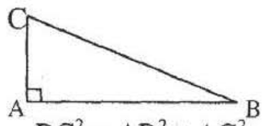
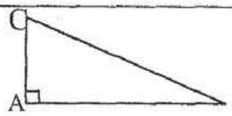
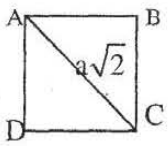
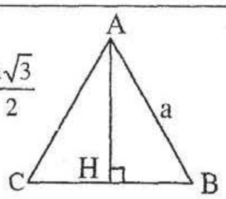
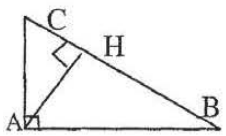
11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

مراجعة عــــامة

1) إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن: $AB^2+AC^2=BC^2$	 $BC^2=AB^2+AC^2$
1) إذا كان ABC مثلث حيث $AB^2+AC^2=BC^2$ فإنه قائم الزاوية في A	 ABC قائم الزاوية في A
3) إذا كان مربع ABCD قيس طول ضلعه a فإن قيس طول قطره $a\sqrt{2}$	
4) إذا كان ABC مثلثا متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه a فإن قيس طول ارتفاعه $\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ 
5) إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن $AB\times AC=AH\times BC$ $AH^2=HB.HC$	 $AB\times AC=AH\times BC$ $AH^2=HB.HC$

التمـــــارين

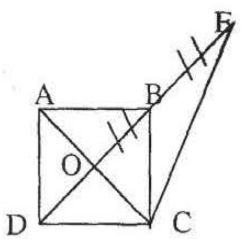
وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريـن عـدد 01: ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB=3$ و $AC=4$

1) احسب BC ؛ 2) ليكن [AH] الارتفاع الصادر من A. احسب AH

تمريـن عـدد 02:

في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 3 حيث $OB=BE$ احسب BD و EC.



11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

تمريـن عـدد 03: ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4.

1) ليكن [AH] الارتفاع الصادر من A . احسب AH

2) لتكن النقطة I المسقط العمودي لـ H على (AB) والنقطة J المسقط العمودي لـ H على (AC)

أ) احسب IH و JH

ب) استنتج أن المثلث IJH متقايس الضلعين.

تمريـن عـدد 04: في أي حالة من الحالات التالية يكون المثلث ABC قائم الزاوية

أ) $BC=5$; $AC=4$; $AB=3$ ؛ ب) $BC=\sqrt{12}$; $AC=\sqrt{5}$; $AB=\sqrt{7}$

ج) $BC=\sqrt{21}$; $AC=\sqrt{11}$; $AB=2\sqrt{3}$

د) $BC=2\sqrt{5}$; $AC=\sqrt{38}$; $AB=3\sqrt{2}$ ؛ هـ) $BC=3$; $AC=4$; $AB=2$

تمريـن عـدد 05: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB=3$ و $AC=4$. إذا كان [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن:

❑ $AH=\frac{4}{3}$ ، ❑ $AH=\frac{7}{2}$ ، ❑ $AH=\frac{12}{5}$

2) إذا كان ABCD مربعا مركزه O وطول ضلعه 6 فإن: ❑ $AO=3$ ، ❑ $AO=3\sqrt{2}$ ، ❑ $AO=2\sqrt{2}$

3) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4.إذا كانت H منتصف [BC] فإن:

❑ $AH=3\sqrt{2}$ ، ❑ $AH=2\sqrt{3}$ ، ❑ $AH=4\sqrt{3}$

4) ليكن ABCD معينا طول ضلعه a . إذا كان طولي قطراه 4 و 6 فإن :

❑ $a=12$ ، ❑ $a=5$ ، ❑ $a=\sqrt{13}$

تمريـن عـدد 06:

1) ABCD مربع طول ضلعه a وطول قطره b . أكمل الجدول التالي:

a	3	$2\sqrt{7}$		$\sqrt{5}$		
b			$\sqrt{6}$		$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

2) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه x وطول ارتفاعه y . أكمل الجدول التالي:

x	2		$\sqrt{3}$		$\sqrt{15}$	
y		$\sqrt{12}$		$\sqrt{6}$		$\sqrt{21}$

تمرين عدد 07: EFGH مستطيل حيث $EF=3$ و $FG=10$. لتكن M نقطة من $[EH]$ حيث $EM=4$.

1) احسب MF

2) لتكن N نقطة من نصف المستقيم $[HG)$ بحيث $GN=5$.

أ) احسب FN و MN ؛ ب) استنتج أن المثلث FMN قائم الزاوية في M .

3) لتكن A نقطة تقاطع المستقيمين (FM) و (NH)

أ) بين أن $\frac{MH}{ME}=\frac{MA}{MF}$ واستنتج MA . ب) احسب AH ؛ ج) استنتج أن المثلث AMN قائم الزاوية.

تمرين عدد 08:

لتكن دائرة (ع) مركزها O وقطرها $[BC]$ حيث $BC=10$ و A نقطة من (ع)

حيث $AB=5$ و H المسقط العمودي لـ A على (BC).

1) أ) بين أن ABC مثلث قائم. ؛ ب) بين أن $AC=5\sqrt{3}$ ؛ ج) بين أن $AH=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

2) لتكن I منتصف $[AC]$ ؛ $[BI]$ و $[AO]$ يتقاطعان في نقطة G . احسب AG

3) قارن $\frac{1}{AH^2}$ و $\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AB^2}$

تمرين عدد 09:

لتكن دائرة (ع) مركزها O وقطرها $[AB]$ حيث $AB=8$. لتكن نقطة E من (ع)

حيث يكون المثلث OEB متقايس الأضلاع ولتكن H المسقط العمودي للنقطة E على (OB).

1) أ) أنجز الرسم ؛ ب) بين أن المثلث EAB قائم الزاوية ؛ ج) بين أن $AE=4\sqrt{3}$

2) أ) بين أن $EH=2\sqrt{3}$ ؛ ب) بين أن $AH=6$

3) ليكن Δ المماس للدائرة (ع) في النقطة B و يقطع (AE) في I .

أ) بين أن المستقيم (BI) مواز للمستقيم (EH) ؛ ب) احسب البعدين AI و BI

11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

4) لتكن M منتصف $[EO]$ و N منتصف $[EB]$ ولتكن (ع') الدائرة المحيطة بالمثلث OHE .

أ) بين أن $MN=2$ ؛ ب) بين أن M مركز الدائرة (ع')

تمريـن عـدد 10:

EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF=3$ و $EG=4$. الدائرة (ع) التي مركزها F وشعاعها FG تقطع المستقيم (EF) في نقطتين A و B حيث $A\in[FE]$.

1) ارسم الشكل.

2) أ) احسب FG ؛ ب) بين أن $EA=2$ و $EB=8$

ج) احسب GB و GA ؛ د) بين أن المثلث ABG قائم الزاوية في G

3) لتكن K منتصف $[GB]$، المستقيم (FK) يقطع (EG) في النقطة H .

أ) بين أن $(FK)//(AG)$ وأن $FK=\frac{1}{2}AG$ ؛ ب) بين أن H المركز القائم للمثلث FGB

ج) بين أن $\frac{FH}{AG}=\frac{EF}{EA}$ ؛ د) استنتج أن $FH=\frac{3}{2}AG$ ؛ هـ) بين أن $FH=3FK$

تمريـن عـدد 11:

ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB=3$ ، $AD=10$ ؛ $DC=8$
و H المسقط العمودي لـ B على (DC) .

1) احسب AC و BC

2) لتكن E نقطة من $[AD]$ حيث $AE=4$.

أ) احسب BE و EC ؛ ب) استنتج أن المثلث EBC قائم الزاوية.

3) لتكن F المسقط العمودي للنقطة E على (BC) ؛ احسب EF .

تمريـن عـدد 12:

MNP مثلث حيث $MN=6\sqrt{3}$ و $NP=12$ و $MP=6$.

1) بين أن المثلث MNP قائم الزاوية في M .

2) لتكن I المسقط العمودي لـ M على (NP) . بين أن $IP=3$.

3) لتكن J منتصف $[NP]$ و K نقطة من (MI) حيث $(JK)//(MN)$.

أ) احسب IJ و IN ؛ ب) بين أن $JK=2\sqrt{3}$

4) بين أن المثلث JMP متقايس الأضلاع

11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

تمريــن عــدد 13: ABCD مربع طول ضلعه 5.

1) ابن النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى D.

أ) احسب AC و AE ؛ ب) بين أن المثلث ACE قائم الزاوية.

2) (AE) يقطع (BC) في K.

أ) بين أن A منتصف [EK] وأن B منتصف [CK] ، ب) استنتج AK و BK

3) لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على (AE). احسب DH.

4) (DH) يقطع (BC) في النقطة F.

أ) بين أن الرباعي ACFD متوازي أضلاع ؛ ب) استنتج أن $AC=DF$ ؛ ج) بين أن $FC=\frac{1}{3}FK$

تمريــن عــدد 14:

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB=4$ و $AC=3$

1) احسب BC

2) ابن النقطتين E و F مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى النقطة C.

أ) بين أن $(EF)\perp(CE)$ ؛ ب) احسب EF

3) عين النقطة H المسقط العمودي لـ E على (FC)

أ) احسب EH ؛ ب) احسب HF ثم استنتج HC و HB ؛ ج) احسب BE ثم استنتج AF

4) المستقيم (EH) يقطع (BA) في النقطة G

أ) احسب BG ثم استنتج AG ؛ ب) احسب HG و CG

تمريــن عــدد 15: ABCD شبه منحرف قائم في A و D حيث $AB=3$ ، $AD=2$ و $DC=7$.

1) احسب AC و BD

2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (DC)

أ) احسب BH و HC ؛ ب) احسب BC

3) لتكن I المسقط العمودي لـ H على (BC)

أ) احسب IH ؛ ب) احسب IB و IC

4) المستقيم الموازي لـ(DC) والمار من النقطة I يقطع (BH) في النقطة J. احسب BJ و IJ

11-العلاقات القياسية في المثلث القائم

تمريـن عـدد 16:

نعتبر x عددا حقيقيا حيث $x>1$. ليكن ABC مثلث حيث $AB=\sqrt{x^2-1}$ ، $AC=\sqrt{x^2+1}$ و $BC=\sqrt{2}x$

1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC). بين أن $AH=\frac{1}{x}\sqrt{\frac{x^4-1}{2}}$

تمريـن عـدد 17:

نعتبر دائرة (ع) مركزها O و [EF] قطرا لها حيث $EF=10$ و M نقطة من (ع) حيث $ME=6$

1) أ) بين أن المثلث MEF قائم ؛ ب) بين أن $MF=8$

2) لتكن H المسقط العمودي لـ M على (EF)

أ) بين أن $MO=5$ و $MH=\frac{24}{5}$ ؛ ب) احسب OH

3) ليكن Δ الموسط العمودي لـ[FH]؛ Δ يقطع [FH] في I و [MF] في J.

أ) بين أن $(MH)//(IJ)$ واستنتج أن J منتصف [MF] ؛ ب) بين أن $OJ=3$

ج) بين أن المثلث MOJ قائم في J

4) لتكن النقطة K من [ME] بحيث $MK=4$ ، المستقيم المار من K والموازي لـ(EF) يقطع [MO] في نقطة G.

أ) احسب البعد MG

ب) استنتج أن G هي مركز ثقل المثلث MEF ، ج) استنتج أن G;E و J على استقامة واحدة.

تمريـــن عـــ01ـــدد: أ) المثلث ABC قائم الزاوية في A ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $BC^2 = AB^2 + AC^2$ يعني $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}$ إذن $BC=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$.

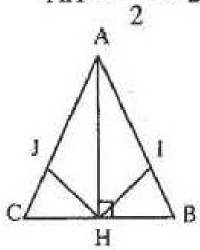
ب) ABC قائم الزاوية في A و [AH] الارتفاع الصادر من A إذن $AB\times AC = AH\times BC$ يعني $AH=\frac{AB\times AC}{BC}$

إذن $AH=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}$

تمريـــن عـــ02ـــدد: ABCD مربع طول ضلعه 3 و [BD] قطره إذن $BD=3\sqrt{2}$ ؛ ABCD مربع إذن قطراه [AC] و [BD] متعامدان في المركز O وبالتالي المثلث OEC قائم الزاوية في O وبتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث OEC نتحصل على $EC^2=OC^2+OE^2$ يعني $EC=\sqrt{OC^2+OE^2}$ إذن

$$EC=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{18}{4}+18}=\sqrt{\frac{45}{2}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \quad \left(OE=2OB=\frac{2\times3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}\right)$$

تمريـــن عـــ03ـــدد: 1) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 و [AH] ارتفاعه إذن $AH=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$



2) أ) ABH مثلث قائم الزاوية في H و [HI] الارتفاع الصادر من H

إذن $HB\times AH = HI\times AB$ يعني $HI=\frac{HB\times AH}{AB}$ إذن $HI=\sqrt{3}$

AHC مثلث قائم الزاوية في H و [HJ] الارتفاع الصادر من H

إذن $HC\times AH = JH\times AC$ يعني $JH=\frac{HC\times AH}{AC}$ إذن $HJ=\sqrt{3}$

ب) بما أن $HI=HJ=\sqrt{3}$ فإن IJH متقايس الضلعين قمته الرئيسية H

تمريـــن عـــ04ـــدد: أ) $AB^2+AC^2=16+9=25$ و $BC^2=5^2=25$ لذا $BC^2=AB^2+AC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A

ب) $AB^2+AC^2=5+7=12$ و $BC^2=12$ لذا $BC^2=AB^2+AC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A

ج) $AB^2+AC^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{11}^2=12+11=23$ و $BC^2=\sqrt{21}^2=21$ لذا $BC^2\neq AB^2+AC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

د) $AB^2+BC^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=18+20=38$ و $AC^2=\sqrt{38}^2=38$ لذا $AC^2=AB^2+BC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في B

هـ) $AB^2+BC^2=4+9=13$ و $AC^2=4^2=16$ لذا $AC^2\neq AB^2+BC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

تمريـن عـ05ـدد:

1) ☒ $AH=\frac{12}{5}$ ، 2) ☒ $AO=3\sqrt{2}$ ، 3) ☒ $AH=2\sqrt{3}$ ، 4) ☒ $a=\sqrt{13}$

تمريـن عـ06ـدد:

1)

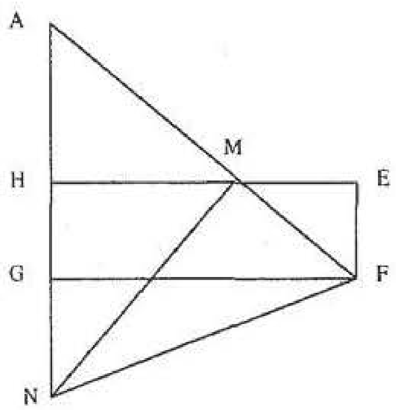
a	3	$2\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	2	3
b	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{14}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

2)

x	2	4	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{15}$	$2\sqrt{7}$
y	$\sqrt{3}$	$\sqrt{12}$	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{6}$	$\frac{3\sqrt{5}}{2}$	$\sqrt{21}$

تمريـن عـ07ـدد: 1) المثلث EFM قائم الزاوية في F؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $MF^2=EM^2+EF^2$

يعني $MF=\sqrt{EM^2+EF^2}$ إذن $MF=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$



2) أ) المثلث FGN قائم الزاوية في G؛ بتطبيق نظرية بيتاغور

نتحصل على $FN^2=GN^2+GF^2$ يعني $FN=\sqrt{GN^2+GF^2}$ إذن

$FN=\sqrt{5^2+10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

* المثلث HMN قائم الزاوية في H؛ بتطبيق نظرية بيتاغور

نتحصل على $MN^2=HM^2+HN^2$ يعني $MN=\sqrt{HM^2+HN^2}$

إذن $MN=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

ب) في المثلث MFN لدينا $MF=5$ ؛ $MN=10$ و $FN=5\sqrt{5}$ ؛

$MF^2+MN^2=125$ و $FN^2=125$ لذا $FN^2=MF^2+MN^2$ إذن المثلث FMN قائم الزاوية في M.

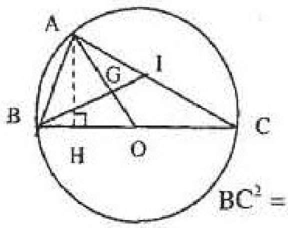
3) أ) في المثلث EFM لدينا $H\in(ME)$ ؛ $A\in(MF)$ و $(AH)//(EF)$ ؛ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{AH}{EF}=\frac{MH}{ME}=\frac{MA}{MF}$ ؛ $\frac{MH}{ME}=\frac{MA}{MF}$ يعني $MA=\frac{MH}{ME}\times MF$ إذن $MA=\frac{6}{4}\times5=\frac{15}{2}$

ب) $\frac{AH}{EF}=\frac{MH}{ME}$ يعني $AH=\frac{MH}{ME}\times EF$ إذن $AH=\frac{6}{4}\times 3=\frac{9}{2}$

ج) في المثلث AMN لدينا $AM=\frac{15}{2}$ ؛ $MN=10$ و $AN=\frac{25}{2}$ ؛ $AM^2+MN^2=\left(\frac{15}{2}\right)^2+10^2=\frac{625}{4}$ و

$AN^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2=\frac{625}{4}$ لذا $AN^2=AM^2+MN^2$ إذن المثلث AMN قائم الزاوية في M



تمريـن عــ08ــدد: 1) أ) المثلث ABC محاط بالدائرة ع وضلعه [BC] يمثل قطرا لها

إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A

ب) المثلث ABC قائم الزاوية في A ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على: $BC^2=AB^2+AC^2$

يعني $AC^2=BC^2-AB^2$ يعني $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}$ إذن $AC=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

ج) المثلث ABC قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A إذن $AB\times AC=AH\times BC$ يعني

$$AH=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{5\times 5\sqrt{3}}{10}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$$

2) لدينا I منتصف [AC] و O منتصف [BC] لذا [AO] و [BI] يمثلان موسطي المثلث ABC وبما أن G نقطة

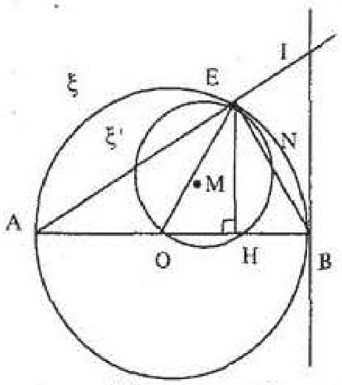
تقاطع [AO] و[BI] فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABC وبالتالي $AG=\frac{2}{3}AO=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}$ ؛

$(AO=BO=CO=5)$

3) $\frac{1}{AH^2}=\left(\frac{1}{AH}\right)^2=\left(\frac{BC}{AB\times AC}\right)^2=\frac{BC^2}{AB^2\times AC^2}=\frac{AC^2+AB^2}{AB^2\times AC^2}=\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AB^2}$ إذن $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$

تمريـن عــ09ــدد: 1) ب) المثلث AEB محاط بالدائرة ع وضلعه [AB] يمثل قطرا لها.

إذن المثلث AEB قائم الزاوية في E.



ج) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEB (قائم الزاوية في E) نتحصل على

$AB^2=AE^2+BE^2$

يعني $AE^2=AB^2-BE^2$ يعني $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}$ إذن

$AE=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

2) أ) OEB مثلث متقايس الأضلاع و [EH] ارتفاعه الصادر من E إذن

$EH=\frac{OE\times\sqrt{3}}{2}=\frac{4\times\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEH (قائم الزاوية في H) نتحصل على $AE^2=EH^2+AH^2$ يعني

$AH^2=AE^2-EH^2$ يعني $AH=\sqrt{AE^2-EH^2}$ إذن $AH=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{48-12}=\sqrt{36}=6$

3) أ) لدينا المستقيم (BI) مماس للدائرة ج في النقطة B لذا $(BI)\perp(OB)$ وبما أن $(EH)\perp(OB)$ فان $(EH)//(BI)$

ب) في المثلث ABI لدينا $E\in(AI)$ ؛ $H\in(AB)$ و $(EH)//(BI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على

$\frac{AH}{AB}=\frac{AE}{AI}=\frac{EH}{BI}$

* $\frac{AH}{AB}=\frac{AE}{AI}$ يعني $AI=\frac{AB\times AE}{AH}$ إذن $AI=\frac{8\times4\sqrt{3}}{6}=\frac{16}{3}\sqrt{3}$ ، * $\frac{AH}{AB}=\frac{EH}{BI}$ يعني $BI=\frac{AB\times EH}{AH}$

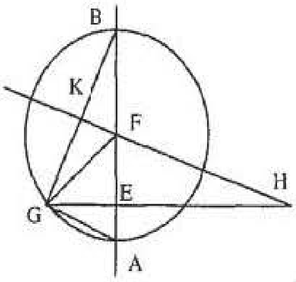
إذن $BI=\frac{8\times2\sqrt{3}}{6}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

4) أ) في المثلث OEB لدينا M منتصف $[OE]$ و N منتصف $[EB]$ إذن $MN=\frac{1}{2}OB$ و $(MN)//(OB)$

$MN=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2}\times4=2$

ب) المثلث OEH قائم الزاوية في H و M منتصف وتره $[OE]$ إذن M هي

مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OEH وهي الدائرة (ج')



تمريـن عــ10ــدد: 1) أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EFG

(قائم الزاوية في E) نتحصل على $FG^2=EF^2+EG^2$ يعني $FG=\sqrt{EF^2+EG^2}$

إذن $FG=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

ب) * $EA=FA-EF=FG-EF=5-3=2$ $(FA=FG=5)$

* $EB=EF+FB=EF+FG=3+5=8$ $(FB=FG=5)$

ج) المثلث EBG قائم الزاوية في E ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $BG^2=EB^2+EG^2$ يعني

$BG=\sqrt{EB^2+EG^2}$ إذن $BG=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=4\sqrt{5}$

. بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEG (قائم في E) نتحصل على $AG^2=EG^2+EA^2$ يعني $AG=\sqrt{EG^2+EA^2}$

إذن $AG=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

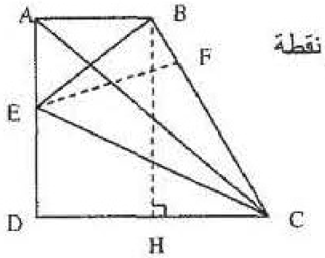
د) في المثلث ABG لدينا $AB=10$ ؛ $BG=4\sqrt{5}$ و $AG=2\sqrt{5}$ ؛

$$AG^2+BG^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(4\sqrt{5}\right)^2=20+80=100$$

و $AB^2=10^2=100$ لذا $AB^2=AG^2+BG^2$ إذن المثلث ABG قائم الزاوية في G .

3) أ) في المثلث ABG لدينا K منتصف $[BG]$ و F منتصف $[AB]$ إذن $(KF)//(AG)$ و $KF=\frac{1}{2}AG$

ب) لدينا $(KF)//(AG)$ و $(BG)\perp(AG)$ لذا $(BG)\perp(FK)$ ولدينا $(BF)\perp(GE)$ إذن في المثلث BFG لدينا المستقيم (FK)



حامل للارتفاع $[FK]$ والمستقيم (EG) حامل للارتفاع $[GE]$ وبما أن H هي نقطة تقاطع المستقيمين (FK) و (EG) فإن H تمثل المركز القائم للمثلث BFG .

ج) في المثلث AEG لدينا $F\in(EA)$ ؛ $H\in(EG)$ و $(FH)//(AG)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{EH}{EG}=\frac{EF}{EA}=\frac{FH}{AG}$

د) حسب السؤال (3- ج) لدينا $\frac{FH}{AG}=\frac{EF}{EA}$ لذا $FH=\frac{EF}{EA}\times AG$ إذن $FH=\frac{3}{2}AG$ لأن $\left(\frac{EF}{EA}=\frac{3}{2}\right)$

هـ) حسب السؤال (3- أ) لدينا $FK=\frac{1}{2}AG$ لذا $AG=2FK$ وحسب السؤال (3- د) لدينا $FH=\frac{3}{2}AG$

لذا $FH=\frac{3}{2}\times(2FK)$ إذن $FH=3FK$

__تمريـــن عـــ11ـــدد:__ 1) المثلث ADC قائم الزاوية في D ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $AC^2=AD^2+DC^2$ يعني $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}$ إذن $AC=\sqrt{10^2+8^2}=\sqrt{164}=2\sqrt{41}$.

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BHC (قائم في H) نتحصل على $BC^2=BH^2+HC^2$ يعني $BC=\sqrt{BH^2+HC^2}$ إذن $BC=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$.

2) أ) ABE مثلث قائم الزاوية في A ؛بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $BE^2=AB^2+AE^2$ يعني $BE=\sqrt{AB^2+AE^2}$ إذن $BE=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$. بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث DEC (قائم في D) نتحصل على $EC^2=ED^2+DC^2$ يعني $EC=\sqrt{ED^2+DC^2}$ إذن $EC=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

ب) في المثلث BEC لدينا $EC=10$ ؛ $EB=5$ و $BC=5\sqrt{5}$ ، $EB^2+EC^2=5^2+10^2=125$ و

$BC^2=(5\sqrt{5})^2=125$ لذا $BC^2=EB^2+EC^2$ إذن المثلث EBC قائم الزاوية في E.

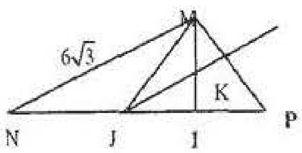
3) EBC مثلث قائم الزاوية في E و [EF] الارتفاع الصادر من E إذن $EB\times EC=EF\times BC$

يعني $EF=\frac{EB\times EC}{BC}$ وبالتالي: $EF=\frac{5\times10}{5\sqrt{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}$

تمريـــن عـــ12ـــدد: 1) لدينا $MN^2=(6\sqrt{3})^2=108$; $NP^2=(12)^2=144$; $MP^2=6^2=36$

و $MN^2+MP^2=144$ لذا $MP^2=MN^2+MP^2$

إذن المثلث MNP قائم الزاوية في M.



2) MNP مثلث قائم الزاوية في M و [MI] الارتفاع الصادر من M

إذن $MI\times NP=MP\times MN$ يعني $MI=\frac{MP\times MN}{NP}$ وبالتالي $MI=\frac{6\times6\sqrt{3}}{12}=3\sqrt{3}$

I المسقط العمودي لــ M على (NP) لذا المثلث MIP قائم الزاوية في I ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على

$MP^2=MI^2+IP^2$ يعني $IP^2=MP^2-MI^2$ يعني $IP=\sqrt{MP^2-MI^2}$ إذن $IP=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{36-27}=\sqrt{9}=3$

وبالتالي $IP=3$

3) أ) $IJ=PJ-PI=\frac{1}{2}PN-PI=\frac{12}{2}-3=6-3=3$ ؛ $IN=NP-PI=12-3=9$

ب) في المثلث IMN لدينا $J\in(IN)$ ؛ $K\in(MI)$ و $(JK)//(MN)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{IJ}{IN}=\frac{JK}{MN}$

يعني $JK=\frac{IJ}{IN}\times MN$ إذن $JK=\frac{3}{9}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

4) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث MIJ (قائم في I) نتحصل على $MJ^2=MI^2+IJ^2$ يعني $MJ=\sqrt{MI^2+IJ^2}$

إذن $MJ=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{27+9}=\sqrt{36}=6$ وبما أن $MP=6$; $PJ=6$ و $MJ=6$ فإن المثلث JMP متقايس الأضلاع.