## ❖ التمرين الأول :

| 1← ب | 2←ج | 3←أ | 4←ج |
|---|---|---|---|

1) $b = 2\pi - 2 \approx 2 \times 3{,}14 - 2 \approx 4.28 \in [4;5[$

2) $\frac{3}{5}x = \frac{4}{5}(5-x)$ يعني $\frac{3}{5}x = \frac{4}{\cancel{5}} \times \cancel{5} - \frac{4}{5}x$

يعني $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x = 4$

يعني $\frac{7}{5}x = 4$

يعني $x = 4 \times \frac{5}{7}$

يعني $x = \frac{20}{7}$

3) $\frac{2x}{\cancel{1+\sqrt{3}}} \times \cancel{(1+\sqrt{3})} \leq (1-\sqrt{3}) \times (1+\sqrt{3})$ يعني $\frac{2x}{1+\sqrt{3}} \leq 1-\sqrt{3}$

يعني $2x \leq -2$

يعني $x \leq -1$ يعني $x \in ]-\infty;-1]$

4) بما أن (BF) يعامد المستقيمين (FE) و (FG) المتقاطعين في F والمحتويين في المستوي (HFG) فأنّ (BF) عمودي على المستوي (HFG)

## ❖ التمرين الثّاني :

1) أ)

$a = 12 + \sqrt{200} - \sqrt{8}$

$= 12 + 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

$= 12 + 8\sqrt{2}$

$a = 2(6 + 4\sqrt{2})$

ب) لنا $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 32$ و $\left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27$ و $27 < 32$

إذن $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$ $\begin{cases} \left(3\sqrt{3}\right)^2 < \left(4\sqrt{2}\right)^2 \\ 3\sqrt{3} \text{ و } 4\sqrt{2} \text{ موجبان} \end{cases}$

لنا $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$ يعني $3\sqrt{3} + 6 < 4\sqrt{2} + 6$

يعني $\left(3\sqrt{3} + 6\right) \times 2 < \left(4\sqrt{2} + 6\right) \times 2$ لأن $(2 > 0)$

يعني $b < a$

2) $\left(2 + 2\sqrt{2}\right)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 2\sqrt{2} + \left(2\sqrt{2}\right)^2$

$= 4 + 8\sqrt{2} + 8$

$= 12 + 8\sqrt{2}$

$= 2\left(6 + 4\sqrt{2}\right)$

$\left(2 + 2\sqrt{2}\right)^2 = a$

$\left(3 + \sqrt{3}\right)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 9 + 6\sqrt{3} + 3$

$= 12 + 6\sqrt{3}$

$= 2\left(6 + 3\sqrt{3}\right)$

$\left(3 + \sqrt{3}\right)^2 = b$

3) أ) لنا $c^2 = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)^2}{\left(2+2\sqrt{2}\right)^2} = \frac{a}{b}$ و نعلم أنّ $a < b$ إذن $\frac{a}{b} < 1$

و بالتالي $c^2 < 1$

ب)

من ناحية لدينا : و $\begin{cases} c^2 < 1 \\ c \text{ موجب} \end{cases}$ إذن $c < 1$

و من ناحية أخري لدينا :

$c - \frac{1}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$

$= \frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}} - \frac{1 \times \left(1+\sqrt{2}\right)}{2 \times \left(1+\sqrt{2}\right)}$

$= \frac{3+\sqrt{3}-1+\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}}$

$c - \frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}} > 0$

و بالتّالي $c > \frac{1}{2}$

الخلاصة : $\frac{1}{2} < c < 1$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

❖ التمرين الثّالث : ( وحدة قيس الطول هي cm )

1) في حالة $x=5$ فإنّ

$$E=5^2-\frac{32}{5}\times 5+16=25-32+16=9$$

2)

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{16}{5}+\left(\frac{16}{5}\right)^2+\frac{144}{25}$$
$$=x^2-\frac{32}{5}x+\frac{256}{25}+\frac{144}{25}$$
$$=x^2-\frac{32}{5}x+\frac{400}{25}$$
$$=x^2-\frac{32}{5}x+16$$

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=E$$

3) أ) بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A نجد :

$$BC^2=AB^2+AC^2=(4)^2+(3)^2=16+9=25$$

إذن $BC=\sqrt{25}=5$

ب) بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث

$H\in(AB)$ و $M\in(BC)$ و $(MH)//(BC)$ نجد

$$\frac{BM}{BC}=\frac{HM}{AC}$$

يعني $HM=\frac{BM}{BC}\times AC=\frac{a}{5}\times 3=\frac{3}{5}a$

و منه $HM=\frac{3}{5}a$

أ) بما أنّ (AC) مُماس للدّائرة ڑ في k فإنّ $(MK)\perp(AC)$ و

نعلم أنّ $(AC)\perp(AB)$ و بالتّالي $(MK)//(AB)$

بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث

$M\in(BC)$ و $K\in(AC)$ و $(MK)//(AB)$ نجد

$$\frac{CM}{CB}=\frac{KM}{AB}$$

- يعني $KM=\frac{CM}{CB}\times AB=\frac{(5-a)}{5}\times 4=\frac{4}{5}(5-a)$

ومنه $KM=\frac{4}{5}(5-a)$

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث MHK القائم في H نجد:

$$HK^2=KM^2+HM^2$$
$$=\left(\frac{4}{5}(5-a)\right)^2+\left(\frac{3}{5}a\right)^2$$
$$=\frac{16}{25}(25-10a+a^2)+\frac{9}{25}a^2$$
$$=16-\frac{160}{25}a+\frac{16}{25}a^2+\frac{9}{25}a^2$$

$$HK^2=a^2-\frac{32}{5}a+16$$

ج) بما أنّ AHMK مستطيل و نعلم أن في المستطيل القطران متقايسان فإنّ **AM=HK**

**يعني** $AM=\frac{12}{5}$ **(AM و** $AM^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ **موجبان)**

**يعني** $HK^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ (لأن AM=HK)

**يعني** $a^2-\frac{32}{5}a+16=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ **( حسب السؤال 4)ب) )**

**يعني** $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ **( حسب السؤال 2 )**

**يعني** $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2=0$

**يعني** $a=\frac{16}{5}\left(\frac{16}{5}\in]0;5[\right)$

❖ التمرين الرّابع : ( وحدة قيس الطول هي cm )

1) أ) لنا $\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-4+2}{2}=\frac{-2}{2}=-1=x_K$

و $\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{0+0}{2}=\frac{0}{2}=0=y_K$

إذن K منتصف [BC]

حساب OB و OC و BC :

$$OB=|x_B-x_O|\times OI=|-4-0|\times 1=|-4|=4$$
$$OC=|x_C-x_O|\times OI=|2-0|\times 1=2=2$$
$$BC=|x_C-x_B|\times OI=|2-(-4)|\times 1=|6|=6$$

(أو بما أن $O\in[BC]$ فإنّ BC=OB+OC=4+2=6 )

COLLEGE.MOURAJAA.COM

**2)** أ)بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAC القائم في Oنجد :

$OA^2 + OC^2 = AC^2$

يعني $OA^2 = AC^2 - OC^2$

يعني $OA^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2^2 = 12 - 4 = 8$

إذن $OA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

- بما أنّ $A \in [OJ]$ فأنّ :

$x_A = 0$ و $|y_A - x_O| \times OJ = OA$

يعني $x_A = 0$ و $|y_A - 0| \times 1 = 2\sqrt{2}$

يعني $x_A = 0$ و $|y_A| = 2\sqrt{2}$

يعني $x_A = 0$ و ( $y_A = 2\sqrt{2}$ أو ~~$y_A = -2\sqrt{2}$~~ )

(علما أنّ $A \in [OJ]$ أي $y_A \geq 0$ )

إذن $x_A = 0$ و $y_A = 2\sqrt{2}$

و منهإحداثيّات النقطة A هي $\left(0\ ;\ 2\sqrt{2}\right)$

ب) بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAB القائم في O نجد :

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 4^2 = 8 + 16 = 24$

إذن $AB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

**3)** أ) في الرّباعي OCAEلدينا :

P منتصف[OA] ( مـــعطى )

P منتصف[EC] ( Eمناظرة C بالنسبة الى P )

- بما أن الرّ با عي OCAE قطراه يتقاطعان في منتصفيهما P فإنه متوازي الأضـــــلاع

ب) بما أنّ الرّباعي OCAE متوازي الأضلاع فإنّ :

(AE)//(OC) و AE=OC

و نعلم أن OC=2 و المستقيمان (OC) و(OI) منطبقان ( $I \in (OC)$ )

إذن $AE = |x_E - x_A| = 2$ و (AE)//(OI)

إذن $|x_E - x_A| = 2$

يعني $|x_E - 0| = 2$

يعني $x_E = -2$ أو ~~$x_E = 2$~~ ( لا يمكن لأن $x_E < 0$ )

و من جهة أخري نعلم أنّ (AE)//(OI) فإنّ $y_E = y_A = 2\sqrt{2}$

إذن إحداثيّات النقطة E هي $\left(-2\ ;\ 2\sqrt{2}\right)$

**4)** أ) في الرباعي OAEH لدينا

- $\widehat{EHO} = 90°$ ( H المسقط العمودي لـ E على (OI)
- $\widehat{AOH} = 90°$ ( (O ;I ;J) معين متعامد)
- $\widehat{OAE} = 90°$ ( (AE)//(OI) و $(AO) \perp (OI)$ )

بما أنّ الرّباعي OAEH له 3 زوايا قائمة فإنّه مستطيل

**ب)**بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAK القائم في Oنجد :

$KA^2 = OA^2 + OI^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 = 8 + 1 = 9$

إذن $KA = \sqrt{9} = 3$

❖ إستنتج أنّ $E \in \zeta$

← **طريقة أولى :**

بما أنّ ζ دائرة قطرها [BC] و K منتصف [BC]فإن الدائرةζ مركزها K و قيس طول شعاعها يساوي 3 ( $\frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$ )

و بما أن KA=3 فإنّ $A \in \zeta$

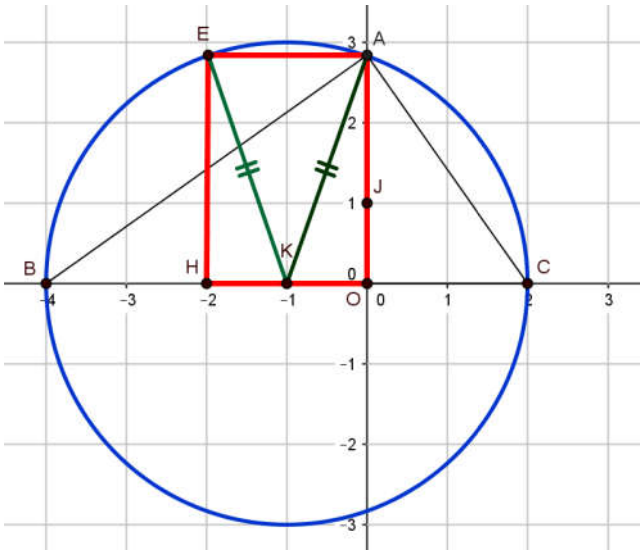
بما أنّ OAEH مستطيل فإن لديه محوري تناظر و هما الموسطات العموديّة لأضلاعه و نعلم أنّ K منتصف [HO] إذن K نقطة من الموسطالعموي لـــ[AE] و منه KE=KA و نعلن أنّ وA نقطة من الدائرة ζالتي مركزهاK فإن $E \in \zeta$

← **طريقة ثانية :**

في المثلثين OAKو HEK لدينا

- $\widehat{AOK} = \widehat{EHK}$ زاويتان قائمتان
- OA=EH ضلعتن متقابلان في المستطيل
- KO=KH )KO=1 و KH=OH-KO=AE-KO=3-2=1)

إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين OAK و HEKمتقايسان و حسب العناصر النظيرة فإنّ KE=KA و نعلم أنّ A نقطة من الدائرة ζ التي مركزها K فإن $E \in \zeta$




COLLEGE.MOURAJAA.COM

## التمرين الخامس :

**1)**

- الفئة المنوال هي ]200; 150]
- المعدّل الحسابي للزيادة في المرتّب الشهري هو

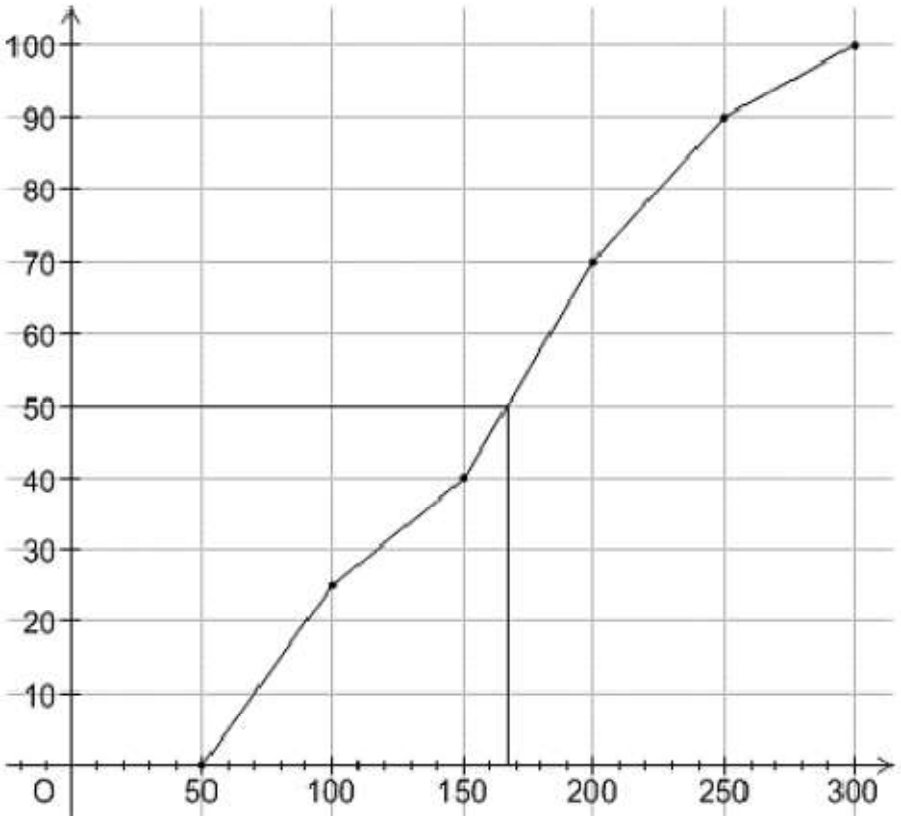
$$\overline{X} = \frac{25\times 75 + 15\times 125 + 30\times 175 + 20\times 225 + 10\times 275}{100} = \frac{16250}{100} = 162,5$$

**2)**

| قيمة الزيادة | ]50 ;100[ | ]100 ;150[ | ]150 ;200[ | ]200 ;250[ | ]250 ;300[ |
|---|---|---|---|---|---|
| مركز الفئة | 75 | 125 | 175 | 225 | 275 |
| التكرار(عدد العملة) | 25 | 15 | 30 | 20 | 10 |
| التكرار التراكمي الصاعد | 25 | 40 | 70 | 90 | 100 |

التكرار التراكمى الصّاعد

ب) مضلّع التكرارات التراكميّة الصّاعدة :




قيمة الزيادة

ج) القيمة التقريبيّة للموسط هي 167 دينارا $Me \approx 167$

**3)** احتمال أن يكون العامل من بين الذين تمتعوا بزيادة في مرتبهم الشهري أقل من 150 دينار هي

$$\frac{25+15}{100} = \frac{40}{100} = 0,4$$

( أي 40%)

COLLEGE.MOURAJAA.COM