3- قواسم ومضاعفات عدد صحيح طبيعي- القاسم المشترك الأكبر – المضاعف المشترك الأدنى

مراجعة عامة

- ☒ يكون العدد الصّحيح الطبيعي المخالف للصّفر b قاسما للعدد الصّحيح الطبيعي a إذا كان a قابلا للقسمة على b أي إذا كان باقي القسمة الإقليديّة للعدد a على b يساوي صفرا.
- ☒ العدد 1 قاسم لكل عدد صحيح طبيعي.
- ☒ كل عدد صحيح طبيعي مخالف للصّفر هو قاسم لنفسه ولصفر.
- ☒ عدد أوّلي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 ولا يقبل القسمة إلاّ على 1 وعلى نفسه.
- ☒ كل عدد صحيح طبيعي غير أوّلي مخالف للصّفر ولواحد يقبل تفكيكا إلى جذاء عوامل أوليّة.
- ☒ مجموعة القواسم لعدد صحيح طبيعي a ونرمز إليها بـ $\mathcal{D}_a$ تتكوّن من جميع الأعداد القاسمة للعدد a.
- ☒ يكون عدد صحيح طبيعي قابل للقسمة:
  - على 2: إذا كان رقم آحاده زوجي.
  - على 3: إذا كان مجموع أرقامه قابل للقسمة على 3.
  - على 5: إذا كان رقم آحاده 0 أو5.
  - على 9: إذا كان مجموع أرقامه قابل للقسمة على 9.

يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين (رقم الآحاد ورقم العشرات قابلا للقسمة على 4).

- باقي قسمة عدد على 4 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 4.
- يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين (رقم الآحاد ورقم العشرات) قابلا للقسمة على 25.

- باقي قسمة عدد على 25 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 25.

- ☒ القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين طبيعيّين a وb هو أكبر قاسم مشترك لهما ويرمز إليه بـ ق.م.أ(a؛b).
- ☒ إذا كان القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين طبيعيّين يساوي 1 نقول أن هذين العددين أوّليان فيما بينهما.
- ☒ القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين طبيعيّين هو جذاء العوامل الأوليّة المشتركة لهما مع إعطاء أصغر دليل قوّة لكلّ منها.
- ☒ إذا كان a قاسما لـb فإن a=ق.م.أ (a,b).
- ☒ يكون العدد الصحيح الطبيعي a مضاعفا للعدد الصحيح الطبيعي b المخالف للصّفر إذا كان b قاسما لـ a.
- ☒ مجموعة المضاعفات لعدد صحيح طبيعي a ونرمز إليها بـ $\mathcal{M}_a$ وتتكوّن من جميع الأعداد المضاعفة للعدد a.
- ☒ يكون عدد صحيح طبيعي a مضاعفا مشتركا لعددين صحيحين طبيعيّين b وc إذا كان a مضاعفا في نفس الوقت للعدد b وللعدد c.
- ☒ المضاعف المشترك الأصغر للعددين الصحيحين الطبيعيّين المخالفين للصّفر a وb هو أصغر مضاعف مشترك لهما ويرمز إليه بـ: م.م.أ (a,b).
- ☒ المضاعف المشترك الأصغر لعددين صحيحين طبيعيّين هو جذاء العوامل الأوليّة المشتركة وغير المشتركة لهما مع إعطاء أكبر دليل قوّة لكلّ منها.
- ☒ إذا كان a مضاعفا لـb فإن a=م.م.أ(a,b).
- ☒ إذا كان a وb أوليّان فيما بينهما فإن a×b=م.م.أ(a,b).
- ☒ ليكن a وb عددين صحيحين طبيعيّين:a×b=م.م.أ(a,b) × ق.م.أ(a,b).

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3- قواسم ومضاعفات عدد صحيح طبيعي- القاسم المشترك الأكبر – المضاعف المشترك الأصغر

التمـــــارين

تمرين عدد 1: أتمم الجدول التالي:

المقسوم	القاسم	خارج القسمة	باقي القسمة
	15	9	7
973	11		
624		13	

تمرين عدد 2: أجب بـ"صواب" أو "خطأ":

أ. العدد 3 قاسما للعدد 477.
ب. العدد 6797 مضاعفا للعدد 9.
ج. العدد 1 قاسما لكلّ عدد صحيح طبيعي.
د. العدد 1 هو عدد أوّلي.
ه. العدد 0 قاسما لكلّ عدد صحيح طبيعي.
و. العدد 0 مضاعفا لكلّ عدد صحيح طبيعي.
ز. أصغر عدد صحيح طبيعي أوّلي هو 1.
ح. كلّ الأعداد الأوليّة هي أعداد فرديّة.

تمرين عدد 3: ضع العلامة (X) في الخانة المناسبة:

قابل للقسمة على / العدد	2	3	5	9	4	25
374						
975						
820						
354						
91825						
77940						
54700						
125412						

تمرين عدد 4: أجب بصواب أو بخطأ

أ- العدد165412 يقبل القسمة على4
ب- العدد2147875 يقبل القسمة على25
ج -باقي قسمة العدد14739 على 4هو3
د -باقي قسمة العدد 587176 على25 هو 2
هـ -إذا كان عدد يقبل القسمة على3 و 5 فهو يقبل القسمة على 15
و -إذا كان عدد يقبل القسمة على2 و 8 فهو يقبل القسمة على 16.

تمرين عدد 5:

1 - اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 4: 65591;584708;8749;0;25472
2-ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 4 ؟

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3- قواسم ومضاعفات عدد صحيح طبيعي- القاسم المشترك الأكبر – المضاعف المشترك الأ

تمرين عدد 6: 1) اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 25:
4975 ، 254545 ، 694576 ، 0 ، 258750
2) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 25 ؟

تمرين عدد 7: عوض الرمز * بالرقم المناسب ليكون العدد قابلا للقسمة على 4
85*2 ، 52489* ، 325*0 ، 4584* ، 4544*6

تمرين عدد 8: عوض الرمز * بالرقم المناسب ليكون العدد قابلا للقسمة على 25
457* ، 471*0 ، 754*5 ، 3565*

تمرين عدد 9: يريد صاحب معصرة زيتون تعليب 1394لترا من الزيت في أواني تسع الواحدة 20 لترا.
1) هل يمكنه تعليب كامل الكمية؟ علل جوابك.
2) ما هي أكبر كمية يمكنه تعليبها؟ ما هي الكمية غير المعلبة؟

تمرين عدد 10: جد مجموعة قواسم كل عدد من الأعداد التالية: 2^5 ؛ 3^4 ؛ 5^3 ؛ 7^6 ؛ 11^2 ؛ 13^5

تمرين عدد 11: استخرج الأعداد الأوليّة من بين الأعداد التالية: 1 ؛ 0 ؛ 2 ؛ 9 ؛ 11 ؛ 15 ؛ 21 ؛ 23 ؛ 17 ؛ 39 ؛ 41 ؛ 63 ؛ 81 ؛ 59

تمرين عدد 12: فكّك إلى جذاء عوامل أوليّة الأعداد التالية ثم ابحث عن عدد قواسم كلّ عدد:
72 ؛ 54 ؛ 80 ؛ 36 ؛ 150 ؛ 94

تمرين عدد 13: ضع العلامة (X) في الخانة المناسبة:
أ. إذا كان a قاسما لـb فإن: ☐ b=ق.م.أ(a,b) ؛ ☐ a=ق.م.أ(a,b) ؛ ☐ 1=ق.م.أ(a,b)
ب. إذا كان b مضاعفا لـa فإن: ☐ a=م.م.أ(a,b) ؛ ☐ b=م.م.أ(a,b) ؛ ☐ a×b=م.م.أ(a,b)
ج. إذا كان a وb أوليّان فيما بينهما فإن: ☐ a×b=م.م.أ(a,b) ؛ ☐ 1=م.م.أ(a,b) ؛ ☐ 1=ق.م.أ(a,b)
د. إذا كان $a^n \times b^m$ تفكيكا إلى جذاء عوامل أوليّة لعدد صحيح طبيعي c فإن عدد قواسم c يساوي:
☐ m×n ؛ ☐ (n+1)(m+1) ؛ ☐ (n-1)(m-1)

تمرين عدد 14:
أ. ابحث عن المجموعات التالية: D_{54} ؛ D_{36} ؛ D_{72} ؛ D_{94} ؛ $D_{72} \cap D_{54}$ ؛ $D_{36} \cap D_{94}$ ؛ $D_{94} \cap D_{72}$
ب. استنتج: ق.م.أ(72,54) ؛ ق.م.أ(36,94) ؛ ق.م.أ(94,72)

تمرين عدد 15: فكّك إلى جذاء عوامل أوليّة الأعداد التالية:
$60 \times 2^3 \times 5^7$ ؛ $4^5 \times 6^3 \times 20$ ؛ $15 \times 72 \times 3^{11}$
$5^9 \times 80 \times 12^6$ ؛ 100000×40 ؛ $25^4 \times 45^3 \times 75^2$

تمرين عدد 16: حدّد عدد قواسم كلّ عدد من الأعداد التالية دون ذكرها:
$5^7 \times 2^5$ ؛ 84 ؛ 56×2^3 ؛ 74×36 ؛ $(2^2 \times 3^3)^2$ ؛ 100000×20^3

تمرين عدد17: نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيّين a=625 وb=375
أ. فكّك إلى جذاء عوامل أوليّة: a ؛ b ؛ a^2 ؛ b^2 ؛ ab ؛ 23a ؛ 23b
ب. احسب: ق.م.أ(a,b) ؛ ق.م.أ(a^2,b^2) ؛ ق.م.أ(23a,23b)
م.م.أ(a,b) ؛ م.م.أ(a^2,b^2) ؛ م.م.أ(23a,23b)

تمرين عدد 18:
أ. أوجد الأعداد المنتمية إلى المجموعات M_{10} ؛ M_{12} ؛ $M_{10} \cap M_{12}$ الأصغر من 150.
ب. استنتج: م.م.أ(12,10).

تمرين عدد 19: نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيّين: $X=(2^5 \times 3^2)^3 \times 16$ و $Y=9^2 \times 72^3$
أ. فكّك إلى جذاء عوامل أوليّة العددين X وY.
ب. احسب: ق.م.أ(X,Y) و م.م.أ(X,Y).

3- قواسم ومضاعفات عدد صحيح طبيعي- القاسم المشترك الأكبر – المضاعف المشترك الأصغر

تمرين عدد 20: نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيّين $a=2^3\times3^5\times144$ و $b=5^2\times7\times6125$

أ. فكّك إلى جذاء عوامل أوليّة العددين a و b.

ب. هل أن العددين a و b أوليّان فيما بينهما.

ج. استنتج: م.م.أ(a,b).

تمرين عدد 21: نعتبر عددين صحيحين طبيعيّين x و y حيث يكون قاسمهما المشترك الأكبر 12.

أ. ابحث عن مجموعة القواسم المشتركة للعددين x و y.

ب. ماهي العوامل الأوليّة المشتركة للعددين x و y.

ج. ابحث عن المضاعف المشترك الأصغر للعددين x و y علما أن xy=864.

تمرين عدد 22: احسب: ق.م.أ(15,1) ؛ ق.م.أ(56,8) ؛ ق.م.أ(11,17)م.م.أ(63,7) ؛ م.م.أ(20,1) ؛ م.م.أ(19,13)

تمرين عدد 23: احسب: ق.م.أ(13,12,1) ؛ ق.م.أ(35,21,17) ؛ م.م.أ(13,12,1) ؛ م.م.أ(35,21,17)
ق.م.أ(54,36,24) ؛ ق.م.أ(32,24,8) ؛ م.م.أ(54,36,24) ؛ م.م.أ(32,24,8)

تمرين عدد 24: دون إنجاز عملية قسمة أثبت أن : أ- العدد 5782302 يقبل القسمة على6 .

ب- العدد 365112 يقبل القسمة على12 .

ج - العدد847590 يقبل القسمة على15 .

د- العدد5879520 يقبل القسمة على45 .

تمرين عدد 25: لبائع أزهار عدد من الورود يشتمل على 62 وردة بيضاء ؛ 93 وردة صفراء و186 وردة حمراء، يريد أن يكوّن منها جميعا باقات تشتمل كلّ واحدة على نفس العدد من كلّ نوع من الورود.

أ. كم هو عدد الباقات التي يمكنه إعدادها؟

ب. كم هو عدد الورود في كلّ باقة؟

تمرين عدد 26: في مدرسة إعداديّة، عدد التلاميذ محصور بين 500 و 600 تلميذ. عند توزيعهم إلى أقسام من 12 تلميذ ثم إلى أقسام من 20 تلميذ ثم إلى أقسام من 36 تلميذ يكون الباقي في كلّ مرّة 7 تلاميذ. ماهو عدد التلاميذ؟

تمرين عدد27:

1-عوض النقطتين برقمين مناسبين بحيث يكون 5.6• قابلا للقسمة على 3 و5 في آن واحد. أعط جميع الحلول الممكنة.

2-دون إنجاز أي عملية بيّن أن الأعداد المتحصّل عليها قابلة للقسمة على 15.

تمرين عدد 28: عوّض النقطتين برقمين مناسبين بحيث يكون العدد 2.3• قابل للقسمة في الوقت نفسه على 4 و9.
أعط جميع الحلول الممكنة.

تمرين عدد 29: لفلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل طول أبعادها 140m و 196m.
أراد إحاطتها بأشجار بحيث يكون في كل ركن شجرة وتكون الأشجار متباعدة في ما بينها نفس المسافة.

1. ماهي أكبر مسافة يمكن تركها بين شجرتين متتاليتين ؟
2. احسب عدد الأشجار الممكن غراستها في هذه الحالة.
3. ماهي المسافات التي تفوق 7 أمتار والتي يمكن للفلاح تركها بين شجرتين متتاليتين ؟
احسب في كل حالة عدد الأشجار الممكن غراستها.

تمرين عدد 30: 1) بين أن العدد $3^{100}+3^{101}$ قابل للقسمة على 4 .

2) بين أن العدد $2^{11}-2^{14}$ قابل للقسمة على 7 . 3) بين أن العدد $9\times5^{82}+25^{41}-7\times25^{40}$ قابل للقسمة على 15.

تمرين31: ينتج مصنع لليوغرت يوميا 1800 علبة من نوع الشيكولاطة و 2700 علبة من نوع الفراولة و 2160 علبة من نوع الغلال.نقسم كامل الإنتاج اليومي من كل نوع بالتساوي على عدد من التجار محصور بين 25 و 35.

1) ما هو عدد التجار؟ 2) ما هو نصيب كل تاجر من كل نوع من أنواع اليوغرت؟

تمرين عدد 1:

المقسوم	القاسم	خارج القسمة	باقي القسمة
142	15	9	7
973	11	88	5
624	48	13	0

تمرين عدد 2:

أ	صواب	هـ	خطأ
ب	خطأ	و	صواب
ج	صواب	ز	خطأ
د	خطأ	ح	خطأ

تمرين عدد 3:

قابل للقسمة على / العدد	2	3	5	9	4	25
374	x					
975		x	x			x
820	x		x		x	
354	x	x				
91825			x			x
77940	x	x	x	x	x	
54700	x		x		x	x
125412	x	x			x	

تمرين عدد 4: أ- صواب ؛ ب -صواب؛ ج -صواب د - خطأ ؛ هـ -صواب ؛ و -خطأ

تمرين عدد 5: 1-الأعداد التي تقبل القسمة على4 هي: 584708; 0 ، 25472

2-باقي قسمة العد 65591 على4 هو نفس باقي قسمة العدد91 على4 و يساوي3

باقي قسمة العد 8749 على4 هو نفس باقي قسمة العدد49 على4 و يساوي1

تمرين عدد 6: 1 - الأعداد التي تقبل القسمة على25 هي: 50 2587 ، 0 ، 4975

2- باقي قسمة العدد76 6945 على25 هو نفس باقي قسمة العدد 76على25 و يساوي1

باقي قسمة العدد45 2545 على25 هو نفس باقي قسمة العدد 45 على25 و يساوي20

تمرين عدد 7:

85*2	52489*	325*0	4584*	4544*6
8512	524892	32500	45840	454416
8532	524896	32520	45844	454436
8552		32540	45848	454456
8572		32560		454476
8592		32580		454496

تمرين عدد 8:

457*	471*0	754*5	3565*
4575	47100	75475	35650
	47150		

تمرين عدد 9: 1) ننجز القسمة الاقليدية لـ 1394 على 20: $1394 = 20 \times 690 + 14$ إذن لا يمكن لصاحب المعصرة تعليب كامل الكمية لأن 1394 غير قابل للقسمة على 20.

2) أكبر كمية باللتر التي يمكنه تعليبها هي: $20 \times 690 = 1380$ أما الكمية غير المعلبة فهي 14 لتر.

تمرين عدد 10:

- قواسم 2^5 هي: 2^0 ؛ 2^1 ؛ 2^2 ؛ 2^3 ؛ 2^4 و 2^5 أي: 1 ؛ 2 ؛ 4 ؛ 8 ؛ 16 و 32
- قواسم 3^4 هي: 3^0 ؛ 3^1 ؛ 3^2 ؛ 3^3 و 3^4 أي: 1 ؛ 3 ؛ 9 ؛ 27 و 81
- قواسم 5^3 هي: 5^0 ؛ 5^1 ؛ 5^2 و 5^3 أي: 1 ؛ 5 ؛ 25 و 125
- قواسم 7^6 هي: 7^0 ؛ 7^1 ؛ 7^2 ؛ 7^3 ؛ 7^4 ؛ 7^5 و 7^6 أي: 1 ؛ 7 ؛ 49 ؛ 343 ؛ 2401 ؛ 16807 و 117649.
- قواسم 11^2 هي: 11^0 ؛ 11^1 و 11^2 أي: 1 ؛ 11 و 121
- قواسم 13^5 هي: 13^0 ؛ 13^1 ؛ 13^2 ؛ 13^3 ؛ 13^4 و 13^5 أي: 1 ؛ 13 ؛ 169 ؛ 2197 ؛ 28561 و 371293

تمرين عدد 11: الأعداد الأولية: 2 ؛ 11 ؛ 23 ؛ 17 ؛ 41 ؛ 59

تمرين عدد 12:

72 | 2 36 | 2 18 | 2 9 | 3 3 | 3 1	54 | 2 27 | 3 9 | 3 3 | 3 1	80 | 2 40 | 2 20 | 2 10 | 2 5 | 5 1	36 | 2 18 | 2 9 | 3 3 | 3 1
$72=2^3\times3^2$ عدد قواسم 72: $(3+1)\times(2+1)=4\times3=12$	$54=2\times3^3$ عدد قواسم 54: $(1+1)\times(3+1)=2\times4=8$	$80=2^4\times5$ عدد قواسم 80: $(4+1)\times(1+1)=5\times2=10$	$36=2^2\times3^2$ عدد قواسم 36 هو: $(2+1)\times(2+1)=3\times3=9$

150 | 2 75 | 3 25 | 5 5 | 5 1	94 | 2 47 | 47 1
$150=2\times3\times5^2$ عدد قواسم 150: $(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=2\times2\times3=12$	$94=2\times47$ عدد قواسم 94: $(1+1)\times(1+1)=2\times2=4$

تمرين عدد 13:

أ) $a \boxtimes (b;a)$ق.م.أ ، ب) $b \boxtimes (b;a)$م.م.أ ، ج) $a\times b \boxtimes (b;a)$م.م.أ ؛ $1 \boxtimes (b;a)$ق.م.أ

د) $(m+1)(n+1) \boxtimes$

تمرين عدد 14:

- المجموعة D_{54} :

$54=2\times3^3$

قواسم العدد 2 هي: 1 و2

قواسم العدد 3^3 هي: 3^0 ؛ 3^1 ؛ 3^2 ؛ و3^3 أي 1 ؛ 3 ؛ 9 و27

27	9	3	1	X
27	9	3	1	1
54	18	6	2	2

$D_{54}=\{1\ ;3\ ;9\ ;27\ ;2\ ;6\ ;18\ ;54\}$

- المجموعة D_{36} :

$36=2^2\times3^2$

قواسم العدد 2^2 هي: 2^0 ؛ 2^1 و 2^2 أي 1 ؛ 2 و 4

قواسم العدد 3^2 هي: 3^0 ؛ 3^1 و 3^2 أي 1 ؛ 3 و 9

4	2	1	×
4	2	1	1
12	6	3	3
36	18	9	9

$D_{36}=\{1\ ;2\ ;4\ ;3\ ;6\ ;12\ ;9\ ;18\ ;36\}$

المجموعة D_{72} : $72=2^3\times3^2$

قواسم العدد 2^3 هي: 2^0 ؛ 2^1 ؛ 2^2 و 2^3 أي 1 ؛ 2 ؛ 4 و 8

قواسم العدد 3^2 هي: 3^0 ؛ 3^1 و 3^2 أي 1 ؛ 3 و 9

8	4	2	1	X
8	4	2	1	1
24	12	6	3	3
72	36	18	9	9

$D_{72}=\{1\ ;2\ ;4\ ;8\ ;3\ ;6\ ;12\ ;24\ ;9\ ;18\ ;36\ ;72\}$

- المجموعة D_{94} :

2	1	X
2	1	1
94	47	47

$D_{94}=\{1\ ;2\ ;47\ ;94\}$

- $D_{94}\cap D_{72}=\{1;2\}$ ؛ $D_{36}\cap D_{94}=\{1;2\}$ ؛ $D_{72}\cap D_{54}=\{1;2;3;6\ ;9;18\}$

18=ق.م.أ(72؛54) ؛ 2=ق.م.أ(36؛94) ؛ 2=ق.م.أ(72؛94)

تمرين عدد 15:

- $60\times2^3\times5^7=(2^2\times3\times5)\times2^3\times5^7=(2^2\times2^3)\times3\times(5\times5^7)=2^5\times3\times5^8$
- $4^5\times6^3\times20=(2^2)^5\times(2\times3)^3\times(2^2\times5)=2^{10}\times2^3\times3^3\times2^2\times5$
$=(2^{10}\times2^3\times2^2)\times3^3\times5=2^{15}\times3^3\times5$
- $15\times72\times3^{11}=(3\times5)\times(2^3\times3^2)\times3^{11}=(3\times3^2\times3^{11})\times5\times2^3=3^{14}\times5\times2^3$
- $5^9\times80\times12^6=5^9\times(2^4\times5)\times(2^2\times3)^6=5^9\times2^4\times5\times2^{12}\times3^6$
$=(5^9\times5)\times(2^4\times2^{12})\times3^6=5^{10}\times2^{16}\times3^6$
- $100000\times40=10^5\times40=(2\times5)^5\times(2^3\times5)=2^5\times5^5\times2^3\times5$
$=(2^5\times2^3)\times(5^5\times5)=2^8\times5^6$

تمريـــن عدد 16: عدد قواسم العدد $2^5\times5^7$ هو $(7+1)\times(5+1)=8\times6=48$

- $84=2^2\times3\times7$ إذن عدد قواسم 84 هو: $(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=3\times2\times2=12$
- $56\times2^3=2^6\times7$ إذن عدد قواسم 56 هو: $(6+1)\times(1+1)=7\times2=14$
- $74\times36=2^3\times3^2\times37$ إذن عدد قواسم العدد 74×56 هو: $(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=4\times3\times2=24$
- $\left(2^2\times3^3\right)^2=2^4\times3^6$ إذن عدد قواسم العدد $\left(2^2\times3^3\right)^2$ هو $(4+1)\times(6+1)=5\times7=35$
- $100000\times20^3=10^5\times10^3\times2^3=10^8\times2^3$ إذن عدد القواسم هو: $(8+1)\times(3+1)=9\times4=36$

تمرين عدد 17:

أ.

375	3	625	5
125	5	125	5
25	5	25	5
5	5	5	5
1		1	
$375=3\times5^3$		$625=5^4$	

- $a^2=625^2=(5^4)^2=5^8$ ؛ $b^2=375^2=(3\times5^3)^2=3^2\times5^6$
- $ab=625\times375=5^4\times3\times5^3=5^4\times5^3\times3=5^7\times3$
- $23a=23\times625=23\times5^4$ ؛ $23b=23\times375=23\times3\times5^3$

ب.

- $(b\,;a)$ أ.م.ق $=5^3=125$ ؛ $(b^2\,;a^2)$ أ.م.ق $=5^6=15625$
- $(23b\,;23a)$ أ.م.ق $=23\times5^3=2875$
- $(b\,;a)$ أ.م.م $=5^4\times3=625\times3=1875$
- $(b^2\,;a^2)$ أ.م.م $=5^8\times3^2=3515625$
- $(23b\,;23a)$ أ.م.م $=23\times3\times5^4=43125$

تمريـــن عدد 18: أ) M_{10} : مجموعة مضاعفات 10 الأصغر من 150:

$M_{10}=\{0;10;20;30;40;50;60;70;80;90;100;110;120;130;140\}$

M_{12} : مجموعة مضاعفات 12 الأصغر من 150: $M_{10}=\{0;12;24;36;48;60;72;84;96;108;120;132;144\}$

$M_{10}\cap M_{12}$: مجموعة مضاعفات المشتركة للعددين 10 و 12 الأصغر من 150: $M_{10}\cap M_{12}=\{0;60;120\}$

ب) $(12;10)$ أ م. م. $=60$

تمريـــن عدد 19:

أ) $X=\left(2^5\times3^2\right)^3\times16=2^{15}\times3^6\times2^4=2^{19}\times3^6$ ؛ $Y=9^2\times72^3=3^4\times3^6\times2^9=3^{10}\times2^9$

ب) $(Y;X)$ ق. م. $=2^9\times3^6$ ؛ $(Y;X)$ أ. م. م. $=3^{10}\times2^{19}$

تمرين عدد 20: $a=2^3\times3^5\times144$ و $b=5^2\times7\times6125$

أ.

- $a=2^3\times3^5\times144=2^3\times3^5\times(2^4\times3^2)=(2^3\times2^4)\times(3^5\times3^2)=2^7\times3^7$
- $b=5^2\times7\times6125=5^2\times7\times(5^3\times7^2)=(5^2\times5^3)\times(7\times7^2)=5^5\times7^3$

ب. بما أن $(b\,;a)$ أ.ق.م $=1$ فإن العددان a و b أوليّان فيما بينهما.

ج. بما أن a و b أوّليان فيما بينهما فإن: $(b\,;a)$ أ.م.م $=a\times b$.

تمرين عدد 21:

أ. مجموعة القواسم المشتركة للعددين x و y هي مجموعة قواسم قاسمهما المشترك الأكبر 12 أي $D_x \cap D_y = D_{12} = \{1;2;3;4;6;12\}$.

ب. لدينا: $12 = 2^2 \times 3$ نستنتج أن 2 و 3 هما العاملان الأوليّان المشتركان للعددين x و y.

ج. نعلم أن جذاء العددين x و y يساوي جذاء قاسمهما المشترك الأكبر ومضاعفهما المشترك الأصغر. لذا:

$م.م.أ(x;y) = \frac{864}{12} = 72$.

تمرين عدد 22: $ق.م.أ(15;1) = 1$ ؛ $ق.م.أ(56;8) = 8$ ؛ $ق.م.أ(11;17) = 1$

$م.م.أ(63;7) = 63$ ؛ $م.م.أ(20;1) = 20$ ؛ $م.م.أ(19;13) = 13 \times 19 = 247$

تمرين عدد 23: $ق.م.أ(13;12;1) = 1$ ؛ $ق.م.أ(35;21;17) = 1$

- $م.م.أ(13;12;1) = 12 \times 13 = 156$
- $م.م.أ(35;21;17) = 17 \times 21 \times 35 = 12495$
- $24 = 2^3 \times 3$ ؛ $36 = 2^2 \times 3^2$ ؛ $54 = 2 \times 3^3$
- $ق.م.أ(54;36;24) = 2 \times 3 = 6$ ؛ $م.م.أ(54;36;24) = 2^3 \times 3^3 = 8 \times 27 = 216$
- $ق.م.أ(32;24;8) = 8$ ؛ $م.م.أ(32;24;8) = 2^5 \times 3 = 96$

تمرين عدد 24: أ- العدد 5782302 يقبل القسمة على 2 وعلى3 (2 و 3أوليان فيما بينهما)إذن فهو يقبل القسمة على6

ب- العدد 5782302 يقبل القسمة على 3 وعلى4 (3 و 4أوليان فيما بينهما)إذن فهو يقبل القسمة على 12

ج- العدد 847590 يقبل القسمة على 3 وعلى5 (3 و 5أوليان فيما بينهما)إذن فهو يقبل القسمة على 15

ج- العدد 5879520 يقبل القسمة على 5 وعلى9 (5 و 9أوليان فيما بينهما)إذن فهو يقبل القسمة على 45

تمرين عدد 25:

أ. بما أن $ق.م.أ(62;93;186) = 31$ فإن عدد الباقات هو 31.

ب. بكل باقة 2 وردة بيضاء و3 وردة صفراء و6 وردة حمراء.

تمرين عدد 26: نعتبر x عدد التلاميذ $500 < x < 600$.

العدد x-7 ينتمي إلى كل من مضاعفات 12 ومضاعفات 20 ومضاعفات 36.

$(x-7) \in M_{12}$ ؛ $(x-7) \in M_{20}$ و $(x-7) \in M_{36}$.

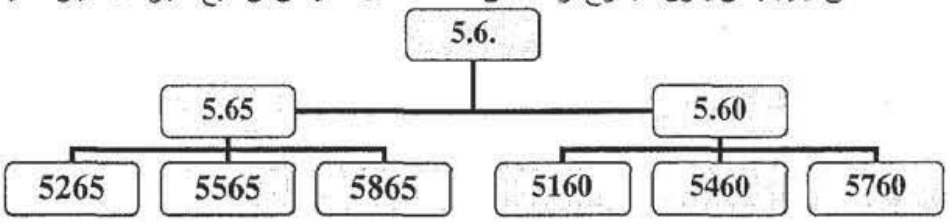
بما أن $م.م.أ(12;20;36) = 180$ فإن العدد (x-7) ينتمي إلى مضاعفات 180.

$(x-7) \in M_{180} = \{0;180;360;540;720;....\}$.

وبما أن $500 < x < 600$ فإن $x-7 = 540$ وبالتالي $x = 547$. إذن عدد التلاميذ هو 547.

تمرين عدد 27:

1. ليكون العدد 5.6. قابلا للقسمة على 5 يجب أن يكون رقم آحاده مساويا لـ0 أو 5 وليكون العدد 5.6. قابلا للقسمة على 3 يجب أن يكون مجموع أرقامه من مضاعفات3 ؛ يمكن أن نتبع شجرة الاختيار التالية:

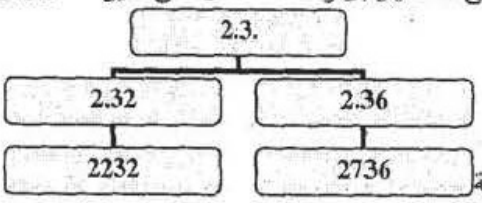


نتحصل على الحلول التالية 5760 و 5460 و 5160 و 5865 و 5565 و 5265.

2. كل الأعداد التي تحصلنا عليها قابلة للقسمة على 3 و 5 إذن فهي قابلة للقسمة على جذائهما 3×5 أي 15.

تمرين عدد 28: ليكون العدد 2.3. قابلا للقسمة على 4 يجب أن يكون العدد المتكون من الرقمين الأخرين قابلا للقسمة على 4 (أي 3. قابل للقسمة على 4) وفي هذه الحالة يكون رقم الأحاد 2 أو 6 لأن 32 و 36 يقبلان القسمة على 4.

- في حالة رقم الأحاد يساوي 2 نحصل على العدد 2.32 ؛ ليكون هذا العدد قابلا للقسمة على 9 يجب أن يكون مجموع أرقامه قابلا للقسمة على 9 الرقم الوحيد الذي يمكن أن يعوض النقطة هو 2 نتحصل إذن على العدد 2232.
- في حالة رقم الأحاد يساوي 6 نحصل على العدد 2.36 ؛ ليكون هذا العدد قابلا للقسمة على 9 يجب أن نعوض النقطة بالرقم 7 نتحصل إذن على العدد 2736 وهكذا نتحصل على حلين هما 2232 و 2736.



طريقة ثانية: إتباع شجرة الاختيار التالية

تمرين عدد 29:

1. أكبر مسافة يمكن تركها بين شجرتين متتاليتين هو القاسم المشترك الأكبر لـ140 و 196.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ و $196 = 2^2 \times 7^2$. إذن $28 = 7 \times 2^2$ = ق.م.أ(140؛196).
2. قيس طول محيط قطعة الأرض: $672 = 2 \times (140 + 196)$.
عدد الأشجار: $672 : 28 = 24$.
3. مجموع القواسم المشتركة لـ140 و 196 هي مجموعة قواسم 28 وهي {1;2;4;7;14;28}.
المسافات التي تفوق 7 أمتار والتي يمكن للفلاح تركها بين شجرتين متتاليتين هي 14 و 28.
إذا ترك الفلاح 72 مترا بين كل شجرتين فإن عدد الأشجار يكون $672 : 7 = 96$.
إذا ترك الفلاح مترا بين كل شجرتين متتاليتين فإن عدد الأشجار هو $672 : 14 = 48$.
إذا كانت المسافة بين كل شجرتين 28 مترا فإن عدد الأشجار: 24.

تمرين عدد 30: 1) $3^{100} + 3^{101} = 3^{100} + 3 \times 3^{100} = 3^{100}(3+1) = 3^{100} \times 4$ إذن العدد $3^{101} + 3^{100}$ قابل للقسمة على 4

2) $2^{14} - 2^{11} = 2^{11} \times 2^3 - 2^{11} = 2^{11}(2^3 - 1) = 2^{11} \times 7$ إذن العدد $2^{14} - 2^{11}$ قابل للقسمة على 7

3) $9 \times 25^{82} + 25^{41} - 7 \times 25^{40} = 9 \times 5^2 \times 5^{80} + 25^{41} - 7 \times 25^{40} = 9 \times 5^2 \times (5^2)^{40} + 25^{41} - 7 \times 25^{40}$

$= 9 \times 5^2 \times 25^{40} + 25 \times 25^{40} - 7 \times 25^{40} = 25^{40} \times (9 \times 5^2 + 25 - 7) = 25^{40}(9 \times 5^2 + 5^2 - 7)$

$= 25^{40}(10 \times 5^2 - 7) = 25^{40}(250 - 7) = 25^{40} \times 243 = 25^{40} \times 3 \times 81 = (5^2)^{40} \times 3 \times 81 = 5^{80} \times 3 \times 81$

$= 5^{79} \times 5 \times 3 \times 81 = 15 \times 5^{79} \times 81$ وبالتالي العدد $9 \times 5^{82} + 25^{41} - 7 \times 25^{40}$ قابل للقسمة على 15.

تمرين عدد31: 1) عدد التجار يساوي قاسم مشترك لـ2160 و 2700 و 1800 محصورين بين 25 و 35.
$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$ ؛ $2700 = 3^3 \times 2^2 \times 5^2$ ؛ $2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$
ق.م.أ $(1800;2700;2160) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 180$
$D_{180} = \{1;2;3;4;5;6;9;10;12;15;18;20;\boxed{30};36;45;60;90;180\}$ إذن عدد التجار هو 30.

2) نصيب كل تاجر من علب الياغورت :

* النوع الأول: $\frac{1800}{30} = 60$ ؛ * النوع الثاني: $\frac{2700}{30} = 90$ ؛ النوع الثالث: $\frac{2160}{30} = 72$