

❖ التمرين الأول :

ج ← 4	أ ← 3	ج ← 2	ب ← 1
-------	-------	-------	-------

$$b = 2\pi - 2 \approx 2 \times 3,14 - 2 \approx 4,28 \in [4; 5] \quad (1)$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{4}{5} \times \cancel{\delta} - \frac{4}{5}x \text{ يعني } \frac{3}{5}x = \frac{4}{5}(5-x) \quad (2)$$

$$\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x = 4 \text{ يعني}$$

$$\frac{7}{5}x = 4 \text{ يعني}$$

$$x = 4 \times \frac{5}{7} \text{ يعني}$$

$$x = \frac{20}{7} \text{ يعني}$$

$$\frac{2x}{1+\sqrt{3}} \times \cancel{(1-\sqrt{3})} \leq (1-\sqrt{3}) \times \cancel{(1+\sqrt{3})} \text{ يعني } \frac{2x}{1+\sqrt{3}} \leq 1-\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2x \leq -2 \text{ يعني}$$

$$x \in]-\infty; -1] \text{ يعني } x \leq -1$$

(4) بما أن (BF) يعامد المستقيمين (FE) و (FG) (المناطقعين في F و المحتويين في المستوي (HFG) فإن (BF) عمودي على المستوي (HFG)

❖ التمرين الثاني :

(1) أ

$$a = 12 + \sqrt{200} - \sqrt{8}$$

$$= 12 + 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 12 + 8\sqrt{2}$$

$$a = 2(6 + 4\sqrt{2})$$

$$(ب) \text{ لنا } (4\sqrt{2})^2 = 32 \text{ و } (3\sqrt{3})^2 = 27 < 32$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (3\sqrt{3})^2 < (4\sqrt{2})^2 \\ 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2} \text{ إذن} \end{array} \right. \text{ و } 4\sqrt{2} \text{ و } 3\sqrt{3} \text{ موجبان}$$

$$\text{لنا } 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2} \text{ يعني } 3\sqrt{3} + 6 < 4\sqrt{2} + 6$$

$$\text{يعني } (3\sqrt{3} + 6) \times 2 < (4\sqrt{2} + 6) \times 2 \text{ لأن } (0 < 2)$$

$$b < a \text{ يعني}$$

(2)

$$(2 + 2\sqrt{2})^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 4 + 8\sqrt{2} + 8$$

$$= 12 + 8\sqrt{2}$$

$$= 2(6 + 4\sqrt{2})$$

$$(2 + 2\sqrt{2})^2 = a$$

$$(3 + \sqrt{3})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= 9 + 6\sqrt{3} + 3$$

$$= 12 + 6\sqrt{3}$$

$$= 2(6 + 3\sqrt{3})$$

$$(3 + \sqrt{3})^2 = b$$

$$(أ) \text{ لنا } \frac{a}{b} = \frac{(3 + \sqrt{3})^2}{(2 + 2\sqrt{2})^2} = \frac{a}{b} \text{ و نعلم أن } a < b \text{ إذن } \frac{a}{b} < 1 \quad (3)$$

و بالتالي $c^2 < 1$

(ب)

$$\text{من ناحية لدينا : } \begin{cases} c^2 < 1 \\ c \text{ موجب} \end{cases} \text{ إذن } c < 1$$

و من ناحية أخرى لدينا :

$$c - \frac{1}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{2}} - \frac{1 \times (1 + \sqrt{2})}{2 \times (1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}}$$

$$c - \frac{1}{2} = \frac{2 + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}} > 0$$

$$\text{و بالتالي } c > \frac{1}{2}$$

$$\text{الخلاصة } \frac{1}{2} < c < 1$$



$$HK^2 = KM^2 + HM^2$$

$$= \left(\frac{4}{5}(5-a) \right)^2 + \left(\frac{3}{5}a \right)^2$$

$$= \frac{16}{25}(25 - 10a + a^2) + \frac{9}{25}a^2$$

$$= 16 - \frac{160}{25}a + \frac{16}{25}a^2 + \frac{9}{25}a^2$$

$$HK^2 = a^2 - \frac{32}{5}a + 16$$

(ج) بما أن AHMK مستطيل و نعلم أن في المستطيل القطران متقاطعان فإن $AM=HK$

$$AM = \frac{12}{5} \text{ يعني } AM^2 = \left(\frac{12}{5} \right)^2 \text{ (AM و } \frac{12}{5} \text{ موجبان)}$$

$$HK^2 = \left(\frac{12}{5} \right)^2 \text{ يعني (لأن } AM=HK \text{)}$$

$$a^2 - \frac{32}{5}a + 16 = \left(\frac{12}{5} \right)^2 \text{ يعني (حسب السؤال 4 ب)}$$

$$\text{يعني } \left(a - \frac{16}{5} \right)^2 + \left(\frac{12}{5} \right)^2 = \left(\frac{12}{5} \right)^2 \text{ (حسب السؤال 2)}$$

$$\left(a - \frac{16}{5} \right)^2 = 0 \text{ يعني}$$

$$a = \frac{16}{5} \left(\frac{16}{5} \in]0;5[\right) \text{ يعني}$$

❖ التمرين الرابع : (وحدة قياس الطول هي cm)

$$(1) \text{ أ) لنا } x_K = -1 = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$\text{و } y_K = 0 = \frac{0+0}{2} = \frac{0}{2} = \frac{y_B + y_C}{2}$$

إذن K منتصف [BC]

حساب OB و OC و BC :

$$OB = |x_B - x_O| \times OI = |-4 - 0| \times 1 = |-4| = 4$$

$$OC = |x_C - x_O| \times OI = |2 - 0| \times 1 = 2 = 2$$

$$BC = |x_C - x_B| \times OI = |2 - (-4)| \times 1 = |6| = 6$$

(أو بما أن $O \in [BC]$ فإن $BC = OB + OC = 4 + 2 = 6$)

❖ التمرين الثالث : (وحدة قياس الطول هي cm)

(1) في حالة $x = 5$ فإن

$$E = 5^2 - \frac{32}{5} \times 5 + 16 = 25 - 32 + 16 = 9$$

(2)

$$\left(x - \frac{16}{5} \right)^2 + \left(\frac{12}{5} \right)^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{16}{5} + \left(\frac{16}{5} \right)^2 + \frac{144}{25}$$

$$= x^2 - \frac{32}{5}x + \frac{256}{25} + \frac{144}{25}$$

$$= x^2 - \frac{32}{5}x + \frac{400}{25}$$

$$= x^2 - \frac{32}{5}x + 16$$

$$\left(x - \frac{16}{5} \right)^2 + \left(\frac{12}{5} \right)^2 = E$$

(3) أ) بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث ABC القائم في A نجد :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (4)^2 + (3)^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\text{إذن } BC = \sqrt{25} = 5$$

ب) بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث

$H \in (AB)$ و $M \in (BC)$ و $(MH) \parallel (AC)$ نجد

$$\frac{BM}{BC} = \frac{HM}{AC}$$

$$\text{يعني } HM = \frac{BM}{BC} \times AC = \frac{a}{5} \times 3 = \frac{3}{5}a$$

$$\text{و منه } HM = \frac{3}{5}a$$

أ) بما أن (AC) مماس للدائرة Γ في K فإن $(MK) \perp (AC)$ و

نعلم أن $(AC) \perp (AB)$ و بالتالي $(MK) \parallel (AB)$

بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث

$M \in (BC)$ و $K \in (AC)$ و $(MK) \parallel (AB)$ نجد

$$\frac{CM}{CB} = \frac{KM}{AB}$$

$$\bullet \text{ يعني } KM = \frac{CM}{CB} \times AB = \frac{(5-a)}{5} \times 4 = \frac{4}{5}(5-a)$$

$$\text{ومنه } KM = \frac{4}{5}(5-a)$$

ب) بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث MHK القائم في H نجد:



بما أن الرباعي OAEH له 3 زوايا قائمة فإنه مستطيل
(ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OAK القائم في O نجد :
 $KA^2 = OA^2 + OI^2 = (2\sqrt{2})^2 + 1^2 = 8 + 1 = 9$

$$KA = \sqrt{9} = 3 \text{ إذن}$$

❖ إستنتج أن $E \in \zeta$

← طريقة أولى :

بما أن ζ دائرة قطرها [BC] و K منتصف [BC] فإن الدائرة ζ مركزها K و قيس طول شعاعها يساوي 3 ($\frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$)

و بما أن $KA=3$ فإن $A \in \zeta$

بما أن OAEH مستطيل فإن لديه محوري تناظر و هما المتوسطات العمودية لأضلاعه و نعلم أن K منتصف [HO] إذن K نقطة من المتوسط العمودي لـ [AE] و منه $KE=KA$ و نعلن أن A نقطة من الدائرة ζ التي مركزها K فإن $E \in \zeta$

← طريقة ثانية :

في المثلثين OAK و HEK لدينا

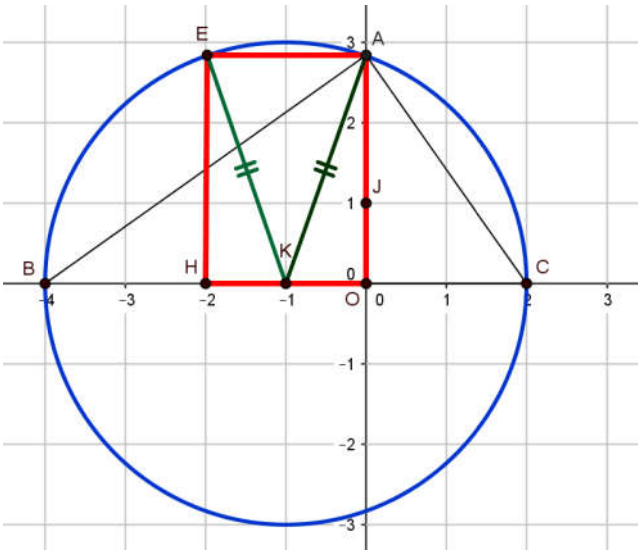
• $\widehat{AOK} = \widehat{EHK}$ زاويتان قائمتان

• $OA=EH$ ضلعين متقابلان في المستطيل

• $KO=KH$ ($KO=KH$ و $KO=1$ و $KH=OH-KO=AE-KO=3-2=1$)

إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين OAK و HEK متقايسان و حسب العناصر النظرية فإن $KE=KA$ و نعلم

أن A نقطة من الدائرة ζ التي مركزها K فإن $E \in \zeta$



(2) أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OAC القائم في O نجد :

$$OA^2 + OC^2 = AC^2$$

$$OA^2 = AC^2 - OC^2 \text{ يعني}$$

$$OA^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = 12 - 4 = 8 \text{ يعني}$$

$$OA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ إذن}$$

■ بما أن $A \in [OJ]$ فإن :

$$|y_A - x_O| \times OJ = OA \text{ و } x_A = 0$$

$$|y_A - 0| \times 1 = 2\sqrt{2} \text{ و } x_A = 0 \text{ يعني}$$

$$|y_A| = 2\sqrt{2} \text{ و } x_A = 0 \text{ يعني}$$

$$\text{يعني } x_A = 0 \text{ و } y_A = 2\sqrt{2} \text{ أو } y_A = -2\sqrt{2}$$

(علما أن $A \in [OJ]$ أي $y_A \geq 0$)

$$\text{إذن } x_A = 0 \text{ و } y_A = 2\sqrt{2}$$

و منه إحداثيات النقطة A هي $(0 ; 2\sqrt{2})$

(ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OAB القائم في O نجد :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (2\sqrt{2})^2 + 4^2 = 8 + 16 = 24$$

$$\text{إذن } AB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

(3) أ) في الرباعي OCAE لدينا :

P منتصف [OA] (معطى)

P منتصف [EC] (E مناظرة C بالنسبة الى P)

■ بما أن الرباعي OCAE قطراه يتقاطعان في منتصفيهما P فإنه متوازي الأضلاع

(ب) بما أن الرباعي OCAE متوازي الأضلاع فإن :

$$AE=OC \text{ و } (AE) \parallel (OC)$$

و نعلم أن $OC=2$ و المستقيمان (OC) و (OI) منطبقان ($I \in (OC)$)

$$\text{إذن } AE = |x_E - x_A| = 2 \text{ و } (AE) \parallel (OI)$$

$$\text{إذن } |x_E - x_A| = 2$$

$$\text{يعني } |x_E - 0| = 2$$

$$\text{يعني } x_E = -2 \text{ أو } x_E = 2 \text{ (لا يمكن لأن } x_E < 0 \text{)}$$

و من جهة أخرى نعلم أن $(AE) \parallel (OI)$ فإن $y_E = y_A = 2\sqrt{2}$

إذن إحداثيات النقطة E هي $(-2 ; 2\sqrt{2})$

(4) أ) في الرباعي OAEH لدينا

$$\bullet \widehat{EHO} = 90^\circ \text{ (H المسقط العمودي لـ E على (OI))}$$

$$\bullet \widehat{AOH} = 90^\circ \text{ (O ; I ; J معين متعامد)}$$

$$\bullet \widehat{AOI} = 90^\circ \text{ ((AO) \perp (OI) و (AE) \parallel (OI))}$$



التمرين الخامس :

(1)

- الفئة المنوال هي $[150 ; 200[$

- المعدل الحسابي للزيادة في المرتب الشهري هو

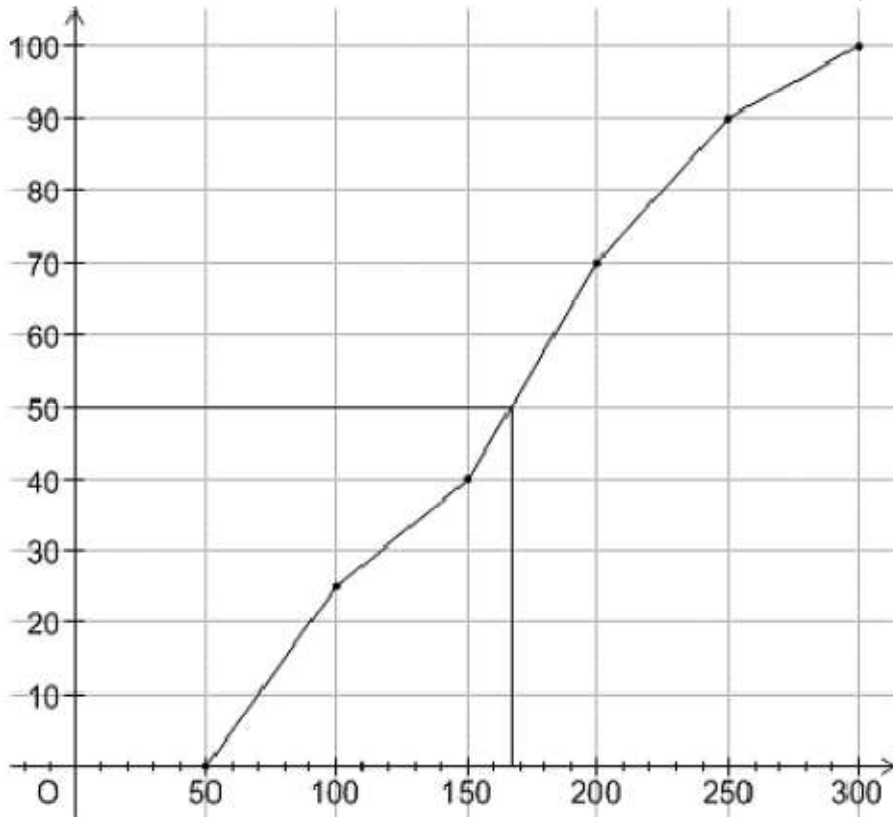
$$\bar{X} = \frac{25 \times 75 + 15 \times 125 + 30 \times 175 + 20 \times 225 + 10 \times 275}{100} = \frac{16250}{100} = 162,5$$

(2)

قيمة الزيادة	$[50 ; 100[$	$[100 ; 150[$	$[150 ; 200[$	$[200 ; 250[$	$[250 ; 300[$
مركز الفئة	75	125	175	225	275
التكرار (عدد العملة)	25	15	30	20	10
التكرار التراكمي الصاعد	25	40	70	90	100

التكرار التراكمي الصاعد

(ب) مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة :



قيمة الزيادة

150 دينار هي

(ج) القيمة التقريبية للموسط هي 167 دينارا $Me \approx 167$

(3) احتمال أن يكون العامل من بين الذين تمتعوا بزيادة في مرتبهم الشهري أقل من

$$\frac{25 + 15}{100} = \frac{40}{100} = 0,4$$

