

## إصلاح الموضوع

(امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام )

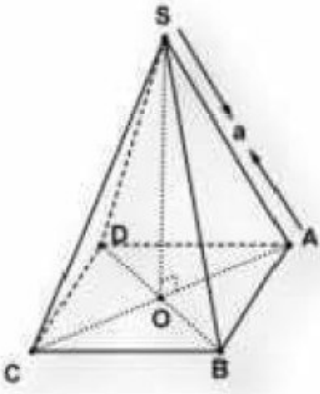
(دورة 2017 )

المادة : الرياضيات

### التمرين الأول ( 3 نقاط )

رقم السؤال	الإصلاح	مقاييس إسناد الأعداد
(1)	<p><u>الإجابة الصحيحة</u></p> <p>(1 ب)</p>	<p><u>التعليل</u></p> <p>ملاحظة : التعليل عن الإجابة الصحيحة لكل سؤال من أسئلة هذا التمرين والذي سوف نعرضه في هذه الخانة هو غير مطالب به المترشح.</p> <p>لأن: <math>360^\circ - (126^\circ + 162^\circ) = 360^\circ - 288^\circ = 72^\circ</math></p> <p>وبالتالي : <math>\frac{72^\circ \times 100\%}{360^\circ} = 20\%</math></p>
(2)	<p>(2 ج)</p>	<p>لأن : في المعين (O ;B,C) إحداثيات النقطتين B و C هي على التوالي : (1 ; 0) و (0 ;1) وبالتالي: <math>M(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2})</math></p>



<p>0.75</p>	<p>لأن:</p> $20172017^2 - 4 = 20172017^2 - 2^2$ $20172017^2 - 4 = (20172017 - 2) \times (20172017 + 2)$ $20172017^2 - 4 = 20172015 \times 20172019$ <p>العدد 20172015 يقبل في نفس الوقت القسمة على 5 (لأن رقم آحاده 5) و على 3 (لأن مجموع أرقامه 18 يقبل القسمة على 3) فهو بالتالي يقبل القسمة على 15 . إذن الجداء <math>20172015 \times 20172019</math> يقبل القسمة على 15 . أي: <math>20172017^2 - 4</math> يقبل القسمة على 15.</p>	<p>(3 ج)</p>	<p>(3)</p>
<p>0.75</p>	<p>باستعمال نظرية بيتاغور في المثلث OSA القائم في O لدينا :</p> $SO^2 = SA^2 - OA^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{2a^2}{4}$ $SO^2 = \frac{4a^2 - 2a^2}{4} = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \quad \text{أي :}$ <p>ومنه نتحصّل على:</p> $SO = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ 	<p>(4 ب)</p>	<p>(4)</p>

## التمرين الثاني ( 4.5 نقاط )

مقاييس إسناد الأعداد	الإصلاح	رقم السؤال
0.5 +	$a = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+3) - (\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{5+3\sqrt{5}-\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{2(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$	(1)
0.25	$b = \frac{6-\sqrt{20}}{4} = \frac{6-\sqrt{4 \times 5}}{4} = \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$	
0.5	$a \times b = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{(3+\sqrt{5}) \times (3-\sqrt{5})}{4} = \frac{3^2 - (\sqrt{5})^2}{4} = \frac{9-5}{4} = \frac{4}{4} = 1$	(2 أ)
	<p>وبما أن <math>a \times b = 1</math> فإن العددين <math>a</math> و <math>b</math> مقلوبان و بالتالي: <math>a = \frac{1}{b}</math> و <math>b = \frac{1}{a}</math></p>	
0.25	$a + b = \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{(3+\sqrt{5}) + (3-\sqrt{5})}{2} = \frac{6}{2} = 3$	(2 ب)
0.5 + 0.25	$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab = a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$	(2 ج)
+ 0.25	<p>وبالتالي: <math>(a + b)^2 - 2ab = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}</math></p> $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \times 1 = 9 - 2 = 7$	
0.5	<p>لدينا:</p> $\begin{cases} 2^2 = 4 \\ \sqrt{5}^2 = 5 \end{cases} \text{ إذن } 2^2 < \sqrt{5}^2 \text{ يعني } 2 < \sqrt{5} \text{ (لأن العددين موجبان)}$	(3 أ)
	<p>وكذلك:</p> $\begin{cases} \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \\ \sqrt{5}^2 = 5 = \frac{25}{5} \end{cases} \text{ إذن } \sqrt{5}^2 < \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{ يعني } \sqrt{5} < \frac{5}{2} \text{ (لأن العددين موجبان)}$	
	<p>من النتيجتين السابقتين نحصل على: <math>2 &lt; \sqrt{5} &lt; \frac{5}{2}</math></p>	



<p>0.5</p>	<p style="text-align: right;">يعني : <math>2 &lt; \sqrt{5} &lt; \frac{5}{2}</math> <math>2+3 &lt; 3+\sqrt{5} &lt; \frac{5}{2}+3</math></p> <p style="text-align: right;">يعني : <math>5 &lt; 3+\sqrt{5} &lt; \frac{11}{2}</math></p> <p style="text-align: right;">يعني : <math>\frac{5}{2} &lt; \frac{3+\sqrt{5}}{2} &lt; \frac{11}{4}</math></p> <p>وبالتالي : <math>\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{11}{4}</math></p>	<p>(3 ب)</p>
<p>0.5 + 0.25 + 0.25</p>	<p>لدينا : <math>\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{11}{4}</math> و <math>a = \frac{1}{b}</math> وهذا يعني: <math>\frac{5}{2} \leq \frac{1}{b} \leq \frac{11}{4}</math></p> <p>يعني : <math>\frac{5}{2} \leq \frac{1}{b} \leq \frac{11}{4}</math> ( الأعداد الثلاثة لها نفس العلامة ) <math>\frac{1}{11} \leq b \leq \frac{1}{5}</math></p> <p>وبالتالي نجد : <math>\frac{4}{11} \leq b \leq \frac{2}{5}</math></p> <p>وهذا يعتبر حصرًا للعدد <math>b</math> ومداه : <math>\frac{5}{2} - \frac{4}{11} = \frac{22}{55} - \frac{20}{55} = \frac{2}{55} = 0,036 &lt; 0,04</math></p>	<p>(3 ج)</p>

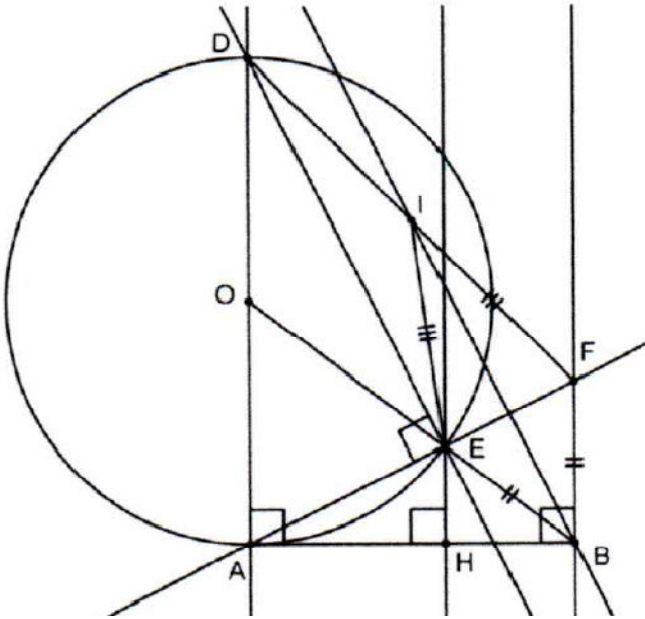


## التمرين الثالث ( 3.5 نقاط )

مقاييس إسناد الأعداد	الإصلاح	رقم السؤال
(0.25) x 4	<p>إذا كان <math>x = -\frac{1}{2}</math> فإنّ : <math>E = (-\frac{1}{2})^2 - 2 \times (-\frac{1}{2}) + 8 = \frac{1}{4} + 1 + 8 = 9 + \frac{1}{4} = \frac{37}{4} = 9,25</math></p> <p>و إذا كان <math>x = \frac{5}{2}</math> فإنّ : <math>E = (\frac{5}{2})^2 - 2 \times (\frac{5}{2}) + 8 = \frac{25}{4} - 5 + 8 = 3 + \frac{25}{4} = \frac{37}{4} = 9,25</math></p>	(1 أ)
0.5	<p>لدينا <math>(x-1)^2 + 7 = x^2 - 2x + 1 + 7 = x^2 - 2x + 8</math></p> <p>وبالتالي فإنّ : <math>E = (x-1)^2 + 7</math></p>	(1 ب)
0.25 + 0.5 + 0.25	<p>مساحة المربع <math>APRT</math> تساوي <math>AP^2 = a^2</math> ؛ و بما أن العدد <math>a</math> ينتمي إلى المجال <math>]0; 4[</math> فإنّ</p> <p>مساحة المثلث <math>CDR</math> تساوي <math>\frac{DC \times DT}{2} = \frac{4(4-a)}{2} = 8 - 2a</math></p> <p>وبالتالي المساحة المطلوبة <math>S</math> (أي مجموع المساحتين) بالصنتمتر المربع وبدلالة <math>a</math> تساوي:</p> <p style="text-align: center;"><math>S = a^2 + (8 - 2a) = a^2 - 2a + 8</math></p> <p style="text-align: right;"><b>ملاحظة:</b></p> <p>في المثلث <math>CDR</math> ؛ <math>[TD]</math> هو الارتفاع الموافق للضلع <math>[CD]</math> لأنّ <math>(TR) \parallel (CD)</math> وبالتالي النقطتان <math>R</math> و <math>T</math> لهما نفس البعد عن المستقيم <math>(CD)</math> كما أنّ : <math>DC = 4</math> و <math>DT = 4 - a</math></p>	(2 أ)
0.5	<p>نعلم أن : <math>S = a^2 - 2a + 8 = (a-1)^2 + 7</math></p> <p>وبما أنّ <math>(a-1)^2 \geq 0</math> فإنّ <math>S = (a-1)^2 + 7 \geq 7</math></p>	(2 ب)
0.5	<p><math>S = 7</math> يعني <math>(a-1)^2 + 7 = 7</math></p> <p>يعني <math>(a-1)^2 = 0</math></p> <p>يعني <math>a - 1 = 0</math></p> <p>يعني <math>a = 1</math></p> <p>أي: إذا كان <math>a = 1</math> فإنّ <math>S = 7</math></p>	(2 ج)



## التمرين الرابع ( 5 نقاط )

مقاييس إسناد الأعداد	الإصلاح	رقم السؤال
0.5	<p style="text-align: right;">الرسم :</p> 	(1) أ
0.5	<p>المثلث <math>ABO</math> قائم الزاوية في <math>A</math> إذن حسب نظرية بيتاغور ينتج:</p> $OB = \sqrt{25} = 5 \quad \text{وبالتالي} \quad OB^2 = AB^2 + AO^2 = 4^2 + 3^2 = 25$	(1) ب
0.25	<p>لدينا :</p> $BE = OB - OE = OB - OA = 5 - 3 = 2$ <p><math>[OA]</math> و <math>[OE]</math> هما شعاعان لنفس الدائرة وبالتالي <math>OA = OE</math></p>	(2)
0.5	<p>النقاط <math>A</math> و <math>E</math> و <math>D</math> تنتمي إلى نفس الدائرة ؛ والمثلث <math>ADE</math> يقبل الارتسام في الدائرة في التي قطرها <math>[AD]</math> أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزاوية في الرأس <math>E</math> ؛ وبالتالي : <math>(AE) \perp (DE)</math></p>	(3) أ



0.75

لدينا :  $\begin{cases} (OA) \perp (AB) \\ (FB) \perp (AB) \end{cases}$  إذن :  $(FB) \parallel (OA)$

(3 ب)

في المثلث  $OAE$  لدينا :  $B$  نقطة من  $(EO)$  و  $F$  نقطة من  $(EA)$  وبما أنّ لدينا التوازي :  
 $(FB) \parallel (OA)$  فإنه ينتج حسب نظرية طالس :

$$\frac{EF}{EA} = \frac{EB}{EO} = \frac{BF}{OA}$$

ومن النتيجة :  $\frac{EB}{EO} = \frac{BF}{OA}$  نتحصل على  $\frac{EB}{3} = \frac{BF}{3}$  ومنها نستنتج  $EB = BF$   
 وبالتالي النقطة  $B$  تنتمي إلى المتوسط العمودي لقطعة المستقيم  $[EF]$

ط 1 :

(4)

المثلث  $DEF$  قائم الزاوية في  $E$  و  $I$  منتصف وتره  $[DF]$  إذن :  $IE = IF$   
 ونعلم أن  $BE = BF$  (لأن  $B$  تنتمي إلى المتوسط العمودي لـ  $[EF]$ ).

0.5

+

0.25

+

0.25

لدينا :  $\begin{cases} BE = BF \\ IE = IF \end{cases}$  إذن المستقيم هو المتوسط العمودي لقطعة المستقيم  $[EF]$

وبالتالي :  $(IB) \perp (EF)$ وبما أنّ  $(DE) \perp (EF)$  فإنّ :  $(BI) \parallel (DE)$ 

ط 2 : في المثلث  $DEF$  نجد  $(BI)$  يقطع الضلع  $[EF]$  في منتصفه و  $[DF]$  في منتصفه  $I$  ؛  
 وبالتالي فإنّ :  $(BI) \parallel (DE)$ .

(5 أ)

في المثلث  $OAB$  لدينا :  $E$  نقطة من  $(OB)$  و  $H$  نقطة من  $(AB)$  وبما أنّ لدينا التوازي :  
 $(EH) \parallel (OA)$  فإنه ينتج حسب نظرية طالس :

$$\frac{BE}{BO} = \frac{BH}{BA} = \frac{EH}{OA}$$

0.5

0.5

يعني :  $\frac{BE}{BO} = \frac{BH}{BA} = \frac{EH}{OA}$   $\frac{2}{5} = \frac{BH}{4} = \frac{EH}{3}$

(5 ب)

وبالتالي ينتج :  $BH = 4 \times \frac{2}{5} = \frac{8}{5} = 1,6$  و  $EH = 3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$



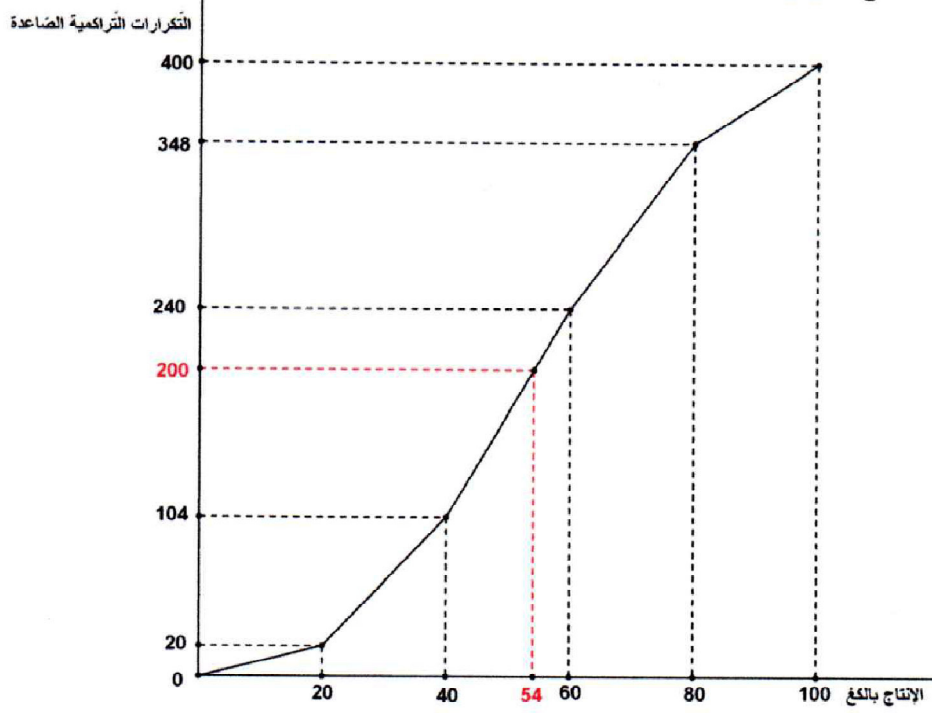
## التمرين الخامس ( 4 نقاط )

مقاييس إسناد الأعداد	الإصلاح	رقم السؤال																								
0.25	الفئة المنوال لسلسلة إحصائية مسترسلة هي الفئة التي لها أكبر تكرار ؛ وبالتالي الفئة المنوال لهذه السلسلة الإحصائية المسترسلة هي: [40 ;60]	(1)																								
0.5 = (0.25) X2	<p>المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية المسترسلة هو :</p> $\bar{X} = \frac{20 \times 10 + 84 \times 30 + 136 \times 50 + 108 \times 70 + 52 \times 90}{20 + 84 + 136 + 108 + 52} = \frac{21760}{400} = 54,5$ <p>إذن معدّل إنتاج شجرة زيتون بهذا الحقل يساوي 54.5 كغ.</p>	(2)																								
1.25 = (0.25) X5	<p>جدول التكرارات التراكمية الصاعدة :</p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>الإنتاج بالكغ</th> <th>[0,20[</th> <th>[20,4 0[</th> <th>[40,60[</th> <th>[60,8 0[</th> <th>[80,100 [</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>مركز الفئة</td> <td>10</td> <td>30</td> <td>50</td> <td>70</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>عدد الأشجار</td> <td>20</td> <td>84</td> <td>136</td> <td>108</td> <td>52</td> </tr> <tr> <td>التكرار التراكمي الصاعد</td> <td>20</td> <td>104</td> <td>240</td> <td>348</td> <td>400</td> </tr> </tbody> </table>	الإنتاج بالكغ	[0,20[	[20,4 0[	[40,60[	[60,8 0[	[80,100 [	مركز الفئة	10	30	50	70	90	عدد الأشجار	20	84	136	108	52	التكرار التراكمي الصاعد	20	104	240	348	400	(3 أ)
الإنتاج بالكغ	[0,20[	[20,4 0[	[40,60[	[60,8 0[	[80,100 [																					
مركز الفئة	10	30	50	70	90																					
عدد الأشجار	20	84	136	108	52																					
التكرار التراكمي الصاعد	20	104	240	348	400																					
1	تمثيل مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة: (أنظر الرسم بالصفحة الموالية)	(3 ب)																								
0.5	<p>حسب هذا الرسم لمضلع التكرارات التراكمية الصاعدة فإن قيمة تقريبية لفاصلة النقطة التي ترتبها 200 (نصف التكرار الجملي) تعتبر قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة الإحصائية ؛ وبالتالي :</p> <p>العدد 54 (بالكيلوغرام) هو قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة الإحصائية.</p>	(3 ج)																								





### مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة



0.5

قام صاحب هذا الحقل بجمع محصول إحدى شجرات الزيتون .  
احتمال أن يكون إنتاج هذه الشجرة أقل من 60 كغ هو 0,6 ( أو 60% ) لأن:

$$\frac{240}{400} = 0.6 = \frac{60}{100}$$

نهاية الإصلاح

(4