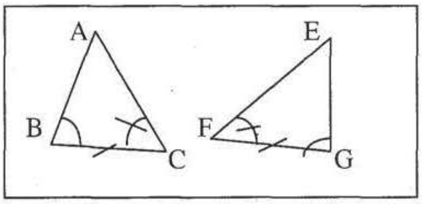
13- تقايس المثلثات

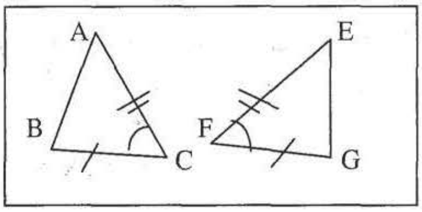
مـراجعة عامة

-مثلثان متقايسان هما مثلثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى و زواياهما متقايسة مثنى مثنى

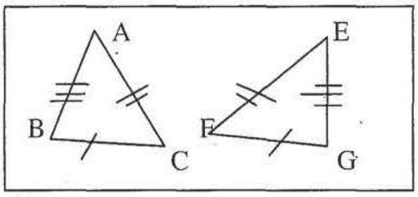
الحالة الأولى : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع و الزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا و الزاويتين المجاورتين له في الثاني



الحالة الثانية: يتقايس مثلثان إذا قايس ضلعان و الزاويةالمحصورة بينهما في أحدهما ضلعين و الزاويةالمحصورة بينهما في الثاني

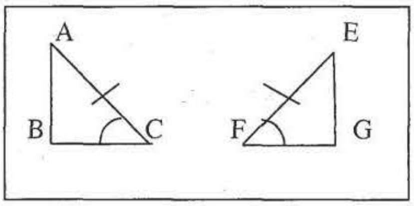


الحالة الثالثة : يتقايس مثلثان إذا قايست الأضلاع الثلاثة في أحدهما الأضلاع الثلاثة في الثاني

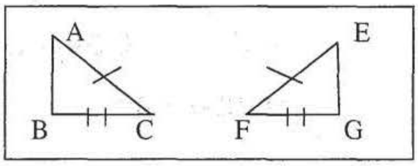


تقايس المثلثات القائمة :

الحالة الأولى : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادة في أحدهما الوتر و زاوية حادة في الثاني

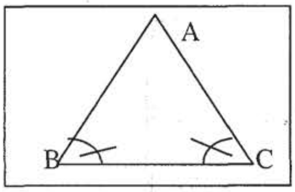


الحالة الثانية: يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما الوتر و ضلع قائم في الثاني

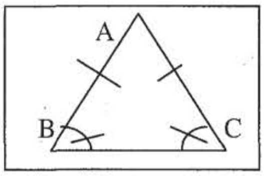


13- تقايس المثلثات

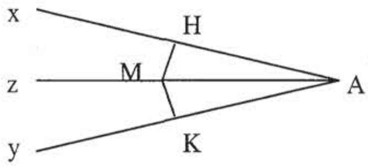
- زاويتا القاعدة في مثلث متقايس الضلعين متقايستان



- إذا تقايست زاويتان في مثلث فإن هذا المثلث متقايس الضلعين



- تبعد كل نقطة من منصف زاوية نفس البعد عن ضلعي تلك الزاوية

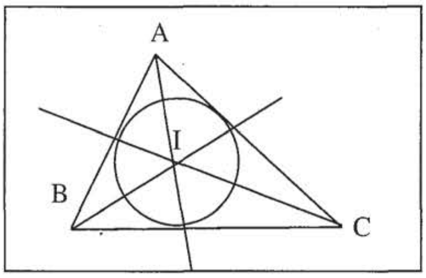


- إذا كانت نقطة متساوية البعد عن ضلعي زاوية فهي تنتمي

إلى منصف تلك الزاوية

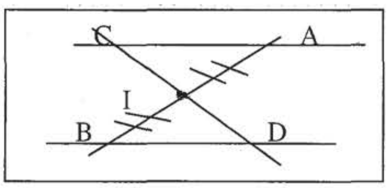
- تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة مشتركة هي

مركز الدائرة المحاطة بالمثلث



التمارين

تمرين عدد 01:



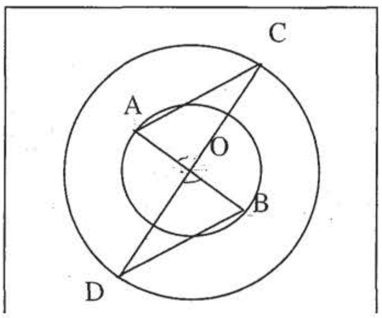
لاحظ الرسم التالي حيث (AC) // (BD) و I منتصف [AB]

1) بين أن المثلثين AIC و BIDمتقايسان

2) استنتج أن BD = AC وI منتصف[DC]

تمرين عدد 02:

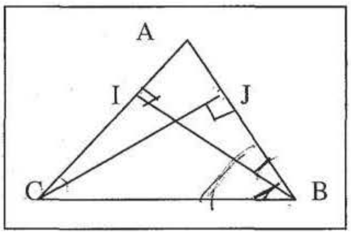
لاحظ الرسم التالي



1) بين أن المثلثين OAC وOBD متقايسان

2) استنتج أن BD = AC و $A\hat{C}O = B\hat{D}O$

13- تقايس المثلثات



تمرين عدد 03:

تأمل الرسم التالي حيث $AB = AC$

1) بين أن المثلثين BJC وBCI متقايسين

2) استنتج أن $IB = JC$ و$AI = AJ$

تمرين عدد 04:

1) ارسم دائرة ع مركزها O و ليكن $[AA']$ و$[BB']$ قطران لهذه الدائرة

2) أ) أثبت تقايس المثلثين OABو $OA'B'$

ب) استنتج أن $AB = A'B'$ و $O\hat{A'}B' = O\hat{A}B$

3) منصف الزاوية $O\hat{A}B$ يقطع $[OB]$ في I و منصف الزاوية $O\hat{A'}B'$ يقطع$[OB']$ في J

أ) قارن المثلثين IAB و $JA'B'$

ب) استنتج أن $IA = JA'$ و $A\hat{I}B = A'\hat{J}B'$

تمرين عدد 05:

1) ليكنABC مثلثا وI منتصف $[AB]$
ابن المستقيم Δالمار من I و الموازي لـ (BC)و يقطع (AC) في J ثم المستقيم Δ'المار من J و الموازي لــ(AB) و يقطع (BC) في K

2) أ) مانوع الرباعي $IJKB$ ؟ استنتج أن $IJ = BC$ و $IB = JK$

ب) أثبت أن $I\hat{B}K = A\hat{I}J$

ج) أثبت أن المثلثين AIJ وIBK متقايسين

3) أ) بين أن $I\hat{B}K = J\hat{K}C$ و استنتج أن $A\hat{I}J = J\hat{K}C$

ب) بين أن المثلثين AIJ وJKC متقايسين

ج) استنتج أن J منتصف $[AC]$

تمرين عدد 06:

1) ليكن ABC مثلث حيث $AB = AC$
ابن $[Bx)$ منصف الزاوية $A\hat{B}C$ و يقطع $[AC]$ في I ثم ابن $[Cy)$ منصف الزاوية $A\hat{C}B$ و يقطع $[AB]$ في J.
$[Bx)$ و$[Cy)$ يتقاطعان في K

2) أ) بين أن المثلثين AIB وAJC متقايسين

ب) استنتج أن$BI = CJ$

3) أ) بين أن المثلثين IBC وJCB متقايسين

ب) استنتج أن $IC = JB$ و $C\hat{J}B = B\hat{I}C$

4) أ) قارن المثلثين KIC و KJB

ب) قارن KB و KC ثم استنتج أن (AK) الموسط العمودي لـ$[BC]$

13- تقايس المثلثات

تمرين عدد 07:

1) ارسم زاوية منفرجة $[OX;OY]$ و منصفها $[OZ)$
لتكن ع دائرة مركزها O هذه الدائرة تقطع $[OX)$ في A وتقطع $[OY)$ في B وتقطع $[OZ)$ في D
2) أ) ما نوع المثلث OAD ؟
ب) استنتج أن $O\hat{D}A = O\hat{A}D$
3) أ) أثبت تقايس المثلثين OAD و OBD
ب) استنتج أن $AD = BD$ و $O\hat{D}A = O\hat{B}D$
4) أ) ارسم الإرتفاع $[AE]$ الصادر من A في المثلث OAD والارتفاع $[DF]$ الصادر من D في المثلث OBD
ب) بين أن المثلثين ADE و FDB متقايسين
5) المستقيم المار من E والموازي لـ (OY) يقطع $[OX)$ في M. بين أن المثلث OME متقايس الضلعين قمته الرئيسية M

تمرين عدد 08:

1) ليكن ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف $[BC]$
ابن المستقيم Δ المار من I و العمودي على $[AB]$ في J و المستقيم Δ' المار من I و العمودي على $[AC]$ في K
2) أ) بين ان المثلثين IJB و IKC متقايسين
ب) استنتج أن $IJ = IK$ و $K\hat{I}C = J\hat{I}B$
3) أ) بين ان المثلثين AIJ و AIK متقايسين
ب) استنتج أن $A\hat{I}K = A\hat{I}J$
4) ارسم المستقيم العمودي على (AI) في A حيث يقطع (IJ) في M و (IK) في N
أ) بين أن المثلثين AIM و AIN متقايسين
ب) استنتج أن A منتصف $[MN]$

تمرين عدد 09:

1) ارسم زاوية حادة $[OX;OY]$ ثم عين نقطة A من $[OX)$ مخالفة ل O و نقطة B من $[OY)$ بحيث $OA = OB$
ابن المستقيم Δ المار من A والعمودي على $(OY]$ في C والمستقيم Δ' المار من B والعمودي على $[OX)$ في D ، Δ و Δ' يتقاطعان في نقطة I
2) أ) أثبت تقايس المثلثين OAC و OBD
ب) استنتج أن $OC = OD$
3) أ) أثبت تقايس المثلثين OIC و OID
ب) استنتج أن $[OI)$ منصف الزاوية $X\hat{O}Y$

تمرين عدد 10:

ليكن ABC مثلث . ارسم المستقيم Δ المار من A و الموازي ل (BC) ثم عين نقطة M من Δ من جهة C حيث $AM = BC$. ارسم المستقيم المار من M و الموازي لـ (AC) و يقطع (AB) في N
2) أ) بين أن $M\hat{A}N = A\hat{B}C$
ب) أثبت أن $B\hat{C}A = C\hat{A}M = A\hat{M}N$
ج) أثبت تقايس المثلثين ABC و AMN
واستنتج أن $M\hat{N}A = B\hat{A}C$ و $AN = AB$
3) أ) ابن $[AT)$ منصف الزاوية $B\hat{A}C$ و يقطع (BC) في I ثم $[AY)$ منصف الزاوية $M\hat{N}A$ و يقطع (AM) في J
ب) أثبت تقايس المثلثين AIB و NJA

13- تقايس المثلثات

تمرين عدد 11:

نعتبر EFG مثلث حيث FG= 8Cm و EG = 7Cm و EF = 3Cm و لتكن I منتصف [FG] و(EX) منصف الزاوية $F\hat{E}G$. ارسم المستقيم Δ المار من I و العمودي على (EX) . Δ يقطع (EF) فيH و (EG) في K و(EX) في J

2) أ) أثبت تقايس المثلثين EJH و EJK

ب) استنتج أن EHK متقايس الضلعين

3) ارسم المستقيم 'Δالمار من F والموازي لـ (EG) . 'Δ يقطع (HK) في L

أ) أثبت أن $H\hat{K}E = F\hat{L}H$

ب) بين أن المثلث HFL متقايس الضلعين

4) أ) أثبت أن $K\hat{G}I = I\hat{F}L$

ب)أثبت تقايس المثلثين FIL وKIG

ج) استنتج أن GK= FH

تمرين عدد 12: نعتبر EFG مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

1) أ) ارسم الارتفاعين [FF'] و [GG'] الموافقين للضلعين [EG] و [EF] على التوالي

ب) بين أن المثلثين EFF' و EGG' متقايسيان

ج) استنتج أن FF'=GG'

د) اثبت أن المثلث EF'G' متقايس الضلعين

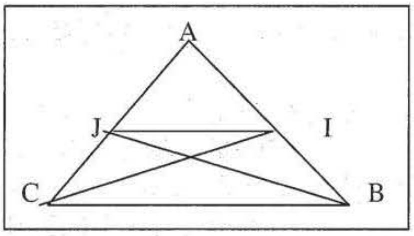
2) لتكن H المركز القائم للمثلث EFG

أ) قارن المثلثين EHG' و EHF'

ب) استنتج أن (EH) هو الموسط العمودي لـ [F'G']

ج) أثبت أن (FG)//(F'G')

تمرين عدد 13:



لاحظ الرسم التالي حيث AB = AC و AI =AJ

1) بين أن المثلثين AJB وAIC متقايسان

2) استنتج أن JB= IC و $A\hat{I}C= A\hat{J}B$

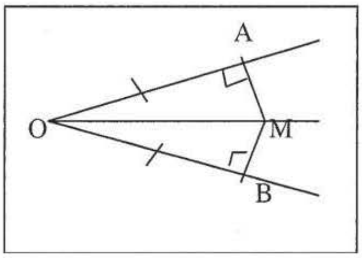
تمرين عدد 14:

1) ارسم دائرتين ع و'ع مركزيهما I و J على التوالي و متقاطعتين في النقطتين A وB

2) بين أن المثلثين AIJ وBIJ متقايسين

3) استنتج أن (IJ]منصف الزاوية $A\hat{I}B$

تمرين عدد 15: لاحظ الرسم التالي حيث OA = OB



1) بين أن المثلثين OAM وOBM متقايسين

2) استنتج أن(OM] منصف الزاوية $A\hat{O}B$

13- تقايس المثلثات

تمرين عدد 16:

1) ارسم مستقيمين Δ و Δ' متقاطعين في نقطة O ثم عين النقطتين A و B على Δ حيث $OA = OB$ والنقطتين C و D على Δ' حيث
$OC = OD$

2) أ) أثبت تقايس المثلثين OBD و OAC

ب) استنتج أن $BD = AC$ و $O\hat{B}D = O\hat{A}C$ و $O\hat{D}B = O\hat{C}A$

3) المستقيم المار من O يقطع [AC] في I و [BD] في J

أ) أثبت تقايس المثلثين OBJ و OAI

ب) استنتج أن $OI = OJ$ و $O\hat{J}B = O\hat{I}A$

تمرين عدد17:

نعتبر مثلثا EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

1) ابن (FX] منصف الزاوية $E\hat{F}G$ و (GY] منصف الزاوية $E\hat{G}F$ حيث يتقاطعان في النقطة O

2) بين أن المثلث OFG متقايس الضلعين

3) برهن أن النقطتين G و F متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم (OE)

4) (FX] يقطع [EG] في النقطة A و (GY] يقطع [EF] في النقطة B

أ) أثبت تقايس المثلثين FAG و FBG

ب) استنتج أن المثلث BOA متقايس الضلعين

تمرين عدد 18:

1) ابن مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث $A\hat{B}C = 30°$

أ) احسب $A\hat{C}B$

ب) ابن النقطة D مناظرة النقطة C بالنسبة إلى A

ج) بين أن المثلث BCD متقايس الأضلاع

2) المستقيم المار من A و الموازي لـ (BD) يقطع (BC) في E

أ) بين أن المثلث ACE متقايس الأضلاع

ب) استنتج أن المثلث AEB متقايس الضلعين وأن E هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

تمرين عدد 01:

في المثلثين ACI وBDI لدينا :

* $\widehat{CAI} = \widehat{DBI}$ (لأنهما متبادلتان داخليا و (AC) // (BD))
* $\widehat{BID} = \widehat{AIC}$ (لأنهما متقابلتان بالرأس)
* IA = IB (لأن I منتصف [AB])

إذن المثلثان ACI وBDI متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

2) نستنتج من تقايس المثلثين ACI وBDI أن بقية العناصر النظيرة الأخرى متقايسة ومنها AC = BD و IC = ID

تمرين عدد 02:

1) في المثلثين OAC وOBD لدينا: : * OA = OB ([AB] قطر دائرة مركزها O)

* OC = OD ([DC] قطر دائرة مركزها O) و * $\widehat{BOD} = \widehat{AOC}$ (لأنهما متقابلتان بالرأس)

إذن المثلثان OAC وOBD متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

2) ينتج عن تقايس المثلثين OAC و OBD أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها BD = AC و

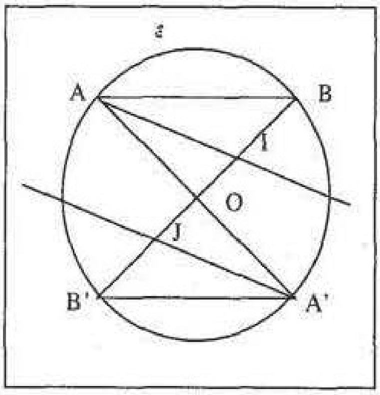
$\widehat{ACO} = \widehat{BDO}$ و ACO = BDO

تمرين عدد 03:

1) في المثلثين القائمين BJC وBCI لدينا :

* $\widehat{ICB} = \widehat{JBC}$ (لأن المثلث ABC متقايس الضلعين قمته A)
* [BC] وتر مشترك

إذن المثلثان BJC وBCI متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة



2) ينتج عن تقايس المثلثين BJC وBCI أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها IB= JC وCI= BJ وبما أن AB = AC فإن AI = AJ

تمرين عدد 04:

1) انظر الرسم

2) أ) في المثلثين OAB و OA'B' لدينا:

* OA' = OA (لأن [AA'] قطر دائرة مركزها O)
* OB' = OB (لأن [BB'] قطر دائرة مركزها O)
* $\widehat{A'OB'} = \widehat{AOB}$ (لأنهما متقابلتان بالرأس)

إذن المثلثان OAB و OA'B' متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

ب) نستنتج من تقايس المثلثين OAB و OA'B' أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة

ومنها AB = A'B' و $\widehat{OA'B'} = \widehat{OAB}$ و $\widehat{OB'A'} = \widehat{OBA}$

3) أ) في المثلثين IAB و JA'B' لدينا:

* AB = A'B' (حسب السؤال 2- ب)
* $\widehat{A'B'J} = \widehat{ABI}$ (حسب السؤال 2- ب)

* $\widehat{JA'B'} = \widehat{IAB}$ (لأن $\widehat{IAB} = \frac{\widehat{OAB}}{2}$ و $\widehat{JA'B'} = \frac{\widehat{OA'B'}}{2}$ و $\widehat{OA'B'} = \widehat{OAB}$

إذن المثلثان IAB و JA'B' متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

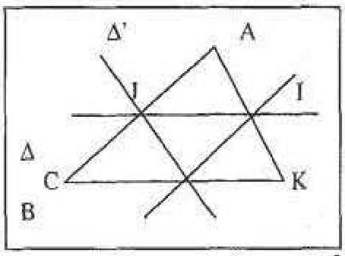
ب) ينتج عن تقايس المثلثين IAB و JA'B' أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها =IA JA'و $\widehat{A'JB'} = \widehat{AIB}$

تمرين عدد 05

1)انظر الرسم

2)أ) لدينا (IJ) // (KB) و (JK) // (IB) لذا الرباعي IJKB أضلاعه المتقابلة متوازية إذن هو متوازي الأضلاع و منه فإن أضلاعه المتقابلة متقايسة و بالتالي IJ = KB و IB = JK

ب) بما أن $\widehat{AIJ}$ و $\widehat{IBK}$ هما زاويتان متماثلتان و(IJ) //(KB) فإن $\widehat{AIJ} = \widehat{IBK}$



ج) في المثلثين AIJ و IBK لدينا:

* IA = IB (لأن I منتصف[AB])
* IJ = BK (حسب السؤال 2- أ)
* $\widehat{AIJ} = \widehat{IBK}$ (حسب السؤال 2- ب)

إذن المثلثان $\widehat{AIJ}$ و $\widehat{IBK}$ متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

3) أ) بما أن IBK و JKC زاويتان متماثلتان و(JK) // (IB) فإن $\widehat{IBK} = \widehat{JKC}$

و بما أن $\widehat{IBK} = \widehat{AIJ}$ و $\widehat{IBK} = \widehat{JKC}$ فإن $\widehat{AIJ} = \widehat{JKC}$

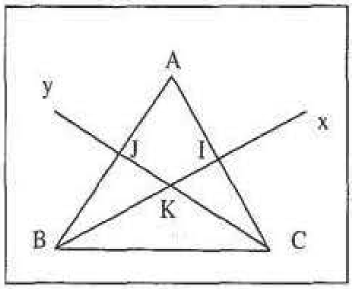
ب) في المثلثين AIJ و JKC لدينا:

* $\widehat{KJC} = \widehat{IAJ}$ (لأنهما متماثلتان و(AI) // (JK))
* $\widehat{IKC} = \widehat{AIJ}$ (حسب السؤال 3- أ)
* IA = KJ (لأن IA = IB و IB = KJ)

إذن المثلثان AIJ وJKC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ج) ينتج عن تقايس المثلثين AIJ وJKC أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها JA= JCوبما أن A و J و C على استقامة واحدة فإن J منتصف [AC]

تمرين عدد06:



1)انظر الرسم

2) أ) في المثلثين AIB وAJC لدينا:

* AB = AC (معطى)
* $\widehat{BAC}$ زاوية مشتركة
* $\widehat{ABI} = \widehat{JCA}$ [لأن $\widehat{JCA} = \frac{\widehat{ACB}}{2}$ و $\widehat{ABI} = \frac{\widehat{ABC}}{2}$ و $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ (ABC متقايس الضلعين قمته A)]

إذن المثلثان AIB وAJC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ب) ينتج عن تقايس المثلثين IAB و AJC أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها BI=CJ

3) أ) في المثلثين IBC و JCB لدينا:

*IB = JC (حسب السؤال 2- ب)

* [BC] ضلع مشترك

* $I\hat{B}C = J\hat{C}B$ (لأن $I\hat{C}B=\frac{A\hat{C}B}{2}$ و $I\hat{B}C=\frac{A\hat{B}C}{2}$ و $A\hat{C}B = A\hat{B}C$)

إذن المثلثان IBC وJCB متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

ب) نستنتج من تقايس المثلثين IBC وJCB أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها IC= JB و $C\hat{J}B= B\hat{I}C$

4) أ) في المثلثين IKC وJKB لدينا:

IC = JB (حسب السؤال 3- ب)

$K\hat{J}B = K\hat{I}C$ (حسب السؤال 3- ب)

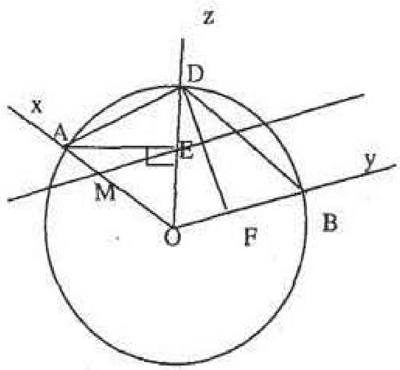
$I\hat{C}K = J\hat{B}K$ (لأن $I\hat{C}K=\frac{A\hat{C}B}{2}$ و $J\hat{B}K=\frac{A\hat{B}C}{2}$ و $A\hat{C}B = A\hat{B}C$)

إذن المثلثان IKC وJKB متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ب) ينتج عن تقايس المثلثين IKC وJKB أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها KC= KB

بما ان AC= AB وKC = KB فإن النقطتين A وK ينتميان إلى الموسط العمودي لـ[BC] و بالتالي فإن(AK) يمثل الموسط العمودي لـ[BC]

تمرين عدد 07:



1)انظر الرسم

1) أ) بما أن OA وOD يمثلان شعاع للدائرة ع فإن OA = OD

و بالتالي المثلث OAD متقايس الضلعين قمته الرئيسية O

ب) بماأن المثلث OAD متقايس الضلعين قمته الرئيسيةO فإن زاويتي القاعدة متقايستان إذن OAD = ODA

3) أ)في المثلثين OAD و OBD لدينا :

OA = OB (لأنهما يمثلان شعاع للدائرة ع)

[OD] ضلع مشترك

$D\hat{O}A = D\hat{O}B$ (لأن [OD) منصف الزاوية $A\hat{O}B$)

إذن المثلثان OAD وOBD متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

ب) ينتج عن تقايس المثلثين OAD وOBD أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها AD= BD و $O\hat{B}D = O\hat{A}D$ وبما أن $O\hat{A}D = O\hat{D}A$ (السؤال 1- ب) فإن $O\hat{B}D = O\hat{A}D$

4) ب) في المثلثين القائمين ADE و FDB لدينا:

DB = AD (حسب السؤال 3- ب)

$A\hat{D}E = D\hat{B}F$ (حسب السؤال 3- ب)

إذن المثلثان ADE وFDB متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة

5) لدينا (EM) // (OB) و الزاويتين BOD و $M\hat{E}O$ متبادلتان داخليا لذا هما متقايستان $B\hat{O}D = M\hat{E}O$

و بما أن $M\hat{O}E = B\hat{O}D$ (لأن [OZ) منصف الزاوية $A\hat{O}B$)فإن $M\hat{O}E = M\hat{E}O$ و بالتالي المثلث OME له زاويتان متقايستان إذن هو متقايس الضلعين قمته الرئيسية M

تمرين عدد 08:

1)انظر الرسم

2) أ) في المثلثين القائمين IJB وIKC لدينا :

$\widehat{ICK}=\widehat{IBJ}$ (لأن ABCمثلث متقايس الضلعين قاعدته [BC])

IB = IC (لأن I منتصف[BC])

إذن المثلثان IJB وIKC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة

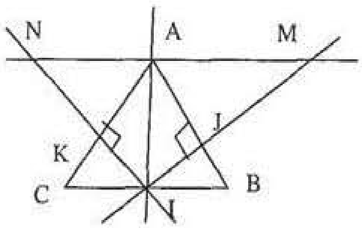
ب) ينتج عن تقايس المثلثين IJB وIKC أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها IJ= IK و $\widehat{KIC}=\widehat{JIB}$

3) أ) في المثلثين القائمين AIJ و AIK لدينا:

IJ = IK (حسب السؤال 2- ب)

[AI] وتر مشترك

إذن المثلثان AIJ وAIK متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة.



ب) ينتج عن تقايس المثلثين AIJ وAIK أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $\widehat{AIK}=\widehat{AIJ}$

4) أ) في المثلثين AIM و AIN لدينا:

$\widehat{AIM}=\widehat{AIN}$ (حسب السؤال 3- ب)

$\widehat{MAI}=\widehat{NAI}=90°$ $[(AI)\perp(MN)]$

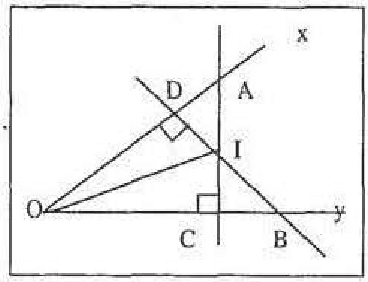
[AI] ضلع مشترك

إذن المثلثان AMI وANI متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ب) ينتج عن تقايس المثلثين AMI وANI أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها AM= AN

و بما أن A وM و N على استقامة واحدة فإن A منتصف[MN]

تمرين عدد 09:



1)انظر الرسم

2) أ) في المثلثين القائمين OAC و OBD لدينا :

OA = OB (معطى)

$\widehat{AOB}$زاوية مشتركة

إذن المثلثانOAC و OBD متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة

ب- ينتج عن تقايس المثلثين OAC وOBD أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها OC= OD

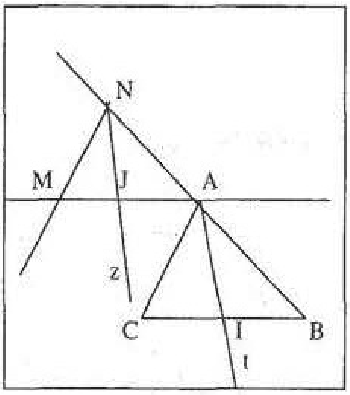
3) أ)(حسب السؤال 2- ب)

[OI] وتر مشترك

إذن المثلثان OIC و OID متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة

ب) ينتج عن تقايس المثلثين OIC وOID أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $\widehat{COI}=\widehat{DOI}$ و بالتالي [OI) منصّف الزاوية $x\widehat{O}y$

تمرين عدد 10:



1)انظر الرسم

2) أ) الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{MAN}$ متماثلتان حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AB) و المتوازيين (AM) و (BC) إذن $\widehat{ABC} = \widehat{MAN}$

ب)الزاويتان $\widehat{BCA}$ و $\widehat{MAC}$ متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AC) و المتوازيين (BC) و(AM) إذن $\widehat{BCA} = \widehat{MAC}$ و

الزاويتان $\widehat{MAC}$ و $\widehat{AMN}$ متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AM) و المتوازيين (AC) و(MN) إذن $\widehat{MAC} = \widehat{AMN}$

وبما أن $\widehat{MAC} = \widehat{BCA}$ و $\widehat{MAC} = \widehat{AMN}$ فإن

$\widehat{BCA} = \widehat{CAM} = \widehat{AMN}$

ج) في المثلثين ABC وAMN لدينا :

$BC = AM$ (معطى)

$\widehat{ABC} = \widehat{MAN}$ (حسب السؤال 2- ب)

$\widehat{ACB} = \widehat{AMN}$ (حسب السؤال 2- ب)

إذن المثلثان ABC وAMN متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات و منه نستنتج أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة و منها

$\widehat{MNA} = \widehat{BAC}$ و $AN = AB$

3) ب) في المثلثين AIB وNJA لدينا :

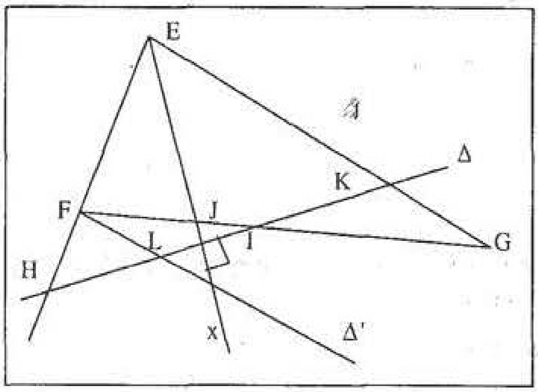
$NA = AB$ (حسب السؤال 2- ج)

$\widehat{NAJ} = \widehat{ABI}$ (حسب السؤال 2- أ)

$\widehat{IAB} = \widehat{JNA}$ (لأن $\widehat{IAB} = \frac{\widehat{BAC}}{2}$ و $\widehat{JNA} = \frac{\widehat{ANM}}{2}$ و $\widehat{BAC} = \widehat{ANM}$)

إذن المثلثان AIB و NAJ متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

تمرين عدد 11:



1)انظر الرسم

2) أ) في المثلثين EJH وEJK لدينا :

$\widehat{EJK} = \widehat{EJH} = 90°$

$\widehat{HEJ} = \widehat{KEJ}$ (لأن [EX) منصف الزاوية $\widehat{FEG}$

[EJ] ضلع مشترك

إذن المثلثان EJH و EJK متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ب) ينتج عن تقايس المثلثين EJH وEJK أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $EK = EH$ وبالتالي المثلث EHK متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

3) أ) الزاويتان $\widehat{HKE}$ و $\widehat{FLH}$ متماثلتان حاصلتان عن تقاطع المستقيم (HK) والمستقيمين المتوازيين (EG) و (FL)

إذن $H\widehat{K}E = F\widehat{L}H$

ب) بما أن المثلث EHK متقايس الضلعين قمته الرئيسية E فإن زاويتي القاعدة متقايستان $E\widehat{H}K = E\widehat{K}H$

و بما أن $F\widehat{L}H = H\widehat{K}E$ فإن $F\widehat{L}H = F\widehat{H}L$ و بالتالي المثلث HLF له زاويتان متقايستان إذن هو متقايس الضلعين قمته الرئيسية F

4) أ) الزاويتان $K\widehat{G}I$ و $I\widehat{F}L$ متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (GF) والمستقيمين المتوازيين (FL) و (EG) إذن $K\widehat{G}I = I\widehat{F}L$

ب) في المثلثين FIL و KIG لدينا :

$I\widehat{F}L = K\widehat{G}I$ (حسب السؤال 4- أ)

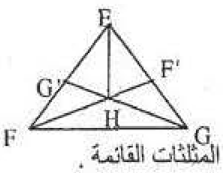
$F\widehat{I}L = K\widehat{I}G$ (لأنهما متقابلتان بالرأس)

$IF = IG$ (لأن I منتصف[FG])

إذن المثلثان FIL و KIG متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

ج) ينتج عن تقايس المثلثين FIL وKIG أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $GK = FL$ وبما أن $FH = FL$ (FLH متقايس الضلعين قمته F) فإن $GK = FH$

<u>تمرين عدد 12:</u>



1) ب في المثلثين القائمين EFF' و EGG' لدينا

* $EF = EG$ (EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E)

* $G\widehat{E}F$ زاوية مشتركة إذن المثلثان EFF' و EGG' متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة .

ج) ينتج عن تقايس المثلثين EFF' و EGG' أنّ بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة و منها $FF' = GG'$ و $EF' = EG'$

د) بما أنّ $EF' = EG'$ (حسب ج) فإنّ المثلث $EF'G'$ متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

2) أ)في المثلثين القائمين EHG' و EHF' لدينا

* $EF' = EG'$ (حسب السؤال 1)د) * $[EH]$ ضلع مشترك

إذن المثلثان EHG' و EHF' متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة.

ب) ينتج عن تقايس المثلثين $EG'H$ و EHF' أنّ بقية العناصر النظيرة الأخرى متقايسة و منها $H\widehat{E}F' = H\widehat{E}G'$

لذا $[EH]$ يمثل منصّف الزاوية $F'\widehat{E}G'$ و نعلم أنّ في مثلث متقايس الضلعين الموسط العمودي للقاعدة يحمل منصّف الزاوية الصادر من القمة الرئيسية. و بما أنّ $EF'G'$ متقايس الضلعين قمته الرئيسية E و (EH) هو منصّف الزاوية $F'\widehat{E}G'$ فإنّ (EH) هو الموسط العمودي ل $[F'G']$

2)المستقيم (EH) يمثل الموسط العمودي لكل من $[F'G']$ و $[FG]$ لذا فإنّ $(EH)\perp(F'G')$ و $(EH)\perp(FG)$

و بالتالي فإنّ $(FG)//(F'G')$