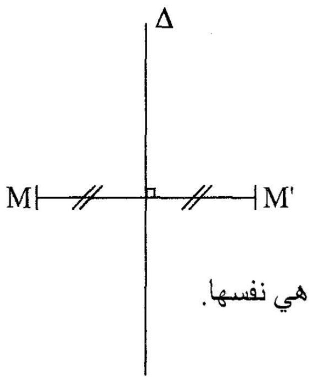
10- التناظر المحوري

مراجعة عـــــامة

تعريف:



- تكون نقطة 'M مناظرة للنقطة M بالنسبة إلى مستقيم Δ إذا كان المستقيم Δ هو الموسّط العمودي للقطعة ['MM].
- إذا كانت النقطة M تنتمي إلى المستقيم Δ فإن مناظرة M بالنسبة إلى Δ هي نفسها.

خاصيات التناظر المحوري:

1. صورة قطعة مستقيم بتناظر محوري هي قطعة مستقيم مقايسة لها. وفي هذه الحالة نقول أن **التناظر المحور يحافظ على البعد.**
2. صورة مستقيم ونصف مستقيم بتناظر محوري هي على التوالي مستقيم ونصف مستقيم.
3. صورة دائرة (C) بتناظر محوري هي دائرة ('C) لها نفس الشعاع ومركزها صورة مركز (C).
4. صورة زاوية بتناظر محوري هي زاوية مقايسة لها. وفي هذه الحالة نقول أن **التناظر المحوري يحافظ على أقيس الزوايا.**
5. إذا كانت النقاط A و B و C على استقامة واحدة فإن مناظراتها 'A و 'B و 'C بالنسبة إلى مستقيم تكون عل استقامة واحدة. وفي هذه الحالة نقول إنّ **التناظر المحوري يحافظ على الاستقامة.**

التمـــــارين

تمريـــن عـــ01ـــدد: ضع العلامة (X) في الخانة المناسبة:

أ. النقطة 'M مناظرة للنقطة M بالنسبة إلى المستقيم Δ إذا كان Δ:

☐ عمودي على ('MM) ؛ ☐ موازي لـ('MM) ؛ ☐ الموسّط العمودي لـ['MM]

ب. صورة قطعة مستقيم بتناظر محوري هي:

☐ مستقيم ؛ ☐ نصف مستقيم ؛ ☐ قطعة مستقيم

ج. إذا كان $A\hat{B}C$ و $E\hat{F}G$ زاويتان متناظرتان بالنسبة إلى مستقيم فإن:

☐ $A\hat{B}C>E\hat{F}G$ ؛ ☐ $A\hat{B}C<E\hat{F}G$ ؛ ☐ $A\hat{B}C=E\hat{F}G$

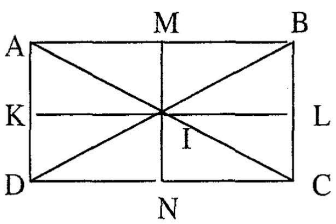
د. التناظر المحوري يحافظ على:

☐ البعد ؛ ☐ أقيسة الزوايا ؛ ☐ الإستقامة

ه. مناظرة دائرة (C) بالنسبة إلى مستقيم هي دائرة شعاعها:

☐ أصغر من شعاع (C) ؛ ☐ أكبر من شعاع (C) ؛ ☐ مقايس لشعاع (C)

تمريـــن عـــ02ـــدد: لاحظ الشكل التالي:



أتمم الجمل التالية:

- مناظرة B بالنسبة إلى (MN) هي ....
- M و N متناظرتان بالنسبة إلى ....
- مناظرة I بالنسبة إلى (BD) هي ....
- مناظرة [MB] بالنسبة إلى (LK) هي ....

10- التناظر المحوري

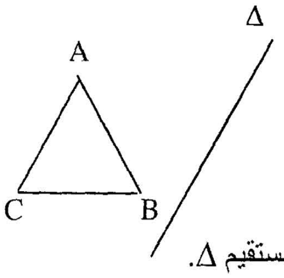
- مناظر (IL) بالنسبة إلى (KL) هو ....
- مناظر [IB] بالنسبة إلى (MN) هو ....
- مناظرة $M\hat{B}I$ بالنسبة إلى (KL) هي ....
- مناظرة الدائرة التي مركزها K وشعاعها KA بالنسبة لـ(MN) هي الدائرة التي مركزها .... وشعاعها ....

تمريـــن عـــ03ـــدد:

ليكن ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A.

أ. ابن مستقيم Δ الموسّط العمودي للقطعة [BC].

ب. ماهو مناظر المثلث ABC بالنسبة إلى المستقيم Δ.

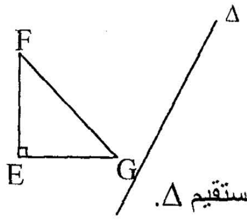


تمريـــن عـــ04ـــدد:

نعتبر الرسم التالي حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع :

أ. ابن النقاط 'A' و'B' و'C مناظرات النقاط A وB وC على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ب. ماهي طبيعة المثلث 'A'B'C؟ علّل جوابك.



تمريـــن عـــ05ـــدد:

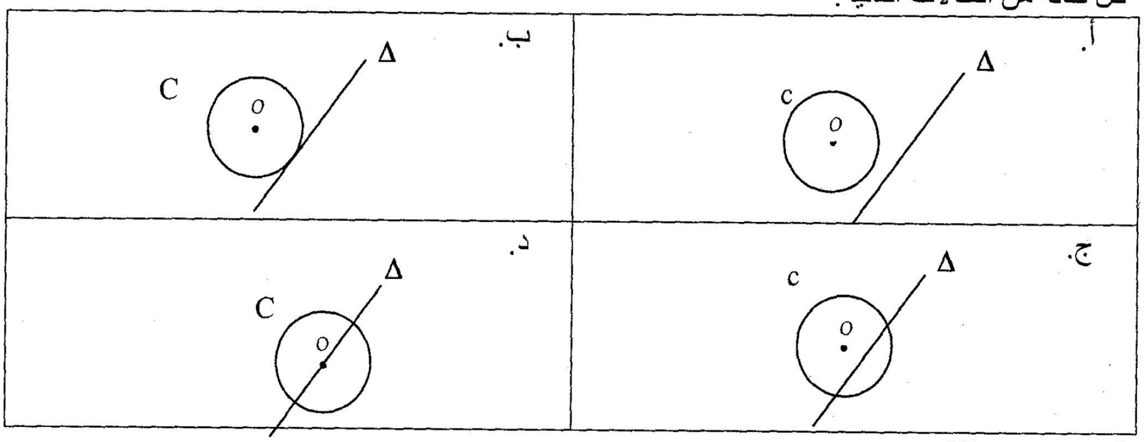
نعتبر الرسم التالي حيث EFG مثلث قائم الزاوية في E :

أ. ابن النقاط 'E' و'F' و'G مناظرات النقاط E وF وG على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ب. ماهي طبيعة المثلث 'E'F'G ؟ علّل جوابك.

تمريـــن عـــ06ـــدد:

ابن الدائرة 'C مناظرة الدائرة (C) بالنسبة إلى المستقيم Δ ثم حدّد الوضعية النسبية لـ (C) و (C') وذلك في كل حالة من الحالات التالية:

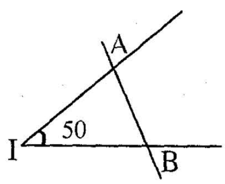


تمريـــن عـــ07ـــدد:

نعتبر الرسم التالي حيث $A\hat{I}B=50°$:

أ. ابن النقطة J مناظرة I بالنسبة إلى المستقيم (AB).

ب. ماهي مناظرة كل من النقطتين A وB بالنسبة إلى المستقيم (AB).



ج. قارن البعدين IA وJA معلّلا جوابك.

د. أثبت أن $A\hat{J}B=50°$.

تمريـــن عـــ08ـــدد:

نعتبر قطعة مستقيم [AB] ومستقيم Δ قاطعا لها في النقطة I.

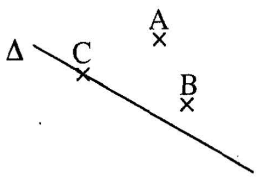
أ. ابن النقطتين 'A و'B مناظرتي A وB بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ب. أثبت أن AB=A'B'.

ج. بيّن أن النقاط 'A وI و'B على استقامة واحدة.

تمريـــن عـــ09ـــدد:

نعتبر الرسم التالي:



أ) ابن النقطتين 'A و'B مناظرتي النقطتين A وB بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ب) ماهي مناظرة النقطة C بالنسبة إلى المستقيم Δ؟

ج) بيّن أن CA'=CA.

د) ابن المستقيم 'Δ المارّ من B والعمودي على Δ حيث 'Δ يقطع (AC) في I.

هـ) ماهو مناظر المستقيم 'Δ بالنسبة إلى المستقيم Δ؟

و) ابن النقطة J مناظرة I بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ي) بيّن أن النقاط C و'A وJ على استقامة واحدة.

تمريـــن عـــ10ـــدد:

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A.

أ. ابن المستقيم Δ الموسّط العمودي للقطعة [AC] حيث Δ يقطع (BC) في I.

ب. ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ج. ماهي مناظرتي كل من النقطتين A و I بالنسبة إلى Δ؟

د. بيّن أن $A\hat{C}D=90°$.

ه. بيّن أن النّقاط A وI وD على استقامة واحدة.

تمريـــن عـــ11ـــدد:

نعتبر ABCD مستطيل مركزه O.

1) ابن النقطتين 'B و'D مناظرتي النقطتين B وD على التوالي بالنسبة إلى المستقيم (AC).

ب) ماهي مناظرات كل من النقاط A وC و O بالنسبة إلى المستقيم (AC)؟

ج) ماهي مناظرة كل من الزاويتين $A\hat{D}C$ و $A\hat{B}C$ بالنسبة إلى المستقيم (AC)؟

د) استنتج قيس كل من الزاويتين $A\hat{D'}C$ و $A\hat{B'}C$.

هـ) بيّن أن النقاط 'D و O و'B على استقامة واحدة.

و) ماهي طبيعة الرّباعي 'AD'CB؟

تمريـــن عـــ12ـــدد:

1) أ) ارسم دائرة (C) مركزها O ثم ابن المستقيم Δ المماس للدائرة(C)في نقطة A.

ب) ابن النقطة 'O مناظرة O بالنسبة إلى المستقيم Δ.

ج) بيّن أن النقطة A تنتمي إلى الدائرة ('C) مناظرة (C) بالنسبة إلى المستقيم Δ.

2) أ) عيّن نقطة B على المستقيم Δ حيث [OB] تقطع C في I و[O'B] تقطع ('C) في J.

ب) بيّن أن النقطة J هي مناظرة النقطة I بالنسبة إلى المستقيم Δ.

تمريـــن عـــ01ـــدد:

أ. ☒ الموسّط العمودي لـ[MM']

ب. ☒ قطعة مستقيم

ج. ☒ $A\hat{B}C=E\hat{F}G$

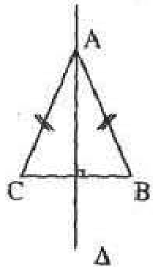
د. ☒ البعد ؛ ☒ أقيسة الزوايا ؛ ☒ الإستقامة

ه. ☒ مقايس لشعاع C

تمريـــن عـــ02ـــدد:

1) A ؛ 2) (KL) ؛ 3) I ؛ 4) [NC] ؛ 5) (IL) ؛ 6) [IA) ؛ 7) $N\hat{C}I$ ؛ 8) مركزها L وشعاعها LB

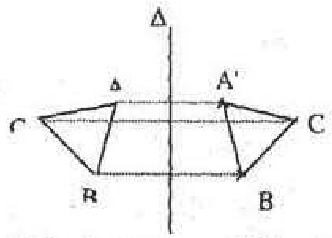
تمريـــن عـــ03ـــدد:



النقطة A تنتمي إلى المستقيم Δ إذن مناظرة A بالنسبة إلى Δ هي A والمستقيم Δ هو الموسّط العمودي لـ[BC] إذن النقطتين B و C مناظرتان بالنسبة إلى Δ.
هذا يعني أن مناظر المثلث ABC بالنسبة إلى المستقيم Δ هو المثلث ABC نفسه.
فنقول أن المستقيم Δ هو محور تناظر المثلث ABC.

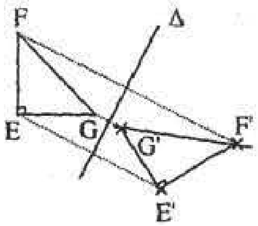
تمريـــن عـــ04ـــدد:

أ.



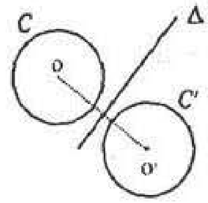
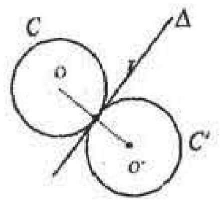
ب. لدينا النقاط 'A و 'B و 'C مناظرات النقاط A و B و C على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ. ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على البعد. هذا يعني أن: AB=A'B' و AC=A'C' و BC=B'C'. وبما أن AB=AC=BC فإن A'B'=A'C'=B'C' وبالتالي فإن المثلث A'B'C' متقايس الأضلاع.

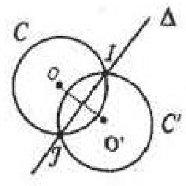
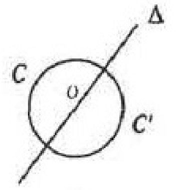
تمريـــن عـــ05ـــدد:



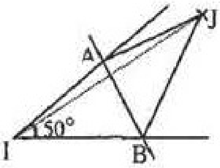
ب)لدينا النقاط 'E و 'F و 'G مناظرات النقاط E و F و G على التوالي بالنسبة إلى Δ. هذا يعني أن مناظرة الزاوية $F\hat{E}G$ بالنسبة إلى Δ هي الزاوية $F'\hat{E}'G'$ وبما أن التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا فإن $F'\hat{E}'G'=F\hat{E}G=90°$ وبالتالي فإن المثلث E'F'G' قائم الزاوية في 'E.

تمريـــن عـــ06ـــدد:

أ.	ب.
	
C و 'C منفصلتان: $C\cap C'=\emptyset$	C و 'C متماسّتان: $C\cap C'=\{I\}$

ج-  C و 'C متقاطعتان: $C\cap C'=\{I;J\}$	د-  مناظرة الدائرة C بالنّسبة إلى المستقيم Δ هي الدائرة C نفسها.

تمريــن عــ07ــدد:



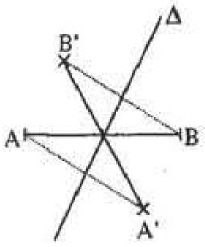
أ. انظر الرسم

ب. لدينا A و B نقطتين من المستقيم (AB). لذا فإن مناظرتهما بالنسبة إلى (AB) هما نفسهما A و B.

ج. لدينا النقطتين A و I مناظرتي النقطتين A و J على التوالي بالنسبة إلى المستقيم (AB). ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على البعد إذن IA=JA.

د. لدينا النقاط A و B و J مناظرات النقاط A و B و I على التوالي بالنسبة إلى المستقيم (AB). هذا يعني أن مناظرة الزاوية $A\hat{I}B$ بالنسبة إلى (AB) هي الزاوية $A\hat{J}B$. وبما أن التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا فإن: $A\hat{J}B=A\hat{I}B=50°$.

تمريــن عــ08ــدد:

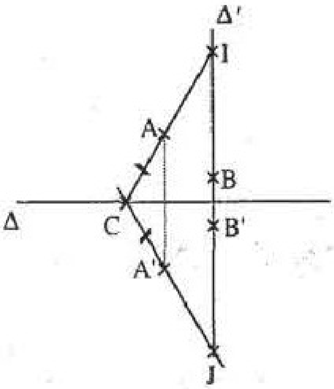


أ. انظر الرسم

ب. لدينا النقطتين 'A و 'B مناظرتي النقطتين A و B بالنسبة إلى المستقيم Δ. ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على البعد إذن AB=A'B'.

ج. لدينا النقطة I تنتمي إلى المستقيم Δ. إذن مناظرتها بالنسبة إلى Δ هي نفسها I. ولدينا 'A و 'B مناظرتي A و B بالنسبة إلى Δ ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على الاستقامةو النقاط A و B و I على استقامة واحدة فإن مناظراتها 'A و 'B و I بالنسبة إلى Δ على استقامة واحدة.

تمريــن عــ09ــدد:



ب) النقطة C تنتمي إلى المستقيمΔ لذا فإن مناظرتها بالنسبة إلى Δ هي نفسها C.

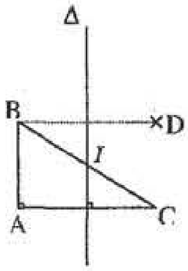
ج) لدينا النقطتين 'A و C مناظرتي النقطتين A و C على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على البعد إذن A'C=AC.

ه) بما أن المستقيم Δ عمودي على المستقيم 'Δ فإن مناظرΔ بالنسبة إلى 'Δ هو نفسه Δ ومناظر 'Δ بالنسبة إلى Δ هو نفسه 'Δ.

ي) لدينا النقاط C و 'A و J مناظرات النقاط C و A و I على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ. وبما أن التناظر المحوري يحافظ على الاستقامة والنقاط C و A و I على استقامة واحدة فإن مناظراتها C و 'A و J على استقامة واحدة.

تمريـــن عدد 10:

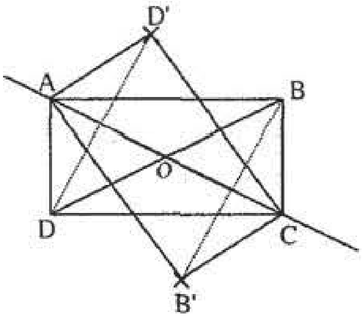
ج. المستقيم Δ هو الموسّط العمودي لقطعة المستقيم [AC]. لذا فإن مناظرة النقطة A بالنسبة إلى Δ هي النقطة C. والنقطة I تنتمي إلى المستقيم Δ لذا فإن مناظرة I بالنسبة إلى Δ هي النقطة I نفسها.



د. لدينا النقاط D و C و A مناظرات النقاط B و A و C على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ. وهذا يعني أن مناظرة الزاوية $B\hat{A}C$ بالنسبة إلى Δ هي الزاوية $D\hat{C}A$. وبما أن التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا فإن: $A\hat{C}D=B\hat{A}C=90°$.

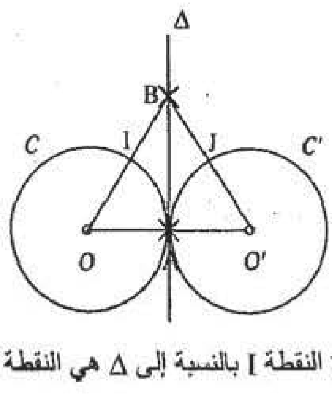
ه. لدينا النقاط D و I و A مناظرات النقاط B و I و C على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ.
بما أن التناظر المحوري يحافظ على الاستقامة والنقاط B و I و C على استقامة واحدة فإن مناظراتها D و I و A على استقامة واحدة.

تمريـــن عـــ11ـــدد:



1) ج) أنظر الرسم
2) النقاط A و O و C منتمية إلى المستقيم (AC). لذا فإن مناظرات A و O و C بالنسبة إلى (AC) هي على التوالي A و O و C.
3) لدينا النقاط A و C و 'B و 'D مناظرات النقاط A و C و B و D على التوالي بالنسبة إلى المستقيم (AC). لذا فإن مناظرتي الزاويتين $A\hat{D}C$ و $A\hat{B}C$ بالنسبة إلى المستقيم (AC) هي على التوالي $A\hat{D'}C$ و $A\hat{B'}C$.
4) بما أن التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا فإن $A\hat{D'}C=A\hat{D}C=90°$ و $A\hat{B'}C=A\hat{B}C=90°$.
5) النقاط 'D و O و 'B مناظرات النقاط D و O و B على التوالي بالنسبة إلى المستقيم (AC).
بما أن التناظر المحوري يحافظ على الاستقامة والنقاط D و O و B على استقامة واحدة فإن مناظراتها 'D و O و 'B على استقامة واحدة.
6) الرباعي 'AD'CB هو مناظر المستطيل ADCB بالنسبة إلى المستقيم (AC) لذا فإن الرباعي 'AD'CB هو كذلك مستطيل.

تمريـــن عـــ12ـــدد:



I) أ)لدينا النقطة A تنتمي إلى المستقيم Δ لذا فإن مناظرتها بالنسبة إلى Δ هي نفسها A. ولدينا الدائرة 'C مناظرة الدائرة C بالنسبة إلى Δ.
بما أن النقطة A تنتمي إلى C فإن مناظرتها بالنسبة إلى Δ تنتمي إلى مناظرة C بالنسبة إلى Δ. ونعلم أن مناظرة A بالنسبة إلى Δ هي A ومناظرة C بالنسبة إلى Δ هي 'C. إذن A تنتمي إلى 'C.
2) ب)لدينا النقطة B تنتمي إلى Δ. لذا فإن مناظرتها بالنسبة إلى Δ هي نفسها B ولدينا 'O مناظرة O بالنسبة إلى Δ. إذن مناظرة القطعة [OB] بالنسبة إلى Δ هي القطعة [O'B].
بما أن I هي نقطة تقاطع [OB] والدائرة C فإن مناظرتها بالنسبة إلى Δ هي نقطة تقاطع [O'B] والدائرة 'C. وبما أن J هي نقطة تقاطع [O'B] والدائرة 'C فإن مناظرة النقطة I بالنسبة إلى Δ هي النقطة J.