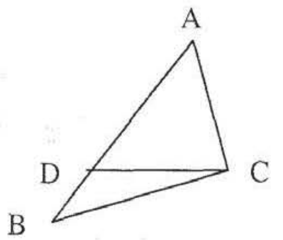
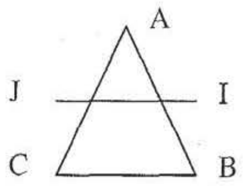
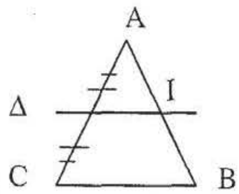
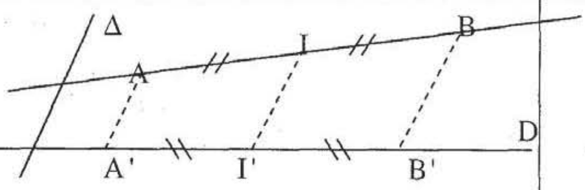
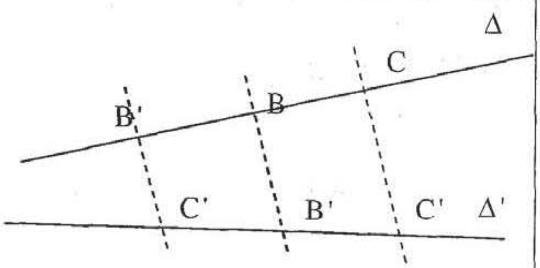
10-مبرهنة طالس وتطبيقاتها

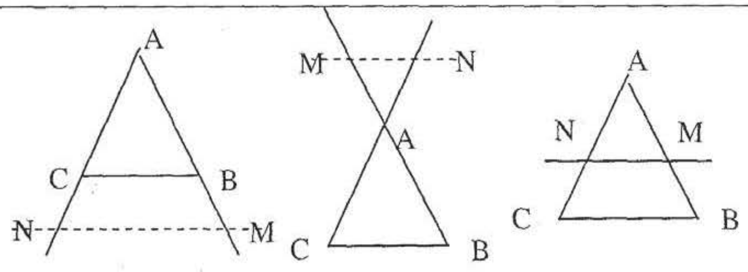
مـراجـعة عـــــامة

1) ليكن ABC مثلثا، مهما تكن النقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإن: مساحة المثلث ADC (S_1) ومساحة المثلث ABC (S_2) متناسبتان مع AD و AB أي: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{AD}{AB}$	
2) في كل مثلث المستقيم المار من منتصفي ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث وقيس طول قطعة المستقيم الرابطة بين المنتصفين يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث: $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$	
3) في كل مثلث، المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث: $\Delta//(BC)$ و I منتصف $[AB]$	
4) إذا كانت A' و B' مسقطي A و B على التوالي على مستقيم D وفقا لمنحى Δ فإن مسقط منتصف $[AB]$ على D وفقا لمنحى Δ هو منتصف $[A'B']$. I منتصف $[AB]$ و I' منتصف $[A'B']$.	
5) إذا كان مستقيمان Δ و Δ' و A و B و C ثلاث نقط من Δ و A' و B' و C' ثلاث نقط من Δ' حيث المستقيمات (AA') ; (BB') ; (CC') متوازية فإن: $\frac{A'B'}{A'C'}=\frac{AB}{AC}$ ، $\frac{B'C'}{B'A'}=\frac{BC}{BA}$ و $\frac{C'A'}{C'B'}=\frac{CA}{CB}$ و $\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{AB}{A'B'}$	

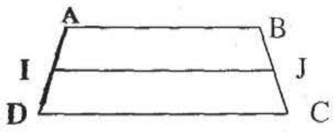
10-مبرهنة طالس وتطبيقاتها

6) إذا كان ABC مثلثا و M نقطة من (AB) و N نقطة من (AC) بحيث $(BC)//(MN)$ فإن

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$



7) إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]
وإذا كانت I منتصف [AD] و J منتصف [BC]
فإن: $IJ=\frac{1}{2}(AB+DC)$ و $(IJ)//(AB)$

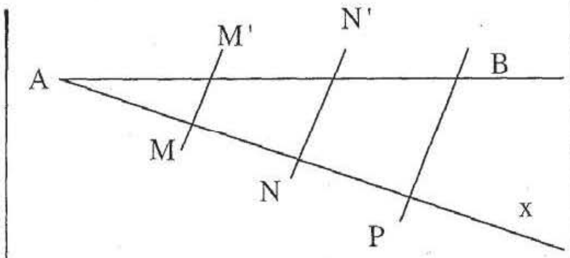


8) لتجزئة قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة:

* نرسم نصف مستقيم [Ax) بحيث المستقيم الحامل لـ[Ax) مخالف لـ[AB].

* نرسم على [Ax) نقطا متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطالب بها: $AM=MN=NP=....$ ثم نرسم المستقيم Δ المار من B وآخر نقطة رسمت على [Ax)

* نرسم المستقيمات الموازية لـΔ والمارة من النقط المعينة على [Ax). هذه المستقيمات تقسم [AB] إلى أجزاء متقايسة.



9) لبناء نقطة M من قطعة مستقيم [AB] حيث $AM=\frac{n}{m}AB$، n و m عددان طبيعيان $(n<m)$، نقسم [AB] إلى m أجزاء متقايسة ثم نعين النقطة M حيث M تبعد n أجزاء عن A.

المثلث القائم و الدائرة المحيطة به :

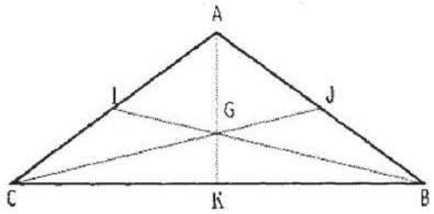
أ) في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن الرؤوس الثلاثة و قيس طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر

ب)مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية هو منتصف وتره

ج- كل مثلث منتصف أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم الزاوية ووتره يكون أحد الضلع **المذكور**

مركز ثقل المثلث: في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط إنطلاقا من الرأس و عند ثلث الموسط إنطلاقا من منتصف الضلع

$$AG=\frac{2}{3}AK\ ,BG=\frac{2}{3}BI\ \ ,CG=\frac{2}{3}CJ$$



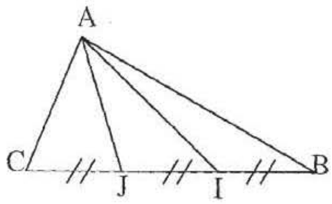
التمــــــارين

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

تمرين عـدد 01:

ABC مثلث ارتفاعه $AH=3$ و $BC=6$. لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $MC=2$.

احسب مساحة كل من المثلثين ABM و ACM .



تمرين عـدد 02:

تأمل الرسم حيث $BI=IJ=JC$. لتكن S مساحة المثلث ABC و S_1 مساحة المثلث ABI و S_2 مساحة المثلث AIJ و S_3 مساحة المثلث ACJ

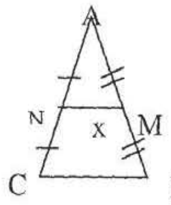
بين أن: $\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}=\frac{1}{3}$.

تمرين عـدد 03:

ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

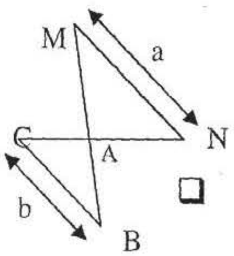
أ) إذا كان ABC مثلث مساحته S و M نقطة من $[BC]$ فإن مساحة المثلث ABM تساوي:

☐ $\frac{BC}{BM}\times S$ ، ☐ $\frac{BM}{BC}\times S$ ، ☐ $\frac{BM}{S}\times BC$



ب) في الرسم المجاور ABC مثلث حيث M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$ و $MN=x$ لنا:

☐ $BC=\frac{x}{2}$ ، ☐ $BC=2x$ ، ☐ $BC=3x$



ج) تأمل الرسم المجاور حيث $(BC)//(MN)$ ، $BC=b$ و $MN=a$ لنا

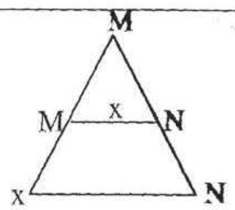
☐ $\frac{AM}{AB}=\frac{b}{a}$ ، ☐ $\frac{AN}{AC}=\frac{a}{b}$ ، ☐ $\frac{AB}{AM}=\frac{a}{b}$

د) ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ حيث $AB=x$ و $DC=b$. إذا كانت **M** منتصف $[AD]$ و N منتصف $[BC]$ حيث $MN=a$ فإن:

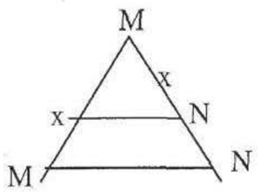
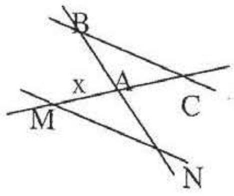
☐ $x=2a+b$ ، ☐ $x=2a-b$ ، ☐ $x=\frac{1}{2}(a+b)$

تمرين عـدد 04:

أوجد العدد x في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $(BC)//(MN)$ و $BC=6$ ، $AC=5$ و $AM=2$	

10-مبرهنة طالس وتطبيقاتها

ب) $(MN)//(BC)$ و $AN=7$ ، $MN=6$ و $BC=4$	
ج) $(MN)//(BC)$ و $AC=2$ ، $MN=3$ و $BC=4$	

تمريـن عـدد 05:

ارسم مثلثا ABC حيث $AB=6$ ، $BC=5$ و $AC=4$. ثم عين النقطة I من [AB] بحيث $AI=2.5$. المستقيم المار من I والموازي لـ(BC) يقطع (AC) في النقطة J . احسب AJ ، JC و IJ .

تمريـن عـدد 06:

ارسم مستطيل ABCD حيث $AB=5$ و $BC=3$ ثم عين النقطة M على [AB] بحيث $BM=1.5$.
المستقيم (MC) يقطع (AD) في N والمستقيم (DM) يقطع (BC) في K .احسب AN و BK

تمريـن عـدد 07:

ارسم مثلثا EFG حيث $EG=5$ و $FG=3$ ثم عين النقاط I ، J و K منتصفات [EF]، [EG] و [FG] على التوالي.

1) بين أن $(IJ)//(GF)$ و $(EG)//(IK)$.
2) استنتج طبيعة الرباعي IJKG .
3) احسب IJ و IK .

تمريـن عـدد 08:

ارسم شبه منحرف EFGH قاعدتاه [EF] و [HG] بحيث $EF=4$ و $HG=6$.

1) ابن النقطتين M و N حيث M مناظرة F بالنسبة إلى G و N مناظرة E بالنسبة إلى H .
2) احسب MN .
3) المستقيم (ME) يقطع (HG) في I . بين أن I منتصف [ME]

تمريـن عـدد 09:

ليكن ABCD متوازي أضلاع حيث $AB=7$ و $AD=5$ والنقطة M من [AB] حيث $AM=3$.
المستقيمان (AC) و (DM) يتقاطعان في نقطة O .

1) بين أن: $\frac{3}{7}=\frac{AM}{CD}=\frac{OA}{OC}=\frac{OM}{OD}$
2) لتكن H مسقط النقطة O على (AD) وفقا لمنحى (AB).

أ) بين أن: $\frac{OH}{CD}=\frac{AH}{AD}=\frac{AO}{AC}$ ، ب) بين أن: $\frac{OH}{AM}=\frac{DH}{DA}=\frac{OH}{DM}$

10-مبرهنة طالس وتطبيقاتها

2) لتكن النقطتان $P\left(\frac{2}{3};0\right)$ و $Q\left(0;\frac{3}{5}\right)$. أ) ما هي طبيعة الرباعي OPMQ؟

ب) احسب OP ثم استنتج أن $MQ=\frac{2}{3}$.

3) لتكن النقطتان H و K منتصفي [OQ] و [MI] على التوالي

أ) ما هي طبيعة الرباعي OIMQ؟ ، ب) استنتج أن $HK=\frac{5}{6}$ وأن $(HK)//(OI)$

4) [HK] يقطع [MP] في E والمستقيم المار من K والموازي لـ(IQ) يقطع (MQ) في F.

أ) احسب $\frac{ME}{MP}$ واستنتج أن E منتصف [MP] ، ب) احسب $\frac{MF}{MQ}$ واستنتج أن F منتصف [MQ]

ج) استنتج أن $EF=\frac{1}{2}PQ$ وأن $(EF)//(PQ)$

تمرين عدد 14: ليكن ABC مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية A بحيث $AB=3$ و $BC=5$.

1) ابن النقطتين E و F مناظرتي النقطة B بالنسبة إلى C و A على التوالي. بين أن: $\frac{EF}{AC}=2$.

2) ابن النقطة G مناظرة C بالنسبة إلى A ثم النقطة H مسقط النقطة G على المستقيم (BC) وفقا لمنحى (AB).

بين أن $HG=EF$

3) المستقيم المار من C والموازي لـ(AB) يقطع (EF) في I. أحسب EI و IC.

4) المستقيم المار من B والموازي لـ(AC) يقطع (HG) في J ويقطع (CI) في K.

أ) بين أن $IC=BJ$ ، ب) بين أن الرباعي ABCK معين ، ج) استنتج أن المثلث KIJ متقايس الضلعين

5) المستقيم (AC) يقطع (EK) في P. بين أن P منتصف [EK]

تمرين عدد 15: [IJ] قطعة مستقيم طولها 5

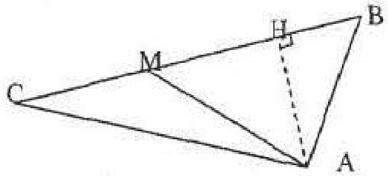
1) عين على [IJ] النقاط A ، B و C بحيث تجزأ [IJ] إلى أجزاء متناسبة مع 1، 2، 3 و 4

2) احسب AI و BJ.

تمرين عدد 16: ليكن ABC مثلثا حيث $AC=7$ ، $AB=3$ و $BC=5$.

1) ابن النقطتين I و J على [AC] بحيث $AI=IJ=JC$.

2) المستقيم المار من I والموازي لـ(BJ) يقطع (BC) في K. بين أن B منتصف [KC] .



تمرين عـ01ـدد: نعتبر S_1 مساحة المثلث ABC و S_2 مساحة المثلث AMC و S_3 مساحة المثلث ABM

$S_1=\frac{AH\times BC}{2}=\frac{3\times 6}{2}=9cm^2$ ، مساحة المثلث AMC ومساحة المثلث ABC متناسبان مع MC و BC أي $\frac{S_2}{S_1}=\frac{MC}{BC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ لذا $S_2=\frac{1}{3}S_1$ وبما أن $S_1=9cm^2$ فإن $S_2=\frac{9}{3}=3\,cm^2$ ، S_3 هي الفرق بين S_1 و S_2 لذا $S_3=S_1-S_2=9-3=6cm^2$

تمرين عـ02ـدد: S و S_1 متناسبان مع BC و BI يعني $\frac{S}{BC}=\frac{S_1}{BI}$ ، يعني $\frac{S_1}{S}=\frac{BI}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3BI$)

S و S_2 متناسبان مع BC و JI يعني $\frac{S}{BC}=\frac{S_2}{JI}$ ، يعني $\frac{S_2}{S}=\frac{IJ}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3JI$)

S و S_3 متناسبان مع BC و CJ يعني $\frac{S_3}{S}=\frac{CJ}{BC}$ ، يعني $\frac{S_2}{S}=\frac{IJ}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3CJ$)

إذن $\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}=\frac{1}{3}$

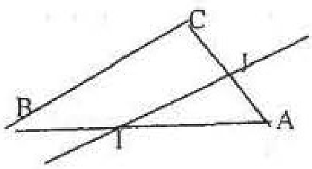
تمرين عـ03ـدد: 1) ☒ $\frac{BM}{BC}\times S$ ، 2) ☒ $BC=2x$ ، 3) ☒ $\frac{AN}{AC}=\frac{a}{b}$ ، 4) ☒ $x=2a-b$

تمرين عـ04ـدد: 1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{AM}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{x}{BC}$ يعني $\frac{2}{5}=\frac{x}{6}$ يعني $5x=12$ يعني $x=\frac{12}{5}$.

2) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{AN}{AB}=\frac{MN}{BC}$ يعني $\frac{7}{x}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ يعني $3x=14$ يعني $x=\frac{14}{3}$.

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{AM}{AC}=\frac{MN}{BC}$ يعني $\frac{x}{2}=\frac{3}{4}$ يعني $4x=6$ يعني $x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$.

تمرين عـ05ـدد: في المثلث ABC لدينا $I\in(AB)$ ، $J\in(AC)$ و $(IJ)//(BC)$



بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$

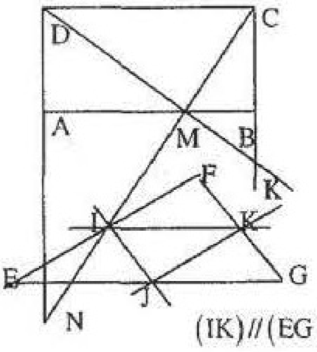
$\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ يعني $AJ=\frac{AI}{AB}\times AC$ ، إذن $AJ=\frac{2.5}{6}\times 4=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

$\frac{AI}{AB}=\frac{IJ}{BC}$ يعني $IJ=\frac{AI}{AB}\times BC$ ، إذن $IJ=\frac{2.5}{6}\times 5=\frac{25}{12}$ ، $JC=AC-AJ=4-\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$

تمرين عـ06ـدد: في المثلث MBC لدينا: $A\in(MB)$ ، $N\in(MC)$ و $(BC)//(AN)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{MA}{MB}=\frac{AN}{BC}$ يعني: $AN=\frac{MA}{MB}\times BC$ إذن: $AN=\frac{3.5}{1.5}\times 3=7cm$

في المثلث ADM لدينا: $B\in(AM)$ ، $K\in(DM)$ و $(AD)//(BK)$



بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{BK}{AD}=\frac{BM}{AM}$ يعني: $BK=\frac{BM}{AM}\times AD$ إذن:

$BK=\frac{1.5}{3.5}\times 3=\frac{9}{7}cm$

تمرين عـ07ـدد: 1) في المثلث EFG لدينا:

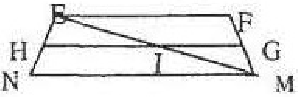
* I منتصف [EF] و J منتصف [EG] إذن حسب مبرهنة طالس

$IJ=\frac{1}{2}FG$ و $(IJ)//(FG)$.

* I منتصف [EF] و K منتصف [FG] إذن حسب مبرهنة طالس $IK=\frac{1}{2}EG$ و $(IK)//(EG)$

2) بما أن $(IJ)//(KG)$ و $(JG)//(IK)$ فإن الرباعي IJGK متوازي أضلاع.

3) $IJ=\frac{1}{2}FG=\frac{3}{2}$ و $IK=\frac{1}{2}EG=\frac{5}{2}$

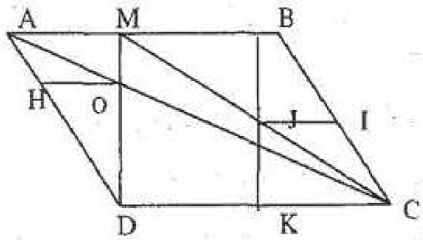


تمرين عـ08ـدد: 2) لدينا: M مناظرة F بالنسبة إلى G لذا G منتصف [FM]

N مناظرة E بالنسبة إلى H لذا H منتصف [EN]

بتطبيق نظرية طالس على شبه المنحرف EFMN نتحصل على $HG=\frac{1}{2}(MN+EF)$ يعني $2HG=MN+EF$، يعني

$MN=2HG-EF$ إذن $MN=2\times6-4=8cm$.



تمرين عـ09ـدد: 1) في المثلث ODC لدينا

$A\in(OC)$، $M\in(OD)$ و $(AM)//(DC)$. بتطبيق نظرية طالس

نتحصل على: $\frac{OM}{OD}=\frac{OA}{OC}=\frac{AM}{DC}=\frac{3}{7}$

2) أ) في المثلث ADC لدينا $O\in(AC)$، $H\in(AD)$ و

$(OH)//(DC)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل

على: $\frac{AO}{AC}=\frac{AH}{AD}=\frac{OH}{DC}$

ب) في المثلث AMD لدينا $O\in(DM)$، $H\in(AD)$ و $(OH)//(AM)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل

على: $\frac{OD}{MD}=\frac{DH}{AD}=\frac{OH}{AM}$

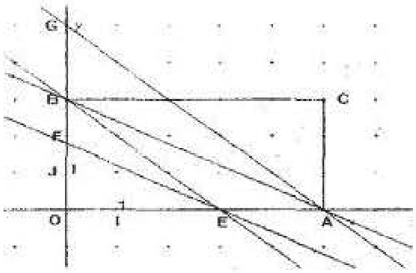
ج) بما أن: $\frac{OH}{CD}=\frac{AH}{AD}$ و $\frac{OH}{AM}=\frac{DH}{AD}$ فإن: $\frac{OH}{CD}+\frac{OH}{AM}=\frac{AH}{AD}+\frac{DH}{AD}=\frac{AH+DH}{AD}=\frac{AD}{AD}=1$

3) أ) في المثلث MDC لدينا K منتصف [DC] و $(JK)//(DM)$ إذن J منتصف [MC]

ب) في المثلث MBC لدينا J منتصف [MC] و I منتصف [BC] إذن، $(IJ)//(MB)$ و $IJ=\frac{1}{2}MB=\frac{4}{2}=2cm$

تمرين عـ10ـدد: 1) لدينا $A\in(OI)$ لذا $OA=|5|=5$، $E\in(OI)$ لذا $OE=|3|=3$، $B\in(OJ)$ لذا $OB=|3|=3$

2) لدينا A مسقط C على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و B مسقط C على (OJ) وفقا لمنحى (OI) لذا فاصلة C هي نفس فاصلة A



و ترتيبة C هي نفس ترتيبة B إذن $C(5;3)$

3) أ) في المثلث OAB لدينا: $E\in(OA)$ ، $F\in(OB)$ و $(EF)//(AB)$.

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$

ب) لدينا $\frac{OF}{OB}=\frac{OE}{OA}$ لذا $OF=\frac{OE}{OA}\times OB=\frac{9}{5}$ وبما أن $F\in(OJ)$

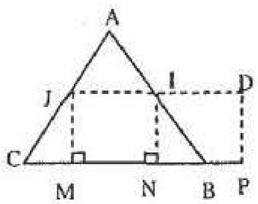
فإن $F\left(0;\frac{9}{5}\right)$

4) أ) في المثلث OAG لدينا: : $E\in(OA)$ ، $B\in(OG)$ و $(EB)//(AG)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OE}{OA}=\frac{OB}{OG}$

ب) بما أن $\frac{OB}{OG}=\frac{OE}{OA}$ فإن $OG=\frac{OA\times OB}{OE}=5$ وبما أن $G\in(OJ)$ فإن $G(0;5)$

تمرين عـ11ـدد: 1) أ) في المثلث ABC لدينا I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ إذن $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$

ب) $IJ=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$



2) ب) لدينا M المسقط العمودي لـ J على (BC) لذا $(JM)\perp(BC)$

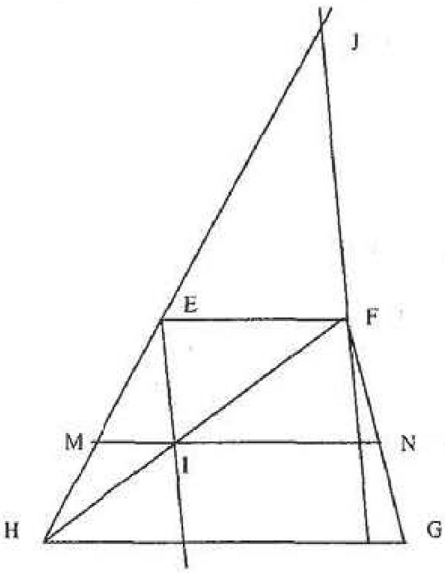
N المسقط العمودي لـ I على (BC) لذا $(IN)\perp(BC)$

بما أن $(JM)\perp(BC)$ و $(IN)\perp(BC)$ فإن $(JM)//(IN)$ ونعلم أن

$(MN)//(IJ)$ و $I\hat{N}M=90°$ إذن IJMN مستطيل وبالتالي $MN=IJ=\frac{3}{2}$

ج) لدينا: النقاط J ، I و D على استقامة واحدة والنقاط M ، N و P المساقط العمودية لـ J ، I و D على المستقيم (BC) على الترتيب إذن حسب نظرية طالس $\frac{MN}{NP}=\frac{IJ}{ID}$.

د) بما أن $\frac{MN}{NP}=\frac{IJ}{ID}$ فإن $NP=\frac{MN\times ID}{IJ}=1.5$



تمرين عـ12ـدد: 1) أنظر الرسم

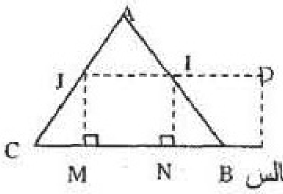
2) أ) في المثلث EFH لدينا $I\in(HF)$ ، $M\in(EH)$ و $(EF)//(MI)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{HM}{HE}=\frac{MI}{EF}$

يعني $MI=\frac{HM}{HE}\times EF$ إذن $MI=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$

ب) H وI وF مسا قط H وM وE على (HF) وفق لمنحني (EF)

إذن بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{3}{5}=\frac{EM}{EH}=\frac{FI}{FH}$

ج) في المثلث FGH لدينا $N\in(FG)$ ، $I\in(FH)$ و $(IN)//(HG)$.



بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{IN}{HG}=\frac{FI}{FH}$ يعني $IN=\frac{FI}{FH}\times HG$

إذن $IN=\frac{3}{5}\times 6=\frac{18}{5}$ ، $MN=MI+IN=\frac{6}{5}+\frac{18}{5}=\frac{24}{5}$

3) أ) في المثلث HFJ لدينا $I\in(HF)$ ، $E\in(HJ)$ و $(EI)//(FJ)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{HI}{HF}=\frac{HE}{HJ}$

و بتطبيق نظرية طالس في المثلث HEF نتحصل على $\frac{HI}{HF}=\frac{HM}{HE}$. بما أن $\frac{HI}{HF}=\frac{HE}{HJ}$ و $\frac{HI}{HF}=\frac{HM}{HE}$ فإن $\frac{HM}{HE}=\frac{HE}{HJ}$ يعني $HE\times HE=HJ\times HM$ إذن $HE^2=HJ\times HM$

ب) لدينا $HE^2=HJ\times HM$ لذا $HJ=\frac{HE^2}{HM}$. إذن $HJ=\frac{25}{2}$

تمرين عدد 13: 1) أنجز الرسم

2) أ) لدينا P و M لهما نفس الفاصلة $\left(\frac{2}{3}\right)$ لذا (MP) مواز لـ(OJ)، Q و M لهما نفس الترتيبة $\left(\frac{3}{5}\right)$ لذا (MQ) مواز لـ(OI) وبما أن $P\in(OI)$ و $Q\in(OJ)$ فإن و $(MQ)//(OP)$. إذن الرباعي OPMQ متوازي أضلاع.

ب) لدينا $P\in(OI)$ لذا $OP=\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$ ، وبما أن الرباعي OPMQ متوازي أضلاع. فإن $MQ=OP=\frac{2}{3}$

3) أ) لدينا $[MQ]//[OI]$ و $[MQ]<[OI]$ لذا الرباعي OIMQ شبه منحرف.

ب) في شبه المنحرف OIMQ لدينا K منتصف [MI] و H منتصف [OQ] لذا $(OI)//(HK)//(MQ)$. بتطبيق نظرية طالس على شبه المنحرف OIMQ نتحصل على $HK=\frac{1}{2}(MQ+OI)$ إذن: $HK=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}+1\right)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$

4) أ) في المثلث MPI لدينا $K\in(MI)$ ، $E\in(MP)$ و $(EK)//(PI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{1}{2}=\frac{MK}{MI}=\frac{ME}{MP}$ (K منتصف [MI]).

$\frac{1}{2}=\frac{ME}{MP}$ يعني $MP=2ME$ وبما أن النقاط M ، E و P على استقامة واحدة فإن E منتصف [MP]

ب) في المثلث MQI لدينا $F\in(MQ)$ ، $K\in(MI)$ و $(FK)//(QI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{1}{2}=\frac{MK}{MI}=\frac{MF}{MQ}$ (K منتصف [MI]).

$\frac{1}{2}=\frac{MF}{MQ}$ يعني $MQ=2MF$ وبما أن النقاط M ، E و Q على استقامة واحدة فإن F منتصف [MQ]

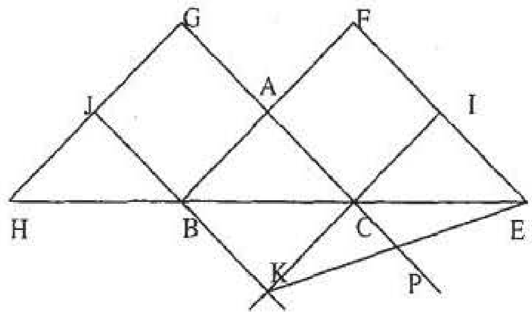
ج) في المثلث MPQ لدينا F منتصف [MQ] و E منتصف [MP] إذن $EF=\frac{1}{2}PQ$ و $(EF)//(PQ)$

تمرين عدد 14:

1) في المثلث EFB لدينا A منتصف [BF]

(F و B متناظرتان بالنسبة إلى A) و C منتصف [BE] (E و B متناظرتان بالنسبة إلى C)

إذن $AC=\frac{1}{2}EF$ وبالتالي $\frac{EF}{AC}=2$



2)) في المثلث HGC لدينا A منتصف $[CG]$

(G و C متناظرتان بالنسبة إلى A)، $B\in[HC]$ و

$(AB)//(HG)$ إذن B منتصف$[HC]$

و $AB=\frac{1}{2}HG$.

بما أن $AC=\frac{1}{2}EF$ و $AB=\frac{1}{2}HG$ و $AB=AC$ فإن

$HG=EF$

3)) في المثلث EFB لدينا C منتصف $[EB]$ (F و

B متناظرتان بالنسبة إلى C) ، $I\in[EF]$ و $(IC)//(FB)$

إذن I منتصف$[EF]$ و $IC=\frac{1}{2}BF$. وبالتالي $IC=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\times 2AB=AB=3$

$(EF=2AC)$ $EI=\frac{1}{2}EF=\frac{2AC}{2}=AC=3$ $(BF=2AB)$

4) أ) لدينا $(BJ)//(AG)$ و $(GJ)//(AB)$ لذا الرباعي ABJG متوازي أضلاع إذن $GA=JB$ وبما أن $GA=AC$

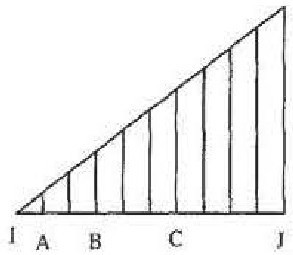
فإن $JB=AC$ ونعلم أن $AC=IC$ إذن $JB=CI$.

ب) لدينا$(AC)//(BK)$ ، $(CK)//(AB)$ و $AB=AC$ لذا ABKC معين.

ج) لدينا في المثلث KIJ : $KI=KC+IC$ و $KJ=KB+BJ$ ، $IC=BJ$ و $BK=KC$ يعني $KJ=KI$ وبالتالي المثلث KIJ متقايس الضلعين قمته الرئيسية K.

5) في المثلث EBKلدينا C منتصف $[BE]$، $P\in[KE]$ و $(PC)//(BK)$

إذن P منتصف $[KE]$ و $PC=\frac{1}{2}BK$.



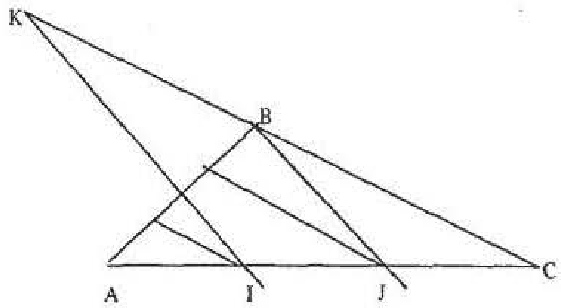
<u>تمرين عــ15ــدد:</u>1) $\frac{IA}{1}=\frac{AB}{2}=\frac{BC}{3}=\frac{CJ}{4}$

2) $IA+AB+BC+CJ=5$ يعني $IA+2IA+3IA+4IA=5$ يعني

$10\,IA=5$

يعني $IA=\frac{1}{2}$ وبالتالي $CJ=2$; $BC=\frac{3}{2}$

و $AB=1$



<u>تمرين عــ16ــدد:</u>

2) في المثلث KCI لدينا J منتصف

$[IC]$،($IJ=JC$ و $J\in(IC)$)

و $(KI)//(JB)$ إذن B منتصف $[KC]$