر $a=10^4$ إذن $10001(10^4-1)-10^8=-1$

3) $10001(10^4-1)+1=10^8$ إذن خارج القسمة الاقليدية للعدد 10^8 على 10^4-1 هو 1001 والباقي هو 1.

تمرين عدد 19 : $9^n+9^n+9^n=(3^2)^n+(3^2)^n+(3^2)^n=3\times3^{2n}=3^{2n+1}=3^{1011}$ إذن $2n+1=1011$

$n=505$

تمرين عـــدد20

$H=(x-y)(x+y)=x\times x+x\times y-y\times x-y\times y$

أ/ $H=x^2+xy-xy-y^2=x^2+0-y^2$

$H=x^2-y^2$

ب/ $x=-2$ و $y=-\frac{1}{2}x$ يعني $y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$

$H=x^2-y^2=(-2)^2-1^2=4-1=3$

ج/ $H=0$ يعني $(x-y)(x+y)=0$

يعني $x-y=0$ أو $x+y=0$

يعني $x=y$ أو $x=-y$

تمرين عدد21

$E=2x^3-4x^2y^2+xy=x(2x^2-4xy^2+y)$

$F=2xy+6x^2y^3-4x^3y^2=2xy(1+3xy^2-2x^2y)$

$G=\frac{3}{2}x^4y^5-\frac{9}{2}x^2y^3+\frac{15}{2}x^3y^7=\frac{3}{2}x^2y^3(x^2y^2-3+5xy^4)$

$H=x^2(x^3+y^2)-y^2(x^3+y^2)-x^3(x^2-y^2)=(x^3+y^2)(x^2-y^2)-x^3(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(x^3+y^2-x^3)=(x^2-y^2).y^2$

تمرين عدد22:

$(x-1)(x+1)=x^2-1$; $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$

$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$; $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)=x^5-1$

$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+x^{n-3}+\ldots\ldots+x^2+x+1)=x^n-1$

تمريـــن عدد23:

1) $B=\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{3}}{\frac{5}{x}}+\frac{5x^2}{6}-4=\frac{\frac{3x}{6}+\frac{2x}{6}}{\frac{5}{x}}+\frac{5x^2}{6}-4=\frac{\frac{5x}{6}}{\frac{5}{x}}+\frac{5x^2}{6}-4=\frac{5x}{6}\times\frac{x}{5}+\frac{5x^2}{6}-4=\frac{x^2}{6}+\frac{5x^2}{6}-4=x^2-4$

إذن $B = x^2 - 4$

2) إذا كان $x = 0$ فإن $B = 0^2 - 4 = 0 - 4 = -4$ ، إذا كان $x = -2$ فإن $B = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

3) إذا كان $B = 21$ يعني $x^2 - 4 = 21$ يعني $x^2 = 25$ يعني $x = 5$ أو $x = -5$

تمرين عدد24:

1) $E = \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{n-2} \times \left(\frac{x-1}{3}\right)^n \times \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 = \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{n-2} \times \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 \times \left(\frac{x-1}{3}\right)^n = \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{n-2+2} \times \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$

$= \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^n \times \left(\frac{x-1}{3}\right)^n = \left(\frac{x^2}{x-1} \times \frac{x-1}{3}\right)^n = \left(\frac{x^2}{3}\right)^n = \frac{x^{2n}}{3^n}$

2) إذا كان $x = 1$ فإن $E = \frac{1^{2n}}{3^n} = \frac{1}{3^n}$ ، إذا كان $x = -1$ فإن $E = \frac{(-1)^{2n}}{3^n} = \frac{1}{3^n}$ ، إذا كان $x = 0$ فإن

$E = \frac{0^{2n}}{3^n} = 0$

3) إذا كان $E = 3$ و $n = 1$ يعني $\frac{x^2}{3} = 3$ يعني $x^2 = 9$ يعني $x = 3$ أو $x = -3$

تمرين عدد25:

1) $A = (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) = n^4 - n^3 + n^2 + n^3 - n^2 + n + n^2 - n + 1 = n^4 + n^2 + 1$

2) $n = 10$ إذن $A = 10^4 + 10^2 + 1 = 10101$

$n = 10^2$ إذن $A = 10^8 + 10^4 + 1 = 100010001$

3) أ- في حالة $n = 10$ فإن $A = 10101 = (10^2 + 10 + 1)(10^2 - 10 + 1)$ يعني $10101 = 111 \times 91$

و بالتالي 10101 قابل للقسمة على 111.

ب- في حالة $n = 10^2$

$A = 100010001 = (10^4 + 10^2 + 1)(10^4 - 10^2 + 1) = 10101 \times (10^4 - 10^2 + 1)$ و بالتالي

100010001 قابل للقسمة على 10101 .

في حالة أن 10^4 نتحصل على $A = 10000000100000001 = (10^8 + 10^4 + 1)(10^8 - 10^4 + 1)$

و بما أن $100010001 = 10^8 + 10^4 + 1$ فإن 100010001 قاسم لـ 10000000100000001

تمرين عدد26:

1) $X = (1 + p)(1 - p + p^2 - p^3 + p^4 - p^5 + p^6)$

$= 1 - p + p^2 - p^3 + p^4 - p^5 + p^6 + p - p^2 + p^3 - p^4 + p^5 - p^6 + p^7 = 1 + p^7$

2) $1 + 99^7 = (1 + 99)(1 - 99 + 99^2 - 99^3 + 99^4 - 99^5 + 99^6)$

$= 100(1 - 99 + 99^2 - 99^3 + 99^4 - 99^5 + 99^6)$

نلاحظ أن $1 + 99^7 = 100R$ إذن $R = 1 - 99 + 99^2 - 99^3 + 99^4 - 99^5 + 99^6 \in IN$ و بالتالي 0 هو رقم الآحاد و كذلك رقم العشرات للعدد $1 + 99^7$

3) $(1 + 8^7) = (1 + 8)(1 - 8 + 8^2 - 8^3 + 8^4 - 8^5 + 8^6) = 9(1 - 8 + 8^2 - 8^3 + 8^4 - 8^5 + 8^6)$

نلاحظ أن $h = 1 - 8 + 8^2 - 8^3 + 8^4 - 8^5 + 8^6 \in IN^*$ إذن $1 + 8^7 = 9h$

أي $8^7 = 9h - 1 = 9h - 9 + 9 - 1 = 9(h - 1) + 8$ ، نسمي $h - 1 = k$ إذن $8^7 = 9h + 8$

و بالتالي 8 هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^7 على 9 .