قرطاج
Carthage
للنشر و التوزيع

جديد

«Collection Pilote»

في الرياضيات

☆ مراجعة عامة

☆ تمارين و إصلاح

☆ فروض مراقبة و تأليفية

مطابق للبرامج الرسمية

9

لتلاميذ السنة التاسعة
من التعليم الأساسي

طبعة منقحة

معمر لملومي ★ الهادي عبد لاوي

مقـــــــدمة

هذا الكتاب موجه إلى تلاميذ السنة التاسعة من التعليم الأساسي وهو يندرج ضمن سلسلة **Collection Pilote** وهو كتاب ثري يفيد التلميذ في مراجعة دروسه وتشخيص مكتسباته. وهو يتضمن ما يلي:

- مراجعة عامة للدروس.
- تمارين متنوعة تتلائم مع المستويات المختلفة للتلاميذ.
- فروض مراقبة وتأليفية.

نريد من هذا الكتاب إعداد التلميذ لمراجعة كاملة و شاملة لمختلف المفاهيم الواردة ببرنامج الرياضيات للسنة التاسعة من التعليم الأساسي والتأليف بينها وتهيئته لاجتياز أي اختبار أو ألمبياد بامتياز.

بذلك يكون هذا الكتاب أحسن إعداد للتلميذ لبقية الأقسام القادمة.

نأمل أن يكون هذا العمل خير سند للتلميذ والمدرّس، وهو ككل عمل قابل للمراجعة والتطوير.

وفي الختام نشكر الأستاذ سامي العواوي على نقده وملاحظاته القيمة.

الفهرس

مراجعة عـــامة

1)ليكن $b;a$ و c أعدادا صحيحة طبيعية بحيث a يقسم الجذاء bc. إذا كان a و b أوليين فيما بينهما فإن a يقسم c

2)ليكن $b;a$ و c أعدادا صحيحة طبيعية؛ إذا كان a يقسم c و b يقسم c و a و b أوليين فيما بينهما فإن ab يقسم c

3)يكون عددا قابلا للقسمة على 6 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 2 و 3.

4)يكون عددا قابلا للقسمة على 12 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 3 و 4.

5)يكون عددا قابلا للقسمة على 15 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 3 و 5.

التمــــــارين:

تمريــن عـــدد 01: أجب بصواب أو خطأ:

أ) يكون عددا قابلا للقسمة على 8 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 2 و 4

ب) يكون عددا قابلا للقسمة على 45 إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على 5 و 9

ج) إذا كان 7 يقسم $11a$ فإن 7 يقسم a

د) إذا كان 3 يقسم $24b$ فإن 3 يقسم b

هـ) كل عدد يقبل القسمة على 5 ومجموع أرقامه 12 يقبل القسمة على 15.

و) لتكن m ؛ n و p ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية مخالفة للصفر؛ إذا كان m يقسم n و p يقسم n فإن mp يقسم n

تمريــن عـــدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) العدد 47351948 قابل للقسمة على: ☐ 25 ؛ ☐ 4 ، ☐ 8

ب) العدد 40819875 قابل للقسمة على: ☐ 6 ؛ ☐ 12 ، ☐ 15

ج) إذا كان م.م.أ$(a;70) = 420$ و $14 =$ ق.م.أ$(a;70)$ فإن: ☐ $a=60$ ؛ ☐ $a=74$ ، ☐ $a=84$

د) نعتبر العدد $a=171320x5$ حيث x عدد فردي ويمثل رقم العشرات. إذا كان العدد a قابلا للقسمة على 15 فإن:

☐ $x=3$ ؛ ☐ $x=5$ ، ☐ $x=7$

تمريــن عـــدد 03: ضع العلامة ☒ في الخانة المناسبة:

العدد \ يقبل القسمة على	2	3	4	5	6	8	12	15	25
639084									
324075									
1314072									
697800									

تمريــن عـــدد 04: نعتبر العدد $a=8547yx0$ حيث x رقم **عشراته** و y رقم مئاته. أوجد القيم الممكنة لـ x و y ليكون العدد a قابلا للقسمة على 6 و 25.

تمريــن عـــدد 05: نعتبر العدد $b=651098yx$ حيث x رقم آحاده و y رقم عشراته. أوجد **القيم الممكنة** لـ x و y ليكون العدد b قابلا للقسمة على 4 و 15.

تمريــن عـــدد 06: نعتبر العدد $x=9678a10b$ حيث b رقم آحاده و a رقم الآلافه. أوجد **القيم** الممكنة لـ a و b ليكون العدد x قابلا للقسمة على 8 و 12.

تمريــن عـــدد 07: نعتبر العدد $y=197587ab$ حيث b رقم آحاده و a رقم **عشراته**. **أوجد** القيم الممكنة لـ a و b ليكون العدد y قابلا للقسمة على 12 و 15.

تمريــن عـــدد 08: ليكن العدد $A=321n4p$ حيث n و p عددان صحيحان **طبيعيان**. **أوجد** n و p للقسمة على 4 و 9.

تمريـــن عـــــدد 09: نعتبر العدد $X=3^{59}+3^{58}+3^{57}+3^{56}$

بين أن العدد X يقبل القسمة على 12 و 15

تمريـــن عـــــدد 10: نعتبر العدد $Y=21b+14$ حيث b عدد صحيح طبيعي.

بين أنه إذا كان 11 يقسم Y فإن 11 يقسم العدد $3b+2$

تمريـــن عـــــدد 11:

أ) بين أن إذا كان a يقسم b و c فإن a يقسم $a+b+c$

ب) بين أن إذا كان 3 يقسم a و 5 يقسم b فإن 15 يقسم $5a+3b$

تمريـــن عـــــدد 12: نعتبر المعادلة $11b+22=3a+12$ حيث $a\in IN$ و $b\in IN$.

أ) بين أن 3 يقسم $b+2$ ؛ ب) بين أن 11 يقسم $a+4$

تمريـــن عـــــدد 13:

نعتبر العدد الصحيح الطبيعي $X=a-63$ حيث a عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 3 و 7.

أ) بين أن العدد X يقبل القسمة على 21 ؛ ب) استنتج أن العدد 20999937 يقبل القسمة على 21.

تمريـــن عـــــدد 14: نعتبر العددين $a=550$ و $b=441$

أ) أوجد القاسم المشترك الأكبر ثم المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b

ب) ليكن X عددا صحيحا طبيعيا. بين أنه إذا كان x يقبل القسمة على a و b فإن x يقبل القسمة على 242550

تمريـــن عـــــدد 15: نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين x و y حيث $xy=3720$ و 2 = ق.م.أ$(y;x)$

أ) احسب م.م.أ$(y;x)$

ب) حدد مجموعة المضاعفات المشتركة للعددين x و y الأصغر من 14900. ما هو كمّ هذه المجموعة؟

تمريـــن عـــــدد 16: 1) جد العدد الطبيعي p حيث 15 = ق.م.أ$(120;p)$ و $p<100$

2) جد العدد الطبيعي q حيث 84 = م.م.أ$(12;q)$

تمريـــن عـــــدد 17: 1) D_{15} هي مجموعة قواسم العدد 15 و D_{25} هي مجموعة قواسم العدد 25.

أوجد كمّ كل من المجموعات التالية: D_{15} ; D_{25} ; $D_{15}\cap D_{25}$ و $D_{15}\cup D_{25}$

2) قسم رياضة به 25 تلميذ منهم 16 اختصاصهم كرة القدم و 12 اختصاصهم كرة اليد و 4 اختصاصهم كرة اليد والقدم في نفس الوقت. أحسب عدد التلاميذ الذين اختصاصهم كرة اليد أو كرة القدم

تمريـــن عـــــدد 18: حدد مجموعة الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام مختلفة باستعمال الأرقام: 1؛ 2؛ 3؛ و 4.

تمريـــن عـــــدد 19: نعتبر المجموعتين $E=\{1;2;3;4\}$ و $F=\{5;6;7;8;9\}$

أ) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والأخر من F بحيث يكون جذاؤهما عددا فرديا.

ب) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والأخر من F بحيث يكون مجموعهما عدد أوليّا.

ج) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من E والأخر من F بحيث يكون الفرق بينهما عنصرا من E

تمريـــن عـــــدد 20: أوجد كمّ كلّ من المجموعات التالية:

أ) A هي مجموعة الأعداد الفردية التي تتكون من رقمين

ب) B هي مجموعة الأعداد الزوجية التي تتكون من ثلاثة أرقام ورقم عشراتها من مضاعفات 3

ج) C هي مجموعة الأعداد الأولية التي تتكون من أربعة أرقام ومجموع أرقامها يساوي 12.

تمريـــن عـــــدد 21: نعتبر المجموعة التالية:

$A=\{\ 25470\ ;\ 67944\ ;\ 73508\ ;\ 1479\ ;\ 31170\ ;\ 81720\ ;\ 13475\ ;\ 793140\ ;\ 5733\ ;\ 4715\ \}$

جموعات التالية:

اصر A التي تقبل القسمة على 3.

ب) F هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 4.
ج) G هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 5.
2) استنتج كلا من المجموعات التالية:
أ) H هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 12.
ب) I هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 15.
ج) J هي مجموعة عناصر A التي تقبل القسمة على 4 أوالتي تقبل القسمة على 3.

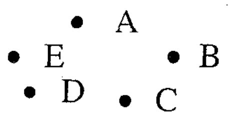
تمريـن عـــدد 22:

كيس يحتوي على 4 كويرات تحمل الأحرف a ; b ; c و d أوجد عدد الإمكانيات لسحب 2 كويرات في نفس الوقت.

تمريـن عـــدد 23:

1) كم من فريق بنفس العدد من اللاعبين يمكن تكوينه من بين 47 لاعب.
2) 6 أشخاص يريدون تكوين فريق كرة سلة (5 لاعبين). كم من إمكانية لذلك؟

تمريـن عـــدد 24:



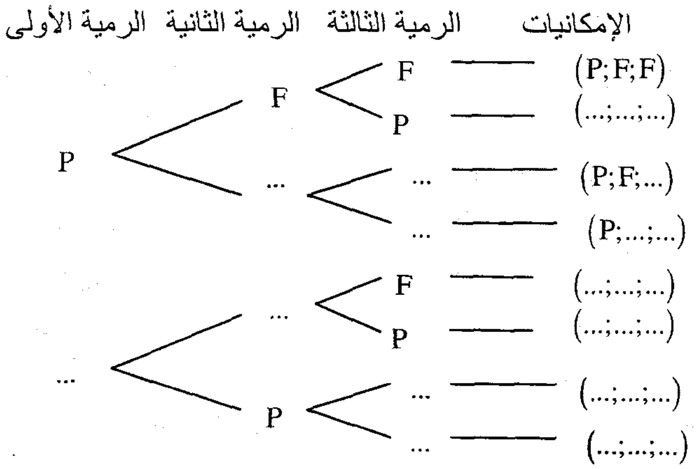
1) كم مثلثا يمكن رسمه بحيث تكون رؤوسه من بين النقاط :
A ; B ; C ; D و E بالرسم التالي:
2) أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأعداد 1؛ 2؛ 3 و 4على قمم الخماسي ABCDE عوض عن الأحرف

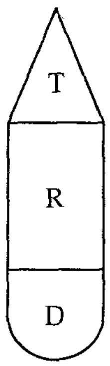
تمريـن عـــدد 25:

عائلة بها 6 أبناء: (يوسف؛ مرام؛ أبرار؛ بسام؛ فتحي؛ حياة).
قرر الأب أن يختار ثلاثة منهم بالقرعة لاصطحابه إلى مدينة العلوم. أوجد عدد إمكانيات الاختيار.

تمريـن عـــدد 26: لقطعة نقود وجهان: الوجه ونرمز له بـF والقفا ونرمز له بـ P.

ترمي قطعة نقدية ثلاث مرات في الهواء وإثر سقوطها نسجل في كل مرة الوجه الظاهر من القطعة.
1) أتمم شجرة الاختيار التالية:
2) حدد إمكانيات " الحصول على 3 وجوه P"
3) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على الوجه P مرتين على الأقل؟ "
4) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على وجه F مرة واحدة فقط؟ "
5) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على 3 وجوه متشابهة؟ "
6) ما هو عدد إمكانيات " الحصول على وجهين متشابهين على الأقل؟ "





تمريـن عـــدد 27:

لاحظ الشكل المقابل المتكون من 3 أجزاء: مثلث T، مستطيلا R ونصف قرص دائري D
. تريد أبرار تلوين الأجزاء الثلاثة بثلاثة أقلام ملونة: **الأخضر** (V)؛ الأزرق (B) و **الأصفر (J)**.
1) إذا علمت أنه يمكن لأبرار تلوين الأجزاء **بنفس اللون،** ما هي إمكانيات التلوين؟
2) علما أنه يمكننا أن تلون كل جزء بلون مختلف **عن الآخر**، ما هي إمكانيات **التلوين؟**

تمرين عدد 28:

بمحفظة يوسف 3 ملفات: أحمر (R) ؛ أزرق (B) و أخضر (V).

يسحب يوسف ملفين الواحد تلو الآخر دون النظر إليهما وكل مرة يرجع الملف المسحوب.

1) ما عدد إمكانيات السحب؟ ؛ 2) ما عدد إمكانيات سحب ملفين خضراوين؟

3) ما عدد إمكانيات سحب ملفين لهما نفس اللون؟ ؛ 4) ما عدد إمكانيات سحب ملفين مختلفين في اللون؟

تمرين عدد 29:

دخلت مرام مغازة للملابس الجاهزة ؛ رغبت في شراء كسوة متكونة من سروال، قميص ومعطف.

ترددت بين اختيار ثلاثة سراويل ، أربعة قمصان ومعطفين.

حدد عدد الكساوي التي يمكن أن تختارها.

تمرين عدد 30:

رمز " بين"(PIN) يتكون من 4 أرقام مختارة من بين الأرقام 0 و 1.ما هو عدد إمكانيات الحصول على رموز مختلفة؟

تمرين عدد 31:

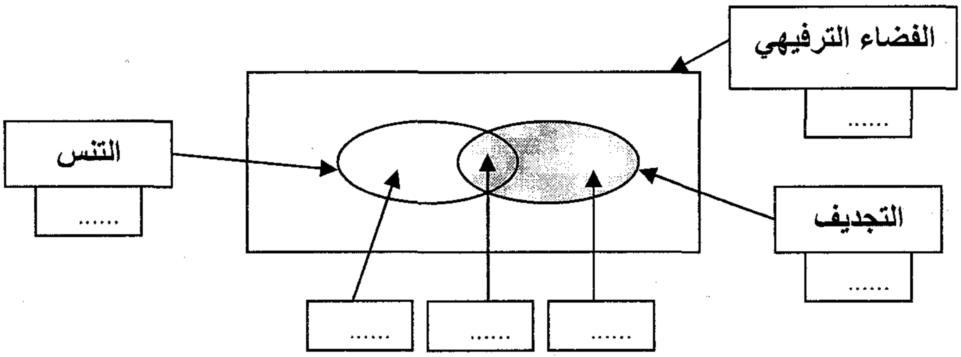
باستعمال الأرقام 1؛ 2؛ 4 و 5 .

1) كم عددا يتكون من ثلاثة أرقام؟

2) كم عددا يتكون من ثلاثة أرقام حيث رقم الآحاد 4

تمرين عدد 32:

يشترك 120 شخص بفضاء ترفيهي منهم 24 يلعبون التنس و 15 يمارسون رياضة التجديف في حين يمارس 6 أشخاص الرياضتين معا.



1) أكمل الفراغات بالعدد المناسب.

2) ما هو عدد الأشخاص:

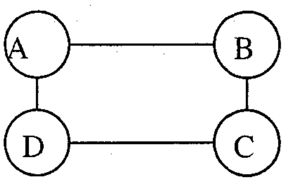
أ) الذين لا يمارسون كلتا الرياضتين.

ب) الذين يلعبون التنس فقط

ج) الذين يمارسون رياضة واحدة على الأقل.

تمرين عدد 33:

أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأرقام 1 و 2 و 3 و 4 على قمم الرباعي عوضا عن الأحرف



تمرين عدد 34:

بكم من طريقة يمكنك وضع 3 سيارات $(V_1;V_2;V_3)$ في مأوى ذي خمسة أماكن $(P_1;P_2;P_3;P_4;P_5)$

مراجعة عامة

1) لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية
2) كل كتابة عشرية دورية تمثل عددا كسريا وحيدا.
3) كل كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية تمثل عددا أصما.
4) مجموعة الأعداد الحقيقية هي اتحاد مجموعتي الأعداد الكسرية النسبية والأعداد الصماء ونرمز لها بـ IR .
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
5) الجذر التربيعي لعدد حقيقي موجب a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي مربعه يساوي a
ويكتب $\sqrt{a} = b$ يعني $a = b^2$
6) المستقيم العددي هو مستقيم مدرج بواسطة الأعداد الحقيقية حيث أن كل عدد حقيقي يمثل فاصلة نقطة وكل نقطة من المستقيم تمثل عددا حقيقيا :

التمارين

تمرين عدد 01:

أجب بـ " صواب" أو "خطأ"
أ) كل عدد أصم هو عد كسري
ب) كل عدد له كتابة عشرية دورية هو عدد كسري
ج) كل عدد له كتابة عشرية لا متناهية ودورية هو عدد أصم
د) كل عدد كسري هو عدد حقيقي
هـ) كل عدد كسري هو عدد أصم
و) π هو عدد كسري
ي) $\sqrt{7}$ هو عدد أصم

تمرين عدد 02:

ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:
1) $\sqrt{11}$ هو عدد: أصم ❑ ، عشري ❑ ، كسري ❑
2) $1.\overline{72}$ هو عدد: أصم ❑ ، كسري ❑ ، عشري ❑
3) $\sqrt{0.01}$ هو عدد: أصم ❑ ، صحيح ❑ ، عشري ❑
4) $x^2 = 5$ و $x > 0$: يعني : $x = 25$ ❑ ، $x = \sqrt{5}$ ❑ ، $x = 10$ ❑
5) $\sqrt{a} = \pi$ يعني : $a = 2\pi$ ❑ ، $a = \pi^2$ ❑ ، $a = \frac{\pi}{2}$ ❑

تمرين عدد 03:

أوجد الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد التالية: $\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{12}{11}$ ؛ $-\frac{15}{6}$ ؛ $\frac{64}{11} - 2$ ؛ $\frac{2}{3} + 1$ ؛ $\frac{10}{11} - 1$ ؛ $4 - \frac{14}{3}$

تمرين عدد 04:

نعتبر المجموعة

$$A = \left\{ -\sqrt{2} \ ; \ \pi \ ; \ -\frac{5}{3} \ ; \ 2,63 \ ; \ \sqrt{0,04} \ ; \ 6,24 \ ; \ -\frac{\pi}{3} \ ; \ -\frac{\sqrt{3}}{5} \ ; \ \frac{\sqrt{64}}{4} \right\}$$

1) أكمل بما يناسب من الرموز: $\in$; $\notin$; $\subset$ أو $\not\subset$: $0.2....A$; $2....A$; $2.\overline{6}....A$; $3.14....A$; $-1.\overline{6}....A$

$\left\{-\sqrt{2} \;;\; \frac{156}{25} \;;\; \frac{2}{10}\right\}....A$; $\left\{2,63 \;;\; -2 \;;\; -\frac{\sqrt{3}}{5}\right\}....A$; $A......\mathbb{Q}$; $A......\mathbb{R}$

2) أوجد عناصر المجموعات التالية: $A\cap\mathbb{Q}$; $A\cap\mathbb{D}$; $A\cap\mathbb{N}$; $A\cap\mathbb{Z}$; $A\cap\mathbb{R}$; $A\cap\mathbb{R}_+$; $A\cap\mathbb{R}_-$

تمرين عدد 05:

1) أوجد الكتابة العشرية الدورية لـ $\frac{23}{11}$

2) دون القيام بعملية استنتج الكتابة العشرية الدورية للأعداد $\frac{12}{11}$; $\frac{34}{11}$; $\frac{45}{11}$

تمرين عدد 06:

1) أعط حصرا للعدد $\frac{11}{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

2) أوجد القيمة التقريبية بالنقصان للعدد $\frac{11}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

3) أوجد القيمة التقريبية بالزيادة للعدد $\frac{11}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

تمرين عدد 07:

احسب: $\sqrt{\frac{25}{4}}$; $\sqrt{\frac{1}{121}}$; $\sqrt{\frac{0.49}{0.01}}$; $\sqrt{\frac{144}{169}}$; $\sqrt{\frac{x^2}{9}}$ حيث $x\in\mathbb{R}_+$

$\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{11}{2}}$; $\sqrt{\frac{3^2+4^2}{36}}$; $\sqrt{2+\sqrt{49}}$; $\sqrt{32+\sqrt{11+\sqrt{25}}}$

تمرين عدد 08:

1) أوجد الرقم الذي رتبته 2009 بعد الفاصل في الكتابة $23.\underline{123}$

2) أوجد الرقم الذي رتبته 257 بعد الفاصل في الكتابة $15.\underline{24}$

3) أوجد الرقم الذي رتبته 2010 بعد الفاصل في الكتابة $9.\underline{321}$

تمرين عدد 09:

نعتبر العدد $11.\underline{xyz}$ حيث x ، y و z أرقام. أوجد الأرقام x ، y و z إذا علمت أن الرقم الذي رتبته 203 بعد الفاصل هو 5 والرقم الذي رتبته 68 بعد الفاصل هو 3 والرقم الذي رتبته 858 بعد الفاصل هو 7

تمرين عدد 10:

جد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية:

$x^2=1$ ؛ $x^2=0.09$ ؛ $x^2=\frac{121}{4}$ ؛ $x^2=5$ ؛ $x^2=169$ ؛ $x^4=16$ ؛ $x^4=49$

تمرين عدد 11:

جد العدد الحقيقي الموجب x في كل من الحالات التالية:

$\sqrt{x}=15$; $\sqrt{x}=23$; $\sqrt{x+9}=7$; $\sqrt{x-11}=11$; $\sqrt{1+\sqrt{x}}=2$; $\sqrt{6+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=3$

تمرين عدد 12: رتب تصاعديا الأعداد التالية: 3.14 ; $\sqrt{2}$; $3.\underline{14}$; 1.41 ; π ; $1.\underline{41}$; $\sqrt{3}$; 1.73 ; $1.\underline{73}$

تمرين عدد 13:

1) أوجد الكتابة العشرية الدورية للأعداد التالية: $\frac{19}{11}$; $\frac{14}{11}$ و $\frac{3}{11}$

2) استنتج أن $1.\underline{72}+0.\underline{27}=2$ و $1.\underline{72}+1.\underline{27}=3$

تمرين عدد 14: نعتبر العدد $31.73\underline{abc}$ حيث a ; b و c أرقام. أوجد الأرقام a ; b و c إذا علمت أن الرقم الذي رتبته 317 بعد الفاصل هو 1 والرقم الذي رتبته 415 بعد الفاصل هو 6 والرقم الذي رتبته 504 بعد الفاصل هو 9.

تمرين عدد 15: نعتبر مستقيما Δ مدرجا بالمعين $(O;I)$ حيث $OI=1cm$

1) عين على Δ النقاط A ; B ; C و D التي فاصلاتها على التوالي -3 ; $\frac{5}{2}$; $\sqrt{2}$ و -1.

2) احسب الأبعاد AB ; BC ; DC ; CI

3) جد فاصلة النقطة E مناظرة A بالنسبة إلى O.

4) جد فاصلة النقطة F مناظرة B بالنسبة إلى I

5) جد فاصلة النقطة G منتصف $[DC]$.

تمرين عدد 16: نعتبر مستقيما Δ مدرجا بالمعين $(O;I)$ حيث $OI=1cm$

1) عين على Δ النقاط E ; F و G التي فاصلاتها على التوالي $\sqrt{2}+1$; $3\sqrt{2}$ و $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) احسب الأبعاد EF ; FG و EG

3) عين النقطة M على Δ بحيث تكون فاصلتها موجبة و $GM=1$. ما هي فاصلتها؟

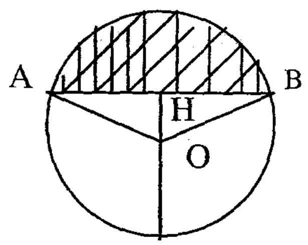
تمرين عدد 17:

أعط قيمة تقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لحجم مخروط دوراني شعاعه $6cm$ وارتفاعه $13cm$ (نأخذ $\pi=3.14$)

تمرين عدد 18:

أعط قيمة تقريبية بالنقصان بثلاثة أرقام بعد الفاصل للمساحة المشطوبة في الشكل التالي

(ج) دائرة مركزها O (نأخذ $\pi=3.14$) حيث $OB=7cm$; $AB=11cm$; $OH=4cm$



مراجعة عامة

I- الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$:

* عملية الجمع في $\mathbb{R}$ هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ فإن $a+b=b+a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$

* العدد 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع أي مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ فإن $a+0=0+a=a$.
* كل عدد حقيقي a له مقابل $(-a)$ أي مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ فإن $a+(-a)=(-a)+a=0$.
* الفرق بين عددين حقيقيين a و b هو العدد الحقيقي c بحيث $a=b+c$ ونكتب $c=a-b$
* مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $-(-a)=a$
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ فإن $-(a+b)=-a-b$
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن $a-(b+c)=a-b-c$ و $a-(b-c)=(a-b)+c$

II- الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$:

* عملية الضرب في $\mathbb{R}$ هي:
- تبديلية أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ فإن $a\times b=b\times a$
- تجميعية أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن: $a\times b\times c=a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$
- توزيعية على عملية الجمع أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن: $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
- توزيعية على عملية الطرح أي: مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن: $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

* العدد 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب أي مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ فإن $a\times1=1\times a=a$
* مهما يكن العدد الحقيقي a فإن $a\times(-1)=(-1)\times a=-a$
* كل عدد حقيقي a مخالف للصفر له مقلوب $\left(\frac{1}{a}\right)$، مهما يكن $a\in\mathbb{R}^*$ فإن $a\times\frac{1}{a}=1$
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$ فإن $(a.b=0)$ يعني $(a=0$ أو $b=0)$.
* القسمة على عدد حقيقي مخالف للصفر هي الضرب في مقلوبه أي: $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$.
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}^*$ و $c\in\mathbb{R}$ فإن $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}^*$ و $c\in\mathbb{R}$ و $d\in\mathbb{R}^*$ فإن $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d}$ و $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
* مهما يكن $a\in\mathbb{R}$ ، $b\in\mathbb{R}^*$ و $c\in\mathbb{R}^*$ و $d\in\mathbb{R}^*$ فإن $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

III- القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخاصياتها:

* إذا كانت M نقطة من مستقيم مدرج (OI) فاصلتها x فإن القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x هي البعد OM أي $OM=|x|$

* $(|x|=x)$ يعني $(x\in IR_+)$، * $(|x|=-x)$ يعني $(x\in IR_-)$،

* $(|x|=0)$ يعني $(x=0)$، * إذا كانت $a\geq 0$ حيث $;(|x|=a)$ يعني $(x=a)$ أو $(x=-a)$

* مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR$ فإن $|a.b|=|a|.|b|$ ، * مهما يكن $a\in IR$ و $b\in IR^*$ فإن $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$

* مهما يكن $a\in IR_+$ و $b\in IR_+$ فإن $\sqrt{a.b}=\sqrt{a}.\sqrt{b}$ ، * مهما يكن $a\in IR_+$ و $b\in IR_+^*$ فإن $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

التمـــــارين

تمريـن عـــدد 01: احسب: $-\frac{5}{3}+\frac{4}{9}$ ، $-0.1-\frac{3}{5}$، $-\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{11}\right)$ ، $1.2-\left(-\frac{1}{2}\right)$، $\frac{11}{2}+\left(\frac{9}{2}-3.4\right)$،

$-\frac{1}{7}-\left(\frac{6}{7}+\frac{13}{11}\right)$ ، $\left(17-\frac{5}{4}\right)-\frac{15}{4}$، $-\frac{2}{7}+\frac{5}{11}-\frac{1}{7}+\frac{1}{22}$، $\left(\frac{16}{9}+\frac{19}{17}\right)-\left(\frac{7}{9}+\frac{19}{17}\right)$، $\left(\frac{1}{15}-13.7\right)-\left(\frac{1}{30}-13.7\right)$

تمريـن عـــدد 02: اختصر العبارات التالية حيث $x\in IR$

$E=(x-\pi)-\left(\frac{1}{2}+x\right)-\left(\frac{3}{4}-\pi\right)-1$ ، $F=\left(\sqrt{2}-2x+\frac{2}{3}\right)-\left(3\sqrt{2}-5x-\frac{5}{6}\right)-\left(-2\sqrt{2}+3x-1\right)$

$G=\pi-\left(\sqrt{2}-1\right)-\left[2-\left(\sqrt{2}-\pi-1\right)\right]-\frac{3}{2}$

تمريـن عـــدد 03: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $A=3-\left(\sqrt{2}-\frac{5}{2}\right)-\left(5-2\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}$ فإن: ❑ $A=\sqrt{2}$ ، ❑ $A=2\sqrt{2}$ ، ❑ $A=\frac{1}{2}$

2) إذا كان $B=\left(\sqrt{7}-\pi+x\right)-\left(\frac{1}{2}-\pi-x\right)-2\sqrt{7}$ و $x=\sqrt{7}$ فإن: ❑ $B=\frac{1}{2}$ ، ❑ $B=\sqrt{7}$ ، ❑ $B=\sqrt{7}-\frac{1}{2}$

3) إذا كان $C=\frac{2}{3}-(a+7)-\left(\frac{5}{3}-b\right)$ و $a-b=-8$ فإن: ❑ $C=-16$ ، ❑ $C=0$ ، ❑ $C=16$

تمريـن عـــدد 04:

1) اختصر العبارات التالية حيث $x\in IR$، $y\in IR$ و $z\in IR$: $A=x-\left[(y-z)-(x-y)\right]-(z+x)+2y$

$B=x-(y-x-z)+y-(x-z)+y-(x-y)$ ، $C=y-(x-1)-\left[z-(y-1)\right]+\left[x-(1-z)\right]$

2) احسب A، B و C في حالة $x=z=\frac{1}{2}$ و $y=-\frac{5}{2}$.

3) ابحث عن z علما أن $B=C$.

تمريـن عـــدد 05: لتكن العبارتان E و F حيث $x\in IR$:

$E=\left(x-\sqrt{2}-\pi\right)-\left[-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\pi\right)-x\right]-(x-\pi)$, $F=-\left(\sqrt{5}+x+\pi\right)+\left[-\left(-\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)+\pi\right]-\left(\sqrt{3}-\pi\right)$

1) أثبت أن: $E=x-\pi+\sqrt{3}$ و أن $F=-x+\pi-2\sqrt{3}$

2) أثبت أن $F=-\left(E+\sqrt{3}\right)$.

حالة $x=\pi+1$

4) أوجد x علما أن $F=-\sqrt{3}+\pi$

تمريـن عـــدد 06: احسب: $A=\left(-\frac{1}{2}\right)\times4-2\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times5+5\times\left(-\frac{3}{10}\right)$

$C=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{7}\times(-5)+\left(-\frac{2}{21}\right)\times\frac{3}{2}-(-0.4)\times\frac{10}{7}$

$D=\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{11}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sqrt{8}\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$

تمريـن عـــدد 07: لتكن العبارة $E=\sqrt{2}a-\sqrt{3}b-ab\sqrt{6}$ حيث $a\in IR$ و $b\in IR$. أحسب العبارة E في كل من الحالات التالية:

1) $a=\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{3}$

2) $a=\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{2}$

3) $a=b=\sqrt{2}$

4) $a=-\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$

5) $a=b=-\sqrt{3}$

تمريـن عـــدد 08: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $A=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ، $B=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ، $C=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ فإن:

A مقلوب B ☐ ، A مقلوب C ☐ ، B مقلوب C ☐

2) إذا كان $X=\sqrt{7}$ ، $Y=\frac{\sqrt{7}}{7}$ ، $Z=\frac{1}{\sqrt{7}}$ فإن:

$XY=7$ ☐ ، $Y=Z$ ☐ ، ☐ $X+Z=\frac{\sqrt{7}}{8}$

تمريـن عـــدد 09: اختصر العبارات التالية: $A=\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$ ، $B=2\sqrt{20}+5\sqrt{5}-\sqrt{45}$

، $C=-3\sqrt{3}+4\sqrt{12}-7\sqrt{75}$ ، $D=-\sqrt{28}-\sqrt{63}+7\sqrt{7}$

تمريـن عـــدد 10: انشر واختصر العبارات التالية: $E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)$ ، $F=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

$H=\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+3\right)-5\left(1-\sqrt{5}\right)$ $N=3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-2\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)$

تمريـن عـــدد 11: انشر واختصر العبارات التالية حيث $a\in IR$ ، $b\in IR$ و $c\in IR$:

$X=a\left(\frac{3}{2}-b\right)+b\left(a-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}(a-b)$ ، $Y=\left(a-\frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4}-b\right)+(a-b)\left(\frac{5}{4}-a\right)$

$T=(a-b)\left(\frac{4}{5}-a\right)-(b-a)\left(a-\frac{4}{5}\right)$

تمريـن عـــدد 12: ليكن x و y العددين الحقيقيين التاليين: $x=5+2\sqrt{6}$ و $y=5-2\sqrt{6}$.

1) بين أن x و y مقلوبان.

2) احسب: $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y}$ ، $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ و $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

تمرين عدد 13: فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث $x\in IR$: $A=(3x+1)(x-1)+(2x+3)(x-1)$

$B=2\pi x-4x\sqrt{2}$ ، $C=\pi\sqrt{5}-5$ ، $D=2(x+2)\sqrt{3}-3$

$E=\sqrt{7}(x+1)-2x-2$ ، $F=(x-\sqrt{7})(x+5)-(x+4)(\sqrt{7}-x)$

تمرين عدد 14: احسب:

$X=\dfrac{1-\frac{1}{3}}{2-\frac{2}{3}}+\dfrac{1}{2}$ ، $Y=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}}$ ، $T=\dfrac{\frac{\pi}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}}\times\dfrac{1}{\pi}$ ؛ $Z=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\frac{1}{1+\sqrt{2}}}$

تمرين عدد 15: اكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{7}+b\sqrt{5}$ حيث $a\in IR$ و $b\in IR$

$A=9\sqrt{7}-2\sqrt{5}+\dfrac{3}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})-\left(\dfrac{13}{2}\sqrt{7}-\dfrac{7\sqrt{5}}{2}\right)$ ، $B=\sqrt{125}+\sqrt{28}-\dfrac{2}{3}\sqrt{63}+\dfrac{1}{\sqrt{7}}$

$C=\dfrac{\sqrt{7}+1}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ ، $D=\dfrac{\sqrt{448}}{14}+\dfrac{\sqrt{35}+1}{\sqrt{7}}-\dfrac{5\sqrt{180}}{2}$

تمرين عدد 16: 1) انشر واختصر العبارة: $(a+1)(a-1)-a^2$ حيث $a\in IR$.

2) استنتج $10001\times 9999-10^8$. ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد 10^8 على 10^4-1 .

تمرين عدد 17: احسب العبارة التالية: $A=\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1+\dfrac{1}{49}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{50}\right)$

تمرين عدد 18: احسب: $\left|-\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}\right|$ ، $|1.4-\sqrt{2}|$ ، $|3.14-\pi|$ ، $|3.15-\pi|$ ، $|3-2\sqrt{2}|$

تمرين عدد 19: احسب: $X=|\sqrt{2}-\sqrt{3}|\times|\sqrt{2}+\sqrt{3}|$ ، $Y=|(-\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{6})|$ ، $Z=\dfrac{|\sqrt{3}-\pi|}{|\pi-\sqrt{3}|}$

$U=\left|\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\pi-\sqrt{2}}\right|\times\left|\dfrac{\sqrt{2}-\pi}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}\right|$ ، $V=\left|-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right|-\left|\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right|$

تمرين عدد 20:

1) اختصر العبارة $A=-|x|+x$ في حالة $x\in IR_+$ ثم في حالة $x\in IR_-$.

2) اختصر العبارة $B=-x-|x+2|$ في حالة $x\geq -2$ ثم في حالة $x\leq -2$

3) اختصر العبارة $C=\sqrt{2}-|\sqrt{2}-x|$ في حالة $x\geq\sqrt{2}$ ثم في حالة $x\leq\sqrt{2}$.

تمرين عدد 21: أوجد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية: $|x|=\sqrt{5}$ ، $|x+2\sqrt{3}|=0$; $|x-1|=1+\sqrt{2}$

$3|(x-\sqrt{5})(x-\sqrt{2})|=0$ ، $|x-\pi|=1-\sqrt{2}$

تمرين عدد 22: أوجد $|x|$ ثم استنتج x في كل من الحالات التالية حيث $x\in IR$:

$|-3x|=4$ ، $\left|\dfrac{-x}{\sqrt{2}}\right|=\dfrac{1}{2}$ ، $\left|-\dfrac{\sqrt{3}x}{\sqrt{5}}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ، $|-\sqrt{7}x+2x|=1$

تمرين عدد 23: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $|x| = x$ فإن: $x \in IR_+$ ❑ ، $x \in IR_-$ ❑ ، $x \in IR^*$ ❑

2) إذا كان $|x| = -x$ فإن: $x \in IR_+$ ❑ ، $x \in IR_-$ ❑ ، $x \in IR^*$ ❑

3) إذا كان $\sqrt{x^2} = 2$ فإن: $|x| = 2$ ❑ ، $|x| = \sqrt{2}$ ❑ ، $x = 2^2$ ❑

تمرين عدد 24: لتكن العبارتان التاليتان $x = \sqrt{a} + a$ و $y = \sqrt{a} - a$ حيث $a \in IR_+^*$ و $a \neq 1$.

1) احسب: $x + y$; $x - y$; $x \times y$

2) احسب: $\frac{x \times y}{x - y}$; $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

3) أثبت أن: $\dfrac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = -\frac{1}{\sqrt{a}}$

4) أوجد العدد الحقيقي a في حالة $x - y = x \times y$.

تمرين عدد 25:

1) لتكن العبارة التالية: $A = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{2} + x) - (2x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3})$.

أ) بين أن: $A = 3x(\sqrt{3} - x)$ ، ب) احسب A في حالة $x = -1$

ج) ثم في حالة $x = -\sqrt{3}$ ، د) أوجد x إذا علمت أن $A = 0$

2) نعتبر العبارة B التالية: $B = \sqrt{27} - 3x$:

أ) بين أن $B = 3(\sqrt{3} - x)$، ب) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A - B$، ج) أوجد x إذا علمت أن $A - B = 0$

تمرين عدد 26:

1) لتكن العبارة $a = x\sqrt{\frac{242}{45}}$ حيث $x \in IR$

أ) بين أن: $a = \frac{11\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}x$، احسب العبارة a في حالة $x = \sqrt{2}$ ثم في حالة $x = \sqrt{10}$

ب) أوجد $|a|$ إذا علمت أن $x \in IR_-$

2) نعتبر العبارة $b = \frac{1}{x}\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{968}}$ حيث $x \in IR^*$.

أ) بين أن $a \times b = 1$ ، ب) استنتج أن a مقلوب b.

تمرين عدد 27:

لتكن العبارة التالية: $X = |a - \sqrt{2}| - |\sqrt{3} - b| - |a - b|$ حيث $a < \sqrt{2}$ و $b > 3$.

1) اختصر العبارة X، 2) احسب العبارة X في حالة $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

3) أوجد b في كل من الحالات التالية:

أ) $X = \sqrt{3}$ ، ب) $X - \sqrt{2} = 0$ ، ج) $|X| = \sqrt{2}$ ، د) $|X - \sqrt{3}| = 1$.

مراجعة عـــامة

- أذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر و n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من 1 فإن a^n هو جذاء n عوامل مساوية لـ a أي: $a^n = a\times a\times ......\times a$ حيث n هو عدد عوامل هذا الجذاء.
- إذا كان a عددا حقيقيا فإن $a^1 = a$ ، إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر فإن $a^0 = 1$.
- إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا للصفر و n عددا صحيحا نسبيا فإن $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- إذا كان a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر و n و p عددين صحيحين نسبيين فإن: $a^n \times b^n = (a\times b)^n$
$a^n \times a^p = a^{n+p}$ ، $(a^n)^p = a^{n\times p}$ ، $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

التمـــــارين

تمريـــن عـــــدد 01 : احسب: $(-2)^3$ ، $\left(-\frac{4}{5}\right)^2$ ، $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$ ، $(-19)^1$ ، -11^1 ، $\left(-\frac{109}{11}\right)^0$ ، -10^3 ، $(\sqrt{2})^2$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^4$ ، $(-2\sqrt{7})^3$

تمريـــن عـــــدد 02: احسب: $(-1)^{-11}$ ، $(-\sqrt{2})^{-2}$ ، $(-0.5)^{-3}$ ، $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$ ، $(-\sqrt{3})^{-1}$ ، -1^{-5} ، $(-2\sqrt{5})^{-3}$ ، -10^{-6} ، $\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$

تمريـــن عـــــدد 03: ضع العلامة ☒ أمام الإجابة الصحيحة:

أ) إذا كان $a\in IR^*$ و $n\in \mathbb{Z}$ و $p\in \mathbb{Z}$ فإن: $(a^n)^p = a^{n+p}$ ☐ ، $(a^n)^p = a^{n\times p}$ ☐ ، $(a^n)^p = a^{n-p}$ ☐

ب) إذا كان $b\in IR^*$ و $n\in \mathbb{Z}$ و $m\in \mathbb{Z}$ فإن: $\frac{b^n}{b^m} = b^{n\times m}$ ☐ ، $\frac{b^n}{b^m} = b^{n+m}$ ☐ ، $\frac{b^n}{b^m} = b^{n-m}$ ☐

تمريـــن عـــــدد 04: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$\left(-\frac{5}{3}\right)^{-4}\times\left(-\frac{3}{7}\right)^{-4}$ ، $(2\pi)^{-11}\times\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{-11}$ ، $(-\sqrt{7})^5\times\left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)^5$ ، $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\times(-\sqrt{5})^{-5}\times\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}$

تمريـــن عـــــدد 05: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$\left[\left(-\frac{8}{7}\right)^3\right]^{-5}$ ، $\left[(-\sqrt{3})^{-2}\right]^7$ ، $\left[\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-3}\right]^{-4}$ ، $\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]^6\times\left[(\sqrt{3})^{-3}\right]^{-4}$ ، $\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16}\times\left[\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2\right]^8\times\left[\left(\frac{3}{11}\right)^{-4}\right]^{-4}$

تمريـــن عـــــدد 06:

1) ليكن $x\in IR_+$ و $n\in IN$. أثبت أن $\sqrt{x}^{2n} = x^n$.

2) اكتب في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي: $\sqrt{3}^4$; $(-\sqrt{2})^{12}$; $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-10}$; $(0.5)^{-3}$; $\left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right)^{-8}\times(\sqrt{13})^8$

تمرين عدد 07: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي: $(-\sqrt{3})^{5}\times(-\sqrt{3})^{-7}$ ، $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\times\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12}$ ،

$\left(\frac{4}{3}\right)^{6}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}}{\pi}\right)^{-6}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-6}$

تمرين عدد 08: اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي: $\frac{8^{-4}}{2^{-4}}$ ، $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{9}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{9}}$ ، $\frac{\left(-\sqrt{24}\right)^{-11}}{\left(-\sqrt{8}\right)^{-11}}$ ، $\frac{(-9\pi)^{12}}{(3\pi)^{12}}$ ، $\frac{\left(-3\sqrt{15}\right)^{-7}}{\left(-2\sqrt{3}\right)^{-7}}$

تمرين عدد 09 : احسب العبارات التالية:

$$A=\sqrt{5}^{4}\times5^{-2}\times25\times5^{-3}\times\left(-\sqrt{5}\right)^{-6} \quad ، \quad B=\frac{1}{5^{-2}}\times\frac{7^{2}}{3^{2}}\times\frac{25}{7^{-1}}\times\frac{3}{5^{3}}\times\left(\frac{7}{2}\right)^{-2}$$

$$C=\left(2\sqrt{2}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{2}\times2^{-2}\times\sqrt{2} \quad ، \quad D=\frac{5^{4}}{27}\times\frac{11}{5^{2}}\times3^{-5}\times11^{-3}\times\left(\frac{5}{3}\right)^{-4}$$

تمرين عدد 10: احسب العبارات التالية:

$$X=\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\times15^{2}\times\left(\frac{9}{5}\right)^{3}}{\left(\frac{3}{2}\right)\times5\times(-2)^{2}\times\left(\frac{5}{9}\right)^{3}} \quad ، \quad Y=\frac{2^{19}-2^{6}}{2^{21}-2^{8}} \quad ، \quad T=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\times\frac{5}{\left(\sqrt{3}\right)^{4}}\right]^{-3}-\left[\left(\sqrt{5}\right)^{-2}\times5^{5}\right]$$

تمرين عدد 11: أوجد العدد الصحيح النسبي n في كل حالة من الحالات التالية:

1) $\left(\sqrt{2}\right)^{3}\times2\sqrt{2}\times2^{n}=\left(\sqrt{2}\right)^{4}$

2) $2^{-3}\times\pi^{5}\times2^{n}=(2\pi)^{5}$

3) $\left(3^{2}\times5\right)^{3}\times\left(3\times5^{2}\right)^{3}=\frac{1}{(15)^{n}}$

4) $\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{-5}}{\left(\sqrt{5}\right)^{5}}\times\frac{\left(\sqrt{5}\right)^{3}}{\sqrt{3}}\times\left(\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}\right)^{2}\right)^{n}=\left(\sqrt{15}\right)^{-10}$

تمرين عدد 12: 1) بين أن: $\frac{\left(2a^{-2}\right)^{-3}\times\left(ab^{5}\right)^{2}\times\left(b^{-3}\right)^{2}}{8^{-1}\times\left(a^{2}b\right)^{4}}=1$ حيث $a\in IR^{*}$ و $b\in IR^{*}$

2) بين أن $\frac{\left(a\sqrt{3}\right)^{3}\times b^{-2}\times(3ab)^{2}}{81\times\left(ba^{-2}\right)^{-4}\times\left(a^{3}b^{-4}\right)^{-1}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ حيث $a\in IR^{*}$ و $b\in IR^{*}$

تمريـــن عـــــدد 13: لتكن العبارة التالية: $X=\dfrac{\left(a^{-3}b^{-4}\right)^{2}\times\left(a^{2}b^{-3}\right)}{a^{4}\times\left(a^{-2}b^{-3}\right)^{3}}$ حيث $a\in IR^{*}$ و $b\in IR^{*}$

1) بين أن $X=a^{-2}b^{-2}$

2) احسب X إذا كان $a=\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$

3) احسب X إذا كان a مقلوب b.

4) أوجد a إذا علمت أن $a=b$ و $X=1$

تمريـــن عـــــدد 14: باقي القسمة الاقليدية لعدد طبيعي n على 8 هو 3.

لنعتبر a عددا حقيقيا حيث $a^{2}=\sqrt{2}$

1) أثبت أن $a^{n+1}\in IN$

2) جد n حيث $a^{n+1}=128$.

تمريـــن عـــــدد 15 يبلغ بعد كوكب نبتون عن الشمس 4.74×10^{-4} سنة شمسية وعن الأرض حوالي 30 وحدة فلكية إذا علمت أن الوحدة الفلكية تساوي حوالي 150 مليون كيلومتر والسنة الضوئية حوالي 9.5×10^{12} Km. ما هو الكوكب الأقرب إلى نبتون الشمس أم الأرض؟

تمريـــن عـــــدد 16:

1) بين أن العدد $2^{32}+2^{33}-2^{34}$ يقبل القسمة على 3

2) بين أن العدد $25^{4}-5^{4}$ مضاعف مشترك لثلاثة أعداد صحيحة طبيعية متتالية.

تمريـــن عـــــدد 17:

نعتبر p عددا صحيحا طبيعيا فرديا حيث $p\geq3$. بين أن العدد $p^{n+2}-p^{n}$ يقبل القسمة على 4

تمريـــن عـــــدد 18:

1) انشر ثم اختصر العبارة: $(x-1)\left(x^{k}+x^{k-1}+x^{k-2}+........+x^{2}+x+1\right)$ حيث $x\in IR$ و $k\in IN$

2) نعتبر n و p و q ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية.

بين أن: إذا كان p يقبل القسمة على q فإن $n^{p}-1$ يقبل القسمة على $n^{q}-1$.

3) أوجد الأعداد الصحيحة الطبيعية n حيث 8 =ق.م.أ $\left(n^{2}-1;n^{2006}-1\right)$

مراجعة عــــــامة

1) ليكن a و b عددين حقيقيين: * $a-b\leq 0$ يعني $a\leq b$، * $a-b\geq 0$ يعني $a\geq b$.
2) لتكن a، b و c ثلاثة أعداد حقيقية: $(a\geq b)$ يعني $(a+c\geq b+c)$.
3) لتكن a، b، c و d أربعة أعداد حقيقية: إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $a+c\leq b+d$
4) ليكن a و b عددين حقيقيين: * إذا كان c عددا حقيقيا موجبا قطعا فإن $a\leq b$ يعني $ac\leq bc$
* إذا كان c عددا حقيقيا سالبا قطعا فإن $a\leq b$ يعني $ac\geq bc$.
5) ليكن a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر ولهما نفس العلامة: إذا كان $a\leq b$ يعني $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$
6) ليكن a و b عددين حقيقيين: * إذا كان a و b عددين موجبين فإن: $a\leq b$ يعني $a^2\leq b^2$
* .إذا كان a و b عددين سالبين فإن: $a\leq b$ يعني $a^2\geq b^2$.
7) ليكن a و b عددين حقيقيين: $|a|\leq|b|$ يعني $a^2\leq b^2$.
8) ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين $a\leq b$ يعني $\sqrt{a}\leq\sqrt{b}$.

التمــــــارين

تمريـن عـــــدد01 : قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية: أ) $a=\frac{6}{7}\,;\,b=\frac{5}{6}$ ، ب) $a=-\frac{9}{11}\,;\,b=-\frac{7}{9}$

ج) $a=-1.7\,;\,b=-\sqrt{3}$ ، د) $a=\pi-\frac{6}{5}\,;\,b=\pi-\frac{8}{7}$ ، ه) $a=\sqrt{7}-5\sqrt{2}\,;\,b=\sqrt{7}-3\sqrt{2}$

و) $a=\frac{-3\sqrt{2}}{5}\,;\,b=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ ، ي) $a=\frac{-\sqrt{13}-1}{5}\,;\,b=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

تمريـن عـــــدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

1) إذا كان $(a-b)\in IR_-$ فإن: ☐ $a+\sqrt{2}\leq b+\sqrt{2}$ ، ☐ $a+\sqrt{5}\geq b+\sqrt{5}$ ، ☐ $a^2-1\geq 2$

2) إذا كان $a\in IR^*$ و $b\in IR^*$ و $ab\in IR_+$ و $(a-b)\in IR_+$ فإن: ☐ $-\frac{1}{a}\geq-\frac{1}{b}$ ، ☐ $-\frac{1}{a}\leq-\frac{1}{b}$ ، ☐ $-a\geq-b$

3) إذا كان $a\in IR$ و $b\in IR$ و $c\in IR_-$ و $a-b\leq 0$ فإن:
☐ $ac+\sqrt{5}\geq bc+\sqrt{5}$ ، ☐ $ac+\pi\leq bc+\pi$ ، ☐ $-ac\geq-bc$

4) إذا كان $a\leq-\sqrt{3}$ فإن: ☐ $a^2\leq 3$ ، ☐ $a^2\geq 3$ ، ☐ $a-\pi\geq b-\pi$

تمريـن عـــــدد 03: a و b عددان حقيقيان بحيث $a-b\leq 0$ قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=a-\sqrt{3}\,;\,y=b-\sqrt{2}$ ، ب) $x=-a-\pi\,;\,y=-b-2\pi$ ، ج) $x=2a-3\sqrt{2}\,;\,y=2\left(b-\sqrt{2}\right)$

تمريـن عـــــدد 04: نعتبر عددين حقيقيين x و y بحيث $x\leq y$ قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $a=x\frac{\sqrt{5}}{3}\,;\,b=y\frac{\sqrt{5}}{3}$ ، ب) $a=-\frac{\pi}{3}x\,;\,b=-\frac{\pi}{3}y$

ج) $a=x\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right);\,b=y\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$ ، د) $a=-x\left(\sqrt{3}-2\right);\,b=-y\left(\sqrt{3}-2\right)$

تمرين عــــدد 05: قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية: أ) $a=3\sqrt{2}\ ;\ b=2\sqrt{5}$ ،

ب) $a=-\frac{5\sqrt{3}}{2}\ ;\ b=-\frac{-8\sqrt{2}}{3}$ ، ج) $a=7\sqrt{5}+\sqrt{11};\ b=5\sqrt{7}+\sqrt{11}$ ، د) $a=2\pi-11\sqrt{13}\ ;\ b=-13\sqrt{11}+2\pi$

تمرين عــــدد 06: نعتبر العددين $a=5+\sqrt{45}-\sqrt{245}$ و $b=\left|1-\sqrt{7}\right|-\left|4\sqrt{7}-2\right|+4$

أ) بين أن $a=5-4\sqrt{5}$ و $b=5-3\sqrt{7}$ ، ب) قارن بين $-3\sqrt{7}$ و $-4\sqrt{5}$ ثم قارن a و b ثم استنتج مقارنة لـ $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$

تمرين عــــدد 07: نعتبر العددين $x=3+\sqrt{162}-10\sqrt{2}$ و $y=\left(1+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$

أ) بين أن: $x=3-\sqrt{2}$ و $y=\sqrt{3}$ ، ب) ما هي علامة العدد x؟ علل جوابك ، ج) بين أن $x^2-y^2=2\left(4-3\sqrt{2}\right)$

د) قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$ ، هـ) استنتج مقارنة للعددين x و y.

تمرين عــــدد 08: نعتبر العددين الحقيقيين بحيث $0<x<1$ و $-1<y<0$

أ) ما هي علامة كل من العددين $x-1$ و $y+1$

ب) قارن بين العددين $\left(\sqrt{5}-1\right)(x-1)$ و $\left(\sqrt{5}-2\right)(x-1)$ ثم بين العددين $-\frac{\pi}{3}(y+1)$ و $-\frac{\pi}{2}(y+1)$

ج) قارن بين العددين $x(y+1)$ و $x(x-1)$

د) رتب تصاعديا الأعداد: $x\ ;\ x^2\ ;\ x^3\ ;\ x^4$

هـ) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد $\frac{1}{x}\ ;\ \frac{1}{x^2}\ ;\ \frac{1}{x^3}\ ;\ \frac{1}{x^4}$ ثم ترتيبا تصاعديا للأعداد $\frac{-y}{x}\ ;\ \frac{-y}{x^2}\ ;\ \frac{-y}{x^3}\ ;\ \frac{-y}{x^4}$

تمرين عــــدد 09:

أ) رتب تصاعديا الأعداد: $3\sqrt{5}\ ;\ 2\sqrt{7}\ ;\ 5\sqrt{3}$

ب) رتب تصاعديا : $\sqrt{2}-3\sqrt{5}$ ؛ $\sqrt{2}-2\sqrt{7}$ ، $\sqrt{2}-5\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$

ج) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد: $\frac{1}{\sqrt{2}-3\sqrt{5}}\ ;\ \frac{1}{\sqrt{2}-2\sqrt{7}}\ ;\ \frac{1}{\sqrt{2}-5\sqrt{3}}\ ;\ \frac{1}{\sqrt{2}}$

تمرين عــــدد 10: a و b عددان حقيقيان. أ) انشر $(a-b)^2$ ، ب) بين أن $a^2+b^2\geq 2ab$

ج) استنتج أن $a^2+2\geq 2\sqrt{2}a$ و $a^2+3\geq 2\sqrt{3}a$ د) بين أن: $\left(a^2+3\right)\sqrt{2}+\left(a^2+2\right)\sqrt{3}\geq 4\sqrt{6}a$

تمرين عــــدد 11:

a و b عددان حقيقيان بحيث $0<a<1$ و $b>1$

أ) بين أن $\frac{b}{1+a}<\frac{a}{1+b}$ ، ب) انشر $(a-b)^2$ ثم قارن بين العددين $\frac{a+b}{4}$ و $\frac{ab}{a+b}$

تمرين عــــدد 12: a ، b و c ثلاثة أعداد حقيقية.

أ) انشر ثم اختصر $(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2$ ، ب) ما هي علامة $(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2$

ج) بين أن $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$ ، د) استنتج أن $\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}\leq 10$

تمرين عــــدد 13: x و y عددان حقيقيان بحيث $0<x<\sqrt{2}$ و $0<y<\sqrt{3}$

أ) بين أن $\sqrt{\frac{1}{2}x^2+1}<\sqrt{2}$ ، ب) بين أن $\frac{3}{\sqrt{6-y^2}}<\sqrt{3}$

تمرين عدد 14: x و y عددان حقيقيان موجبان قطعا.

أ) انشر $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$ ، ب) بين أن $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ ، ج) بين أن $\sqrt{x+y}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right) \geq 2\sqrt{2}$

تمرين عدد 15: a و b عددان موجبان قطعا بحيث $a \leq b \leq 1$

أ) بين أن $ab-1 \leq 0$ ، ب) قارن بين $\frac{1}{a}+a$ و $\frac{1}{b}+b$

ج) استنتج مقارنة للعددين: $x = 0.999998+\frac{1}{0.999998}$ و $y = 0.999999+\frac{1}{0.999999}$

تمرين عدد 16: x و y عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $x < y$

1) بين أن $\frac{x^2}{y^2} < \frac{x}{y} < \frac{x+y^2}{y+x^2}$

2) ليكن p عددا صحيحا طبيعيا مخالفا لصفر ولواحد.

أ) انشر $(p+1)^2$ و $(p-1)^2$ ، ب) بين أن $\frac{p^2-2p+1}{p^2+2p+1} < \frac{p-1}{p+1} < \frac{p^2+3p}{p^2-p+2}$

تمرين عدد 17: a و b عددان حقيقيان حيث $0 < a \leq b \leq 2a$

1) بين أن $(a-b)(2a-b) \leq 0$ ، 2) انشر $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2$ و $(a-b)(2a-b)$

3) نعتبر العبارة $A = \frac{2a^2+b^2}{3ab}$ بين أن $\frac{2\sqrt{2}}{3} \leq A \leq 1$

تمرين عدد 18: n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

1) رتب تصاعديا الأعداد: $\frac{1}{n}$ ، $\frac{1}{n+1}$ ، $\frac{1}{n+2}$ و $\frac{1}{n+3}$

2) بين أن $\frac{4}{n+3} < \frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3} < \frac{4}{n}$

3) استنتج أن: $0.03 < \frac{1}{100}+\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\frac{1}{103} < 0.04$

تمرين عدد 19: a عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر ولواحد.

أ) بين $\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a}=\frac{1}{a(a-1)}$ ، ب) بين أن $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{a(a-1)}$ ، ج) استنتج أن $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^4}+......+\frac{1}{100^2} < \frac{99}{100}$

تمرين عدد 20: n عدد صحيح طبيعي.

أ) قارن بين العددين $\frac{n+1}{n+2}$ و $\frac{n}{n+1}$

ب) قارن بين العددين $A = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times....\times\frac{19}{20}\times\frac{21}{22}\times\frac{23}{24}$ و $B = \frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}\times....\times\frac{20}{21}\times\frac{22}{23}\times\frac{24}{25}$

ج) احسب $A \times B$ ، د) بين أن $B < 2A$ ، هـ) استنتج أن $\frac{\sqrt{2}}{10} < A < \frac{1}{5} < B < 1$.

مراجعة عـــامة

إذا كان a و b عددين حقيقيين فإن: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ، $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ، $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

التمـــــارين

تمريـن عــــدد 01:

احسب: $(\sqrt{2}+1)^2$ ، $(1-\sqrt{3})^2$ ، $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ، $(3\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)$ ، $(3+2\sqrt{2})^2$ ، $(2\sqrt{3}-3)^2$

$\left[1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})\right]\left[1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})\right]$ ، $\left[\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\right]\left[\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\right]$ ، $\left[2+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right]\left[2-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right]$

تمريـن عــــدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

1) إذا كان x و y عددين حقيقيين فإن: $(x+y)(x-y)=x^2+y^2$ ❑ ، $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ ❑ ، $(x-y)^2=x^2+y^2$ ❑

2) إذا كان $a=99\times101$ و $b=100$ فإن: $a=b^2+1$ ❑ ، $a=b^2-1$ ❑ ، $a=b-1$ ❑

3) إذا كان $C=\frac{2}{3}-(a+7)-\left(\frac{5}{3}-b\right)$ و $a-b=-8$ فإن: $C=-16$ ❑ ، $C=0$ ❑ ، $C=16$ ❑

تمريـن عــــدد 03:

1) انشر العبارات التالية حيث $x\in IR$: $(x+1)^2$; $(x-1)^2$; $(x+1)(x-1)$

2) احسب إذن: 101^2 ; 99^2 ; 101×99

تمريـن عــــدد 04:

انشر ثم اختصر كل من العبارات التالية: $(2x+\sqrt{2})(2x-\sqrt{2})$ ، $(x+\sqrt{5})^2$ ، $(\sqrt{7}-x)^2$ ، $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$ ،

$(x^2+2)^2$ ، $(x^3+1)(x^3-1)$ ، $(x+\sqrt{2}-\sqrt{3})(x-\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ، $(2x+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2x-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

تمريـن عــــدد 05:

فكك إلى جذاء عوامل: x^2-1 ; x^2-9 ; x^2+6x+9 ; x^2-4x+4

; x^2+2x+1 ; $4x^4-25$ ، $4x^2+12x+9$; $9x^2-12x+4$; $x^2-2\sqrt{3}x+3$; $\frac{1}{4}x^2-x+1$

; x^4+2x^2+1 ; $5x^2-3$; $(x+1)^2+2(x+1)+1$

تمريـن عــــدد 06:

أوجد كتابة للأعداد التالية مقامها عددا صحيحا: $\frac{5}{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$; $\frac{3}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

تمريـن عــــدد 07: فكك إلى جذاء عوامل كل من العبارات التالية:

$A=x^2-4x+1+(3x+1)(2x-1)$ ، $B=x^2-\frac{1}{4}+\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

$C=(2x+3)(4x-1)+4x^2+12x+9$ و $F=(x+1)^2-2y(x+1)+y^2-x+y-1$

تمريـن عــــدد 08: احسب العبارات التالية حيث $a\in IR$ ، $b\in IR$ ، $a+b=\sqrt{3}$ و $a-b=\sqrt{2}$

$A=a^2+2ab+$ ، $B=2(a^2-b^2)-a^2+2ab-b^2$

$C=\left(a-\sqrt{3}\right)^2-\left(b+\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{3}(b-a)$ ، $D=b^2-(a-1)^2-\sqrt{3}+1$

تمرين عدد 09: نعتبر العبارتين التاليتين $A=(x+y)^2-2xy$ و $B=(x-y)^2+2xy$ حيث $x\in IR$ و $y\in IR$.

1) أثبت أن $A=B=x^2+y^2$

2) احسب إذن $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{6}$ و $\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{15}$

تمرين عدد 10: احسب:

$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ ، $b=\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$ ، $c=\dfrac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$ ، $d=\dfrac{\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2}}{\dfrac{\sqrt{3}-2}{1+\sqrt{2}}}$ ، $e=\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{5}-2\sqrt{7}}{2-3\sqrt{2}}\right)}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{3\sqrt{2}+2}{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)}$

تمرين عدد 11:

1) اكتب في صيغة $(a+b)^2$ أو $(a-b)^2$ الأعداد التالية:

$5+2\sqrt{6}$; $5-2\sqrt{6}$; $12+2\sqrt{35}$; $11-6\sqrt{2}$;

$27+10\sqrt{2}$; $27-10\sqrt{2}$; $14+4\sqrt{10}$; $14-4\sqrt{10}$

2) أثبت أن: $\sqrt{27+10\sqrt{2}}+\sqrt{27-10\sqrt{2}}=10$ و $\sqrt{14-4\sqrt{10}}+\sqrt{14+4\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$.

تمرين عدد 12: نعتبر العبارة التالية: $E=\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2$ حيث $a\in IR$ و $b\in IR$.

1) أثبت أن: $E=ab$

2) استنتج أن: $\left(\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{2}\right)^2=10\sqrt{10}$ و $\left(\dfrac{3^{-39}+3^{39}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{3^{-39}-3^{39}}{2}\right)^2=1$

تمرين عدد 13: نعتبر العددين $x=\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}$ و $y=\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}$

1) احسب: xy ; $(x+y)^2$; $(x-y)^2$ 2) اختصر: $\dfrac{x+y}{x-y}$

تمرين عدد 14: نعتبر العبارتين: $A=\sqrt{b}-\sqrt{a}$ و $B=\sqrt{b-a}$ حيث $a\in IR_+$ ، $b\in IR_+$ و $a\leq b$.

1) بين أن: $2\sqrt{a}\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)\geq 0$ 2) أثبت أن: $2A\sqrt{a}=2\left(\sqrt{ab}-a\right)$ 3) بين أن: $B^2-A^2=2A\sqrt{2}$

4) قارن A و B ، 5) استنتج مقارنة للعددين $\sqrt{5-\sqrt{3}}$ و $\sqrt{7-2\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$

تمرين عدد 15: نعتبر العددين $a=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ و $b=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

1) احسب: a^2 ; b^2 ; $a\times b$ ، 2) بين أن a مقلوب b ، 3) احسب $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$

4) استنتج أن $\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ وأن: $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}=2$

تمرين عدد 16: نعتبر العبارتين $x=\sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}$ و $y=\sqrt{\dfrac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$ حيث $a\in IR_+$ ، $b\in IR_+$ و $a>b$.

a

2) أثبت أن $x^2+y^2=a$ و $xy=\frac{\sqrt{b}}{2}$ ، 3) أثبت أنّ $x+y=\sqrt{a+\sqrt{b}}$ و $x-y=\sqrt{a-\sqrt{b}}$

4) استنتج أن $\sqrt{\frac{7-\sqrt{45}}{2}}+\sqrt{\frac{7+\sqrt{45}}{2}}=3$ وأن $\sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{2}}-\sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}}=1$

تمرين عدد 17: نعتبر العبارة التالية: $A=\left(\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}\right)^2$ حيث $a\in IR_+^*$ ، $b\in IR_+^*$ و $\frac{1}{b}=a$.

1) أثبت أن $A=2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ ، 2) استنتج أن $\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ ، 3) احسب $\frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{5+2\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{5-2\sqrt{6}}$

تمرين عدد 18: نعتبر العددين الحقيقيين a و b بحيث $a=\sqrt{54}-\sqrt{24}-\frac{1}{2}\sqrt{20}$ و $b=\sqrt{600}-\sqrt{486}+\sqrt{5}$

1) بين أن $a=\sqrt{6}-\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

2) احسب الجذاء ab ثم استنتج أن a مقلوب b

3) احسب a^2 ; b^2

4) استنتج $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ و $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

تمرين عدد 19:

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=\sqrt{125}-\sqrt{20}-1$. أ) بين أن $a=3\sqrt{5}-1$ ، ب) أثبت أن a عدد موجب

2) ليكن العدد الحقيقي $b=6+4\sqrt{5}$. أ) أحسب ab ، ب) بين أن $(b-a)^2=ab$ ، ج) استنتج أن $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b-a}$

تمرين عدد 20:

1) نعتبر العبارة $A=x^2+2x+\frac{8}{9}$.

أ) احسب A في حالة $x=0$ ثم في حالة $x=-2$ ، ب) بين أن $A=(x+1)^2-\frac{1}{9}$ ، ج) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل.

2) لتكن العبارة $B=3x^2+5x+\frac{4}{3}$ حيث $x\in IR$.

أ) بين أن $B=(3x+1)\left(x+\frac{4}{3}\right)$ ، ب) في حالة $B\neq 0$ ، اختصر العبارة $\frac{A}{B}$

تمرين عدد 21: 1) نعتبر العبارة $A=x^2-\left(29-4\sqrt{7}\right)$ حيث $x\in IR$

أ) اكتب العدد $29-4\sqrt{7}$ في صيغة $(a-b)^2$ ، ب) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

2) لتكن العبارة $B=2\left(x+\sqrt{7}\right)\left(x-1+2\sqrt{7}\right)$ حيث $x\in IR$. فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A+B$

تمرين عدد 22: 1) نعتبر العبارة $E=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}+a-a\sqrt{a}\right)$ حيث $a\in IR_+$.

أ) بين أن $E=1-a^2$

ب) احسب العبارة E في حالة $a=\sqrt{2}$ ثم في حالة $a=2\sqrt{3}$ ثم في حالة $a=\sqrt{5}+1$ ثم في حالة $a=3\sqrt{2}-1$

2) لتكن $F=a+1+2\sqrt{a}$ حيث $a\in IR_+$.

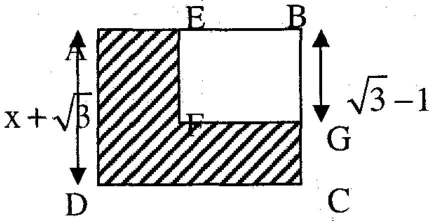
أ) فكك العبارة F إلى جذاء عوامل ، ب) اختصر العبارة $\frac{E}{F}$

تمرين عـــدد 23:

نعتبر العبارتين $A=\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]$ و $B=\frac{1}{2}\left[(a+b)^2+(a-b)^2\right]$ حيث $a\in IR$ و $b\in IR$

1) بين أن $A=ab$ و $B=a^2+b^2$

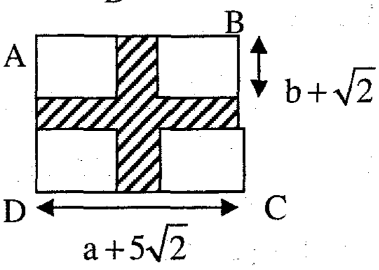
2) احسب: $\left(\frac{\sqrt5-2\sqrt3}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt5+2\sqrt3}{2}\right)^2$ ، $\left(\frac{3\sqrt5-\sqrt3}{\sqrt2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt5+\sqrt3}{\sqrt2}\right)^2$ ، $\left(\frac{1-5\sqrt7}{\sqrt2}\right)^2\left(\frac{1+5\sqrt7}{\sqrt2}\right)^2$



تمرين عـــدد 24: (وحدة القيس هي cm) في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه $x+\sqrt3$ و EFGB مربع طول ضلعه $\sqrt3-1$.

1) عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة

2) احسب المساحة المشطوبة في حالة $x=\sqrt3$ ثم في حالة $x=\sqrt3+1$



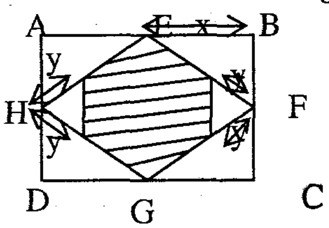
تمرين عـــدد 25:

(وحدة القيس هي cm)

1) عبر بدلالة a و b عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل حيث ABCD مربع طول ضلعه $a+5\sqrt2$.

2) فكك النتيجة إلى جذاء عوامل.

3) احسب المساحة المشطوبة في حالة $a=b=\sqrt2$ ثم في حالة $a=\sqrt2+1$ و $b=\sqrt2-1$

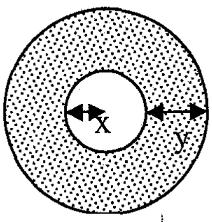


تمرين عـــدد 26: (وحدة القيس هي cm)

1) عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل حيث ABCD مربع و EFGH مربعو E منتصف [AB]؛ F منتصف [BC]، G منتصف [DC] و H منتصف [AD]

2) فكك النتيجة إلى جذاء عوامل.

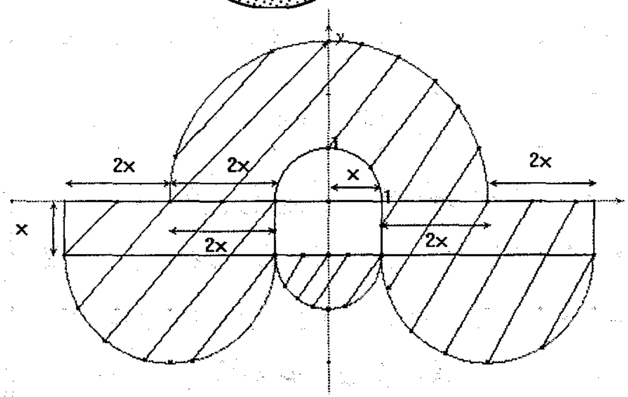
3) احسب المساحة المشطوبة في حالة $x=\sqrt3+1$ و $y=\sqrt3-1$



تمرين عـــدد 27:(وحدة القيس هي cm)

1) عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

2) فكك العبارة المتحصل عليها إلى جذاء عوامل.



تمرين عـــدد 28: (وحدة القيس هي cm)

بين أن المساحة المشطوبة في الشكل التالي تساوي $\left(\frac{17\pi}{2}+8\right)x^2$ احسب المساحة المشطوبة في حالة $x=\sqrt5$ ثم في حالة $x=\sqrt{11}$ (القيمة التقريبية لـ π تساوي 3.14)

تمريـن عــدد 29: نعتبر m و n عددان صحيحان طبيعيان حيث $n \geq 3$ و $m \geq 3$ و a و b عددان صحيحان طبيعيان حيث $a+\frac{1}{a}=\sqrt{n}$ و $b+\frac{1}{b}=\sqrt{m}$.

1) انشر $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ ثم استنتج $a^2+\frac{1}{a^2}$ بدلالة n.

2) انشر $\left(b+\frac{1}{b}\right)^3$ ثم استنتج $b^3+\frac{1}{b^3}$ بدلالة n.

3) بين إذا كان $m=n$ فإن $a=b$ أو a مقلوب b.

تمريـن عــدد 30: x و y عددان حقيقيان بحيث $x+y=3$. بين أن $-2x^2+3y^2 \geq -54$

تمريـن عــدد 31: x و y عددان حقيقيان بحيث $\frac{x-y}{x+y}>0$.

1) انشر $\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right]^2$ ، 2) استنتج $\left[\sqrt{\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}}+\sqrt{\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2}}\right]^2$

تمريـن عــدد 32: 1) انشر $(n+1)^2$ حيث $n \in IN$

2) استنتج أن: $1+2+3+4+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

3) احسب: $1-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+.....+(2009)^2-(2010)^2$

تمريـن عــدد 33: نعتبر $A=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

1) بين أن $A^2+A-1=0$ ، 2) استنتج أن $\frac{1}{A}=A+1$ ، 3) بين أن $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A+1}}+\frac{\sqrt{A+1}}{\sqrt{A}}=\sqrt{5}$

تمريـن عــدد 34: 1) $n \in IN$ ، أثبت أن $(1+n)^4=n^4+4n^3+6n^2+4n+1$

2) باستعمال السؤال عدد 1) ؛ جد p حيث $14641=p^2$

تمريـن عــدد 35:

$x = \underbrace{999........9}$. ما هو مجموع الأرقام المكونة لـx^2

100 مرة 9

تمريـن عــدد 36: 1) فكك إلى جذاء عوامل $x^2-1-\frac{x^4}{4}$ و x^8-1

2) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A=x^8-1-\frac{x^4}{4}(x^2+1)(x^4+1)$ ، 3) استنتج أن $A \leq 0$

تمريـن عــدد 37: 1) فكك إلى جذاء عوامل العبارة $A=4x-2+(2x-1)(3x-4)$

2) نعتبر العبارة $B=2|1-x^2|-|3x-1|+2$ حيث $x>1$

و $3x-1>0$ ، ب) أثبت أن $B=(2x-1)(x-1)$

امل $A-B$ ، د) أثبت أن $A>B$.

مراجعة عــــامة

1) كل مساواة تؤول كتابتها إلى $ax = b$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.

2) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$، إذا كان $a \leq x \leq b$ فإن $x \in [a;b]$ و $b-a$ هو مدى الحصر.

3) ليكن a، b، c و d أربعة أعداد حقيقية حيث $a \leq b$ و $c \leq d$، إذا كان $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$ فإن $a+c \leq x+y \leq b+d$

4) ليكن a، b، c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث $a \leq b$ و $c \leq d$، إذا كان $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$ فإن $ac \leq xy \leq bd$

5) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$: * $a \leq x \leq b$ يعني $x \in [a;b]$ ، * $a \leq x < b$ يعني $x \in [a;b[$
* $x \geq a$ يعني $x \in [a;+\infty[$ ، * $x > a$ يعني $x \in]a;+\infty[$ ، * $x \leq b$ يعني $x \in]-\infty;b]$
* $x < b$ يعني $x \in]-\infty;b[$

6) ليكن a عددا حقيقيا موجبا: * $|x| \leq a$ يعني $x \in [-a;a]$ ، * $|x| < a$ يعني $x \in]-a;-a[$
* $|x| \geq a$ يعني $x \in]-\infty;a] \cup [a;+\infty[$ ، * $|x| > a$ يعني $x \in]-\infty;-a[\cup]a;+\infty[$

7) كل لا مساواة تؤول كتابتها إلى $ax+b \leq 0$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية

التــمـــــاريــن

تمريــن عـــدد 01:

أجب بـــ: " صحيح" أو بــ: " خطأ":

أ) العدد $\left(-\frac{1}{4}\right)$ حل للمعادلة $-2x+1=\frac{3}{2}$ في المجموعة IR

ب) العدد (-4) حل للمعادلة $\frac{1}{2}x+1=x-1$ في المجموعة IR

ج) العدد $\left(-\frac{5}{6}\right)$ حل للمعادلة $2x+\frac{1}{2}=x-\frac{1}{3}$ في المجموعة $\mathbb{Z}$

د) العدد (-17) حل للمعادلة $x+17=0$ في المجموعة $\mathbb{N}$

هـ) العدد $\sqrt{5}$ حل للمعادلة $x-\sqrt{5}=0$ في المجموعة $\mathbb{Q}$

و) العدد $\left(-\sqrt{3}\right)$ حل للمعادلة $x^2-3=0$ في المجموعة IR

ي) العدد $(-\pi)$ حل للمعادلة $x+\pi$ في المجموعة $\mathbb{Q}$

ز) العدد (-1) حل للمعادلة x^2+2x+1 في المجموعة $\mathbb{Z}$

ع) المعادلة x^2-9 لها حل في المجموعة $\mathbb{N}$

تمريــن عـــدد 02:

حل كلاًّ من المعادلات التالية في IR : $3x+2=0$ ؛ $\frac{5}{2}x+1=\frac{1}{2}x$ ؛ $2x-\sqrt{5}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ؛ $2x+3\sqrt{3}=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ ؛ $2(x-\pi)=x-3\pi$

تمرين عدد 03: حل كلاّ من المعادلات التالية في $\mathbb{Q}$:

$$\frac{\sqrt{3}}{5}x=1 \text{ ؛ } \frac{5}{2}x-2=-x+\frac{1}{4} \text{ ؛ } 3\pi-x=2x-\pi \text{ ؛ } \frac{1}{3}(x-1)=\frac{1}{5}x \text{ ؛ } 3\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{4}(x-1)$$

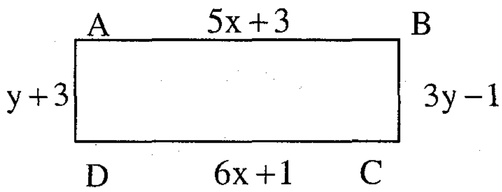
تمرين عدد 04: حل كلاّ من المعادلات التالية في $\mathbb{Z}$:

$$-\frac{5}{7}x=\frac{2}{7} \text{ ؛ } -2x+3=13 \text{ ؛ } \frac{\sqrt{3}}{2}x+1=\sqrt{3}+1 \text{ ؛ } \frac{-2x+4}{\sqrt{5}}=-2\sqrt{5} \text{ ؛ } -3(\pi-x)=-\pi+x$$

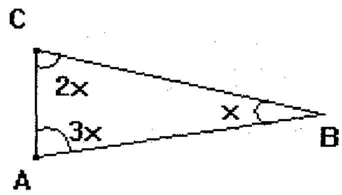
تمرين عدد 05: أوجد خمسة أعداد صحيحة طبيعية فردية متتالية قيس مجموعهم يساوي 925

تمرين عدد 06:

أوجد أبعاد المستطيل ABCD الممثل بالشكل المقابل



تمرين عدد 07: أوجد العدد الحقيقي الذي إذا أضفنا إليه نصفه ثم ثلثه ثم ربعه تحصلنا على سدسه زائد واحد.



تمرين عدد 08:

أوجد أقيسة زوايا المثلث ABC . ما هي طبيعة هذا المثلث؟

تمرين عدد 09:

ما هو العدد الذي إذا أضفته إلى بسط ومقام العدد الحقيقي $\frac{3}{2}$ نتحصل على $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين عدد 10: تسلم يوسف مبلغا من المال من أبيه لشراء بعض قصص المطالعة. عند دخوله إلى المكتبة لاحظ أن جميع القصص التي يريدها لها نفس الثمن وأنه إذا اشترى أربع قصص يبقى لديه 2.500 د وإذا اشترى سبع قصص يصبح مدانا بـ1.400 د. ابحث عن ثمن القصة الواحدة ثم استنتج قيمة المال الذي يملكه يوسف.

تمرين عدد 11: ثلاثة ورثة تقاسموا تركة أبيهم على النحو التالي: * نصيب الثاني $\frac{5}{6}$ نصيب الأول زائد 150 د.

* نصيب الثالث $\frac{2}{3}$ نصيب الأول ناقص 80 د. إذا علمت أن نصيب الثاني يفوق نصيب الثالث بـ5800 د.

حدد نصيب كل وريث ثم قيمة التركة.

تمرين عدد 12: حل في IR كلاّ من المعادلات التالية:

$$\frac{5\sqrt{2}}{3}\left(x-\sqrt{3}\right)=0 \text{ ؛ } \frac{2\pi}{3}x(x-\pi)=0 \text{ ؛ } (x-\pi)\left(x+\sqrt{2}\right)=0 \text{ ؛ } \sqrt{5}x\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)=0 \text{ ؛}$$

$$\frac{2\sqrt{3}-x}{\sqrt{5}}=0 \text{ ؛ } \left(3x+\sqrt{7}\right)^2=0 \quad \left(3\sqrt{11}-x\right)^3=0$$

تمرين عدد 13: حل في IR كلاّ من المعادلات التالية:

$$x^2=9 \text{ ؛ } 4x^2-5=0 \text{ ؛ } 4x^2-4x+1=0 \text{ ؛ } \frac{x^2+2\sqrt{3}x}{3}=-1 \text{ ؛ } \left(x+\sqrt{2}\right)^2=(x+1)^2$$

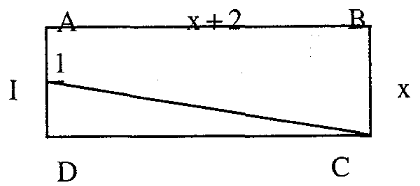
تمرين عدد 14: حل في IR كلاً من المعادلات التالية:

$\sqrt{3x^2+1}=\sqrt{x^2+3}$ ؛ $|2x+1|=|x-2|$ ؛ $(x+2)(x+3)+(x+2)(x-1)=0$ ،

$x^2-1+(x-2)(x+1)=0$ ؛ $x^2-2x+1=x^2+2\sqrt{2}x+2$ ؛ $(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3x-3\sqrt{3}=0$ ،

$x^2+1=0$ ؛ $(x^2-4)^2+(x-2)^2=0$

تمرين عدد 15: في الشكل المقابل يمثل ABCD مستطيلا حيث $AB=x+2$ و $AD=x$ لتكن I نقطة من $[AD]$ حيث $AI=1$.
ابحث عن العدد الحقيقي x بحيث تكون مساحة المثلث
تساوي ثلث مساحة المستطيل ABCD



تمرين عدد 16: نعتبر العبارة $B=x^2-2\sqrt{2}x-1$ حيث $x\in IR$.

أ) احسب B في حالة $x=-\sqrt{2}$ ثم في حالة $x=\sqrt{2}+1$

ب) بين أن $B=(x-\sqrt{2})^2-3$

ج) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل

د) حل في IR المعادلة $B=0$

هـ) حل في IR المعادلة $B-(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{2}+\sqrt{3})=0$

تمرين عدد 17: 1) فكك إلى جذاء عوامل أولية العدد 468

2) حل في IN المعادلة $n^2(2n+1)=468$

تمرين عدد 18: 1) بين أن: $\frac{6x^2-x+92}{3x+1}=2x-1+\frac{93}{3x+1}$ حيث $x\neq-\frac{1}{3}$

2) أ) أوجد D_{93} مجموعة قواسم العدد 93

ب) أوجد مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية المخالفة للصفر n حيث $\frac{6n^2-n+92}{3n+1}\in IN$

تمرين عدد 19: x و y عددان حقيقيان حيث $2\le x\le 5$ و $1\le y\le 7$

1) أوجد حصرا للأعداد: $x+y$; xy ; $3x$; $5y$; $3x+5y$; $4x-1$; $-y$; $x-y$; $-2y$; $3x-2y$

2) أوجد حصرا لـ: x^2 ; y^2 ; $x(x+y)$; $y(x+y)$

3) أوجد حصرا لـ: $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$; $\frac{x}{y}$; $\frac{y}{x}$

تمرين عدد 20: نعتبر العددين $\sqrt{3}=1.732......$ و $\sqrt{7}=2.645.......$

1) أوجد حصرا لكل من $\sqrt{3}$ و $\sqrt{7}$ مدى كل منهما 10^{-2}

2) استنتج حصرا لكل من $\sqrt{3}+\sqrt{7}$; $\sqrt{7}-\sqrt{3}$; $\sqrt{21}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

3) أوجد حصرا لـ: $\sqrt{28}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{63}+\sqrt{27}$; $\sqrt{12}\times\sqrt{28}$

تمرين عدد 21: نعتبر العبارة $A=(x+1)^2-4$ حيث $2\le x\le 5$

1) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

ا للعبارة A

تمريـــن عــــدد 22: نعتبر العبارة $B=1-x+\dfrac{x^2}{1+x}$ حيث $-\dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{1}{2}$

1) بين أن: $B=\dfrac{1}{1+x}$

2) أوجد حصرا للعبارة B

تمريـــن عــــدد 23: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) إذا كان $-2<x<3$ فإن: $x\in[-2;3]$ ❑ ، $x\in]-2;3]$ ❑ ، $x\in[-2;3[$ ❑ ، $x\in]-2;3[$ ❑

2) إذا كان $-\dfrac{3}{2}\le y\le\dfrac{5}{3}$ فإن: $y\in\left]-\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{3}\right]$ ❑ ، $y\in\left]-\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{3}\right[$ ❑ ، $y\in\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{3}\right]$ ❑ ، $y\in\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{3}\right[$ ❑

3) إذا كان $x\le 2$ فإن: $x\in]2;+\infty[$ ❑ ، $x\in]-\infty;2]$ ❑ ، $x\in[2;+\infty[$ ❑ ، $x\in]-\infty;2[$ ❑

4) إذا كان $|y|\le\sqrt{3}$ فإن: $y\in\left]-\sqrt{3};\sqrt{3}\right[$ ❑ ، $y\in\left]-\infty;\sqrt{3}\right]$ ❑ ، $y\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ ❑ ، $y\in\left]-\infty;\sqrt{3}\right[$ ❑

5) إذا كان $|x|\ge\sqrt{2}$ فإن:

$x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ ❑ ، $x\in\left[\sqrt{2};+\infty\right[$ ❑ ، $x\in\left]-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right[$ ❑ ، $x\in\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$ ❑

تمريـــن عــــدد 24: نعتبر العددين x و y حيث $x\in[-6;-4]$ و $y\in[1;3]$.

1) أوجد حصرا لكل من x^2 و $(xy)^2$

2) أ) بين أن $x+y\neq 0$ ، ب) بين أن $\dfrac{-2x-y}{x+y}=-2+\dfrac{y}{x+y}$ ؛ ج) أوجد حصرا لـ $\dfrac{-2x-y}{x+y}$

تمريـــن عــــدد 25: نعتبر المجالات التالية $I=\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$ ؛ $J=]-2;+\infty[$ ، $K=\left[-3;\dfrac{3}{2}\right]$

1) أكمل بـ: $\in$; $\notin$; $\subset$ أو $\not\subset$: $\sqrt{2}.....I$; $-2.....J$; $-\sqrt{2}.....K$; $\left\{1;\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{2}\right\}.....I$; $\left]-3;\dfrac{3}{2}\right[.....K$

2) مثل المجالات I ; J و K على نفس المستقيم العددي (بألوان مختلفة)

3) أوجد المجموعات التالية: $I\cap J$; $K\cap J$; $I\cap K$; $I\cup K$; $I\cup J$

تمريـــن عــــدد 26: x عدد حقيقي بحيث $x\in\left[5;3\sqrt{7}\right]$.

1) أوجد حصرا لكل من $x-3\sqrt{7}$ و $3x-15$ ؛ 2) اختصر إذن العبارة: $A=|3x-15|-\left|x-3\sqrt{7}\right|+3\sqrt{7}$

تمريـــن عــــدد 27: نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a\in[-5;-2]$ و $b\in[1;3]$.

1) أوجد حصرا لكل من $1-b$; $2a-1$; $2a-b$

2) اختصر إذن العبارة: $E=\sqrt{(2a-1)^2}-\sqrt{(2a-b)^2}+\sqrt{(1-b)^2}$

تمريـــن عــــدد 28:

نعتبر العبارة $F=\dfrac{1}{(x+y)^2}\left[\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2}\right]+\dfrac{2}{(x+y)^2}\left(\dfrac{x+y}{xy}\right)$ حيث $x+y\neq 0$ ، $x\in[-4;-1]$ و $y\in[3;4]$

1) بين أن: $F=\dfrac{1}{x^2y^2}$

2) أوجد حصرا لكل من x^2 ; y^2 ; F و $\sqrt{F}$ ، 3) أوجد حصرا لكل من x^2-y^2 ; $\frac{-1}{xy}$ و $\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$

تمرين عدد 29: حل في IR كلاّ من المتراجحات التالية: $x+\sqrt{2}\le 0$ ؛ $\pi x>1$ ؛ $-\frac{5}{2}x\ge 0$ ؛ $-x\sqrt{5}<-\sqrt{3}$

$-\frac{5}{2}x+1\le -2$ ؛ $3x-\frac{1}{2}>x+1$ ؛ $\frac{2x+1}{3}+\frac{3x-2}{2}\ge\frac{x+1}{6}$ ؛ $\frac{1}{4}x-1\ge 2\left(\frac{1}{8}x-1\right)$ ؛ $\frac{1}{3}(6x-1)\le 2(x-3)$

تمرين عدد 30: حل في IR كلاّ من المتراجحات التالية:

$(x-2)^2\le x^2+2$ ؛ $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2>(x-1)^2$ ، $\left(x-\sqrt{2}\right)^2-(x-1)(x+1)\ge x$

تمرين عدد 31:

1) نعتبر العبارة $A=(3x+1)^2$ حيث $x\in IR$ ؛ أ) احسب A في حالة $x=0$ ثم في حالة $x=-\frac{1}{3}$

ب) أوجد حصرا لـ$3x+1$ ثم لـ A إذا علمت أن $x\in[0;1]$ ؛ ج) حل في IR المعادلة $(3x+1)^2=1$

2) نعتبر العبارة $B=9x^2-1$ حيث $x\in IR$ ؛ أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة B

ب) بين أن $A-B=2(3x+1)$ ، ج) حل في IR المتراجحة $A-B>0$ ومثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

تمرين عدد 32: نعتبر العبارة $A=4x^2-12x+10$ حيث $x\in IR$

1) بين أن $A=(2x-3)^2+1$

2) حل في IR المعادلة $A=1$

3) حل في IR المتراجحة $A\ge 4x^2-3x+1$

تمرين عدد 33: نعتبر العبارة $B=-6x^2+11x-3$ حيث $x\in IR$

1) بين أن $A=(3x-1)(-2x+3)$

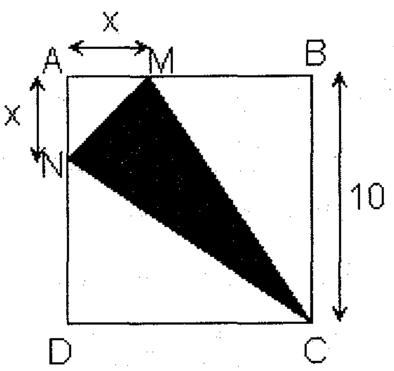
2) حل في IR المعادلة $B=0$ ثم $B=-3$

3) حل في IR المتراجحة $B\ge(3x-1)^2-5x(3x-1)$

تمرين عدد 34: في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 10

لتكن M و N نقطتين من [AB] و [AD] على التوالي حيث $AM=AN=x$

و $x\in]0;10[$. نعتبر $S(x)$ مساحة المثلث MNC .



1) أثبت أن $S(x)=\frac{20x-x^2}{2}$

2) أ) بين أن $-x^2+20x-100<0$

ب) استنتج أن مساحة المثلث MNC أصغر من نصف مساحة المربع ABCD .

3) أ) بين أن $x^2-20x+36=(x-2)(x-18)$

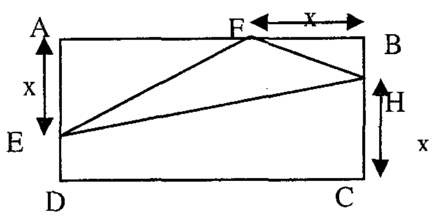
ب) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث $S(x)>18$.

تمرين عدد 35: في الشكل المقابل ABCD مستطيل حيث

$AB=6$; $AD=4$; $AE=BF=CH=x$

و E مختلفة عن A و D

مساحتي المثلثين AEF و BFH ثم مساحة شبه



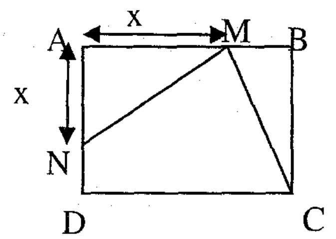
2) نعتبر $A(x)$ مساحة المثلث EFH

أ) احسب بدلالة x المساحة $A(x)$

ب) بين أن $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

ج) حدد مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $A(x)\leq 8$

تمرين عـــدد 36: في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه 2

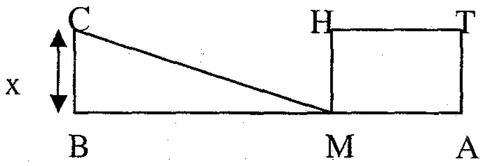


لتكن $M\in[AB]$ و $N\in[AD]$ حيث $AM=AN=x$ و M مختلفة عن A و B.

1) إلى أي مجال ينتمي العدد x؟

2) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث يكون $MN\geq CM$

تمرين عـــدد 37: في الشكل المقابل BMC مثلث قائم في B و $MATH$ مربع حيث $AB=6$; $BC=x$



و $BM=2BC$ ، نعتبر A_1 و A_2 مساحتي كل من المثلث MBC والمربع $MATH$ على التوالي.

1) إلى أي مجال ينتمي العدد x؟

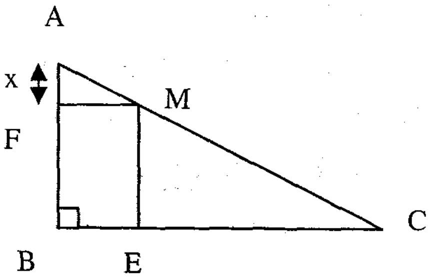
2) بين أن $A_1-A_2=(3x-6)(6-x)$

3) حدد علامة الجذاء $(3x-6)(6-x)$

4) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث يكون $A_1>A_2$

تمرين عـــدد 38: في الشكل المقابل ABC مثلث قائم في B و $FMEB$ مستطيل حيث $AB=4$; $BC=8$

و $AF=x$ و M مختلفة عن A و C. نعتبر $A(x)$ مساحة المستطيل $FMEB$.



1) احسب AC ثم أحسب مساحة المثلث ABC.

2) أ) بين أن $MF=2x$

ب) بين أن $A(x)=8x-2x^2$

ج) أثبت أن $8x-2x^2=8-2(x-2)^2$ ؛

د) حدد مجموعة الإعداد الحقيقية x بحيث تكون $A(x)\geq 6$.

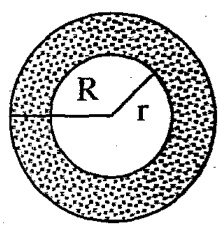
تمرين عـــدد 39: ليكن a و b عددان حقيقيان حيث $|a|<3$ و $|b|<3$

1) أثبت أن $ab+9\neq 0$

2) أ) أثبت أن $(a-3)(b-3)=ab+9-3(a+b)$ ، ب) استنتج أن $\dfrac{a+b}{ab+9}<\dfrac{1}{3}$

تمرين عـــدد 40: $0.61<r<0.62$ و $1.25<R<426$

إذا علمت أن $3.14<\pi<3.15$، أثبت أن المساحة الملونة محصورة بين 3.69 و 3.83



مراجعة عـــامة

السلسلة الإحصائية المنقطعة:

1- مدى سلسلة إحصائية منقطعة هو الفرق بين أصغر قيمة و أكبر قيمة فيها

2-المنوال في سلسلة إحصائية منقطعة هو القيمة أو القيم ذات التكرار الأكبر

3-المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائية منقطعة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة

4-لإيجاد موسّط سلسلة إحصائية منقطعة ذات ميزة كمية ؛ نرتّب قيمها تصاعديّا أو تنازليّا و يكون الموسّط هو:

-القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديّا

-المعدّل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ إذا كان N عددا زوجيّا

السلسلة الإحصائية المسترسلة:

1- مدى سلسلة إحصائية مسترسلة هو الفرق بين الطرف الأصغر في الفئة الأولى و الطرف الأكبر في الفئة الأخيرة

2-إذا كانت كل الفئات متساوية المدى فإن المنوال (أو الفئة المنول) هي كل فئة لها التكرار الأكبر

3-مركز الفئة هو المعدّل الحسابي لطرفيها

4-المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائية مسترسلة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل مركز فئة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة

التكرارات التراكمية و التواترات التراكمية:

1-التكرار التراكمي الصّاعد الموافق لقيمة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأصغر أو المساوية لها

2-التكرار التراكمي النازل الموافق لقيمة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لها

3-التواتر التراكمي هو ناتج قسمة التكرار التراكمي على التكرار الجملي

4- التواتر التراكمي بالنسبة المائوية يساوي ناتج ضرب التواتر التراكمي في 100

5- موسّط سلسلة إحصائية مسترسلة تكرارها الجملي N هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلّع التكرارات التراكمية والتي ترتيبتها $\frac{N}{2}$ إذا كان N عددا زوجيّا أو $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديّا

6- موسّط سلسلة إحصائية مسترسلة هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلّع التواترات التراكمية و التي ترتيبتها 0,5 (أو 50% إذا كانت التواترات بالنسبة المائوية)

التمـــــارين

تمريـن عـــدد 01: في ما يلي معدلات 18 تلميذ في مادة الرياضيات:

19 ، 09 ، 10، 14، 15، 12، 06، 12، 15، 14، 06، 10، 08، 08، 10، 12، 08، 13.

1) رتب الأعداد تصاعديا. ، 2) ما هو موسط السلسلة الإحصائية. ، 3) ما هو معدل السلسلة الإحصائية.

تمريـن عـــدد 02: في ما يلي معدلات 15 تلميذ في مادة الرياضيات:

10 ، 17، 05، 12، 16، 15، 11، 14، 12، 06، 12، 07، 06، 15، 08.

1) رتب الأعداد تنازليا ، 2) ما هو موسط السلسلة الإحصائية؟

3) ما هو معدل السلسلة الإحصائية؟ ، 4) ما هي الميزة المدروسة؟

تمرين عدد 03: في ما يلي طول مواليد بحساب (صم):

الطول (صم)	40	45	50	55
التكرار	1	14	15	10

1) أ) ما هو عدد المواليد؟ ؛ ب) ما هي مجموعة الإحصاء ونوعية الميزة المدروسة.
2) ارسم مخطط العصيات ومضلع التكرارات.
3) أ) ارسم جدول التواترات التراكمية النازلة ؛ ب) ارسم مضلع التواترات التراكمية النازلة.
ج) ما هو موسط هذه السلسلة الإحصائية
د) ما هي النسبة المائوية لعدد المواليد الذين لهم طول يساوي أو يفوق 50صم.
4) ما هو معدل هذه السلسلة الإحصائية.

تمرين عدد 04: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a ، b و c.
يمثل الجدول التالي معدل 15 تلميذ في مادة الرياضيات ضمن قسم السنة التاسعة أساسي:

المعدل	6	8	12	14	18
التكرار	4	3	5	2	1

1) الوحدة الإحصائية: (a) : التلميذ ، (b) : المعدل ، (c) : قسم 9 أساسي
2) الميزة المدروسة: (a) : التلميذ ، (b) : المعدل ، (c) : قسم 9 أساسي
3) طبيعة الميزة المدروسة: (a) : كمية كيفية ، (b) : كمية مسترسلة ، (c) : كمية منقطعة

تمرين عدد 05: أجب بصواب أو خطـأ: سلسلة إحصائية تهتم بدراسة فصيلة الدم إذن الميزة المدروسة هي:
1) كيفية ، 2) كمية

تمرين عدد 06: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a ، b و c.
يمثل الجدول التالي الأجر اليومي لـ35 عامل بإحدى الشركات:

الأجر بالدينار	[10;15[	[15;20[	[20;25[	[25;30[
التكرار	5	10	18	02

1) منوال السلسلة الإحصائية: (a) : [20;25[، (b) : 18 ، (c) : [15;20[
2) مجموعة الإحصاء: (a) : الأجور ، (b) : 35 عامل ، (c) : الشركة
3) الميزة: (a) : الأجور ، (b) : 35 عامل ، (c) : الشركة
4) السلسلة الإحصائية المدروسة تتعلق
(a) : ميزة كمية منقطعة ، (b) : ميزة كمية مسترسلة ، (c) : ميزة كيفية

تمرين عدد 07: يمثل الجدول التالي عدد الساعات التي يقضيها شخص في العمل خلال اليوم:

عدد الساعات	دون 2	من 2 إلى دون 4	من 4 إلى دون 6	من 6 إلى دون 8	من 8 إلى دون 10	من 10 إلى دون 12	من 12 إلى دون 14	من 14 إلى دون 16
عدد الأشخاص	2	8	14	30	50	70	20	6

1) حدد مجموعة الإحصاء وطبيعة الميزة المدروسة ونوعيتها. 2) ما منوال **وما مدى هذه السلسلة الإحصائية** ؟
3) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التكرارات.
4) كون جدول التواترات بالنسبة المائوية والتواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة **المائوية**.
5) أ) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية.
ب) ما هو موسط هذه السلسلة؟
...وية للأشخاص الذين يقضون أقل من 6 ساعات **عمل في اليوم؟**

تمريـن عـــدد 08:
يمثل الجدول التالي الأعداد التي تحصل عليها 25 تلميذ في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات:

العدد من 20	7	9	10	12	15	18
عدد التلاميذ	2	3	6	8	5	1
التواترات بالنسبة المائوية						
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية						

1) أكمل الجدول ؛ 2) احسب معدل القسم في هذا الفرض ؛ 3) احسب مدى هذه السلسلة الإحصائية
4) ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائية؟
5) ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية

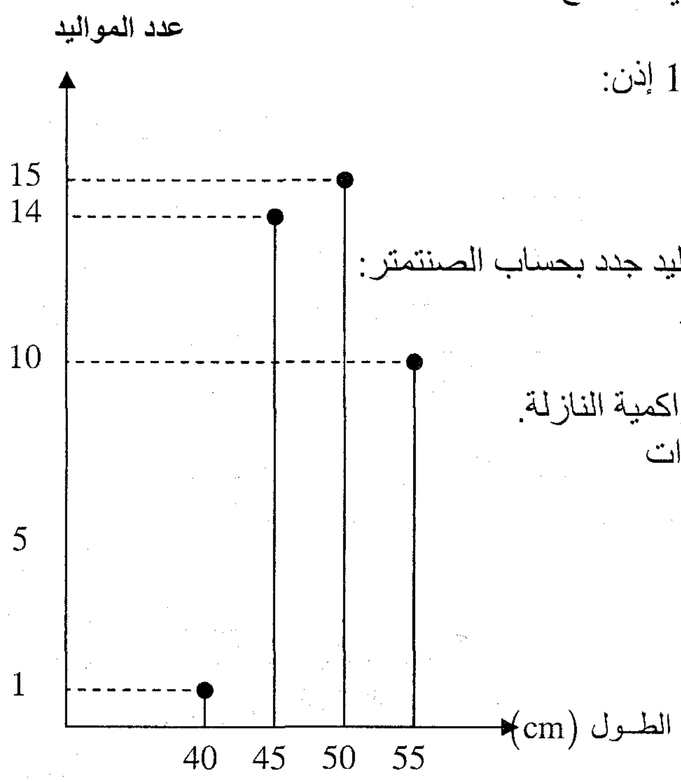
تمريـن عـــدد 09: بين الجدول التالي وزن 80 مولود بحساب الكلغ:

الوزن Kg	2.5	3	3.5	4.5
التكرار	30	25	18	7

1) كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة الموافق للجدول.
2) مثل بمخطط العصيات التكرارات التراكمية الصاعدة بالنسبة إلى وزن المواليد.
3) ارسم مخطط التكرارات التراكمية الصاعدة.
4) احسب Me موسط السلسلة ، 5) احسب M معدل السلسلة
6) ما هي النسبة المائوية للمواليد الذين لهم طول أكثر أو يساوي3.5 كلغ؟

تمريـن عـــدد 10: أجب بصواب أو خطأ:
موسط سلسلة إحصائية تهتم بمعدل التلاميذ في 9 أساسي هو 11 إذن:
1) 50% من التلاميذ لهم معدل : 11.
2) 50% من التلاميذ لهم معدل أقل أو يساوي : 11.
3) أكثر من 50% من التلاميذ تحصلوا على المعدل.

تمريـن عـــدد 11: يمثل مخطط العصيات التالي طول مواليد جدد بحساب الصنتمتر:
1) احسب عدد المواليد. 2) احسب M معدل طول المواليد.
3) احسب النسبة المائوية لعدد المواليد الذين تجاوزوا 50cm
4) ارسم جدول التكرارات التراكمية الصاعدة والتكرارات التراكمية النازلة.
5) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة ومضلع التكرارات التراكمية النازلة.
حدد موسط هذه السلسلة الإحصائية.

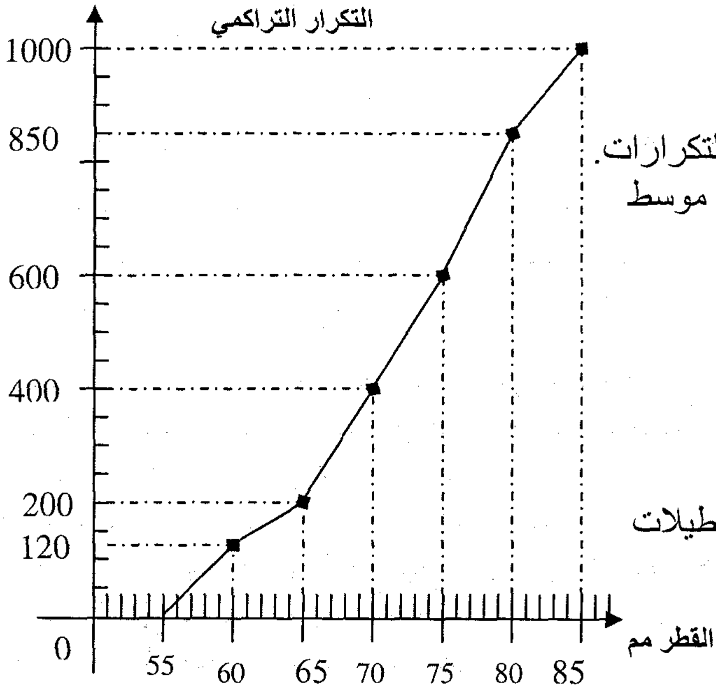


تمريـن عــــدد 12: في ما يلي قيس طول 20 تلميذ بحساب الصنتمتر:

157، 168، 163، 152، 165، 168، 155، 160، 154، 150، 159، 160، 169، 167، 164، 163، 157، 158، 162، 161

1) ما هي نوعية الميزة المدروسة وطبيعتها ؟ ، 2) أكمل الجدول التالي:

الطول	[150;155[	[155;160[	[160;165[	[165;170[
عدد التلاميذ				
التكرار التراكمي الصاعد				



3) ما هو عدد التلاميذ الذين يفوق طولهم 160 صم؟

4) ما مدى وما منوال هذه السلسلة ؟

5) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التكرارات.

6) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة وحدد موسط السلسلة.

تمريـن عــــدد 13:

لاحظ المخطط التــــالي:

1) استخرج موسط هذه السلسلة الإحصائية.

2) مثل التكرار التراكمي الصاعد بمخطط المستطيلات

3) أكمل الجدول التالي:

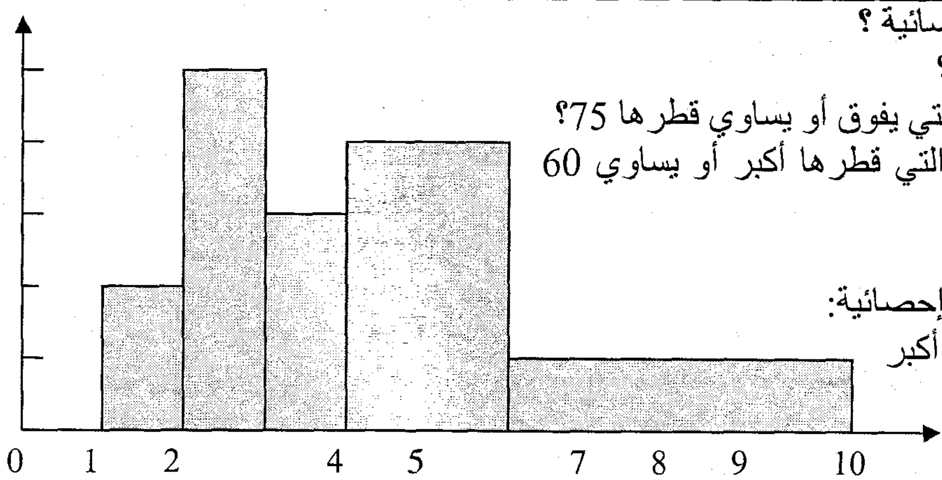
القطر mm	[55;60[	[60;65[	[65;70[	[70;75[	[75;80[	[80;85[
التكرارات	120					
التكرار التراكمي الصاعد	120	200				

4)ما مدى وما منوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

5)ما هو معدل هذه السلسلة الإحصائية ؟

6)أ) ما هي النسبة المائوية للتكرارات التي يفوق أو يساوي قطرها 75؟

ب) ما هي النسبة المائوية للتكرارات التي قطرها أكبر أو يساوي 60 وأقل قطرها من 75؟



تمريـن عــــدد 14:

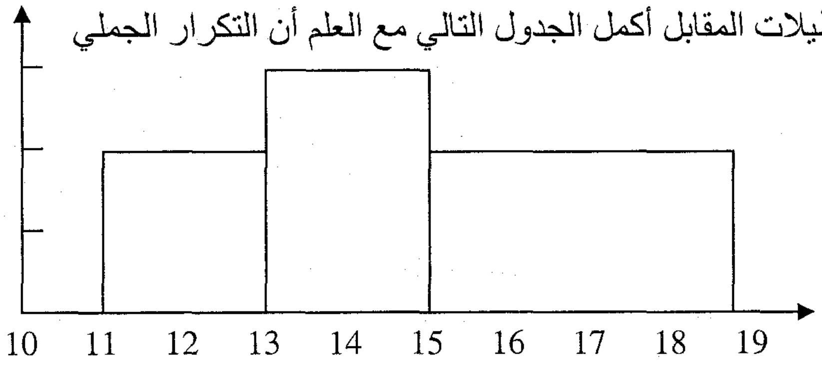
في ما يلي مخطط المستطيلات لسلسلة إحصائية:

1) هل أن [2;3[هي الفئة التي لها أكبر تكرار؟

ها أقل تكرار؟

رسم موسط السلسلة.

تمريـن عــــدد 15: من خلال مخطط المستطيلات المقابل أكمل الجدول التالي مع العلم أن التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية هو 72.



المجال	[11;13[	[13;15[	[15;19[
التكرار			

تمريـن عــــدد 16: نرمي نردا مرقما من 1 إلى 6 مرتان متتاليتان لنتحصل على الإحداثيات التالية (a,b) حيث a الرقم المسجل خلال الرمية الأولى و b الرقم المسجل خلال الرمية الثانية.

1) أ) انقل ثم أكمل الجدول التالي:

	1	2	3	4	5	6
1	$(1,1)$	$(2,1)$				
2						
3						
4						
5						
6						

ب) أعط عدد الإمكانيات

2) ما هو احتمال الحصول على نفس الرقم خلال الرميتين؟

3) ما هو احتمال أن يكون العدد في الرمية الأولى أكبر قطعا من الرقم في الرمية الثانية؟

4) أ) ما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين 8.

ب) ما هو احتمال أن يكون مجموع الرقمين زوجيا.

تمريـن عــــدد 17: يرمي أحمد سهما في اتجاه هدف محدد ثلاث مرات متتالية يكون الحدث "صواب" (ص) إذا أصابه ويكون "خطأ" (خ) إذا لم يصبه يكتب نتيجة الرميات الثلاث كما يلي (خ ، ص ، ص) إذا أخطأ الأولى وأصاب في الثانية و الثالثة.

1) حدد كل الإمكانيات لنتيجة الرمي.

2) ما احتمال إصابة الهدف ثلاث مرات؟

3) ما احتمال إصابة الهدف مرتين متتاليتين على الأقل؟

4) ما احتمال إصابة الهدف على الأقل مرة واحدة؟

5) ما احتمال إصابة الهدف مرتين على الأكثر؟

6) يعتبر نجاح أحمد إذا أصاب الهدف مرتين على الأقل، ما احتمال نجاح احمد؟

تمريـن عــــدد 18: صندوق يحتوي على أقراص تحتمل الأعداد -3، 0 ، 1 و 3. نسحب قرصا ثم آخر بصفة عشوائية ونرجع القرص بعد كل سحب ونكتب العدد الأول كفاصلة لنقطة M والثاني كترتيبة لها.

1) أوجد الإحداثيات الممكنة للنقطة M.

2) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الترتيبات؟

3) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات؟

4) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات ولا إلى محور الترتيبات؟

النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات؟

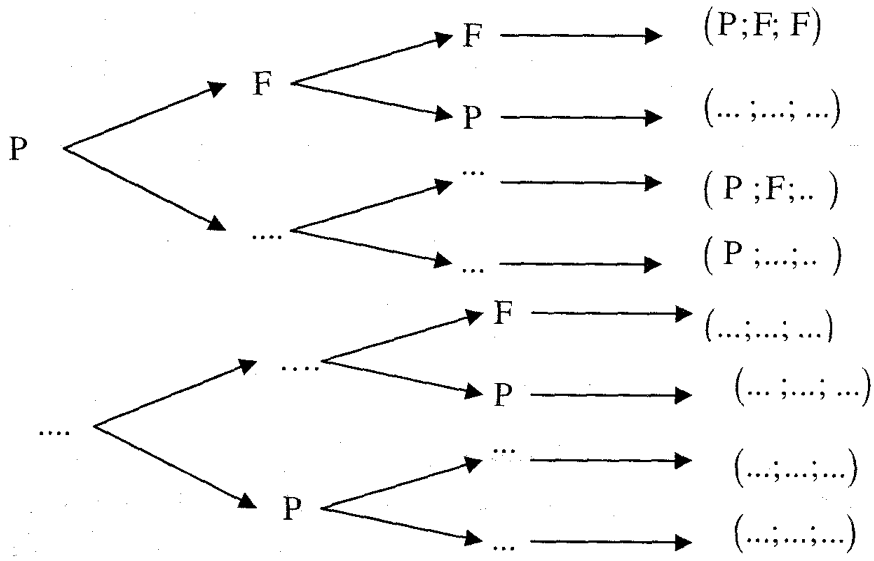
6) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الترتيبات؟
7) ما احتمال أن تكون النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) مع العلم أن $A(3;4)$ و $B(3;-2)$.

تمرين عدد 19: اختبار يطرح على المترشح 3 أسئلة ليجيب عليها بصواب أو خطأ. يجهل المترشح الأجوبة فيجيب على الأسئلة بصفة عشوائية.

1) ما هو عدد الإمكانيات؟
2) ما احتمال أن تكون الأجوبة الثلاث صحيحة؟
3) ما هو احتمال أن يكون جوابان صحيحان فقط؟
4) ما احتمال أن يكون جوابان صحيحان على الأقل؟

تمرين عدد 20: لقطعة نقود وجهان الوجه ونرمز له بـ F والقفا ونرمز له بـ P. نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات في الهواء وإثر سقوطها نسجل في كل مرة الوجه الظاهر من القطعة.

1) أتمم شجرة الاختيار التالي



2) حدد احتمال الحدث A التالي: "الحصول على ثلاث وجوه P"
3) حدد احتمال الحدث B التالي: "الحصول على الوجه P مرتين على الأقل"
4) حدد احتمال الحدث التالي: "الحصول على الوجه F مرة واحدة فقط"
5) حدد احتمال الحدث التالي: "الحصول على ثلاث وجوه متشابهة"
6) حدد احتمال الحدث A التالي: "الحصول على وجهين متشابهين على الأقل"

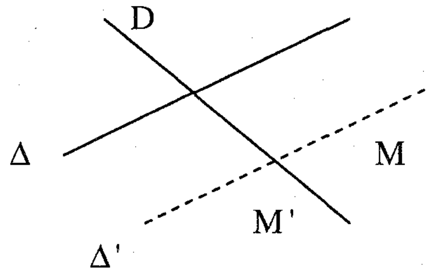
تمرين عدد 21: في ما يلي جدول التكرارات لسلسلة إحصائية:

الفئة	$[0;1[$	$[1;4[$	$[4;8[$	$[8;10[$
التكرار	2	15	6	3

...سلة الإحصائية هو $[4;8[$؟

...متطيلات لهذه السلسلة الإحصائية.

مراجعة عامة



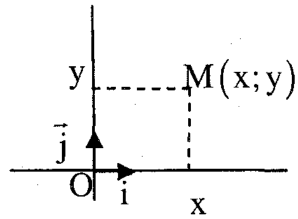
1) إذا كان D و Δ مستقيمين متقاطعين و M نقطة في المستوى فإن المستقيم Δ' المار من M والموازي لـ Δ يقطع D في نقطة M' تسمى مسقط النقطة M على المستقيم D وفقا لمنحى المستقيم Δ. في حالة تعامد D و Δ فإن M' تسمى المسقط العمودي للنقطة M على D

2) إذا كانت O و I نقطتين مختلفتين من مستقيم Δ فإن: * $(O;I)$ معين للمستقيم Δ

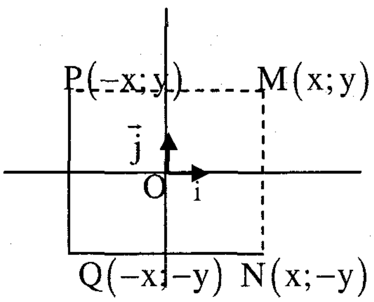
* x_A فاصلة النقطة A في المعين $(O;I)$

* إذا كانت النقطة C منتصف $[AB]$ فإن $x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$

* البعد AB للنقطتين A و B من المستقيم Δ هو القيمة المطلقة للفرق بين فاصلتي A و B أي: $AB = |x_B - x_A|$



3) إذا كانت O، I و J ثلاث نقاط من المستوى ليست على استقامة واحدة فإن $(O;I;J)$ معين في المستوى. الزوج $(x;y)$ إحداثيات النقطة M في المعين $(O;I;J)$ ونكتب $M(x;y)$



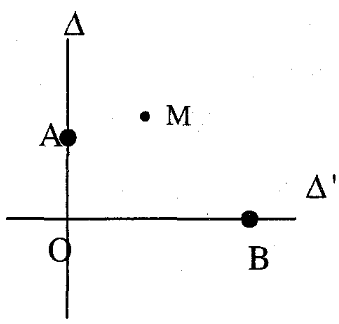
4) إذا كان $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OJ) \perp (OI)$ وإذا كانت $M(x;y)$ نقطة من المستوى فإن:

- مناظرتها بالنسبة إلى (OI) هي النقطة N إحداثياتها $N(x;-y)$
- مناظرتها بالنسبة إلى (OJ) هي النقطة P إحداثياتها $P(-x;y)$
- مناظرتها بالنسبة إلى O هي النقطة Q إحداثياتها $Q(-x;-y)$

التمارين

تمرين عدد 01:

نعتبر الرسم التالي:



1) ما هو مسقط A على Δ' وفقا لمنحى Δ ؟
2) ما هو مسقط B على Δ' وفقا لمنحى Δ؟
3) ما هو مسقط O على Δ وفقا لمنحى Δ' ؟

4) أرسم النقطتين I و J مسقطي M على Δ و 'Δ وفقا لمنحى 'Δ و Δ على التوالي
5) أثبت أن IMJO متوازي أضلاع..

تمريــن عـــدد 02:

ABCD متوازي أضلاع مركزه O.

1) أ) ما هو مسقط A على (DC) وفقا لمنحى (BC)؟
ب) ما هو مسقط B على (AD) وفقا لمنحى (DC)؟
2) المستقيم Δ الموازي لـ(AC) والمار من B يقطع (DA) في E و (DC) في F.
أ) ما هو مسقط النقطة O على (DC) وفقا لمنحى (EF)؟
ب) ما هو مسقط النقطة E على (CD) وفقا لمنحى (OA)؟
ج) ما هو مسقط النقطة F على (AD) وفقا لمنحى (OC)؟
د) ما هي طبيعة الرباعي ABFC ؟ علل جوابك
هـ) ما هي طبيعة الرباعي AEBC ؟ علل جوابك

تمريــن عـــدد 03:

ABC مثلث قائم الزاوية في A، لتكن M نقطة من [BC].

1) أ) ابن النقطة N مسقط M على المستقيم (AC) وفقا لمنحى (AB)
ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (MN) و (AC)؟
2) أ) ابن النقطة P مسقط M على (AB) وفقا لمنحى (AC)
ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (PM) و (AB)؟
3) ما هي طبيعة الرباعي PMNA؟

تمريــن عـــدد 04:

ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

1) ليكن Δ مستقيما مقترنا بالمعين (O;I) و A، B و C ثلاث نقط من Δ فاصلاتها على التوالي: 2 ؛ $-\frac{5}{2}$ و $2\sqrt{2}$

أ) $AB=\frac{5}{2}$ ☐ ، $AB=\frac{9}{2}$ ☐ ، $AB=\frac{7}{2}$ ☐

ب) $AC=2\sqrt{2}+1$ ☐ ، $AC=2(\sqrt{2}-1)$ ☐ ، $AC=2(\sqrt{2}+1)$ ☐

ج) فاصلة منتصف [AC] هي: $\sqrt{2}-1$ ☐ ، $\sqrt{2}+1$ ☐ ، $2\sqrt{2}+1$ ☐

2) ليكن (O;I;J) معينا متعامدا في المستوى ولتكن النقطتين $M(x;y)$ و $N(\sqrt{2};-1)$

أ) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى (OI) فإن:
$x=\sqrt{2}$ و $y=1$ ☐ ، $x=-1$ و $y=\sqrt{2}$ ☐ ، $x=-\sqrt{2}$ و $y=-1$ ☐

ب) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى (OJ) فإن:
$x=-\sqrt{2}$ و $y=-1$ ☐ ، $x=\sqrt{2}$ و $y=-1$ ☐ ، $x=\sqrt{2}$ و $y=1$ ☐

ج) إذا كان M و N متناظرتين بالنسبة إلى O فإن:
☐ ، $x=\sqrt{2}$ و $y=1$ ☐ ، $x=-\sqrt{2}$ و $y=-1$ ☐

تمرين عــــدد 05:

Δ مستقيم مدرج بمعين $(O;I)$ والنقاط A، B و C من Δ فاصلاتها على التوالي $-\frac{5}{2}$، $2\sqrt{2}$ و $-\frac{3}{4}$.

1) احسب الأبعاد AB، BC و AC.
2) احسب فاصلة M منتصف $[AC]$
3) بين أن C منتصف $[AI]$.

تمرين عــــدد 06:

Δ مستقيم مدرج بمعين $(O;I)$ والنقاط A، B؛ C و D فاصلاتها على التوالي -2، 2 ، $-\sqrt{2}$ و 3.

1) أ) عين النقاط A، B؛ C و D على Δ.
ب) احسب الأبعاد OA ، BI ، AD ، BC ، BD و DC.
2) حدد فاصلات النقاط O ، I، B و D في المعين $(O;A)$.
3) لتكن M نقطة من Δ فاصلتها x_M في (OI). أوجد العدد الحقيقي x_M في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $OM=3$ ❑ ، ب) $MC=2$ ❑ ، ج) $MD=1$ ❑ ، د) $MC=AC$ ❑

4) احسب x_J فاصلة النقطة J حيث $OJ=4$ و $x_J \leq 0$

تمرين عــــدد 07:

Δ مستقيم مدرج بمعين $(O;I)$ حيث $OI=2cm$.

1) أ) عين على Δ النقاط A، B و C فاصلاتها على التوالي $x_A=3$، $x_B=\sqrt{2}$ و $x_C=-\frac{3}{2}$

ب) احسب AB، AC و BC.
2) أوجد x_D فاصلة النقطة D منتصف $[AB]$ ثم عينها على Δ.
3) أوجد x_E فاصلة النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى C ثم عينها على Δ.
4) أوجد عناصر المجموعة التالية: X مجموعة النقاط M من Δ بحيث $AM=\sqrt{3}$.
5) لتكن J نقطة من Δ فاصلتها $x_J=-1$. ما هي فواصل النقاط: I، A، B؛ C، D و E في المعين $(O;J)$.
6) ليكن Δ' مستقيما قاطعا لـΔ في النقطة O و لتكن F نقطة من Δ' مخالفة لـO
أ) ابن النقطة H من المستوى بحيث: A هي مسقط H على Δ وفقا لمنحى Δ'.
F هي مسقط H على Δ' وفقا لمنحى Δ
ب) ما هي طبيعة الرباعي AHFO ؟ علل جوابك.

تمرين عــــدد 08:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$.

1) عين النقطتين $A(4;-3)$ و $B(-4;3)$
2) أ) ابن النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى المستقيم (OI) ثم حدد إحداثياتها.
ب) ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى المستقيم (OJ) ثم حدد إحداثياتها.
3) أ) بين أن A و C متناظرتان بالنسبة إلى (OJ).
ب) بين أن A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OI).
ج) بين أن D و C متناظرتان بالنسبة إلى O.
د) ما هي طبيعة الرباعي ACBD ؟ علل جوابك.

تمرين عـــدد 09:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=1cm$

1) أ) ارسم النقاط $A(3;0)$ ، $B(-2;3)$ و $C(2;-3)$.

ب) بين أن O منتصف $[BC]$.

2) المستقيم المار من B والموازي لـ(OI) يقطع (OJ) في نقطة K ويقطع (AC) في نقطة .

أ) ما هي إحداثيات النقطة K و النقطة M

ب) احسب OA و BM

ج) ما هي طبيعة الرباعي $OAMB$ ؟ علل جوابك.

تمرين عـــدد 10:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$

1) ارسم النقاط $A(3;3)$; $B(-1;3)$ و $C(-1;-3)$.

2) بين أن ABC مثلث قائم الزاوية.

3) ابحث عن إحداثيات النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ مستطيل.

4) ما هي مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $y=3$ و $x\in IR$

تمرين عـــدد 11:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=1cm$

1) ارسم النقاط $M(3;4)$ ، $N(3;6)$ و $P(-4;4)$.

2) المستقيم (MP) يقطع (OJ) في النقطة A والمستقيم (MN) يقطع (OI) في النقطة B.

ما هي إحداثيات كل من النقطتين A و B؟

3) المستقيم الموازي لـ(OI) والمار من N يقطع (OJ) في النقطة E.

أ) ما هي إحداثيات النقطة E؟

ب) احسب قيس مساحة شبه المنحرف $MNEP$.

تمرين عـــدد 12:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=1cm$

1) ارسم النقاط $A(4;3)$ ، $B(4;0)$ و $C(0;3)$.

2) بين أن $(AB)//(OJ)$ و $(AC)//(OI)$.

3) نعتبر النقاط E ، F و G مناظرات النقاط A ، B و C على التوالي بالنسبة إلى النقطة O.

أ) حدد إحداثيات كل من النقاط E ، F و G

ب) بين أن الرباعي $BCFG$ هو معين واحسب مساحته.

4) أ) ارسم النقطتين M و N بحيث يكون الرباعي $AMEN$ مستطيلا أضلاعه **موازية لمستقيمي** الإحداثيات.

ب) ما هي إحداثيات كل من النقطتين M و N؟

5) احسب مساحة المستطيل $AMEN$.

تمرين عـــدد 13:

Δ و Δ' مستقيمان يتقاطعان في النقطة O. I نقطة من Δ و J نقطة من **Δ'**.

1) عين النقطة A على $[OI]$ والنقطة B على $[OJ]$ حيث $OA=3OI$ **و** $OB=4OJ$.

- Δ' والمار من A والمستقيم الموازي لـΔ **والمار من** B يتقاطعان في النقطة M.

ما هي إحداثيات النقطة M في المعين $(O;I;J)$؟

3) ارسم النقاط $N(3;2)$ ، $P(2;2)$ و $Q(2;4)$ في المعين $(O;I;J)$.

أ) بين أن $(QP)//(MN)$

ب) أثبت أن الرباعي $MNPQ$ متوازي أضلاع.

تمرين عـــدد 14:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى.

1) ارسم النقاط: $A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$; $B\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$ ، $C\left(\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right)$ و $D\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

2) حدد مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $\frac{3}{2}\leq x\leq\frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2}\leq y\leq\frac{9}{2}$.

3) نعتبر النقطتين $M\left(\frac{5}{2};0\right)$ و $N\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

أ) ابحث عن إحداثيات النقطة P من المستوى إذا علمت أن: M مسقط P على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و N مسقط P على (OJ) وفقا لمنحى (OI).

ب) ما هي طبيعة الرباعي $OMPN$؟

تمرين عـــدد 15:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$.

1) ارسم النقاط $A(-2;4)$ ، $B(3;4)$ و $C(3;5)$.

2) أ) عين النقطة D بحيث يكون $ABCD$ مستطيلا.

ب) ما هي إحداثيات النقطة D؟

3) عين النقطة E بحيث يكون $E\neq D$ و $ACBE$ متوازي أضلاع.

أ) جد فاصلة E

ب) أحسب AE

ج) استنتج ترتيبة النقطة E.

4) عين على (BC) النقطة F بحيث يكون ترتيبتها مساوية لترتيبة E.

أ) ما هي إحداثيات F؟

ب) أثبت أن المثلث ACF متقايس الضلعين.

تمرين عـــدد 16:

ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$

1) أ) ارسم النقاط $A\left(3;\frac{11}{2}\right)$ ، $B(5;0)$ و $C(3;-3)$.

ب) بين أن $(OI)\perp(AC)$.

2) أ) ابن النقطة D بحيث تكون C منتصف $[BD]$.

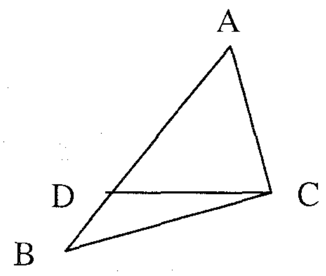
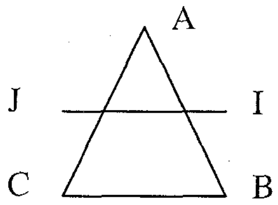
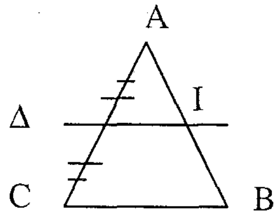
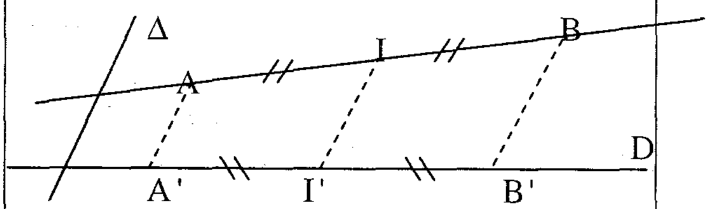
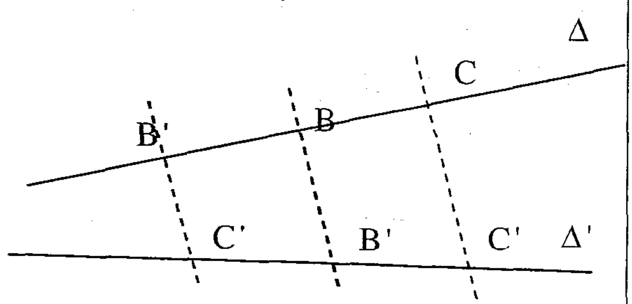
ب) أوجد إحداثيات النقطة D.

3) حدد المجموعات التالية: أ) E هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $x=1$ و $-6\leq y\leq 0$

ب) F هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $1\leq x\leq 5$ و $y=0$.

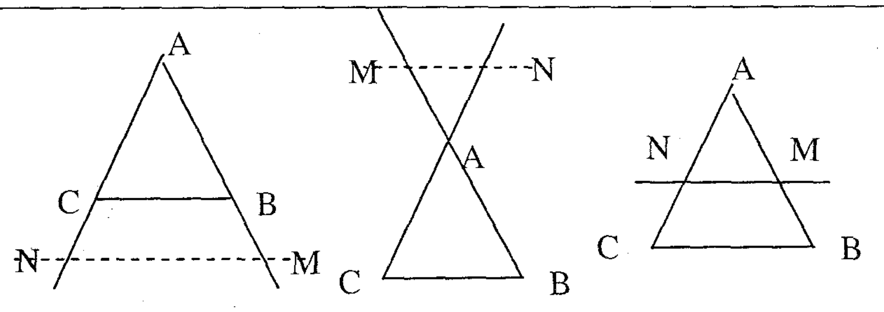
ج) G هي مجموعة النقاط $M(x;y)$ بحيث $x=3$ و $y\leq\frac{11}{2}$.

مراجعة عـــامة

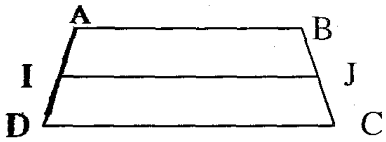
1) ليكن ABC مثلثا، مهما تكن النقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإن: مساحة المثلث ADC (S_1) ومساحة المثلث ABC (S_2) متناسبتان مع AD و AB أي: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{AD}{AB}$	
2) في كل مثلث المستقيم المار من منتصفي ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث وقيس طول قطعة المستقيم الرابطة بين المنتصفين يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث: $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$	
3) في كل مثلث، المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث: $\Delta//(BC)$ و I منتصف [AB]	
4) إذا كانت A' و B' مسقطي A و B على التوالي على مستقيم D وفقا لمنحى Δ فإن مسقط منتصف [AB] على D وفقا لمنحى Δ هو منتصف [A'B']. I منتصف [AB] و I' منتصف [A'B'].	
5) إذا كان مستقيمان Δ و Δ' و A و B و C ثلاث نقط من Δ و A' و B' و C' ثلاث نقط من Δ' حيث المستقيمات (AA') ; (BB') ; (CC') متوازية فإن: $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$ ، $\frac{BC}{BA}=\frac{B'C'}{B'A'}$ و $\frac{CA}{CB}=\frac{C'A'}{C'B'}$ و $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$	

6) إذا كان ABC مثلثا و M نقطة من (AB) و N نقطة من (AC) بحيث $(BC)//(MN)$ فإن

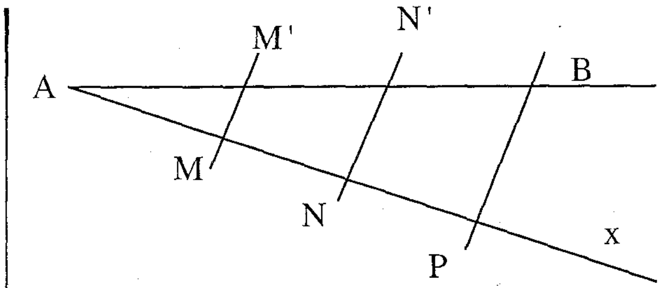
$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$



7) إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$
وإذا كانت I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$
فإنّ: $IJ=\frac{1}{2}(AB+DC)$ و $(IJ)//(AB)$



8) لتجزئة قطعة مستقيم $[AB]$ إلى أجزاء متقايسة:
* نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ بحيث المستقيم الحامل لـ$[Ax)$ مخالف لـ$[AB]$.
* نرسم على $[Ax)$ نقطا متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطالب بها:
$AM=MN=NP=....$ ثم نرسم المستقيم Δ المار من B وآخر نقطة رسمت على $[Ax)$
* نرسم المستقيمات الموازية لـΔ والمارة من النقط المعينة على $[Ax)$. هذه المستقيمات تقسم $[AB]$ إلى أجزاء متقايسة.



9) لبناء نقطة M من قطعة مستقيم $[AB]$ حيث $AM=\frac{n}{m}AB$، n و m عددان طبيعيان $(n<m)$، نقسم $[AB]$ إلى m أجزاء متقايسة ثم نعين النقطة M حيث M تبعد n أجزاء عن A.

المثلث القائم و الدائرة المحيطة به :

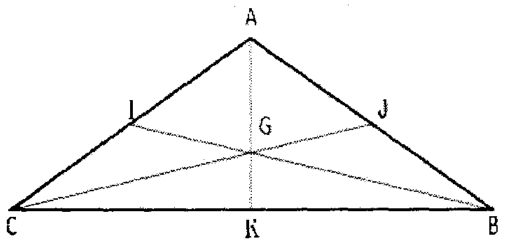
أ) في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن الرؤوس الثلاثة و قيس طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر

ب)مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية هو منتصف وتره

ج- كل مثلث منتصف أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم الزاوية ووتره يكون أحد الضلع **المذكور**

مركز ثقل المثلث: في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط إنطلاقا من الرأس و عند ثلث الموسط إنطلاقا من منتصف الضلع

$$AG=\frac{2}{3}AK\ ,BG=\frac{2}{3}BI\ \ ,CG=\frac{2}{3}CJ$$



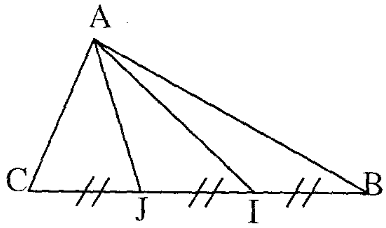
التمـــــــــارين

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

تمرين عـدد 01:

ABC مثلث ارتفاعه $AH = 3$ و $BC = 6$. لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $MC = 2$.

احسب مساحة كل من المثلثين ABM و ACM.



تمرين عـدد 02:

تأمل الرسم حيث $BI = IJ = JC$. لتكن S مساحة المثلث ABC و S_1 مساحة المثلث ABI و S_2 مساحة المثلث AIJ و S_3 مساحة المثلث ACJ

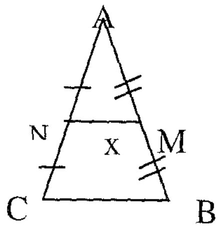
بيّن أن: $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S} = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{3}$.

تمرين عـدد 03:

ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

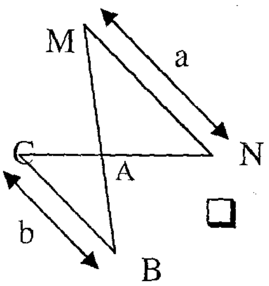
أ) إذا كان ABC مثلث مساحته S و M نقطة من $[BC]$ فإن مساحة المثلث ABM تساوي:

$\frac{BC}{BM} \times S$ ☐ ، $\frac{BM}{BC} \times S$ ☐ ، $\frac{BM}{S} \times BC$ ☐



ب) في الرسم المجاور ABC مثلث حيث M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$ و $MN = x$ لنا:

$BC = \frac{x}{2}$ ☐ ، $BC = 2x$ ☐ ، $BC = 3x$ ☐



ج) تأمل الرسم المجاور حيث $(BC)//(MN)$ ، $BC = b$ و $MN = a$ لنا

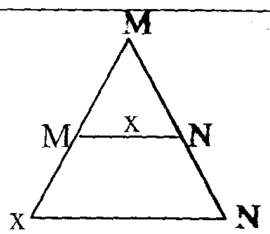
$\frac{AM}{AB} = \frac{b}{a}$ ☐ ، $\frac{AN}{AC} = \frac{a}{b}$ ☐ ، $\frac{AB}{AM} = \frac{a}{b}$ ☐

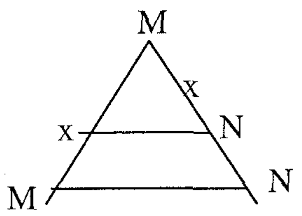
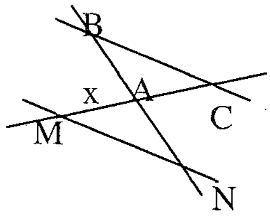
د) ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ حيث $AB = x$ و $DC = b$. إذا كانت **M** منتصف $[AD]$ و N منتصف $[BC]$ حيث $MN = a$ فإن:

$x = 2a + b$ ☐ ، $x = 2a - b$ ☐ ، $x = \frac{1}{2}(a + b)$ ☐

تمرين عـدد 04:

أوجد العدد x في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $(BC)//(MN)$ ، $BC = 6$ ، $AC = 5$ و $AM = 2$	

ب) $(BC)//(MN)$ و $AN=7$ ، $MN=6$ و $BC=4$	
ج) $(BC)//(MN)$ و $AC=2$ ، $MN=3$ و $BC=4$	

تمريـن عـدد 05:

ارسم مثلثا ABC حيث $AB=6$ ، $BC=5$ و $AC=4$. ثم عين النقطة I من $[AB]$ بحيث $AI=2.5$. المستقيم المار من I والموازي لـ(BC) يقطع (AC) في النقطة J. احسب AJ ، JC و IJ.

تمريـن عـدد 06:

ارسم مستطيل ABCD حيث $AB=5$ و $BC=3$ ثم عين النقطة M على $[AB]$ بحيث $BM=1.5$.
المستقيم (MC) يقطع (AD) في N والمستقيم (DM) يقطع (BC) في K. احسب AN و BK

تمريـن عـدد 07:

ارسم مثلثا EFG حيث $EG=5$ و $FG=3$ ثم عين النقاط I ، J و K منتصفات $[EF]$ ، $[EG]$ و $[FG]$ على التوالي.

1) بين أن $(IJ)//(GF)$ و $(IK)//(EG)$.
2) استنتج طبيعة الرباعي IJKG.
3) احسب IJ و IK.

تمريـن عـدد 08:

ارسم شبه منحرف EFGH قاعدتاه $[EF]$ و $[HG]$ بحيث $EF=4$ و $HG=6$.

1) ابن النقطتين M و N حيث M مناظرة F بالنسبة إلى G و N مناظرة E بالنسبة إلى H.
2) احسب MN.
3) المستقيم (ME) يقطع (HG) في I. بين أن I منتصف $[ME]$

تمريـن عـدد 09:

ليكن ABCD متوازي أضلاع حيث $AB=7$ و $AD=5$ والنقطة M من $[AB]$ حيث $AM=3$.
المستقيمان (AC) و (DM) يتقاطعان في نقطة O.

1) بين أن: $\frac{OM}{OD}=\frac{OA}{OC}=\frac{AM}{CD}=\frac{3}{7}$
2) لتكن H مسقط النقطة O على (AD) وفقا لمنحى (AB).

أ) بين أن: $\frac{OH}{CD}=\frac{AH}{AD}=\frac{AO}{AC}$ ، ب) بين أن: $\frac{OH}{AM}=\frac{DH}{DA}=\frac{OH}{DM}$

ج) استنتج أن: $\frac{OH}{CD}+\frac{OH}{AM}=1$ ، د) احسب OH

3) لتكن I و K منتصفي $[BC]$ و $[CD]$ على التوالي. المستقيم المار من K والموازي لـ(DM) يقطع (CM) في J.

أ) بين أن J منتصف $[MC]$ ، ب) بين أن $(IJ)//(MB)$ واحسب IJ.

تمرين عدد 10: ليكن (O,I,J) معينا في المستوى حيث $OI=OJ=1$

1) عين النقاط $A(5,0)$; $B(0,3)$; $E(3,0)$. بين أن: $OA=5$ ، $OB=3$ و $OE=3$

2) عين النقطة C بحيث يكون الرباعي $OACB$ متوازي أضلاع. ما هي إحداثيات النقطة C؟

3) المستقيم المار من E والموازي لـ(AB) يقطع (OB) في النقطة F.

أ) بين أن: $\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$ ؛ ب) احسب OF واستنتج إحداثيات النقطة F.

4) المستقيم المار من A والموازي لـ(BE) يقطع (OJ) في النقطة G.

أ) بين أن: $\frac{OF}{OB}=\frac{OB}{OG}$. ؛ ب) احسب OG واستنتج إحداثيات النقطة G.

تمرين عدد 11: نعتبر مثلثا ABC حيث $BC=3$.

1) لتكن I و J منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي: أ) بين أن: $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$ ، ب) احسب IJ

2) أ) ابن النقطة D مناظرة J بالنسبة إلى النقطة I ثم عين النقاط M ، N و P المساقط العمودية لكل من النقاط J ، I و D على المستقيم (BC) على الترتيب

ب) احسب MN ، ج) قارن بين $\frac{JJ}{ID}$ و $\frac{MN}{NP}$ ، د) استنتج NP

تمرين عدد 12: $EFGH$ شبه منحرف قاعدتاه $[EF]$ و $[GH]$ بحيث $EF=3$ ، $EH=5$ و $GH=6$.

لتكن M نقطة من $[EH]$ بحيث $HM=2$ ، المستقيم المار من M والموازي لـ(EF) يقطع (FH) في I و (FG) في N.

1) ارسم الشكل.

2) أ) احسب MI ، ب) أثبت أن: $\frac{FI}{FH}=\frac{3}{5}$ ، ج) احسب IN و MN.

3) المستقيم المار من F والموازي لـ(EI) يقطع (EH) في J.

أ) بين أن: $HE^2=HJ\times HM$ ، ب) احسب HJ.

تمرين عدد 13: ليكن (O,I,J) معينا في المستوى بحيث $OI=OJ=4$

1) عين النقطة $M\left(\frac{2}{3};\frac{3}{\ }\right)$

2) لتكن النقطتان $P\left(\frac{2}{3};0\right)$ و $Q\left(0;\frac{3}{5}\right)$. أ) ما هي طبيعة الرباعي OPMQ؟

ب) احسب OP ثم استنتج أن $MQ=\frac{2}{3}$.

3) لتكن النقطتان H و K منتصفي [OQ] و [MI] على التوالي

أ) ما هي طبيعة الرباعي OIMQ؟ ، ب) استنتج أن $HK=\frac{5}{6}$ وأن $(HK)//(OI)$

4) [HK] يقطع [MP] في E والمستقيم المار من K والموازي لـ(IQ) يقطع (MQ) في F.

أ) احسب $\frac{ME}{MP}$ واستنتج أن E منتصف [MP] ، ب) احسب $\frac{MF}{MQ}$ واستنتج أن F منتصف [MQ]

ج) استنتج أن $EF=\frac{1}{2}PQ$ وأن $(EF)//(PQ)$

تمرين عدد 14: ليكن ABC مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية A بحيث $AB=3$ و $BC=5$.

1) ابن النقطتين E و F مناظرتي النقطة B بالنسبة إلى C و A على التوالي. بين أن: $\frac{EF}{AC}=2$.

2) ابن النقطة G مناظرة C بالنسبة إلى A ثم النقطة H مسقط النقطة G على المستقيم (BC) وفقا لمنحى (AB).

بين أن $HG=EF$

3) المستقيم المار من C والموازي لـ(AB) يقطع (EF) في I. أحسب EI و IC.

4) المستقيم المار من B والموازي لـ(AC) يقطع (HG) في J ويقطع (CI) في K.

أ) بين أن $IC=BJ$ ، ب) بين أن الرباعي ABCK معين ، ج) استنتج أن المثلث KIJ متقايس الضلعين

5) المستقيم (AC) يقطع (EK) في P. بين أن P منتصف [EK]

تمرين عدد 15: [IJ] قطعة مستقيم طولها 5

1) عين على [IJ] النقاط A، B و C بحيث تجزأ [IJ] إلى أجزاء متناسبة مع 1، 2، 3 و 4

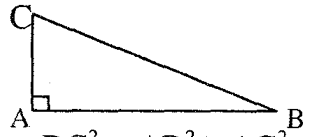
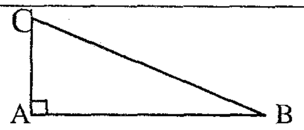
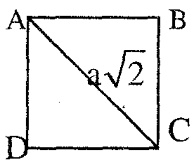
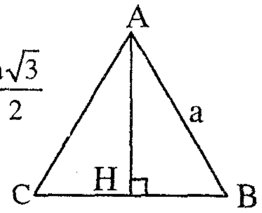
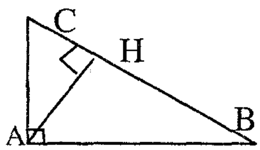
2) احسب AI و BJ.

تمرين عدد 16: ليكن ABC مثلثا حيث $AC=7$، $AB=3$ و $BC=5$.

1) ابن النقطتين I و J على [AC] بحيث $AI=IJ=JC$.

2) المستقيم المار من I والموازي لـ(BJ) يقطع (BC) في K. بين أن B منتصف [KC] .

مراجعة عـــامة

1) إذا كان ABC مثلث قائم الزاوية في A فإن: $AB^2 + AC^2 = BC^2$	 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
1) إذا كان ABC مثلث حيث $AB^2 + AC^2 = BC^2$ فإنه قائم الزاوية في A	 ABC قائم الزاوية في A
3) إذا كان ABCD مربع قيس طول ضلعه a فإن قيس طول قطره $a\sqrt{2}$	
4) إذا كان ABC مثلثا متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه a فإن قيس طول ارتفاعه $\frac{a\sqrt{3}}{2}$	$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ 
5) إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن $AB \times AC = AH \times BC$ $AH^2 = HB.HC$	 $AB \times AC = AH \times BC$ $AH^2 = HB.HC$

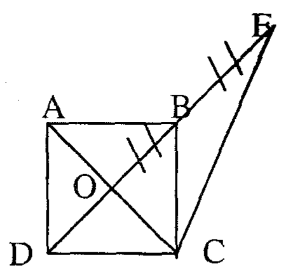
التمـــــــارين

وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريـن عـدد 01: ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث $AB = 3$ و $AC = 4$

1) احسب BC ؛ 2) ليكن [AH] الارتفاع الصادر من A. احسب AH

تمريـن عـدد 02:



في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه 3 حيث $OB = BE$ احسب BD و EC.

تمريـــن عـدد 03: ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4.

1) ليكن $[AH]$ الارتفاع الصادر من A. احسب AH

2) لتكن النقطة I المسقط العمودي لـ H على (AB) والنقطة J المسقط العمودي لـ H على (AC)

أ) احسب IH و JH

ب) استنتج أن المثلث IJH متقايس الضلعين.

تمريـــن عـدد 04: في أي حالة من الحالات التالية يكون المثلث ABC قائم الزاوية

أ) $AB = 3$; $AC = 4$; $BC = 5$ ؛ ب) $AB = \sqrt{7}$; $AC = \sqrt{5}$; $BC = \sqrt{12}$

ج) $AB = 2\sqrt{3}$; $AC = \sqrt{11}$; $BC = \sqrt{21}$

د) $AB = 3\sqrt{2}$; $AC = \sqrt{38}$; $BC = 2\sqrt{5}$ ؛ هـ) $AB = 2$; $AC = 4$; $BC = 3$

تمريـــن عـدد 05: ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB = 3$ و $AC = 4$. إذا كان $[AH]$ ارتفاعه الصادر من A فإن:

❑ $AH = \frac{4}{3}$ ، ❑ $AH = \frac{7}{2}$ ، ❑ $AH = \frac{12}{5}$

2) إذا كان ABCD مربعا مركزه O وطول ضلعه 6 فإن: ❑ $AO = 3$ ، ❑ $AO = 3\sqrt{2}$ ، ❑ $AO = 2\sqrt{2}$

3) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4.إذا كانت H منتصف $[BC]$ فإن:

❑ $AH = 3\sqrt{2}$ ، ❑ $AH = 2\sqrt{3}$ ، ❑ $AH = 4\sqrt{3}$

4) ليكن ABCD معينا طول ضلعه a. إذا كان طولي قطراه 4 و 6 فإن :

❑ $a = 12$ ، ❑ $a = 5$ ، ❑ $a = \sqrt{13}$

تمريـــن عـدد 06:

1) ABCD مربع طول ضلعه a وطول قطره b. أكمل الجدول التالي:

a	3	$2\sqrt{7}$		$\sqrt{5}$		
b			$\sqrt{6}$		$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

2) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه x وطول ارتفاعه y . أكمل الجدول التالي:

x	2		$\sqrt{3}$		$\sqrt{15}$	
y		$\sqrt{12}$		$\sqrt{6}$		$\sqrt{21}$

تمريـن عـدد 07: EFGH مستطيل حيث $EF=3$ و $FG=10$. لتكن M نقطة من $[EH]$ حيث $EM=4$.

1) احسب MF

2) لتكن N نقطة من نصف المستقيم $[HG)$ بحيث $GN=5$.

أ) احسب FN و MN ؛ ب) استنتج أن المثلث FMN قائم الزاوية في M .

3) لتكن A نقطة تقاطع المستقيمين (FM) و (NH)

أ) بين أن $\frac{MH}{ME}=\frac{MA}{MF}$ واستنتج MA . ب) احسب AH ؛ ج) استنتج أن المثلث AMN قائم الزاوية.

تمريـن عـدد 08:

لتكن دائرة (ع) مركزها O وقطرها $[BC]$ حيث $BC=10$ و A نقطة من (ع)

حيث $AB=5$ و H المسقط العمودي لـ A على (BC) .

1) أ) بين أن ABC مثلث قائم. ؛ ب) بين أن $AC=5\sqrt{3}$ ؛ ج) بين أن $AH=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

2) لتكن I منتصف $[AC]$ ؛ $[BI]$ و $[AO]$ يتقاطعان في نقطة G . احسب AG

3) قارن $\frac{1}{AH^2}$ و $\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AB^2}$

تمريـن عـدد 09:

لتكن دائرة (ع) مركزها O وقطرها $[AB]$ حيث $AB=8$. لتكن نقطة E من (ع)

حيث يكون المثلث OEB متقايس الأضلاع ولتكن H المسقط العمودي للنقطة E على (OB) .

1) أ) أنجز الرسم ؛ ب) بين أن المثلث EAB قائم الزاوية ؛ ج) بين أن $AE=4\sqrt{3}$

2) أ) بين أن $EH=2\sqrt{3}$ ؛ ب) بين أن $AH=6$

3) ليكن Δ المماس للدائرة (ع) في النقطة B و يقطع (AE) في I .

أ) بين أن المستقيم (BI) مواز للمستقيم (EH) ؛ ب) احسب البعدين AI و BI

4) لتكن M منتصف $[EO]$ و N منتصف $[EB]$ ولتكن $(ع')$ الدائرة المحيطة بالمثلث OHE.

أ) بين أن $MN=2$ ؛ ب) بين أن M مركز الدائرة $(ع')$

تمريـن عـدد 10:

EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF=3$ و $EG=4$. الدائرة $(ع)$ التي مركزها F وشعاعها FG تقطع المستقيم (EF) في نقطتين A و B حيث $A\in[FE]$.

1) ارسم الشكل.

2) أ) احسب FG ؛ ب) بين أن $EA=2$ و $EB=8$

ج) احسب GB و GA ؛ د) بين أن المثلث ABG قائم الزاوية في G

3) لتكن K منتصف $[GB]$، المستقيم (FK) يقطع (EG) في النقطة H.

أ) بين أن $(FK)//(AG)$ وأن $FK=\frac{1}{2}AG$ ؛ ب) بين أن H المركز القائم للمثلث FGB

ج) بين أن $\frac{FH}{AG}=\frac{EF}{EA}$ ؛ د) استنتج أن $FH=\frac{3}{2}AG$ ؛ هـ) بين أن $FH=3FK$

تمريـن عـدد 11:

$ABCD$ شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB=3$ ، $AD=10$ ؛ $DC=8$ و H المسقط العمودي لـ B على (DC).

1) احسب AC و BC

2) لتكن E نقطة من $[AD]$ حيث $AE=4$.

أ) احسب BE و EC ؛ ب) استنتج أن المثلث EBC قائم الزاوية.

3) لتكن F المسقط العمودي للنقطة E على (BC)؛ احسب EF.

تمريـن عـدد 12:

MNP مثلث حيث $MN=6\sqrt{3}$ و $NP=12$ و $MP=6$.

1) بين أن المثلث MNP قائم الزاوية في M.

2) لتكن I المسقط العمودي لـ M على (NP). بين أن $IP=3$.

3) لتكن J منتصف $[NP]$ و K نقطة من (MI) حيث $(JK)//(MN)$.

أ) احسب IJ و IN ؛ ب) بين أن $JK=2\sqrt{3}$

J متقايس الأضلاع

تمريــن عــدد 13: ABCD مربع طول ضلعه 5.

1) ابن النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى D.

أ) احسب AC و AE ؛ ب) بين أن المثلث ACE قائم الزاوية.

2) (AE) يقطع (BC) في K.

أ) بين أن A منتصف [EK] وأن B منتصف [CK] ، ب) استنتج AK و BK

3) لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على (AE). احسب DH.

4) (DH) يقطع (BC) في النقطة F.

أ) بين أن الرباعي ACFD متوازي أضلاع ؛ ب) استنتج أن $AC = DF$ ؛ ج) بين أن $FC = \frac{1}{3}FK$

تمريــن عــدد 14:

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = 4$ و $AC = 3$

1) احسب BC

2) ابن النقطتين E و F مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى النقطة C.

أ) بين أن $(EF) \perp (CE)$ ؛ ب) احسب EF

3) عين النقطة H المسقط العمودي لـ E على (FC)

أ) احسب EH ؛ ب) احسب HF ثم استنتج HC و HB ؛ ج) احسب BE ثم استنتج AF

4) المستقيم (EH) يقطع (BA) في النقطة G

أ) احسب BG ثم استنتج AG ؛ ب) احسب HG و CG

تمريــن عــدد 15: ABCD شبه منحرف قائم في A و D حيث $AB = 3$ ، $AD = 2$ و $DC = 7$.

1) احسب AC و BD

2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على (DC)

أ) احسب BH و HC ؛ ب) احسب BC

3) لتكن I المسقط العمودي لـ H على (BC)

أ) احسب IH ؛ ب) احسب IB و IC

4) [illegible] لـ(DC) والمار من النقطة I يقطع (BH) في النقطة J. احسب BJ و IJ

تمريـــن عـدد 16:

نعتبر x عددا حقيقيا حيث $x>1$. ليكن ABC مثلث حيث $AB=\sqrt{x^2-1}$ ، $AC=\sqrt{x^2+1}$ و $BC=\sqrt{2}x$

1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC). بين أن $AH=\frac{1}{x}\sqrt{\frac{x^4-1}{2}}$

تمريـــن عـدد 17:

نعتبر دائرة (ع) مركزها O و $[EF]$ قطرا لها حيث $EF=10$ و M نقطة من (ع) حيث $ME=6$

1) أ) بين أن المثلث MEF قائم ؛ ب) بين أن $MF=8$

2) لتكن H المسقط العمودي لـ M على (EF)

أ) بين أن $MO=5$ و $MH=\frac{24}{5}$ ؛ ب) احسب OH

3) ليكن Δ الموسط العمودي لـ$[FH]$؛ Δ يقطع $[FH]$ في I و $[MF]$ في J.

أ) بين أن $(MH)//(IJ)$ واستنتج أن J منتصف $[MF]$ ؛ ب) بين أن $OJ=3$

ج) بين أن المثلث MOJ قائم في J

4) لتكن النقطة K من $[ME]$ بحيث $MK=4$ ، المستقيم المار من K والموازي لـ(EF) يقطع $[MO]$ في نقطة G.

أ) احسب البعد MG

ب) استنتج أن G هي مركز ثقل المثلث MEF ، ج) استنتج أن G;E و J على استقامة واحدة.

مـراجـعـة عــــامـة

1) متوازي الأضلاع:

- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما.
- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متوازية
- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متقايسة
- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب زواياه المتقابلة متقايسة
- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب زواياه المتتالية متكاملة.
- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب له ضلعان متوازيان و متقايسان

2) المستطيل:

- المستطيل هو متوازي الأضلاع له زاوية قائمة.
- المستطيل هو متوازي الأضلاع قطراه متقايسان
- المستطيل هو رباعي محدب له ثلاث زوايا قائمة.

3) المعين:

- المعين هو متوازي الأضلاع له قطران متعامدان
- المعين هو متوازي الأضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان
- المعين هو رباعي محدب أضلاعه الأربعة متقايسة

4) المربع

- المربع هو معين له زاوية قائمة
- المربع هو مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان .

5) شبه منحرف

- شبه المنحرف هو رباعي محدب له ضلعان متوازيان يمثلان القاعدة الكبرى والقاعدة الصغرى
- شبه المنحرف القائم هو شبه منحرف له زاوية قائمة.
- شبه المنحرف المتقايس الضلعين هو شبه منحرف ضلعاه غير المتوازيين متقايسان.

التمــــــاريـن

تمريــــن عــدد 01: أجب بصواب أو خطأ:

أ) المربع هو معين

ب

ج) المربع هو متوازي أضلاع قطراه متعامدان

د) المعين هو متوازي أضلاع قطراه متقايسان

هـ) المستطيل هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة

و) المعين هو رباعي محدب قطراه متعامدان في منتصفهما

تمريـــن عـــدد 02: ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) رباعي محدب قطراه متقايسان ومتعامدان في منتصفها هو : ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

ب) متوازي أضلاع قطراه متعامدان هو: ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

ج) متوازي أضلاع قطراه متقايسان هو: ☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

د) رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما وله ضلعان متتاليان متقايسان هو:

☐ مربع ؛ ☐ معين ، ☐ مستطيل

تمريـــن عـــدد 03: أربط بسهم:

في المربع
في المستطيل
في المعين
في متوازي الأضلاع

القطران متقايسان
القطران متعامدان
القطران متقايسان ومتعامدان
القطران يتقاطعان في منتصفهما

تمريـــن عـــدد 04: ABC مثلث قائم الزاوية في A و I منتصف $[BC]$.

أ) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I ؛ ب) بين أن الرباعي $ABCD$ مستطيل

ج) كيف نختار المثلث ABC ليكون الرباعي $ABCD$ مربع.

تمريـــن عـــدد 05: ABC مثلث و I و J منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي.

1) أ) ابن النقطة D مناظرة C بالنسبة إلى I

ب) ما هي طبيعة الرباعي $ADBC$؟

2) أ) ابن النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى J

ب) ما هي طبيعة الرباعي $ABCE$؟

3) بين أن A منتصف $[ED]$

تمريـــن عـــدد 06: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف $[BC]$.

1) أ) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I

ب) بين أن $ABDC$ معين.

2) أ) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A

ب) بين أن الرباعي $EFBC$ مستطيل.

تمريـــن عـــدد 07: $EFGH$ شبه منحرف قائم في E و H قاعدتاه $[EF]$ و $[GH]$

و $SH = 6$ و K منتصف $[GH]$.

1) بين أن الرباعي EFKH مربع.
2) لتكن J مناظرة F بالنسبة إلى K.
أ) بين أن الرباعي FGJH مربع
ب) احسب FG

تمريـــن عـــدد 08: EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EF = 6$ ، $EH = 3$ و I منتصف [FG]
1) أ) ابن النقطة H مناظرة E بالنسبة إلى I
ب) بين أن الرباعي EFHG مستطيل
2) لتكن J منتصف [EG].
أ) ابن النقطة K مناظرة I بالنسبة إلى J
ب) بين أن الرباعي EIGK معين
3) أ) ابن النقطة M مناظرة E بالنسبة إلى K
ب) بين أن الرباعي EFGM متوازي أضلاع.

تمريـــن عـــدد 09: نعتبر دائرة ع مركزها O و Δ مستقيما لا يمر من O ويقطع ع في النقطتين E و F.
1) أ) ابن النقطتين G و H مناظرتي E و F على التوالي بالنسبة إلى O
ب) ابن النقطة I مناظرة O بالنسبة إلى المستقيم Δ
2) بين أن الرباعي EFGH مستطيل.
3) بين أن الرباعي EOFI معين.

تمريـــن عـــدد 10: ABCD متوازي أضلاع.
1) ابن النقطتين E و F بحيث E مناظرة A بالنسبة إلى المستقيم (DC) و F مناظرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB)
2) لتكن I نقطة تقاطع (AB) و (FC) و J نقطة تقاطع (AE) و (DC) . أثبت أن الرباعي AICJ مستطيل.
3) أثبت أن الرباعي AECF متوازي أضلاع.

تمريـــن عـــدد 11: EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF = 5$ و $EG = 3$.

1) احسب FG.

2) لتكن I منتصف [FG] ؛ المستقيم المار من G والموازي للمستقيم (EI) يقطع (EF) في H.

أ) بين أن E منتصف [FH]

ب) بين أن المثلث FGH متقايس الضلعين

ج) احسب IE

3) المستقيم العمودي على (FH) في F يقطع (HG) في J.

أ) بين أن G منتصف [HJ]

ب) احسب FJ

4) لتكن K مناظرة النقطة G بالنسبة إلى E. بين أن الرباعي KFGH معين.

تمريـــن عــدد 12: (O,I,J) معين في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=1cm$.

1) عين النقطتين $A(-3;0)$ و $B\left(-\frac{3}{2};2\right)$

2) لتكن M منتصف $[OA]$.

أ) بين أن المثلث ABO متقايس الضلعين

ب) احسب BM و OB

3) أ) ابن النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى M

ب) حدد إحداثيات النقطة C

ج) بين الرباعي ABOC معين

4) أ) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى O ; ب) بين أن الرباعي BEFC مستطيل؛

تمريـــن عــدد 13: EFG مثلث قائم الزاوية في E حيث $EF=6$ و $EG=4$

1) لتكن H المسقط العمودي لــE على (FG). احسب FG و EH

2) أ) ارسم الدائرة ع التي مركزها H وشعاعها EH بحيث تقطع (EF) في النقطة M وتقطع (EG) في النقطة N وتقطع (EH) في النقطة P

ب) بين أن الرباعي EMPN مستطيل.

3) أ) ابن النقطة R مناظرة G بالنسبة إلى H ؛ ب) بين أن الرباعي EGPR معين.

تمريـــن عــدد 14: MNPQ شبه منحرف قائم في M و Q بحيث $MN=MQ=3$ و $PQ=6$.

1) لتكن R المسقط العمودي لــN على (PQ).

أ) بين أن MNRQ مربع ؛ ب) احسب NQ و NP.

2) لتكن I منتصف $[NP]$.

أ) ابن النقطة L مناظرة J بالنسبة إلى I ؛ ب) بين أن الرباعي MAPQ مستطيل.

تمريـــن عــدد 15: IJK مثلث قائم الزاوية في I

1) لتكن O منتصف $[IK]$.

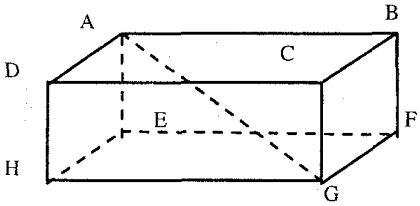
أ) ابن النقطة L مناظرة J بالنسبة إلى O ؛ ب) بين أن IJKL متوازي الأضلاع.

2) لتكن E منتصف $[JK]$ و F منتصف $[IL]$.

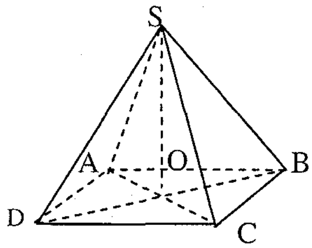
IJ متوازي الأضلاع ؛ ب) بين أن الرباعي IEKF معين.

مراجعة عـــامة

1) كل مستقيم عمودي على مستو في نقطة M هو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوى المارة من النقطة M
2) كل مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين في نقطة تقاطعهما N هو عمودي على هذا المستوى في نفس النقطة N
3) مستقيمان عموديان على نفس المستوى هما متوازيان.
4) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستقيم واحد عمودي على مستوى معلوم.
5) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستوى واحد عمودي على مستقيم معلوم:

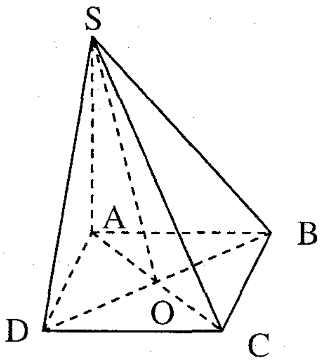


6) في متوازي المستطيلات ABCDEFGH كل الأقطار $[EC]$ و $[HB]$ و $[AG]$ و $[DF]$ متساوية و قيس كل قطر يساوي $\sqrt{AB^2+AE^2+AD^2}$
7) في الهرم المنتظم الأوجه الجانبية تمثل مثلثات متقايسة و كل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية رأس الهرم .
8) في الهرم المنتظم قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعي إرتفاعه و شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته $SA=SB=SC=SD=\sqrt{SO^2+OB^2}$

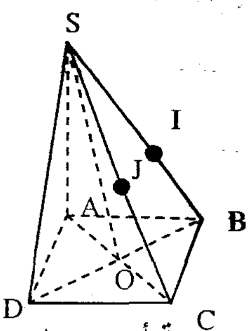


التمـــــارين

تمرين عدد01: نعتبر هرما SABCD قاعدته متوازي الأضلاع ABCD مركزه O . أجب بـ " صواب" أو "خطأ"



أ) (SBC) و (SAD) متقاطعان	
ب) (SB)⊥(ABC)	
ج) (ABC)//(SAD)	
د) (SA)//(SBC)	
هـ) (SO)⊥(ABC)	
و) (SO)//(SDC)	
ي) (ABC) و (SAD) متقاطعان	

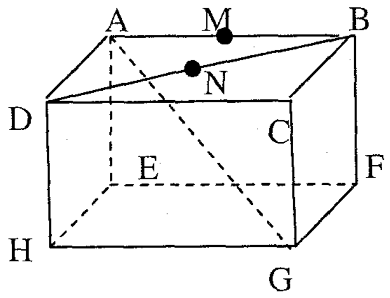


تمرين عدد 02: نعتبر هرما SABCD قاعدته المربع ABCD مركزه O و [SO] ارتفاعه

حيث I منتصف [SB] و J منتصف [SC]. ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

[، ❑ (IJ)⊥(SBA) ، (IJ) و (ABC) متقاطعان ❑ ،

2) $\square$ $SO=\sqrt{SA^2-\frac{AB^2}{2}}$ ، $\square$ $SO=\sqrt{SA^2-AB^2}$ ، $\square$ $SO=\sqrt{BA^2+AB^2}$



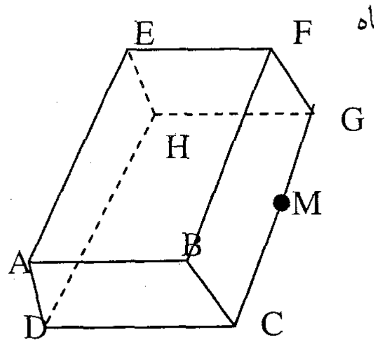
تمرين عدد 03: نعتبر متوازي المستطيلات ABCDEFGH

حيث M منتصف [AB] و N منتصف [DB] وليكن

$AB=a$ ، $BC=b$ و $AE=h$. ضع العلامة ☒ أمام المقترح الصحيح:

1) $\square$ $MN=\frac{a}{2}$ ، $\square$ $MN=\frac{b}{2}$ ، $\square$ $MN=\frac{h}{2}$ ،

2) $\square$ $AG=\sqrt{a^2+b^2-h^2}$ ، $\square$ $AG=\sqrt{a^2+b^2+h^2}$ ، $\square$ $AG=\sqrt{a^2+h^2-b^2}$



تمرين عدد 04: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ABCDEFGH قاعدتاه

في شكل شبه منحرف قائم. لتكن M نقطة من الحرف [CG].

1) أوجد (بدون تعليل) $(AC)\cap(FG)$ ، $(HD)\cap(AC)$ ،

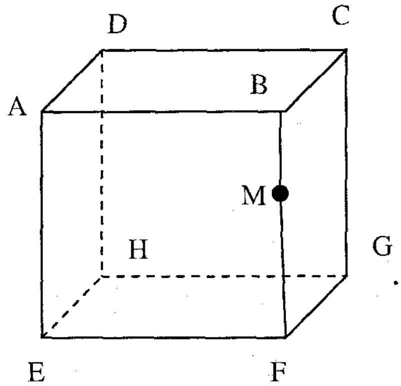
$(ACE)\cap(BF)$ ، $(EFG)\cap(ABC)$ و $(BFG)\cap(ADC)$

2) حدد على الشكل النقطة N تقاطع المستقيم (FM) و المستوى (ADC). علل جوابك.

3) بين أن $(AEG)//(BF)$

4) بين أن $(ABC)\perp(BF)$ واستنتج أن المستقيمين (BF) و (BD) متعامدان.

تمرين عدد 05: يمثل الرسم المصاحب مكعبا ABCDEFGH قيس طول حرفه 4cm و $M\in[BF]$



1) أكمل بـ: $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ أو $\not\subset$:

$H....(ABE)$; $(CM)....(CFG)$; $(EM)....(EFG)$; $B....(DHF)$

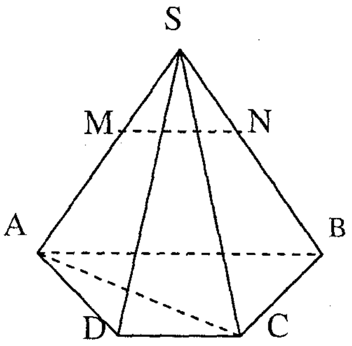
2) أ) بين أن المستقيمين (CM) و (FG) متقاطعين في نقطة نسميها K

ب) ما هي الوضعية النسبية لـ (CM) و (EFG) ثم (DCM) و (EFG)؟ علل جوابك.

3) بين $(AD)//(ICG)$

4) أ) بين أن المستقيم (CD) عمودي على المستوى (BCG).

ب) استنتج أن المثلث DCM قائم الزاوية.



تمرين عدد 06: لاحظ الشكل المقابل حيث $SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف $ABCD$ الذي قاعدتاه $[AB]$ و $[DC]$ ورأسه S و $(AC)\perp(BC)$ و $(SC)\perp(ABC)$ في النقطة C. لتكن M نقطة من $[AS]$.

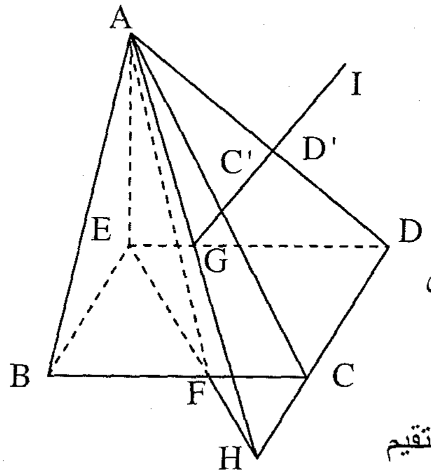
1) أتمم بـ: $\subset$ أو $\not\subset$ معللا جوابك: (MC).........(SCD) ; (MB)........(SAB)

2) أوجد $(SC)\cap(ABD)$ و $(SAD)\cap(ABC)$. علل جوابك.

3) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (SA) و (DC)؟ علل جوابك.

4) المستقيم المار من M والموازي لـ(AB) يقطع (SB) في N. بين أن $(MN)//(ADC)$

5) أ) أثبت أن $(BC)\perp(SAC)$ ، ب) استنتج أن المثلث BCM قائم الزاوية.



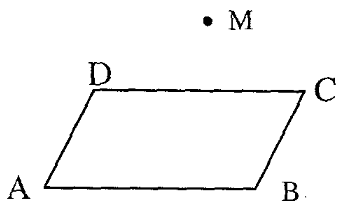
تمرين عدد 07: نعتبر هرما $ABCDE$ قاعدته متوازي الأضلاع $BCDE$.

1) لتكن النقطة C' منتصف $[AC]$ والنقطة D' منتصف $[AD]$.
بين أن المستقيمين $(C'D')$ و (EB) متوازيان.

2) لتكن F نقطة من $[BC]$ حيث $F\neq B$. بين أن المستقيم $(C'D')$ يقطع المستوى (AFE) في نقطة G. ابن النقطة G.

3) لتكن النقطة I مناظرة C' بالنسبة إلى D' في المستوى (ACD). بين أن المستقيم (BC') موازي لمستقيم (EI)

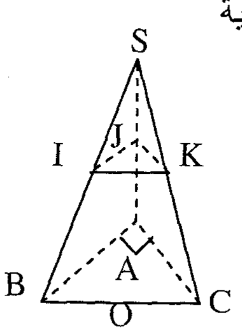
تمرين عدد 08: نعتبر الرسم الموالي حيث M نقطة لا تنتمي للمستوى الذي يكونه متوازي الأضلاع $ABCD$.



ارسم تقاطع المستويات

1) (MAB) و (MBC)

2) (MAB) و (MDC)



تمرين عدد 09: يمثل الشكل المصاحب هرما $SABC$ قاعدته مثلث ABC قائم الزاوية في A حيث $(SA)\perp(AB)$ و $(SA)\perp(AC)$.

1) ما هي الوضعية النسبية لـ(SA) و (BC)؟ علل جوابك

2) بين أن $(SA)\perp(ABC)$

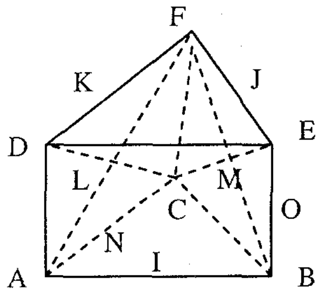
[BC]، بين أن المثلث OSA قائم الزاوية.

4) لتكن I منتصف $[SB]$ و J منتصف $[SA]$ و K منتصف $[SC]$.

أ) بين أن $(IJK)\perp(SA)$ ، ب) استنتج أن $(IJK)//(ABC)$

5) بين أن $(ABC)//(IJ)$

تمرين عدد 10: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ABCDEF قاعدته مثلث. لتكن I، J و K منصفات $[AB]$; $[EF]$ و $[DF]$ على التوالي .



1) بين أن المستقيمين (AJ) و (IK) متقاطعان

2) لتكن N منتصف $[AC]$ و O منتصف $[BE]$ ولتكن M مركز المستطيل FCBE و L مركز المستطيل DFCA.

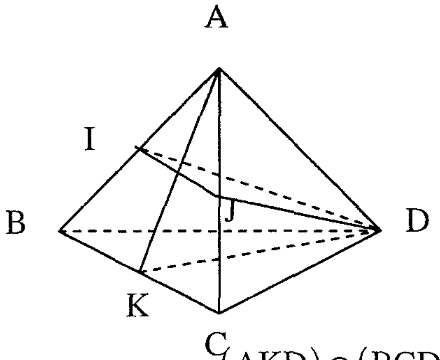
أ) بين أن المستقيم (LN) موازي للمستوى $(BCFE)$ وغير محتوى فيه.

استنتج أن المستقيمين (LN) و (OM) غير متقاطعين.

ب) بين أن المستقيمين (LN) و (MJ) متوازيان. استنتج أن (LN) و (MO) غير متوازيين.

ج) استنتج أن النقاط O، L، M و N لا تنتمي إلى نفس المستوى.

تمرين عدد 11: يمثل الشكل المصاحب هرما ثلاثيا ABCD كل أحرفه متقايسة حيث (IJ) و (BC) متوازيان و $I\in[AB]$ و $J\in[AC]$ و K منتصف $[BC]$.



1) ماذا يمثل $[AK]$ بالنسبة للمثلث ABC ؟ علل جوابك.

2) أثبت أن المستقيم (IJ) محتوى في المستوى (ABC)

3) أ) ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AK) والمستوى (BCD)؟

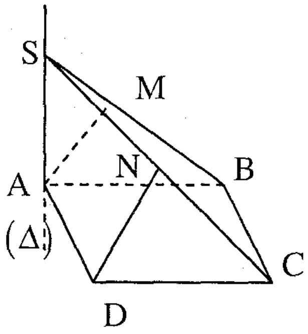
ب) ما هي الوضعية النسبية للمستويين (AKD) و (BCD)؟ ، ج) أوجد $(BCD)\cap(AKD)$

4) بين أن المستقيم (BC) موازي للمستوى (IJD)

5) أ) بين أن المستقيمين (BC) و (KD) متعامدان.

ب) استنتج أن المستقيم (BC) عمودي على المستوى (AKD)

تمرين عدد 12: نعتبر الرسم المصاحب حيث ABCD مربع ضلعه a و S نقطة تنتمي للمستقيم Δ العمودي على $(ABCD)$ والمار من A و $AS=a$. لتكن M منتصف $[SB]$.



1) أ) بين أن المستقيم (DC) والمستوى (ADS) متعامدان.

ب) استنتج أن المثلث SDC قائم الزاوية

2) بين أن المثلث DSB متقايس الضلعين قمته الرئيسية S

3) بين أن المستقيم (AD) والمستوى (SBC) متوازيان.

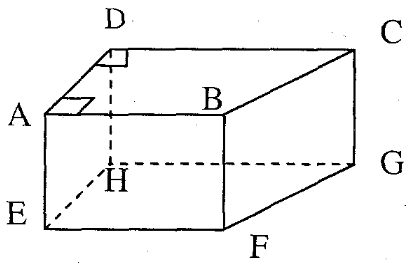
4) لتكن N نقطة تقاطع المستقيم (SC) والمستوى (AMD)

أ) بين أن المستقيمين (MN) و (AD) متوازيان ، ب) بين أن الرباعي AMND شبه منحرف قائم

ج) احسب مساحة شبه المنحرف AMND

تمرين عدد 13: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما قاعدته شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في A و D.

1) بين أن كل من المستقيمين (AB) و (BF) مواز للمستوى (DCG)



2) استنتج أن المستويين (DCG) و (ABF) متوازيان.

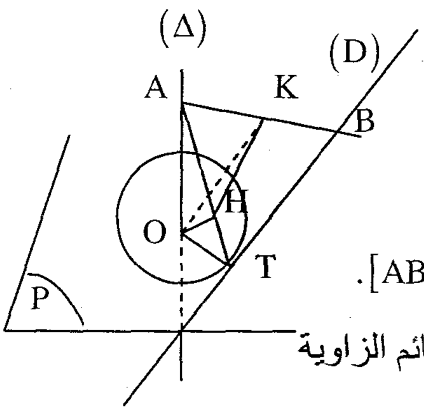
3) (BC) و (AD) يتقاطعان في نقطة I

أ) ما هي الوضعية النسبية لـ(BC) و (ADH) ؟

ب) حدد النقطة J تقاطع (FG) و (ADH)

ج) بين أن المستويين (ADH) و (BCG) متقاطعان وحدد مستقيم تقاطعهما.

تمرين عدد 14: نعتبر الشكل الموالي حيث ج دائرة مركزها O وشعاعها R. ليكن Δ المستقيم العمودي على المستوى P الذي تكونه الدائرة ج والمار من النقطة O. لتكن T نقطة من الدائرة ج و (D) هو المستقيم المماس لـج في النقطة T نعين على المستقيم Δ نقطة A حيث $OA = R$ وعلى المستقيم D نقطة B حيث $BT = 2R$.



1) بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوى (AOT)

2) لتكن H المسقط العمودي لـO على المستقيم (AT) ولتكن النقطة K منتصف [AB].

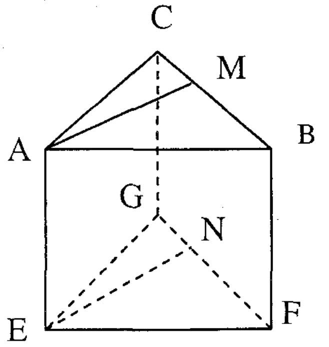
بين أن المستقيم (HK) عمودي على المستوى (AOT). استنتج أن المثلث OHK قائم الزاوية

3) لتكن النقاط E ; F و G منتصفات [OT] ; [OH] و [OK] على التوالي.

أ) بين أن المستوين (EFG) و (HKT) متوازيان ، ب) بين أن المستقيم (OH) عمودي على المستوى (EFG)

محيط المثلث OHK

تمرين عدد 15: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما ثلاثيا ABCEFG حيث ABC مثلث غير قائم الزاوية. لتكن M المسقط العمودي لـ A على (BC) و N المسقط العمودي لـ E على (FG)

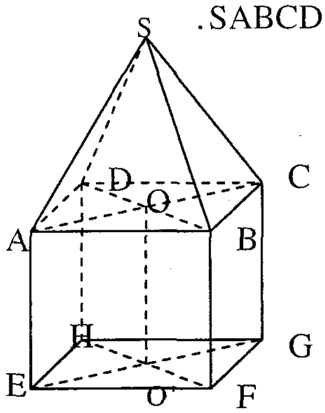


1) أ) أثبت تقايس المثلثين ACM و EGN

ب) استنتج أن CMNG مستطيل ثم أن (MN) و (AE) متوازيان.

2) بين أن (MN) عمودي على (ABC) وأن (MN) عمودي على (EFG)

تمرين عدد 16: يمثل الشكل المصاحب مكعبا ABCDEFGH وهرما منتظما SABCD.



O مركز ABCD و O' مركز EFGH

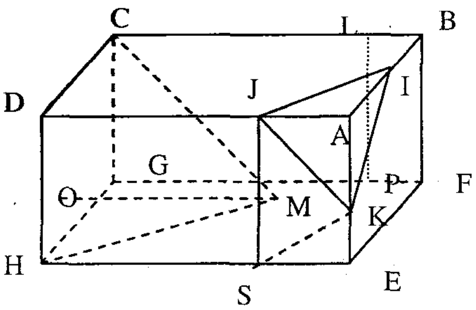
1) بين أن AEGC متوازي أضلاع

2) استنتج أن (AE) و (OO') متوازيان.

3) بين أن $(OO')\perp(ABC)$.

4) استنتج أن النقاط S؛ O' و O على استقامة واحدة.

تمرين عدد 17: ليكن متوازي المستطيلات ABCDEFGH حيث $AB = AE = 4$ و $AD = 6$ (وحدة القيس هي الصم).



لتكن I نقطة من قطعة المستقيم [AB] حيث $AI = x$.

لتكن J نقطة من [AD] و K نقطة من [AE] حيث $AI = AJ = AK$.

1) عبر بدلالة x عن V_1 حجم الهرم المنتظم AIJK

2) أ) بين أن المثلث IJK متقايس الأضلاع

ب) لتكن N المسقط العمودي لـ A على المستوى IJK. احسب AN

3) نعتبر المستوى (P) القاطع لمتوازي المستطيلات ABCDEFGH المار من J والموازي للمستوى (CDHG) حيث يقطع كل من (BC) في L و (GF) في P و (HE) في S. ارسم الشكل المتحصل عليه.

4) لتكن M نقطة من (P) و لتكن O المسقط العمودي لـ M على المستوى (CDHG) بين أن الرباعي JMOD مستطيل

5) لنعتبر V_2 حجم الهرم MCDHG. أ) عبر بدلالة x عن V_2

ب) في حالة $(x = 4)$ أثبت أن $V_1 = V_2$; ج) بين أن $V_1 - V_2 = \dfrac{(x-4)(x^2+4x+48)}{6}$;

ز حجم الهرم المنتظم AIJK حجم الهرم MCDHG.

فرض مراقبة عــ1ــدد

تمريـــن عــ01ـــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) العدد 98765430 قابل للقسمة على: ☐ 9 ؛ ☐ 15 ، ☐ 12

ب) $5.\underline{13}$ هو عدد: ☐ أصم ؛ ☐ حقيقي ، ☐ كسري

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) لكل عدد كسري كتابة عشرية دورية

ب) العدد $3^{19}-3^{18}$ قابل للقسمة على 6

تمريـــن عــ02ـــدد:

أ) ليكن العدد الصحيح الطبيعي $a=\overline{2x5y}$ حيث y رقم احا ده و x رقم مئاته أوجد x و y بحيث يكون العدد a قابلا للقسمة على 12 (أعط جميع الحلول)

ب) بين أن العدد $9\times5^{17}-5^{18}+14\times5^{15}$ يقبل القسمة على 15

تمريـــن عــ03ـــدد: أرسم مستقيما Δ مدرجا بمعين $(O;I)$ حيث $OI=1cm$.

أ) عين النقاط A ؛ B و C على Δ فاصلاتها على التوالي: $-\frac{5}{2}$; 3 و $\sqrt{2}$.

ب) احسب الأبعاد OA ; AB ; BC و AC

ج) حدد فاصلة النقطة M من المستقيم Δ إذا علمت أن $MC=3\sqrt{2}$ وفاصلة M موجبة.

تمريـــن عــ04ـــدد: ليكن $(O;I;J)$ معينا في المستوى حيث $(OI)\perp(OJ)$.

1) أ) عين النقطتين $A(-3;4)$ و $B(3;-4)$

ب) بين أن O منتصف $[AB]$

2) أ) عين النقطة M مناظرة B بالنسبة إلى (OJ)

ب) ما هي إحداثيات النقطة M؟

ج) بين أن A و M متناظرتان بالنسبة إلى (OI)

د) بين أن $(AM)//(OJ)$ هـ) استنتج طبيعة المثلث ABM

3) أ) عين النقطة N مناظرة M بالنسبة إلى O.

ب) ما هي احداثيات N ج) بين أن $AB=MN$

فرض مراقبة عـــ2ـــدد

تمريـــن عـــ01ـــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) إذا كان $A=-3\left(\sqrt{2}-\frac{2}{3}\right)-5\left(2-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$ فإن: ☐ $A=2\left(4-\sqrt{2}\right)$ ؛ ☐ $A=-2\left(4-\sqrt{2}\right)$ ، ☐ $A=-2\left(4+\sqrt{2}\right)$

ب) إذا كان $E=\left(a-\sqrt{2}\right)-\left(2\sqrt{2}+b\right)-\left(\frac{1}{3}-3\sqrt{2}\right)$ و $a-b=\frac{1}{3}$ فإن: ☐ $E=\frac{2}{3}$ ؛ ☐ $E=0$ ، ☐ $E=-\sqrt{2}$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) العدد $3\sqrt{2}+\sqrt{17}$ مقلوب العدد $3\sqrt{2}-\sqrt{17}$

ب) مهما يكن العددان الحقيقيان الموجبان a و b فإن: $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

تمريـــن عـــ02ـــدد: اختصر العبارات التالية: $a=\sqrt{32}-3\sqrt{50}-\frac{1}{2}\sqrt{18}$ ؛ $b=-2\sqrt{125}+\frac{3}{2}\sqrt{80}-\frac{2}{3}\sqrt{45}$

$c=\left|1-\sqrt{2}\right|-\left|2-\sqrt{2}\right|$ ؛ $d=\left|3.14-\pi\right|+\left[\pi-3.14\right]$

تمريـــن عـــ03ـــدد: 1) أوجد العدد الحقيقي x في كل من الحالات التالية:

$$x^2-1=0\ ;\ x^2=49\ ;\ \left|x+\sqrt{3}\right|=\sqrt{5}-\sqrt{3}\ ;\ \left|x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right|=0$$

2) نعتبر العددين $a=\sqrt{6}-\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

أ) بين أن a مقلوب b

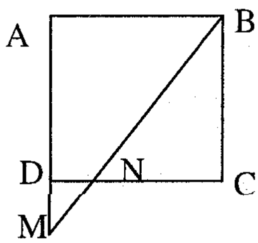
ب) احسب: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$; $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ و $\frac{a}{\sqrt{5}}+\frac{b}{\sqrt{6}}$

تمريـــن عـــ04ـــدد: (وحدة القيس هي الصنتيمتر)

1) ABC مثلث بحيث $AB=4$; $BC=6$ و I منتصف [AB]. المستقيم المار من I والموازي لـ(BC) يقطع (AC) في J.

أ) بين أن J منتصف [AC]

ب) احسب IJ.



2) لاحظ الرسم المقابل حيث ABCD مربع طول ضلعه 3 ؛ $MB=5$ و $DM=1$

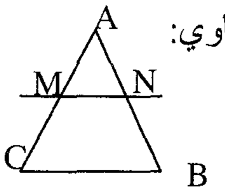
احسب: MN ; DN ; NC ; BN

فرض تــأليــفي عــ1ــدد

تمريــن عــ01ــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم: **وحدة القيس هي الصنتمتر**

أ) إذا كان $x \in IR_{-}$ فإن $\sqrt{x^2}$ يساوي: ❑ x ؛ ❑ $-x$ ، ❑ x^2

ب) لاحظ الشكل المقابل حيث $AM = 2$ ؛ $AC = 5$ و $BC = 3$ إذن MN يساوي:



❑ $\frac{5}{6}$ ؛ ❑ $\frac{5}{3}$ ، ❑ $\frac{6}{5}$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) ليكن a ؛ b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية، إذا كان a يقبل القسمة على b و c فإن a يقبل القسمة على bc

ب) كل عدد حقيقي له كتابة عشرية دورية هو عدد أصم

تمريــن عــ02ــدد: نعتبر العددين $a = \sqrt{245} + \sqrt{11} - 2\sqrt{20} - \sqrt{99}$ و $b = \sqrt{180} - 2\sqrt{11} + 2\sqrt{44} - 3\sqrt{5}$

أ) بين أن $a = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$ و $b = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{11}$

ب) بين أن a مقلوب b . ج) احسب $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

تمريــن عــ03ــدد: نعتبر العبارتين $A = x^2 - x\sqrt{5}$ و $B = \left(x - \sqrt{5}\right)(x+1) + x^2 - x\sqrt{5}$

أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارتين A و B

ب) احسب $|A|$ و $|B|$ إذا علمت أن $x = 2$. ج) أوجد العدد x إذا علمت أن $A = B$

تمريــن عــ04ــدد: ارسم قطعة مستقيم $[AB]$ حيث $AB = 9$ ثم عين عليها النقطتين M و N بحيث $\frac{BN}{4} = \frac{MN}{3} = AM$. احسب MN

تمريــن عــ05ــدد: **وحدة القيس هي الصنتمتر**

$ABCD$ متوازي أضلاع حيث $AB = 3$ ؛ $AD = 4$ و I منتصف $[BC]$.

1) المستقيمان (BD) و (AI) يتقاطعان في O. بين أن $\frac{OI}{OA} = \frac{1}{2}$

2) المستقيمان (DI) و (AB) يتقاطعان في J.

أ) بين أن $\frac{JA}{JB} = 2$

ب) بين أن $\frac{JB}{...} = 1$ ثم استنتج أن B منتصف $[AJ]$. ج) بين أن I منتصف $[DJ]$.

قل المثلث ADJ

فرض مــراقبة عـــ3ـــدد

وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريـــن عـــ01ـــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) مهما يكن العدد الصحيح النسبي n فإن $\dfrac{2\sqrt{2}^{\,n-2}\times\sqrt{6}^{\,1-n}}{\sqrt{3}^{\,-n}}$ يساوي : ❑ $2\sqrt{3}$ ؛ ❑ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ، ❑ $\sqrt{6}$

ب) إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB=3$ ؛ $AC=4$ و $[AH]$ ارتفاعه فإن AH يساوي:

❑ $\dfrac{6}{5}$ ؛ ❑ $\dfrac{9}{5}$ ، ❑ $\dfrac{12}{5}$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) ليكن a ; b ؛ c و d أربعة أعداد حقيقية ، إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $ac\leq bd$

ب) إذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه $\sqrt{2}$ فإن قيس طول ارتفاعه $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

تمريـــن عـــ02ـــدد: 1) احسب العبارات التالية: $a=3\left(\sqrt{2}\right)^{-4}-2\left(\sqrt{3}\right)^{-2}-\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{-1}$

$$b=\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^{3}\times\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-2}\times3^{-1}+\left(\sqrt{3}\right)^{-4}$$

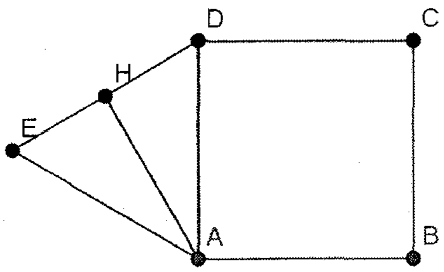
2) نعتبر العددين $x=\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{3}}{\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-1}}$ و $y=\sqrt{75}-2\sqrt{12}+\sqrt{48}$

أ) بين أن $x=3\sqrt{5}$; $y=5\sqrt{3}$

ب) قارن بين x و y

ج) استنتج مقارنة بين $-\dfrac{1}{x}$ و $-\dfrac{1}{y}$

تمريـــن عـــ03ـــدد:



لاحظ الشكل المقابل حيث $ABCD$ مربع طول ضلعه 3 ;

H منتصف $[DE]$ و ADE مثلث متقايس الأضلاع.

احسب AC و AH

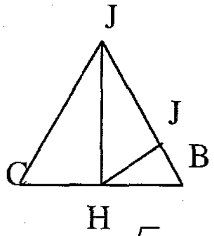
تمريـــن عـــ04ـــدد: $ABCD$ مستطيل حيث $AB=8$; $AD=5$ و M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AD]$ حيث

$AN=AM=3$

MN و NC . ب)بين أن المثلث MNC قائم الزاوية.

فرض مـراقبة عـ4ـدد

وحدة القيس هي الصنتمتر



تمريـن عـ01ـدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) $\left(3\sqrt{2}-7\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)$ يساوي : ☐ -225 ؛ ☐ -226 ، ☐ -227

ب) في الرسم المقابل ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 3 و $[AH]$ ارتفاعه

و J المسقط العمودي لـ H على (AB) إذن HJ يساوي ☐ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ؛ ☐ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، ☐ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) ليكن a و b عددين حقيقين ، إذا كان $a^2<b^2$ فإن $a<b$

ب) إذا كان $a\in\mathbb{R}_-$ فإن $-a^{2n+1}\in\mathbb{R}_-$ حيث $n\in\mathbb{Z}$

تمريـن عـ02ـدد: 1) نعتبر العددان الحقيقيان a و b حيث $b>1$ و $0<a<1$.

أ) بين أن $\frac{b}{1+a}<\frac{a}{1+b}$ ؛ ب) قارن بين $\frac{a+b}{4}$ و $\frac{ab}{a+b}$

2) نعتبر العددين $x=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ و $y=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

أ) احسب xy ثم استنتج أن x مقلوب y

ب) احسب $(x+y)^2$ ثم استنتج $x+y$

ج) احسب: $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$

تمريـن عـ03ـدد: ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB=x$ و $AC=x+2$ حيث $x\in\mathbb{R}_+^*$.

بين أن $BC=\sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2+1}$

تمريـن عـ04ـدد: نعتبر الدائرة (ع) مركزها O وقطرها $[AB]$ حيث $AB=10$ و M نقطة من (ع) حيث $AM=6$

1) أ) بين أن المثلث ABM قائم الزاوية

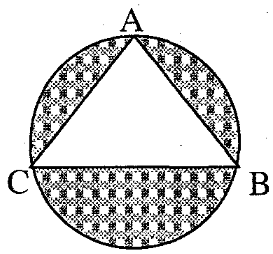
ب) احسب BM

2) لتكن H المسقط العمودي لـ H على (AB). احسب MH و HO

فرض تـأليفـــي عــ2ــدد

وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريــن عــ01ــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:



أ) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ يساوي: ☐ $\sqrt{2}-1$ ؛ ☐ $\sqrt{2}+1$ ، ☐ $1-\sqrt{2}$

ب) لاحظ الشكل التالي حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 4 و ج الدائرة المحيطة به شعاعها 2. إذن المساحة المشطوبة تساوي :

☐ $4\left(\pi-\sqrt{2}\right)$ ؛ ☐ $2\left(\pi-\sqrt{3}\right)$ ، ☐ $4\left(\pi-\sqrt{3}\right)$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ عـدد صحيح طبيعي

ب) إذا كان $a\in IR_-$ فإن: $\sqrt{a^2}=a$

تمريــن عــ02ــدد: نعتبر العددين $a=\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ؛ $b=\sqrt{3}-2$

أ) بين أن $a<0$ و $b<0$

ب) بين أن $a^2-b^2=4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$

ج) قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{10}$ ثم استنتج مقارنة بين a و b

تمريــن عــ03ــدد: 1) a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا حيث $a+b=10$ و $ab=1$

أ) احسب $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$ ثم استنتج $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

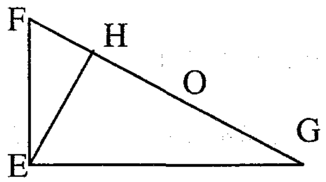
ب) احسب $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

2) نعتبر العبارة $E=x^2-\left(7-4\sqrt{3}\right)$ حيث $x\in IR$

أ) احسب E إذا كان $x=-\sqrt{7}$

ب) انشر $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$

ج) فكك E إلى جذاء عوامل.



تمريــن عــ04ــدد: لاحظ الرسم المقابل حيث EFG مثلث قائم الزاوية في E و [EH] ارتفاعه و O منتصف [FG] و $EH=2$ و $HO=\frac{3}{2}$.

احسب EO ; FG ; EF و EG.

تمريــن عــ05ــدد: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $BC=3$ و $AB=2.5$.

1) أ) ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى A

ب) بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C

ج) احسب DC

2) لتكن H المسقط العمودي لــ A على (DC)

أ) بين أن H منتصف [DC] ; ب) احسب AH.

فرض مــراقبة عــ5ــدد
وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريــن عــ01ــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) حل المعادلة $2x^2+2\sqrt{2}x+1=0$ في IR هو : ❑ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ؛ ❑ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، ❑ $-\sqrt{2}$

ب) رباعي محدب قطراه متعامدان في منتصفهما هو : ❑ مربع ؛ ❑ مستطيل ، ❑ معين

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) العدد $\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة $x^2-2=0$ في $\mathbb{Q}$

ب) رباعي محدب قطراه متعامدان و متقايسان هو مربع

تمريــن عــ02ــدد: 1) نعتبر العبارة $A=\frac{1}{4}x^2-x-1$ حيث $x\in IR$

أ) بين أن $A=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-2$

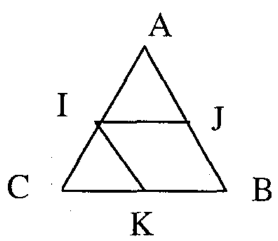
ب) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل ج) حل في IR المعادلة $A=0$

2) نعتبر العدد الحقيقي x حيث $x\in]-3;-1[$

أ) بين أن $x+5\neq 0$

ب) بين أن $\frac{2(x+2)}{x+5}=2-\frac{6}{x+5}$ ج) استنتج حصرا لـ $\frac{2(x+2)}{x+5}$

تمريــن عــ03ــدد: لاحظ الرسم المقابل حيث ABC مثلث والنقاط I؛ J و K منتصفات كل من [AC]؛ [AB] و [BC] على التوالي.



1) بين أن IJBK متوازي أضلاع

2) نعتبر $AB=x$ ؛ $BC=x+1$ و $AC=x+2$ حيث $x>0$

أ) بين أن $x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

ب) فكك العبارة x^2-2x-3 إلى جذاء عوامل؛ ج) ابحث عن x ليكون الرباعي IJBK مستطيل

تمريــن عــ04ــدد: ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB=4$ و $AC=3$

أ) ابن النقطتين E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A

الرباعي BCEF؟ ; ج) احسب مساحة الرباعي BCEF ومحيطه .

فرض مـــراقبة عـــ6ـــدد

تمريـــن عــ01ـــدد: 1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) مجموعة حلول المتراجحة $2(x+1)^2 \leq 8\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1\right)$ هي : ❑ $]-\infty;8[$ ؛ ❑ $]4;+\infty[$ ، ❑ IR

ب) مهما يكن العدد الحقيقي x فإن $|x|>2$ يعني

❑ $x\in]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ ؛ ❑ $x\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ ، ❑ $x\in]-2;2[$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) التواتر التراكمي يساوي ناتج ضرب التكرار التراكمي في التكرار الجملي

ب) كل مستقيم عمودي على مستوفي نقطة هو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوى والمارة من تلك النقطة.

تمريـــن عــ02ـــدد: نعتبر العبارة $A=x^2-2\sqrt{2}x-3$ حيث $x\in IR$

أ) احسب A في حالة $x=(1+\sqrt{2})$

ب) بين أن $A=(x-\sqrt{2})^2-5$

ج) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

د) حل في IR المعادلة $A=0$

هـ) حل في IR المتراجحة $A>(x-\sqrt{5})^2$

تمريـــن عــ03ـــدد: يمثل الجدول التالي الأعداد التي تحصل عليها 25 تلميذ في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات:

العدد من 20	7	9	10	12	15	18
عدد التلاميذ	2	3	6	8	5	1
التواترات بالنسبة المائوية						
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية						

1) أكمل الجدول

2) احسب معدل القسم في هذا الفرض

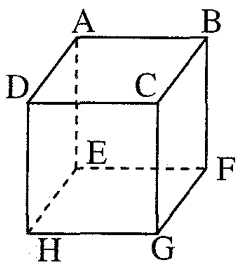
3) احسب مدى هذه السلسلة الإحصائية

4) ما هو مدى هذه السلسلة الإحصائية؟

5) ارسم مضلع التواترات لهذه السلسلة الإحصائية

6) ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية

تمريـن عـــ04ــدد: لاحظ الرسم المقابل حيث ABCDEFGH مكعب طول حرفه 4



1) أ) بين أن المثلث ACG قائم الزاوية في C

ب) احسب AC و AG

2) لتكن I منتصف [BF] و J منتصف [HG]

أ) بين أن المثلث IFJ قائم الزاوية في F

ب) احسب FJ و IJ

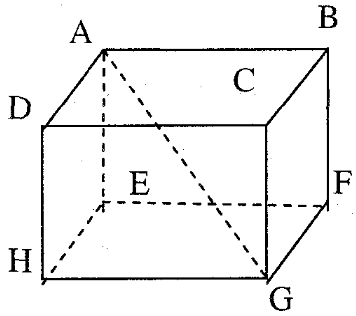
فرض تـــأليــفي عــ3ــدد

وحدة القيس هي الصنتمتر

تمريـــن عـــ01ـــدد:

1) ضع العلامة ☒ أمام المقترح السليم:

أ) 8 تلاميذ تحصلوا على الأعداد التالية: 9؛ 10؛ 12؛ 13؛ 15؛ 16؛ 18 و 19. تواتر الذين تحصلوا على أعداد بين 11 و 17 يساوي: ❑ 40% ؛ ❑ 60% ، ❑ 50%.



ب) لاحظ الرسم المقابل حيث ABCDEFGH متوازي مستطيلات و $AB = a$; $BC = b$ و $AE = h$ إذن: AG يساوي:

❑ $\sqrt{a^2+b^2-h^2}$ ؛ ❑ $\sqrt{a^2+b^2+h^2}$ ، ❑ $\sqrt{a^2+h^2-b^2}$

2) أجب بصواب أو خطأ:

أ) المتراجحة $x^2+2x+1<0$ لها حلول في IR

ب) كل رباعي له ضلعان متتاليان متقايسان وقطراه متعامدان هو معين

تمريـــن عـــ02ـــدد:

كيس يحتوي على 8 كويرات: 3 زرقاء و 5 حمراء نسحب كويرتان الواحدة تلو الأخرى دون النظر إليهما وكل مرة نرجع الكويرة المسحوبة

أ) أوجد عدد إمكانيات السحب

ب) ما هو احتمال سحب كويرتين زرقاويتين؟

ج) ما هو احتمال سحب كويرتين حمراويتين؟

د) ما هو احتمال سحب كويرتين لهما نفس اللون؟

هـ) ما هو احتمال سحب كويرتين مختلفتين في اللون؟

تمريـــن عـــ03ـــدد:

يمثل الجدول التالي توزيعا لتلاميذ السنة التاسعة بإحدى المدارس الإعدادية حسب أعدادهم المتحصلين عليها في الفرض التأليفي لمادة الرياضيات.

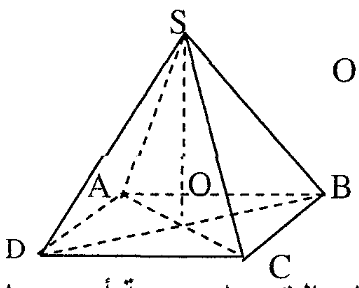
العدد من 20	$]5;0]$	$]10;5]$	$]15;10]$	$]20;15]$
عدد التلاميذ	20	60	100	70
التواترات بالنسبة المائوية				
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية				

أ) أكمل الجدول

ب) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية بمخطط المستطيلات وارسم مضلع التواترات التراكمية

ج) استنتج موسط هذه السلسلة الإحصائية.

تمريـــن عـــ04ـــدد: يمثل الرسم المقابل هرما SABCD منتظما قاعدته مربع مركزه O وارتفاعه $[SO]$ حيث $AB = 3$ و $SO = 6$



1) أ) بين أن المثلث SOA قائم الزاوية في O

2) لتكن I منتصف $[SA]$ و J منتصف $[SB]$

أ) بين أن $(IJ)//(ABC)$

ب) احسب IJ

3) لتكن H المسقط العمودي لـO على $[SB]$. أحسب OH

تمريـن عـ05ــدد: لاحظ الرسم المقابل حيث $ABCD$ شبه منحرف قائم و $AB=5$ ؛ $DC=7$ ؛ $AD=3$ و $AM=NC=x$ $(0<x<5)$

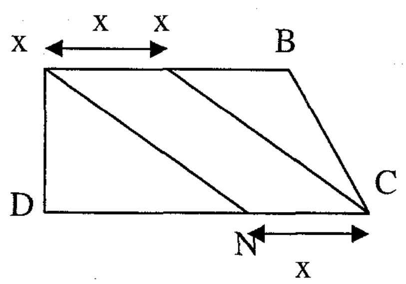
1) بين أن $AMCN$ متوازي أضلاع.

2) نعتبر S_1 مساحة المثلث ADN و S_2 مساحة الرباعي $AMCN$ و S_3 مساحة المثلث BMC.

أ) احسب بدلالة x S_1 ; S_2 و S_3

ب) ابحث عن x لتكون مساحة المثلث ADN مساوية لمساحة الرباعي $AMNC$.

ج) ابحث عن مجموعة الأعداد x لتكون مساحة المثلث BMC أكبر من مساحة الرباعي $AMCN$.



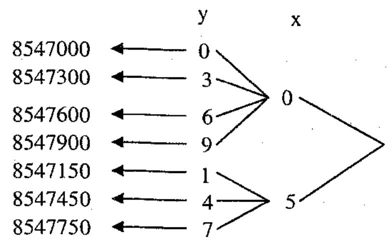
تمريـــن عـــ01ــدد: أ) خطأ (2 و 4 ليسا أولين فيما بينهما) ؛ ب) صواب (5 و 9 أوليان فيما بينهما)
ج) صواب (7 و 11 أوليان فيما بينهما) ؛ د) خطأ (3 و 24 ليسا أولين فيما بينهما)
هـ) صواب (مجموع أرقامه 12 إذا يقبل القسمة على 3 وبما أنه يقبل القسمة على 5 فإنه يقبل القسمة على 15)
و) خطأ (4 يقسم 12 و 6 يقسم 12 $4\times6=24$ لا يقسم 12) **ملاحظة**: يكون الجواب صحيحا في حالة p و m أوليان فيما بينهما.

تمريـــن عـــ02ــدد:
أ) ☒ يقبل القسمة على 4 (لأن العدد المتكون من رقميه الأخيرين 48 يقبل القسمة على 4)
ب) ☒ يقبل القسمة على 15 (لأنه يقبل القسمة على 3 و 5) ؛ ج) ☒ $a=84$ ($a=\frac{420\times14}{70}=84$)
د) $x=5$ (a يقبل القسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 أي إذا كان رقم آحاده (0 أو 5) .
ومجموع أرقامه من مضاعفات 3. لذا $x=2$ أو $x=5$ أو $x=8$ وبما أن x عدد فردي فإن $x=5$)

تمريـــن عـــ03ــدد:

العدد \ يقبل القسمة على	2	3	4	5	6	8	12	15	25
639084	x	x	x		x		x		
324075		x		x				x	x
1314072	x	x	x		x	x	x		
697800	x	x	x	x	x	x	x	x	x

تمريـــن عـــ04ــدد: يكون العدد a قابلا للقسمة على 6 إذا كان قابلا للقسمة على 2 و 3 ويكون قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من آحاده وعشراته (x0) قابلا للقسمة على 25 لذا القيم الممكنة لـ x هي 0 أو 5 وبما أن رقم آحاده " 0 " فهو يقبل القسمة على 2 بقي أن يكون قابلا للقسمة على 3 لذا يجب أن تكون مجموع أرقامه من مضاعفات 3:إذن القيم الممكنة للعدد a هي:
8547000؛ 8547300؛ 8547600 ؛ 8547900 ؛ 8547150؛
8547450؛ 8547750



تمريـــن عـــ05ــدد: يكون العدد b قابلا للقسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 ويكون قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من آحاده وعشراته (yx) من مضاعفات 4 لذا يكون العدد b قابلا للقسمة على 15 و 4 إذا كان قابلا للقسمة على 3؛ 4 و 5
أي إذا كان رقم آحاده "0" ومجموع أرقامه من مضاعفات 3 والعدد المتكون من آحاده وعشراته من مضاعفات 4 وفي هاته الحالة فإن $x=0$ و $y=4$ وبالتالي: $b=65109840$

تمريـــن عـــ06ــدد: يكون العدد x قابلا للقسمة على 12 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 4 ويكون قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من آحاده وعشراته ومئاته (10b) من مضاعفات 8 يعني العدد 10b يقبل القسمة على 8
ومجموع أرقام العدد x من مضاعفات 3. وفي هاته الحالة فإن ($b=4$) و ($a=1$ أو $a=4$ أو $a=7$) وبالتالي القيم الممكنة للعدد x هي: 96781104؛ 96784104؛ 96787104

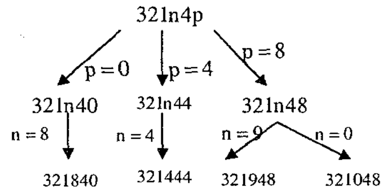
الإصلاح

...: يكون العدد y قابلا للقسمة على 12 و 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 4 و 5 أي إذا كان رقم ... أرقامه من مضاعفات 3 والعدد المتكون من آحاده وعشراته (ab) من مضاعفات 4 لذا $(b=0)$ و

إذن القيم الممكنة للعدد y هي: 19758720 ؛ 19758780

...: ليكون A قابلا للقسمة على 4 الإمكانيات هي: 321n40 ؛ 321n44 ؛ 321n48 ويكون عدد قابل للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه قابلا للقسمة على 9.

إذن $(n;p)=(9;8)$ ؛ $(n;p)=(4;4)$ ؛ $(n;p)=(8;0)$ أو $(n;p)=(0;8)$



تمريـن عـ09ـدد:

$X=3^{59}+3^{58}+3^{57}+3^{56}=3^{56}(3^3+3^2+3+1)=3^{56}\times(27+9+3+1)=3^{56}\times40=3\times3^{55}\times4\times5=2\times3\times4\times5\times3^{55}$

إذن العدد X يقبل القسمة على 3؛ 4 و 5 وبالتالي فهو يقبل القسمة على 12 و 15.

تمريـن عـ10ـدد: $Y=21b+14=7\times3b+7\times2=7\times(3b+2)$

11 يقسم Y يعني 11 يقسم العدد $7\times(3b+2)$ وبما أن 11 و 7 أوليان فيما بينهما إذن حسب مبرهنة قوس فإن 11 يقسم العدد $3b+2$

تمريـن عـ11ـدد: أ) لدينا a يقسم b و c لذا يوجد عددين صحيحين طبيعيين n و p حيث $b=na$ و $c=pa$ إذن $a+b+c=a+na+pa=a(1+n+p)$ وبالتالي a يقسم $a+b+c$.

ب) لدينا 3 يقسم a و 5 يقسم b لذا يوجد عددان صحيحان طبيعيان n و p حيث $b=5n$ و $a=3p$ إذن $5a+3b=5\times3p+3\times5n=15p+15n=15(p+n)$ وبالتالي 15 يقسم $5a+3b$

تمريـن عـ12ـدد:

أ) لدينا $3a+12=3(a+4)$ و $11b+22=11(b+2)$ لذا $11b+22=3a+12$ يعني $3(a+4)=11(b+2)$ إذن 3 يقسم العدد $11(b+2)$ وبما أن 3 و 11 أوليان فيما بينهما إذن حسب مبرهنة قوس فإن 3 يقسم العدد $b+2$

ب) لدينا $3(a+4)=11(b+2)$ لذا 11 يقسم العدد $3(a+4)$ وبما أن 11 و 3 أوليان فيما بينهما إذن حسب مبرهنة قوس فإن 11 يقسم العدد $a+4$

تمريـن عـ13ـدد: لدينا a يقبل القسمة على $21=3\times7$ لذا يوجد عدد صحيح طبيعي n حيث $a=n\times21$ إذن $X=a-63=n\times21-3\times21=21(n-3)$ وبالتالي العدد X يقبل القسمة على 21

ب) لدينا $21\times10^6-63=21000000-63=20999937$ ؛ 21×10^6 يقبل القسمة على 21 إذن حسب السؤال "أ" العدد 20999937 يقبل القسمة على 21.

تمريـن عـ14ـدد: أ) لدينا $a=550=2\times5^2\times11$ و $b=441=3^2\times7^2$ لذا $1=$ ق.م.أ$(a;b)$

ب) لدينا a و b أوليان فيما بينهما ($1=$ ق.م.أ$(a;b)$) والعدد x يقبل القسمة على a و b إذن x يقبل القسمة على $a\times b=441\times550=242550$

تمريـن عـ15ـدد: لدينا م.م.أ$(x;y)\times$ق.م.أ$(x;y)=x\times y$ لذا $3720=$ م.م.أ$(x;y)\times2$

إذن $1860=\frac{3720}{2}=$ م.م.أ$(x;y)$

ب) نعتبر M مجموعة المضاعفات المشتركة للعددين x و y والأصغر من 14900

$M=\{0;1860;3720;5580;7440;9300;11160;13020;14880\}$ إذن كم $(M)=9$

تمريـن عـ16ـدد: 1) $15=$ق.م.أ$(120;p)$ و $120=2^3\times3\times5=2^3\times15$ و p غير مضاعف لـ2 إذن $p=15$ أو $p=15\times3$ أو $p=15\times5$ إذن $p\in\{15;45;75\}$

2) $D_{84}=\{1;2;3;4;6;7;8;12;14;21;42;84\}$ ؛

$84=2^2\times3\times7$; $12=2^2\times3$; $7=7$; $14=2\times7$; $21=3\times7$; $42=2\times3\times7$

إذن $84=$ م.م.أ$(12;q)$ يعني $q=7$ أو $q=14$ أو $q=21$ أو $q=42$ أو $q=84$.

تمريـن عـ17ـدد: 1) $D_{15}=\{1;3;5;15\}$ إذن كم $(D_{15})=4$ ؛ $D_{25}=\{1;5;25\}$ إذن كم $(D_{25})=3$ ؛

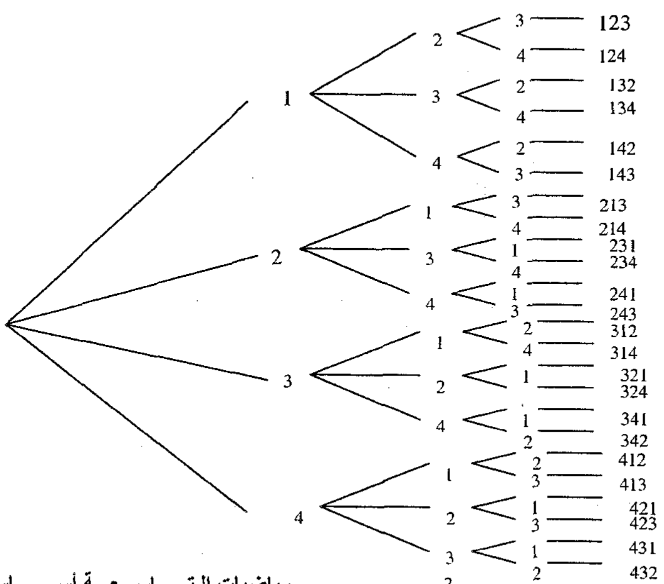
$D_{15}\cap D_{25}=\{1;25\}$ إذن كم$(D_{15}\cap D_{25})=2$

كم $(D_{15}\cup D_{5})$ يساوي $5=4+3-2=$ كم$(D_{15}\cap D_{25})-$كم$(D_{15})+$كم (D_{25})

2) لتكن A: مجموعة التلاميذ الذين اختصاصهم كرة القدم إذن 16 = كم (A)، B: مجموعة التلاميذ الذين اختصاصهم كرة اليد إذن 12 = كم (B) ؛ $A\cap B$: مجموعة التلاميذ الذين اختصاصهم كرة القدم واليد في نفس الوقت إذن 4 = كم $(A\cap B)$، $A\cup B$: مجموعة التلاميذ الذين اختصاصهم كرة القدم أو اليد

إذن كم $(A\cup B)$: $16+12-4=24=$ كم $(A\cap B)-$كم$(B)+$كم (A)

تمريـن عـ18ـدد: ننجز شجرة الاختيار للتعرف على مجموعة الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام مختلفة باستعمال الأرقام: 1؛2؛3 و 4



عدد الإمكانيات هو 24

دد:

1) ; (1;7) ; (1;9) ; (3;5) ; (3;7) ; (3;9) وعددها 6.

1;6) ; (2;5) ; (2;9) ; (3;8) ; (4;7) وعددها 5.

ج) الثنائيات هي: (1;5) ; (2;5) ; (2;6) ; (3;5) ; (3;6) ; (3;7) ; (4;5) ; (4;6) ; (4;7);(4;8) وعددها 10

تمرين عدد 20:

أ) نعتبر xy العدد الفردي المتكون من رقمين حيث y رقم آحاده و x رقم عشراته لذا $x \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ و $y \in \{1;3;5;7;9\}$ إذن عدد الأعداد الفردية المتكونة من رقمين هو $5\times9=45$ وبالتالي كَمْ $(A)=45$

ب) نعتبر abc عددا زوجيا متكونا من 3 أرقام حيث c رقم آحاده و b رقم عشراته و a رقم مئاته حيث b من مضاعفات 3 لذا $c\in\{0;2;4;6;8\}$ ؛ $b\in\{0;3;6;9\}$ و $a\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. إذن عدد الأعداد الزوجية المتكونة من 3 أرقام حيث رقم عشراتها من مضاعفات 3 هو $5\times4\times9=180$ وبالتالي كَمْ $(B)=180$

ج) إذا كان عدد مجموع أرقامه يساوي 12 فهو يقبل القسمة على 3 وبالتالي لا يمكنه أن يكون عددا أوليا. إذن لا توجد أعداد أولية مجموع أرقامها يساوي 12 وبالتالي كَمْ $(c)=0$

تمرين عدد 21:

1) أ) $E=\{25470;67944;1479;91170;81720;793140;5733\}$ إذن كَمْ $(E)=7$

ب) $F=\{67944;73508;81720;793140\}$ إذن كَمْ $(F)=4$

ج) $G=\{25470;91170;81720;13475;793140:4715\}$ إذن كَمْ $(G)=6$

2) أ) يكون عدد قابل للقسمة على 12 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 4 إذن $H=E\cap F=\{67944;81720;793140\}$ وبالتالي كَمْ $(H)=3$

ب) يكون عدد قابل للقسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 إذن $I=E\cap G=\{25470;91170;81720;793140\}$ إذن كَمْ $(I)=4$

ج) لدينا $J=E\cup F$ إذن كَمْ (J) يساوي كَمْ $(E\cap F)-$ [كَمْ (E)+كَمْ (F)] يساوي $8=3-11=3-(7+4)$

تمرين عدد 22: إمكانيات السحب $(a;b)$؛$(a;c)$؛ $(a;d)$؛ $(b;c)$؛ $(b;d)$؛$(d;c)$ إذن عدد إمكانيات السحب هو 6.

تمرين عدد 23:

1) لدينا 47 عدد أولي لذا لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى 1 إذن يمكن تكوين 47 فريق وبكل فريق لاعب واحد أو تكوين فريق واحد به 47 لاعب.

2) نحصل على إمكانية لتكوين الفريق بنقصان عنصر في كل مرة ولدينا 6 أشخاص فإننا نحصل على 6 إمكانيات

تمرين عدد 24: 1)عدد المثلثات التي يمكن رسمها هو 10 وهي:

CDE ; BDE ; BCE ; BCD ; ADE ; ACE ; ACD ; ABE ; ABD ; ABC

تمرين عدد 25: عدد إمكانيات الاختيار هو 20 وهي:

(يوسف – مرام – أبرار)	(يوسف – مرام – بسام)	(يوسف – مرام – فتحي)	(يوسف – مرام – حياة)
(يوسف – أبرار – بسام)	(يوسف – أبرار – فتحي)	(يوسف – أبرار – حياة)	(يوسف – بسام – فتحي)
(يوسف – بسام – حياة)	(يوسف – فتحي – حياة)	(مرام – أبرار – بسام)	(مرام – أبرار – فتحي)
(مرام – أبرار – حياة)	(مرام – بسام – فتحي)	(مرام – بسام – حياة)	(مرام – فتحي – حياة)
(أبرار – بسام – فتحي)	(أبرار – بسام – حياة)	(أبرار – فتحي – حياة)	(بسام – فتحي – حياة)

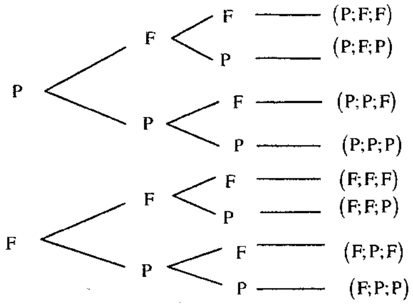
تمرين عدد 26:

1) أنظر شجرة الاختيارات

2) عدد الإمكانيات: 1 ؛ 3) عدد الإمكانيات: 4

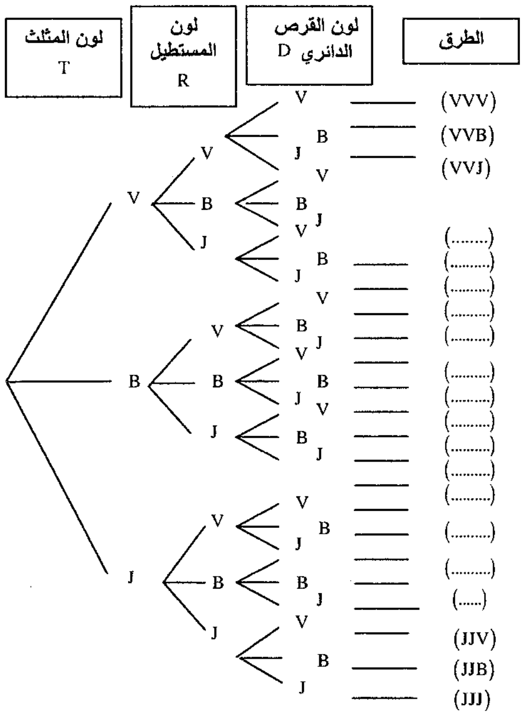
4) عدد الإمكانيات:3 ؛ 5) عدد الإمكانيات: 2

6) كل الاحتمالات 8

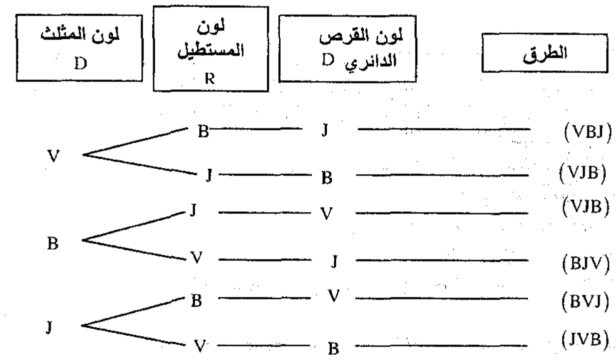


تمرين عدد 27:

(1



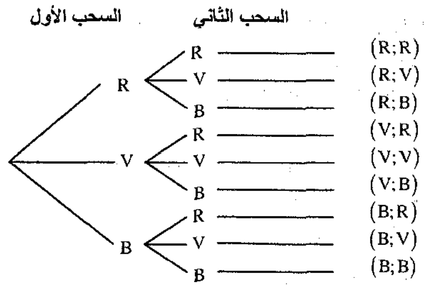
إمكانيات التلوين هي: $3\times3\times3=27$



إذن عدد إمكانيات التلوين هي 6

تمريـن عــ28ــدد:

1) عدد الإمكانيات هو 9



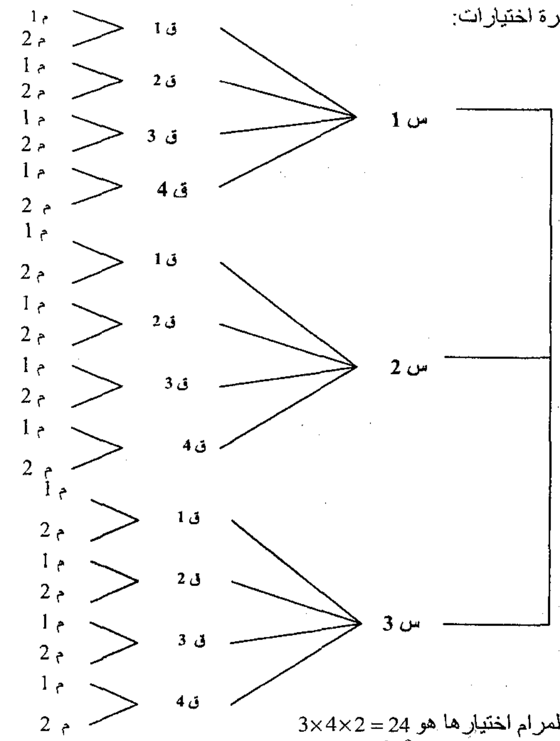
2) 1 ؛ 3) 3 ؛ 4) 6

طريقة ثانية

سحب ثاني / سحب أول	R	V	B
R	(R;R)	(R;V)	(R;B)
V	(V;R)	(V;V)	(V;B)
B	(B;R)	(B;V)	(B;B)

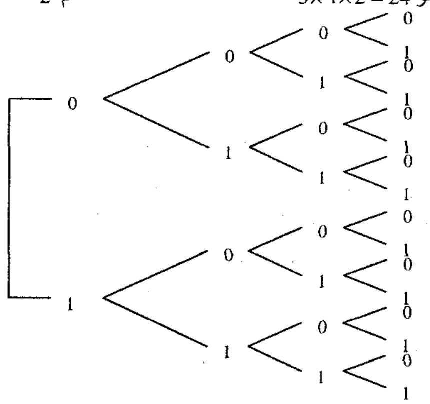
عدد الإمكانيات هو 9.

تمريـن عــ29ــدد: يمكن أن نستعمل شجرة اختيارات:



وبالتالي عدد الكساوي الممكنة التي يمكن لمرام اختيارها هو $3\times4\times2 = 24$

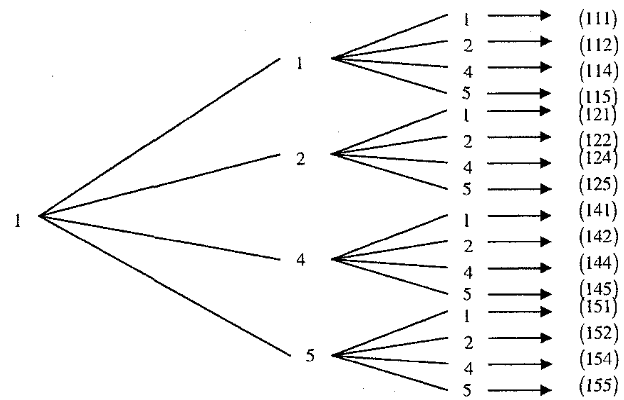
تمريـن عــ30ــدد:



إذن هناك 16 رمزا.

:ـد

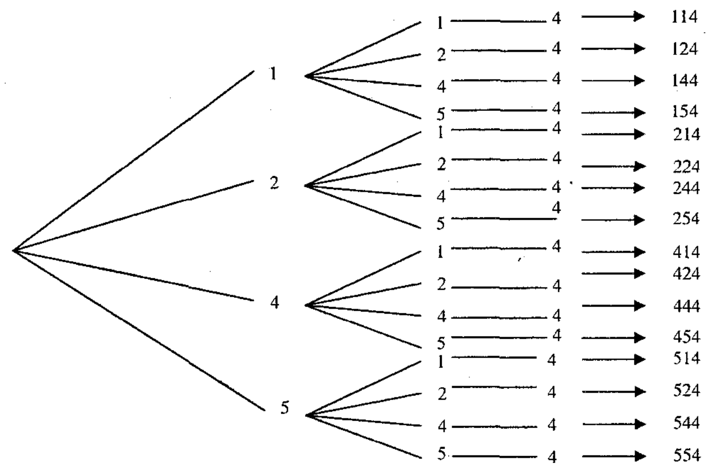
الأعداد رقم الآحاد رقم العشرات رقم المئات



إذا كان رقم المئات 1 فإن عدد الإمكانيات 16: وبالتالي نتحصل على $16\times4=64$ عدد

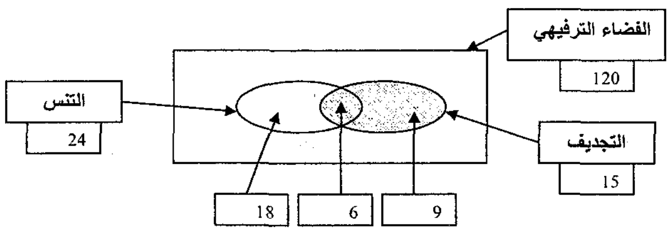
(2

الأعداد رقم الآحاد رقم العشرات رقم المئات



هناك 16 عدد

تمريـن عــ32ــدد:



2) أ) عدد الذين لا يمارسون كلتا الرياضتين : $120-(18+6+9)=87$

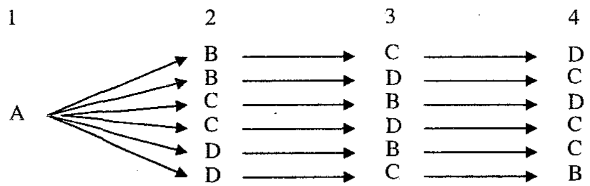
ب) 18 هو عدد الأشخاص الذين يلعبون التنس فقط.

ج) عدد الأشخاص الذين يمارسون رياضة واحدة على الأقل هو $120-87=33$ أو $18+6+9=33$

تمريـن عــ33ــدد: نتحصل على شجرة الاختيار التالية للمواقع إذا وضعنا الرقم (1) في الموقع A إذن توجد 6 إمكانيات

إمكانيات في هذه الحالة ونفس العدد في كل حالة إذا وضعنا (2) ؛ (3) أو (4) في الموقع الأول.

وبالتالي يكون عدد الإمكانيات هو" $6\times4=24$



تمريـن عــ34ــدد:

عدد الإمكانيات: $5\times4\times3=60$

أ) خطأ ، ب) صواب ، ج) خطأ ، د) صواب ، هـ) خطأ ، و) خطأ ، ي) صواب

1) ☒ أصم، 2) ☒ كسري ،3) ☒ عشري ،4) ☒ $x=\sqrt{5}$ ، 5) ☒ $a=\pi^2$

$\frac{1}{3}=0.\underline{3}$ ؛ $\frac{12}{11}=1.\underline{09}$ ، $\frac{64}{11}-2=5.\underline{81}-2=3.\underline{81}$ ، $\frac{2}{3}+1=0.\underline{6}+1=1.\underline{6}$ ،

$\frac{10}{11}-1=0.\underline{90}-1=-0.\underline{09}$ ، $4-\frac{14}{3}=4-4.\underline{6}=-0.\underline{6}$ ،

تمريـن عــ04ــدد: 1) $\sqrt{0.04}=0.2\in A$ ، $\frac{\sqrt{64}}{4}=\frac{8}{4}=2\in A$ ، $2.\underline{6}\notin A$ ، $3.14\notin A$ ، $-\frac{5}{3}=-1.\underline{6}\in A$

$\left\{-\sqrt{2};\frac{126}{2}=6.24;\frac{2}{10}=0.2\right\}\subset A$ ، $\left\{2.\underline{63};-2;-\frac{\sqrt{3}}{5}\right\}\not\subset A$ ، $A\not\subset\mathbb{Q}$ ، $A\subset IR$

2) $A\cap\mathbb{Q}=\left\{-\frac{5}{3};2.\underline{63};\sqrt{0.04};6.24;\frac{\sqrt{64}}{4}\right\}$ ، $A\cap ID=\left\{\sqrt{0.04};6.24;\frac{\sqrt{64}}{4}\right\}$ ، $A\cap IN=\left\{\frac{\sqrt{64}}{4}\right\}$ ،

$A\cap\mathbb{Z}=\left\{\frac{\sqrt{64}}{4}\right\}$ ، $A\cap IR=A$ ، $A\cap IR_+=\left\{\pi;2.\underline{63};\sqrt{0.04};6.24;\frac{\sqrt{64}}{4}\right\}$ ، $A\cap IR_-=\left\{-\sqrt{2};-\frac{5}{3};-\frac{\pi}{3};-\frac{\sqrt{3}}{5}\right\}$

تمريـن عــ05ــدد: 1) $\frac{23}{11}=2.\underline{09}$

2) $\frac{12}{11}=\frac{23}{11}-1=2.\underline{09}-1=1.\underline{09}$ ، $\frac{34}{11}=\frac{23}{11}+1=2.\underline{09}+1=3.\underline{09}$ ، $\frac{45}{11}=\frac{23}{11}+2=2.\underline{09}+2=4.\underline{09}$

تمريـن عــ06ــدد: 1) $3<\frac{11}{3}=3.\underline{6}<4$ ، 2) القيمة التقريبية بالنقصان لرقمين بعد الفاصل للعدد $\frac{11}{3}$ هي 3.66

3) القيمة التقريبية بالزيادة برقمين بعد الفاصل للعدد $\frac{11}{3}$ هي 3.67

تمريـن عــ07ــدد:

$\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$ ؛ $\sqrt{\frac{1}{121}}=\frac{1}{11}$ ؛ $\sqrt{\frac{0.49}{0.01}}=\frac{0.7}{0.1}=7$ ؛ $\sqrt{\frac{144}{169}}=\frac{12}{13}$ ؛ $\sqrt{\frac{x^2}{9}}=\frac{x}{3}$ ؛ $\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{11}{2}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

$\sqrt{\frac{3^2+4^2}{36}}=\sqrt{\frac{9+16}{36}}=\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$ ، $\sqrt{2+\sqrt{49}}=\sqrt{2+7}=\sqrt{9}=3$ ، $\sqrt{32+\sqrt{11+\sqrt{25}}}=\sqrt{32+\sqrt{16}}=\sqrt{32+4}=\sqrt{36}=6$

تمريـن عــ08ــدد: 1) $2009=3\times669+2$ إذن للحصول على 2009 رقم بعد الفاصل في الكتابة $23,\underline{123}$ نكتب 669 دورا ثم يكون الرقم الثاني 2 من الدور الموالي وبالتالي الرقم الذي رتبته 2009 بعد الفاصل في الكتابة $23,\underline{123}$ هو 2.

2) $257=2\times128+1$ إذن للحصول على 257 رقما بعد الفاصل في الكتابة $15,\underline{24}$ نكتب 128 دورا ثم يكون الرقم الأول 2

من الدور الموالي وبالتالي الرقم الذي رتبته 257 بعد الفاصل هو 2.

3) $2010=3\times670$ إذن للحصول على 2010 رقم بعد الفاصل في الكتابة $9,\underline{321}$ نكتب 670 دورا إذن الرقم الثالث تكون رتبته 2010 و هو 1

تمريـن عــ09ــدد: $203=3\times67+2$ إذن الرقم الذي رتبته 203 في الكتابة $11,\underline{xyz}$ هو y وبالتالي $y=5$

$688=3\times229+1$ إذن الرقم الذي رتبته 688 في الكتابة $11,\underline{xyz}$ هو x وبالتالي $x=3$

$858=3\times286$ إذن الرقم الذي رتبته 858 في الكتابة $11,\underline{xyz}$ هو z وبالتالي $z=7$ إذن: $11,\underline{xyz}=11,\underline{357}$

تمريـن عــ10ــدد: * $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$ ، * $x^2=0.09$ يعني $x=0.3$ أو $x=-0.3$ ،

* $x^2=\frac{121}{4}$ يعني $x=\frac{11}{2}$ أو $x=-\frac{11}{2}$ ، * $x^2=5$ يعني $x=\sqrt{5}$ أو $x=-\sqrt{5}$ ؛

* $x^2=169$ يعني $x=13$ أو $x=-13$ ، * $x^4=16$ يعني $x^2=4$ يعني $x=2$ أو $x=-2$

* $x^4=49$ يعني $x^2=7$ وبالتالي $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

تمريـن عــ11ــدد: * $\sqrt{x}=15$ يعني $x=15^2=225$ ؛ * $\sqrt{x}=23$ يعني $x=23^2=529$

* $\sqrt{x+9}=7$ يعني $x+9=7^2=49$ يعني $x=49-9=40$

* $\sqrt{x-11}=11$ يعني $x-11=11^2=121$ وبالتالي $x=121+11=132$

* $\sqrt{1+\sqrt{x}}=2$ يعني $1+\sqrt{x}=4$ يعني $\sqrt{x}=4-1=3$ يعني $x=9$

* $\sqrt{6+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=3$ يعني $6+\sqrt{2+\sqrt{x}}=9$ يعني $\sqrt{2+\sqrt{x}}=3$ يعني $2+\sqrt{x}=9$ يعني $\sqrt{x}=7$ وبالتالي $x=49$.

تمريـن عــ12ــدد: $1.41<1.\underline{41}<\sqrt{2}<1.73<\sqrt{3}<1.\underline{73}<3.14<3.\underline{14}<\pi$

تمريـن عــ13ــدد: 1) $\frac{19}{11}=1.\underline{72}$; $\frac{14}{11}=1.\underline{27}$; $\frac{3}{11}=0.\underline{27}$

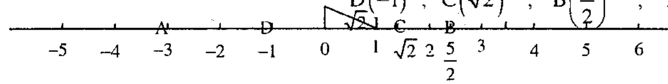
2) $1.\underline{72}+0.\underline{27}=\frac{19}{11}+\frac{3}{11}=\frac{22}{11}=2$ ؛ $1.\underline{72}+1.\underline{27}=\frac{19}{11}+\frac{14}{11}=\frac{33}{11}=3$

تمريـن عــ14ــدد: * $317-2=315=3\times105$ إذن الرقم الذي رتبته 317 في الكتابة $31.73\underline{abc}$ هو c وبالتالي $c=1$.

* $415-2=413=3\times137+2$ إذن الرقم الذي رتبته 415 في الكتابة $31.73\underline{abc}$ هو b وبالتالي $b=6$

* $504-2=502=3\times167+1$ إذن الرقم الذي رتبته 504 في الكتابة $31.73\underline{abc}$ هو a وبالتالي $a=9$.إذن $31.73\underline{abc}=31.73\underline{961}$

1 ($A(-3)$; $B\left(\frac{5}{2}\right)$; $C(\sqrt{2})$; $D(-1)$



2) $AB=|x_B-x_A|=\left|\frac{5}{2}-(-3)\right|=\left|\frac{5}{2}+3\right|=\left|\frac{11}{2}\right|=\frac{11}{2}$ * ؛ $BC=|x_C-x_B|=\left|\sqrt{2}-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}-\sqrt{2}$ *

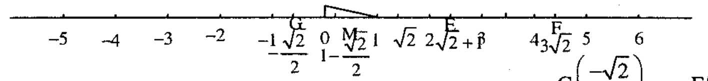
* $DC=|x_C-x_D|=|\sqrt{2}-(-1)|=|\sqrt{2}+1|=\sqrt{2}+1$ ؛ * $CI=|x_I-x_C|=|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$

3) لدينا $A(-3)$ و E مناظرة A بالنسبة إلى O إذن $E(3)$

4) لدينا $B\left(\frac{5}{2}\right)$ و F مناظرة B بالنسبة إلى I إذن $F\left(-\frac{1}{2}\right)$

5) لدينا $D(-1)$ و $C(\sqrt{2})$ و G منتصف $[DC]$ إذن $x_G=\frac{x_D+x_C}{2}=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$

تمريـن عـ16ـدد:



1) $E(\sqrt{2}+1)$; $F(3\sqrt{2})$; $G\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

2) $EF=|x_F-x_E|=|3\sqrt{2}-(\sqrt{2}+1)|=|3\sqrt{2}-\sqrt{2}-1|=|2\sqrt{2}-1|=2\sqrt{2}-1$

$FG=|x_G-x_F|=\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}\right|=\left|\frac{-\sqrt{2}-6\sqrt{2}}{2}\right|=\left|-\frac{7\sqrt{2}}{2}\right|=\frac{7\sqrt{2}}{2}$

$EG=|x_G-x_E|=\left|-\frac{\sqrt{2}}{2}-(\sqrt{2}+1)\right|=\left|\frac{-3\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}-1\right|=\left|-\frac{3\sqrt{2}}{2}-1\right|=\frac{3\sqrt{2}}{2}+1$

3) لدينا $G\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ و $GM=1$ لذا $\left|x_M-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right|=1$ يعني $\left|x_M+\frac{\sqrt{2}}{2}\right|=1$ يعني $x_M+\frac{\sqrt{2}}{2}=1$ أو $x_M+\frac{\sqrt{2}}{2}=-1$

يعني $x_M=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $x_M=-1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ وبما أن، $x_M>0$ فإن $x_M=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ إذن $M\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

تمريـن عـ17ـدد: نعتبر V حجم المخروط: $V=\frac{5^2\times\pi\times13}{3}=\frac{25\times3.14\times13}{3}=340.1\underline{6}cm^3$. القيمة التقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ V هي $340.167\ cm^3$.

تمريـن عـ18ـدد: S هي المساحة المشطوبة، $S=\frac{\pi\times7^2}{3}-\frac{11\times4}{2}=51.28\underline{6}-22=29.28\underline{6}\ cm^2$. القيمة التقريبية بالنقصان بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـS هي $29.286\ cm^2$.

تمريـن عـ01ـدد: * $-0.1-\frac{3}{5}=-\frac{1}{10}-\frac{6}{10}=\frac{-1-6}{10}=-\frac{7}{10}$ ، * $-\frac{5}{3}+\frac{4}{9}=-\frac{15}{9}+\frac{4}{9}=\frac{-15+4}{9}=-\frac{11}{9}$

* $1.2-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{12}{10}+\frac{5}{10}=\frac{17}{10}$ ، * $-\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{11}\right)=-\frac{44}{77}+\left(-\frac{7}{77}\right)=\frac{-44-7}{44}=-\frac{51}{77}$

* $\frac{11}{2}+\left(\frac{9}{2}-3.4\right)=\left(\frac{11}{2}+\frac{9}{2}\right)-3.4=\frac{20}{2}-3.4=6.6$

* $-\frac{1}{7}-\left(\frac{6}{7}+\frac{13}{11}\right)=\left(-\frac{1}{7}-\frac{6}{7}\right)-\frac{3}{11}=-\frac{7}{7}-\frac{3}{11}=-\frac{11}{11}-\frac{3}{11}=-\frac{14}{11}$

* $\left(17-\frac{5}{4}\right)-\frac{15}{4}=17-\left(\frac{5}{4}+\frac{15}{4}\right)=17-\frac{20}{4}=17-5=12$ ، * $\left(\frac{16}{9}+\frac{19}{17}\right)-\left(\frac{7}{9}+\frac{19}{17}\right)=\frac{16}{9}-\frac{7}{9}=\frac{9}{9}=1$

* $-\frac{2}{7}+\frac{5}{11}-\frac{1}{7}+\frac{1}{22}=\left(-\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{5}{11}+\frac{1}{22}\right)=-\frac{3}{7}+\left(\frac{10}{22}+\frac{1}{22}\right)=-\frac{3}{7}+\frac{11}{22}=-\frac{3}{7}+\frac{1}{2}=-\frac{6}{14}+\frac{7}{14}=\frac{1}{14}$

* $\left(\frac{1}{15}-13.7\right)-\left(\frac{1}{30}-13.7\right)=\frac{1}{15}-\frac{1}{30}=\frac{2}{30}-\frac{1}{30}=\frac{1}{30}$

تمريـن عـ02ـدد:

$E=(x-\pi)-\left(\frac{1}{2}+x\right)-\left(\frac{3}{4}-\pi\right)-1=x-\pi-\frac{1}{2}-x-\frac{3}{4}+\pi-1=-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}-1=-\frac{2}{4}-\frac{3}{4}-\frac{4}{4}=-\frac{9}{4}$

$F=\left(\sqrt{2}-2x+\frac{2}{3}\right)-\left(3\sqrt{2}-5x-\frac{5}{6}\right)-\left(-2\sqrt{2}+3x-1\right)=\sqrt{2}-2x+\frac{2}{3}-3\sqrt{2}+5x+\frac{5}{6}+2\sqrt{2}-3x+1$

$=\left(\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)+(-2x+5x-3x)+\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+1\right)=0+0+\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$

$G=\pi-(\sqrt{2}-1)-\left[2-(\sqrt{2}-\pi-1)\right]-\frac{3}{2}=\pi-\sqrt{2}+1-2+(\sqrt{2}-\pi-1)-\frac{3}{2}=$

$\pi-\sqrt{2}+1-2+\sqrt{2}-\pi-1-\frac{3}{2}=-2-\frac{3}{2}=-\frac{7}{2}$

تمريـن عـ03ـدد: (1 $A=\frac{1}{2}$ ☒ ، (2 $B=\sqrt{7}-\frac{1}{2}$ ☒ ، (3 $C=0$ ☒

تمريـن عـ04ـدد:

$A=x-\left[(y-z)-(x-y)\right]-(z+x)+2y=x-(y-z)+(x-y)-(z+x)+2y=x-y+z+x-y-z-x+2y=x$

$B=x-(y-x-z)+y-(x-z)+y-(x-y)=x-y+x+z+y-x+z+y-x+y=2y+2z$

$C=y-(x-1)-\left[z-(y-1)\right]+\left[x-(1-z)\right]=y-(x-1)-z+(y-1)+x-(1-z)$

$=y-x+1-z+y-1+x-1+z=2y-1$

1) $E=\left(x-\sqrt{2}-\pi\right)-\left[-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\pi\right)-x\right]-\left(x-\pi\right)$

$=\left(x-\sqrt{2}-\pi\right)+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\pi\right)+x-\left(x-\pi\right)=x-\sqrt{2}-\pi+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\pi+x-x+\pi$

$=\left(x+x-x\right)+\left(-\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)+\left(-\pi-\pi+\pi\right)+\sqrt{3}=x+0+\left(-\pi\right)+\sqrt{3}=x-\pi+\sqrt{3}$

$F=-\left(\sqrt{5}+x+\pi\right)+\left[-\left(-\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)+\pi\right]-\left(\sqrt{3}-\pi\right)$

$=-\sqrt{5}-x-\pi+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\pi-\sqrt{3}+\pi=\left(-\sqrt{5}+\sqrt{5}\right)+\left(-x\right)+\left(-\pi+\pi+\pi\right)+\left(-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)$

$=0+\left(-x\right)+\pi+\left(-2\sqrt{3}\right)=-x+\pi-2\sqrt{3}$

2) $F=-\left(E+\sqrt{3}\right)$ إذن $-\left(E+\sqrt{3}\right)=-E-\sqrt{3}=-\left(x-\pi+\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}=-x+\pi-\sqrt{3}-\sqrt{3}=-x+\pi-2\sqrt{3}=F$

3) $x=\pi+1$ ، $E=-\left(\pi+1\right)-\pi+\sqrt{3}=-2\pi-1+\sqrt{3}$

$F=-x+\pi-2\sqrt{3}=-\left(\pi+1\right)+\pi-2\sqrt{3}=-\pi-1+\pi-2\sqrt{3}=\left(-\pi+\pi\right)-1-2\sqrt{3}=-1-2\sqrt{3}$

4) $F=-\sqrt{3}+\pi$ ، يعني $-x+\pi-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}+\pi$ ، يعني $-x=-\sqrt{3}+2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ وبالتالي $x=-\sqrt{3}$

تمرين عـ06ـدد:

$A=\left(-\frac{1}{2}\right)\times4-2\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times5+5\times\left(-\frac{3}{10}\right)=\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\times4\right]-\left[2\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times5\right]+\left[5\times\left(-\frac{3}{10}\right)\right]$

$=(-2)-\left(-\frac{45}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=(-2)+\frac{45}{2}-\left(\frac{3}{2}\right)=-2+\frac{42}{2}=(-2)+21=19$

$C=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{7}\times(-5)+\left(-\frac{2}{21}\right)\times\frac{3}{2}-(-0.4)\times\frac{10}{7}=\left[\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{7}\times(-5)\right]+\left[-\frac{2}{21}\times\frac{3}{2}\right]-\left[(-0.4)\times\frac{10}{7}\right]$

$=\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(-\frac{4}{7}\right)=\frac{4}{7}+\left(-\frac{1}{7}\right)+\frac{4}{7}=\frac{7}{7}=1$

$D=\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{\pi}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sqrt{8}\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)=\left[\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{\pi}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]-\left[\sqrt{8}\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)\right]$

$=\left[\left(-\frac{\pi}{\pi}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}\right)\right]-\left[\left(-\frac{\pi}{\pi}\right)\times\left(\frac{\sqrt{8}\times\left(-\sqrt{2}\right)}{2}\right)\right]=\left[(-1)\times(-1)\right]-\left[(-1)\times\frac{2\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)}{2}\right]$

$=1-\left[(-1)\times\frac{(-2)\times2}{2}\right]=1-2=-1$

تمرين عـ07ـدد: 1) $a=\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{3}$.

$E=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}=2-3-\sqrt{6}\times\sqrt{6}=2-3-6=-7$

2) $a=\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{2}$.

$E=\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}=\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{6}\times\sqrt{6}=-\sqrt{6}\times\sqrt{6}=-6$

3) $a=b=\sqrt{2}$.

$E=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2-\sqrt{6}-2\sqrt{6}=2-3\sqrt{6}$

4) $a=-\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$.

$E=\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{3}\right)-\left(-\sqrt{2}\right)\times\left(-\sqrt{3}\right)\times\sqrt{6}=-2-(-3)-\sqrt{6}\times\sqrt{6}=-2+3-6=-5$

5) $a=b=-\sqrt{3}$

$E=\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{3}\right)-\left(-\sqrt{3}\right)\times\left(-\sqrt{3}\right)\times\sqrt{6}=-\sqrt{6}+3-3\times\left(\sqrt{6}\right)=3-4\sqrt{6}$

تمرين عـ08ـدد: 1) $\boxtimes$ A مقلوب B ، 2) $\boxtimes$ $Y=Z$

تمرين عـ09ـدد: $A=\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{18}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$B=2\sqrt{20}+5\sqrt{5}-\sqrt{45}=2\times2\sqrt{5}+5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=4\sqrt{5}+5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

$C=-3\sqrt{3}+4\sqrt{12}-7\sqrt{75}=-3\sqrt{3}+4\times2\sqrt{3}-7\times5\sqrt{3}=-3\sqrt{3}+8\sqrt{3}-35\sqrt{3}=-30\sqrt{3}$

$D=-\sqrt{28}-\sqrt{63}+7\sqrt{7}=-2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+7\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

تمرين عـ10ـدد: $E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{10}+\frac{10}{10}-\frac{5}{10}\right)=\frac{2}{3}\times\left(\frac{9}{10}\right)=\frac{3}{5}$

$F=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}+2-3-\sqrt{6}=2-3=-1$

$H=\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+3\right)-5\left(1-\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}\times\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5+5\sqrt{5}=5+3\sqrt{5}-5+5\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

$N=3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-2\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)$

$=3\left[\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right]$

$-2\left[\sqrt{7}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times\sqrt{6}+\sqrt{6}\times\sqrt{7}-\sqrt{6}\times\sqrt{6}\right]$

$=3\left(3+\sqrt{6}-\sqrt{6}-2\right)-2\left(7-\sqrt{42}+\sqrt{42}-6\right)=3\times1-2\times1=3-2=1$

تمرين عـ11ـدد:

$X=a\left(\frac{3}{2}-b\right)+b\left(a-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}(a-b)$

$=\left(\frac{3}{2}\times a-ab\right)+\left(ab-\frac{3}{2}b\right)-\left(\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}b\right)$

$=\frac{3}{2}a-ab+ab-\frac{3}{2}b-\frac{3}{2}a+\frac{3}{2}b=\left(\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}a\right)+(ab-ab)+\left(\frac{3}{2}b-\frac{3}{2}b\right)=0+0+0=0$

$Y=\left(a-\frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4}-b\right)+(a-b)\left(\frac{5}{4}-a\right)=\left(\frac{5}{4}a-ab-\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}+\frac{5}{4}b\right)+\left(\frac{5}{4}a-a\times a-\frac{5}{4}b+ab\right)$

$=\frac{5}{4}a-ab-\frac{25}{16}+\frac{5}{4}b+\frac{5}{4}a-a^2-\frac{5}{4}b+ab=\left(\frac{5}{4}a+\frac{5}{4}a\right)+(ab-ab)+\left(\frac{5}{4}b-\frac{5}{4}b\right)-a^2-\frac{25}{16}$

$=\frac{5}{2}a+0+0-a^2-\frac{25}{16}=-a^2+\frac{5}{2}a-\frac{25}{16}$

$T=(a-b)\left(\frac{4}{5}-a\right)-(b-a)\left(a-\frac{4}{5}\right)=\left(\frac{4}{5}a-a^2-\frac{4}{5}b+ab\right)-\left(ab-\frac{4}{5}b-a^2+\frac{4}{5}a\right)$

$=\frac{4}{5}a-a^2-\frac{4}{5}b+ab+\frac{4}{5}b+a^2-\frac{4}{5}a-ab$

$$= \left(\frac{4}{5}a - \frac{4}{5}a\right) + \left(a^2 - a^2\right) + \left(\frac{4}{5}b - \frac{4}{5}b\right) + \left(ab - ab\right) = 0 + 0$$

:

$$xy = \left(5+2\sqrt{6}\right)\left(5-2\sqrt{6}\right) = 5\times5 - 10\sqrt{6} + 10\sqrt{6} - 4\sqrt{6}\times\sqrt{6} = 25 + 0 - (4\times6)$$

إذن x مقلوب y .

2) $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{y} = \frac{1}{x.y} = \frac{1}{1} = 1$

3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy} = \frac{y+x}{1} = y+x = 5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6} = 10$

4) $\frac{1}{x}-\frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} = \frac{y-x}{1} = y-x = \left(5-2\sqrt{6}\right)-\left(5+2\sqrt{6}\right) = 5-2\sqrt{6}-5-2\sqrt{6} = -4\sqrt{6}$

تمرين عـ13ـدد:

$A = (x-1)\left[(3x+1)+(2x+3)\right] = (x-1)(5x+4)$

$B = 2\pi x - 4x\sqrt{2} = 2x\left(\pi - 2\sqrt{2}\right)$

$C = \pi\sqrt{5} - 5 = \pi\sqrt{5} - \sqrt{5}\times\sqrt{5} = \sqrt{5}\left(\pi - \sqrt{5}\right)$

$D = 2(x+2)\sqrt{3} - 3 = 2(x+2)\sqrt{3} - \sqrt{3}\times\sqrt{3} = \sqrt{3}\left(2x+4-\sqrt{3}\right)$

$E = \sqrt{7}(x+1) - 2x - 2 = \sqrt{7}(x+1) - 2(x+1) = (x+1)\left(\sqrt{7}-2\right)$

$F = \left(x-\sqrt{7}\right)(x+5) - (x+4)\left(\sqrt{7}-x\right) = \left(x-\sqrt{7}\right)(x+5) + (x+4)\left(x-\sqrt{7}\right)$

$= \left(x-\sqrt{7}\right)\left[(x+5)+(x+4)\right] = \left(x-\sqrt{7}\right)(2x+9)$

تمرين عـ14ـدد:

$$X = \frac{1-\frac{1}{3}}{2-\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\times\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$Y = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times2} = \frac{1}{2}$$

$$Z = \frac{1-\sqrt{2}}{\frac{1}{1+\sqrt{2}}} = \left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right) = 1+\sqrt{2}-\sqrt{2}-2 = 1-2 = -1$$

$$T = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}}\times\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}\times\frac{2}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}$$

$$= 1\times\frac{2}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2}{3-2} = 2$$

تمرين عـ15ـدد:

$$A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{5} + \frac{3}{2}\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right) - \left(\frac{13}{2}\sqrt{7} - \frac{7}{2}\sqrt{5}\right) = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{5} + \frac{3}{2}\sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{13}{2}\sqrt{7} + \frac{7}{2}\sqrt{5}$$

$$= \left(9\sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{7} - \frac{13}{2}\sqrt{7}\right) + \left(-2\sqrt{5} + \frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{7}{2}\sqrt{5}\right) = 4\sqrt{7} + 3\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{125} + \sqrt{28} - \frac{2}{3}\sqrt{63} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{25\times5} + \sqrt{4\times7} - \frac{2}{3}\sqrt{9\times7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{25}\times\sqrt{5} + \sqrt{4}\times\sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{9}\times\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$= 5\sqrt{5} + 2\sqrt{7} - \frac{2}{3}\times3\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = 5\sqrt{5} + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = 5\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{7}} = 5\sqrt{5} + \frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = 5\sqrt{5} + \frac{1}{7}\sqrt{7}$$

$$C = \frac{\sqrt{7}+1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{7} - \frac{1}{5}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = \frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{3}{10}\sqrt{5}$$

$$D = \frac{\sqrt{448}}{14} + \frac{\sqrt{35}+1}{\sqrt{7}} - \frac{5\sqrt{180}}{2} = \frac{\sqrt{64\times7}}{14} + \frac{\sqrt{7\times5}+1}{\sqrt{7}} - 5\frac{\sqrt{36\times5}}{2} = \frac{\sqrt{64}\times\sqrt{7}}{14} + \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}+1}{\sqrt{7}} - 5\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{8\sqrt{7}}{14} + \frac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{5\times6\sqrt{5}}{2} = \frac{4}{7}\sqrt{7} + \sqrt{5} + \frac{1}{7}\sqrt{7} - 15\sqrt{5} = \left(\frac{4}{7}\sqrt{7} + \frac{1}{7}\sqrt{7}\right) + \left(\sqrt{5} - 15\sqrt{5}\right) = \frac{5}{7}\sqrt{7} - 14\sqrt{5}$$

تمرين عـ16ـدد:

1) $(a+1)(a-1) - a^2 = a^2 - a + a - 1 - a^2 = -1$

2) لنعتبر $a = 10^4$ إذن $10^8 = 10001\left(10^4-1\right)+1$ إذن خارج القسمة الاقليدية للعدد 10^8 على 10^4-1 هو 1001 والباقي هو 1.

تمرين عـ17ـدد:

$$A = \left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times....\times\left(1+\frac{1}{49}\right)\times\left(1+\frac{1}{50}\right) = \frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times....\times\frac{50}{49}\times\frac{51}{50} = \frac{51}{2}$$

تمرين عـ18ـدد:

$* \left|-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right| = \left|-\frac{3}{4}+\frac{2}{4}\right| = \left|-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{4}$ ، $* \left|1.4-\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}-1.4$

$* \left|3.14-\pi\right| = \pi - 3.14$ ، $* \left|3.15-\pi\right| = 3.15-\pi$ ، $* \left|3-2\sqrt{2}\right| = 3-2\sqrt{2}$

تمرين عـ19ـدد:

$$X = \left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|\times\left|\sqrt{2}+\sqrt{3}\right| = \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right) = \sqrt{3}\times\sqrt{2} + \sqrt{3}\times\sqrt{3} - \sqrt{2}\times\sqrt{2} - \sqrt{2}\times\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{6} + 3 - 2 - \sqrt{6} = 3 - 2 = 1$$

$$Y = \left|\left(-\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\times\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\right| = \left|-\sqrt{6}-\sqrt{5}\right|\times\left|\sqrt{5}-\sqrt{6}\right| = \left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right) = 1$$

$$Z=\frac{|\sqrt3-\pi|}{|\pi-\sqrt3|}=\frac{\pi-\sqrt3}{\pi-\sqrt3}=1$$

$$U=\left|\frac{\sqrt7-\sqrt5}{\pi-\sqrt2}\right|\times\left|\frac{\sqrt2-\pi}{\sqrt5-\sqrt7}\right|=\frac{|\sqrt7-\sqrt5|}{|\pi-\sqrt2|}\times\frac{|\sqrt2-\pi|}{|\sqrt5-\sqrt7|}=\frac{\sqrt7-\sqrt5}{\pi-\sqrt2}\times\frac{\pi-\sqrt2}{\sqrt7-\sqrt5}=\frac{\sqrt7-\sqrt5}{\sqrt7-\sqrt5}\times\frac{\pi-\sqrt2}{\pi-\sqrt2}=1\times1=1$$

$$V=\left|\frac{-1}{\sqrt3-\sqrt2}\right|-\left|\frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}\right|=\frac{1}{\sqrt3-\sqrt2}-\frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}=\frac{\sqrt3+\sqrt2}{(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt3+\sqrt2)}-\frac{\sqrt3-\sqrt2}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt3-\sqrt2)}$$

$$=\frac{(\sqrt3+\sqrt2)-(\sqrt3-\sqrt2)}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt3-\sqrt2)}=\frac{\sqrt3+\sqrt2-\sqrt3+\sqrt2}{1}=2\sqrt2$$

تمرين عـ20ـدد: 1) في حالة $x\in IR_+$ ، $A=-|x|+x=-x+x=0$

في حالة $x\in IR_-$ ، $A=-|x|+x=-(-x)+x=x+x=2x$

2) في حالة $x\ge -2$ يعني $x+2\ge 0$ ، $B=-x-|x+2|=-x-(x+2)=-x-x-2=-2x-2$

في حالة $x\le -2$ يعني $x+2\le 0$ ، $B=-x-|x+2|=-x-(-x-2)=-x+x+2=2$

3) في حالة $x\ge\sqrt2$ يعني $\sqrt2-x\le 0$ ، $C=\sqrt2-|\sqrt2-x|=\sqrt2-(x-\sqrt2)=\sqrt2-x+\sqrt2=2\sqrt2-x$

في حالة $x\le\sqrt2$ يعني $\sqrt2-x\ge 0$ ، $C=\sqrt2-|\sqrt2-x|=\sqrt2-(\sqrt2-x)=\sqrt2-\sqrt2+x=x$

تمرين عـ21ـدد: * $|x|=\sqrt5$ يعني $x=\sqrt5$ أو $x=-\sqrt5$ ، * $|x+2\sqrt3|=0$ يعني $x=-2\sqrt3$

* $|x-1|=1+\sqrt2$ يعني $x-1=1+\sqrt2$ أو $x-1=-1-\sqrt2$ يعني $x=2+\sqrt2$ أو $x=-\sqrt2$

* $|(x-\sqrt5)(x-\sqrt2)|=0$ يعني $(x-\sqrt5)(x-\sqrt2)=0$ يعني $x-\sqrt2=0$ أو $x-\sqrt5=0$ يعني $x=\sqrt2$ أو $x=\sqrt5$

* $|x-\pi|=1-\sqrt2$ غير ممكن لأن $1-\sqrt2<0$

تمرين عـ22ـدد: * $|-3x|=4$ يعني $|-3||x|=4$ يعني $3|x|=4$ يعني $|x|=\frac43$ يعني $x=\frac43$ أو $x=-\frac43$.

* $\left|-\frac{x}{\sqrt2}\right|=\frac12$ يعني $\frac{|x|}{|-\sqrt2|}=\frac12$ يعني $\frac{|x|}{\sqrt2}=\frac12$ يعني $|x|=\frac{\sqrt2}{2}$ يعني $x=\frac{\sqrt2}{2}$ أو $x=-\frac{\sqrt2}{2}$

* $\left|\frac{-\sqrt3}{\sqrt5}x\right|=\frac{1}{\sqrt5}$ يعني $\left|\frac{-\sqrt3}{\sqrt5}\right||x|=\frac{1}{\sqrt5}$ يعني $\frac{\sqrt3}{\sqrt5}|x|=\frac{1}{\sqrt5}$ يعني $|x|=\frac{1}{\sqrt5}\times\frac{\sqrt5}{\sqrt3}$ يعني $|x|=\frac{1}{\sqrt3}$ يعني $x=\frac{1}{\sqrt3}$ أو $x=-\frac{1}{\sqrt3}$

* $|-\sqrt7x+2x|=1$ يعني $|x(-\sqrt7+2)|=1$ يعني $|x||-\sqrt7+2|=1$ يعني $|x|(\sqrt7-2)=1$ يعني $|x|=\frac{1}{\sqrt7-2}$

يعني: $x=\frac{1}{\sqrt7-2}$ أو $x=-\frac{1}{\sqrt7-2}$

تمرين عـ23ـدد: 1) ☒ $x\in IR_+$ ، 2) ☒ $x\in IR_-$ ، 3) ☒ $|x|=2$

تمرين عـ24ـدد: 1)

* $x+y=\sqrt a+a+\sqrt a-a=2\sqrt a$
* $x-y=\sqrt a+a-(\sqrt a-a)=\sqrt a+a-\sqrt a+a=2a$
* $xy=(\sqrt a+a)(\sqrt a-a)=\sqrt a\times\sqrt a-a\sqrt a+a\sqrt a-a\times a=a-a^2=a(1-a)$

2) * $\frac{xy}{x-y}=\frac{(\sqrt a+a)(\sqrt a-a)}{(\sqrt a+a)-(\sqrt a-a)}=\frac{a(1-a)}{2a}=\frac{1-a}{2}$

* $\frac1x-\frac1y=\frac{y}{xy}-\frac{x}{xy}=\frac{y-x}{xy}=\frac{-(x-y)}{xy}=\frac{-2a}{a(1-a)}=\frac{-2}{1-a}$

3) * $\frac{\frac1x+\frac1y}{\frac1x-\frac1y}=\frac{\frac{x+y}{xy}}{\frac{y-x}{xy}}=\frac{x+y}{xy}\cdot\frac{xy}{y-x}=\frac{x+y}{y-x}=\frac{2\sqrt a}{-2a}=-\frac{\sqrt a}{a}=-\frac{\sqrt a\times\sqrt a}{a\times\sqrt a}=-\frac{a}{a\times\sqrt a}=-\frac{1}{\sqrt a}$

4) $x-y=xy$ يعني $2a=a(1-a)$ يعني $1-a=2$ $(a\neq0)$ وبالتالي $a=-1$

تمرين عـ25ـدد: 1)

أ) $A=(\sqrt3-x)(\sqrt2+x)-(2x-\sqrt2)(x-\sqrt3)=(\sqrt3-x)(\sqrt2+x)+(2x-\sqrt2)(\sqrt3-x)$

$=(\sqrt3-x)[(\sqrt2+x)+(2x-\sqrt2)]=(\sqrt3-x)(\sqrt2+x+2x-\sqrt2)=(\sqrt3-x)\times3x=3x(\sqrt3-x)$

ب) في حالة $x=-1$ ، $A=3\times(-1)\times(\sqrt3+1)=-3(\sqrt3+1)$

ج) في حالة $x=-\sqrt3$ ، $A=3\times(-\sqrt3)\times(\sqrt3-(-\sqrt3))=3\times(-\sqrt3)(\sqrt3+\sqrt3)=-3\sqrt3\times2\sqrt3=-6\times3=-18$

د) في حالة $A=0$ ، يعني $3x(\sqrt3-x)=0$ يعني $x=0$ أو $\sqrt3-x=0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=\sqrt3$.

2) أ) $B=\sqrt{27}-3x=\sqrt{9\times3}-3x=\sqrt9\times\sqrt3-3x=3\sqrt3-3x=3(\sqrt3-x)$

ب) $A-B=3x(\sqrt3-x)-3(\sqrt3-x)=(\sqrt3-x)(3x-3)=3(\sqrt3-x)(x-1)$

ج) $A-B=0$ يعني $3(\sqrt3-x)(x-1)=0$ يعني $\sqrt3-x=0$ أو $x-1=0$ يعني $x=\sqrt3$ أو $x=1$.

ـك: $(-2)^3=-8$ ، $\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$ ، $\left(-\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$ ، $(-19)^1=-19$ ، $-11^1=-11$ ،

$\left(-\frac{109}{11}\right)^0=1$ ، $-10^3=-1000$ ، $\left(\sqrt{2}\right)^2=2$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^4=\frac{25}{4}$ ، $\left(-2\sqrt{7}\right)^3=-56\sqrt{7}$

تمرين عـــ02ـــدد: $(-1)^{-11}=\frac{1}{(-1)^{11}}=-1$ ، $\left(-\sqrt{2}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$ ، $(-0.5)^{-3}=\left(-\frac{5}{10}\right)^{-3}=\left(-\frac{10}{5}\right)^3=-8$

$\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}=\frac{1}{-\sqrt{3}}$ ، $-1^{-5}=-1$ ، $\left(-2\sqrt{5}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(-2\sqrt{5}\right)^3}=-\frac{1}{40\sqrt{5}}$ ، $-10^{-6}=-\frac{1}{10^6}=-\frac{1}{1000000}$

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-2}=\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{2}{3}$

تمرين عـــ03ـــدد:

1) $\left(a^n\right)^p=a^{n\times p}$ ☒ ، 2) $\frac{b^n}{b^m}=b^{n-m}$ ☒

عـــتمرين04ـــدد:

$$*\left(-\frac{5}{3}\right)^{-4}\times\left(-\frac{3}{7}\right)^{-4}=\left[\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)\right]^{-4}=\left(\frac{5}{7}\right)^{-4}$$

$$*\ (2\pi)^{-11}\times\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{-11}=\left[2\pi\times\frac{1}{4\pi}\right]^{-11}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-11}$$

$$*\ \left(-\sqrt{7}\right)^5\times\left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)^5=\left[\left(-\sqrt{7}\right)\times\left(\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)\right]^5=(-2)^5$$

$$*\ \left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\times\left(-\sqrt{5}\right)^{-5}\times\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}=\left[\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\sqrt{5}\right)\times\frac{\sqrt{5}}{2}\right]^{-5}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$$

تمرين عـــ05ـــدد: $\left[\left(-\frac{8}{7}\right)^3\right]^{-5}=\left(-\frac{8}{7}\right)^{3\times(-5)}=\left(-\frac{8}{7}\right)^{-15}$ ، $\left[\left(-\sqrt{3}\right)^{-2}\right]^7=\left(-\sqrt{3}\right)^{(-2)\times7}=\left(-\sqrt{3}\right)^{-14}$ ،

$\left[\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-3}\right]^{-4}=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{(-3)\times(-4)}=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{12}$ ،

$$\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]^6\times\left[\left(\sqrt{3}\right)^{-3}\right]^{-4}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2\times6}\times\left(\sqrt{3}\right)^{(-3)\times(-4)}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}\times\left(\sqrt{3}\right)^{12}=\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times\left(\sqrt{3}\right)\right]^{12}=\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16}\times\left[\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2\right]^8\times\left[\left(\frac{3}{11}\right)^{-4}\right]^{-4}=\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^{16}\times\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^{16}\times\left(\frac{3}{11}\right)^{16}=\left[\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)\times\left(\frac{3}{11}\right)\right]^{16}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{16}=\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

تمرين عـــ06ـــدد:

1) $\sqrt{x^{2n}}=\sqrt{x^{2}}^{\,n}=|x|^n=x^n$ ، $x\in IR_+$ لذا $|x|=x$

2) $\sqrt{3}^4=\left[\left(\sqrt{3}\right)^2\right]^2=3^2$ ، $\left(-\sqrt{2}\right)^{12}=\left[\left(-\sqrt{2}\right)^2\right]^6=2^6$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-10}=\left(\sqrt{7}\right)^{10}=\left[\left(\sqrt{7}\right)^2\right]^5=7^5$ ،

$(0.5)^{-3}=\left(\frac{5}{10}\right)^{-3}=\left(\frac{10}{5}\right)^3=2^3$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{11}}\right)^{-8}\times\left(\sqrt{13}\right)^8=\left(\sqrt{11}\right)^8\times\left(\sqrt{13}\right)^8=\left(\sqrt{11}\times\sqrt{13}\right)^8=\left(\sqrt{143}\right)^8=\left(\sqrt{143}^2\right)^4=(143)^4$$

تمرين عـــ07ـــدد:

$$*\left(-\sqrt{3}\right)^5\times\left(-\sqrt{3}\right)^{-7}=\left(-\sqrt{3}\right)^{(-7)+5}=\left(-\sqrt{3}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$*\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^9\times\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^9\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-12+9}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^3$$

$$*\left(\frac{4}{3}\right)^6\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}=\left(\frac{4}{3}\right)^6\times\left(\frac{4}{3}\right)^3=\left(\frac{4}{3}\right)^{6+3}=\left(\frac{4}{3}\right)^9$$

$$*\ \left(\frac{\sqrt{5}}{\pi}\right)^{-6}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-6}=\left(\frac{\sqrt{5}}{\pi}\times\frac{\pi}{2}\right)^{-6}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-6}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}$$

$$=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-6}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-5}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{(-6)+(-5)}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-11}=\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{11}$$

تمرين عـــ08ـــدد: $*\ \frac{8^{-4}}{2^{-4}}=\left(\frac{8}{2}\right)^{-4}=4^{-4}$ ، $*\ \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^9}{\left(\frac{3}{2}\right)^9}=\left[\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}\right]^9=\left(-\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)^9=\left(-\frac{1}{3}\right)^9$

$$*\ \frac{\left(-\sqrt{24}\right)^{-11}}{\left(-\sqrt{8}\right)^{-11}}=\left(\frac{-\sqrt{24}}{-\sqrt{8}}\right)^{-11}=\left(\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}\right)^{-11}=\left(\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\right)^{-11}=\left(\sqrt{3}\right)^{-11}\qquad *\ \frac{(-9\pi)^{12}}{(3\pi)^{12}}=\left[\frac{-9\pi}{3\pi}\right]^{12}=(-3)^{12}=3^{12}$$

$$*\ \frac{\left(-3\sqrt{15}\right)^{-7}}{\left(-2\sqrt{3}\right)^{-7}}=\left(\frac{-3\sqrt{15}}{-2\sqrt{3}}\right)^{-7}=\left(\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}\right)^{-7}=\left(\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right)^{-7}=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-7}$$

تمرين عـــ09ـــدد: $A=\left(\sqrt{5}\right)^4\times5^{-2}\times25\times5^{-3}\times\left(-\sqrt{5}\right)^{-6}=5^2\times5^{-2}\times5^2\times5^{-3}\times5^{-3}=5^{-4}=\frac{1}{5^4}=\frac{1}{625}$

$$B=\frac{1}{5^{-2}}\times\frac{7^2}{3^2}\times\frac{25}{7^{-1}}\times\frac{3}{5^3}\times\left(\frac{7}{2}\right)^{-2}=\frac{1}{5^{-2}}\times\frac{7^2}{3^2}\times\frac{5^2}{7^{-1}}\times\frac{3}{5^3}\times\frac{7^{-2}}{2^{-2}}=\frac{5^2}{5^{-2}\times5^3}\times\frac{7^2\times7^{-2}}{7^{-1}}\times\frac{3}{3^2}\times\frac{1}{2^{-2}}=\frac{5^2}{5}\times\frac{1}{7^{-1}}\times\frac{1}{3}\times2^2=\frac{140}{3}$$

$C=\left(2\sqrt{2}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{2}\times 2^{-2}\times\sqrt{2}=2^{-3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{2}\times 2^{-2}\times\sqrt{2}=2^{-3}\times 2^{-2}\times\left(\sqrt{2}\right)^{2}\times($

$D=\frac{5^4}{27}\times\frac{11}{5^2}\times 3^{-5}\times 11^{-3}\times\left(\frac{5}{3}\right)^{-4}=\frac{5^4}{3^3}\times\frac{11}{5^2}\times 3^{-5}\times 11^{-3}\times\frac{5^{-4}}{3^{-4}}=\frac{5^4\times 5^{-4}}{5^2}\times\frac{3^{-5}}{3^3\times 3^{-4}}\times 11\times$

$=\frac{1}{25}\times\frac{1}{3^4}\times\frac{1}{11^2}=\frac{1}{25}\times\frac{1}{81}\times\frac{1}{121}=\frac{1}{245025}$

تمريـن عـ10ـدد:

$$X=\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times 15^2\times\left(\frac{9}{5}\right)^3}{\left(\frac{3}{2}\right)\times 5\times(-2)^2\times\left(\frac{5}{9}\right)^3}=\frac{\frac{1}{3^2}\times 5^2\times 3^2\times\frac{9^3}{5^3}}{\frac{3}{2}\times 5\times 2^2\times\frac{5^3}{9^3}}=\frac{3^{-2}\times 3^2\times 3^6\times 5^2\times 5^{-3}}{3\times 3^{-6}\times 2^{-1}\times 2^2\times 5\times 5^{-3}}=\frac{3^6\times 5^{-1}}{3^{-5}\times 2\times 5^4}=\frac{3^{11}\times 5^{-5}}{2}=\frac{3^{11}}{2\times 5^5}=\frac{177147}{6250}$$

$$Y=\frac{2^{19}-2^6}{2^{21}-2^8}=\frac{2^6\times 2^{13}-2^6}{2^8\times 2^{13}-2^8}=\frac{2^6\left(2^{13}-1\right)}{2^8\left(2^{13}-1\right)}=\frac{2^6}{2^8}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$$

$$T=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\times\frac{5}{\left(\sqrt{3}\right)^4}\right]^{-3}-\left[\left(\sqrt{5}\right)^{-2}\times 5^5\right]=\left(\frac{5^{-2}}{3^{-2}}\times\frac{5}{3^2}\right)^{-3}-\left(5^{-1}\times 5^5\right)=\left(5^{-1}\right)^{-3}-5^4=5^3-5^4=-500$$

تمريـن عـ11ـدد:

1) $\left(\sqrt{2}\right)^3\times 2\sqrt{2}\times 2^n=\left(\sqrt{2}\right)^4$ يعني $2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times 2^n=2^2$ يعني $2\times 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times 2^n=2^2$ يعني $2^2\times 2\times 2^n=2^3$ يعني $2^{n+3}=2^2$ يعني $n+3=2$ إذن $n=-1$.

2) $2^{-3}\times\pi^5\times 2^n=(2\pi)^5$ يعني $2^{-3}\times 2^n\times\pi^5=2^5\times\pi^5$ يعني $2^{n-3}\times\pi^5=2^5\times\pi^5$ يعني $2^{n-3}=2^5$ يعني $n-3=5$ إذن $n=8$

3) $\left(3^2\times 5\right)^3\times\left(3\times 5^2\right)^3=\frac{1}{(15)^n}$ يعني $3^6\times 5^3\times 3^3\times 5^6=(15)^{-n}$ يعني $3^6\times 3^3\times 5^3\times 5^6=(15)^{-n}$ يعني $3^9\times 5^9=(15)^{-n}$ يعني $(15)^9=(15)^{-n}$ يعني $-n=9$ إذن $n=-9$.

4) $\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{-5}}{\left(\sqrt{5}\right)^5}\times\frac{\left(\sqrt{5}\right)^3}{\sqrt{3}}\times\left(\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}\right)^2\right)^n=\left(\sqrt{15}\right)^{-10}$ يعني $\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{-5}}{\sqrt{3}}\times\frac{\left(\sqrt{5}\right)^3}{\left(\sqrt{5}\right)^5}\times\left(\sqrt{3}\right)^n\times\left(\sqrt{5}\right)^{2n}=\left(\sqrt{15}\right)^{-10}$ يعني

$\left(\sqrt{3}\right)^{-6}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-2}\times\left(\sqrt{3}\right)^n\times\left(\sqrt{5}\right)^{2n}=\left(\sqrt{15}\right)^{-10}$ يعني $\left(\sqrt{3}\right)^{-6+n}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-2+2n}=\left(\sqrt{15}\right)^{-10}$ يعني

$\left(\sqrt{3}\right)^{-6+n}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-2+2n}=\left(\sqrt{3}\right)^{-10}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-10}$ يعني $\begin{cases}-6+n=-10\\-2+2n=-10\end{cases}$ يعني $\begin{cases}n=-4\\2n=-8\end{cases}$ يعني $n=-4$

تمريـن عـ12ـدد:

1) $\frac{\left(2a^{-2}\right)^{-3}\times\left(ab^5\right)^2\times\left(b^{-3}\right)^2}{8^{-1}\times\left(a^2b\right)^4}=\frac{2^{-3}\times a^6\times a^2\times b^{10}\times b^{-6}}{8^{-1}\times a^8\times b^4}=\frac{2^{-3}\times a^8\times b^4}{\left(2^3\right)^{-1}\times a^8\times b^4}=\frac{2^{-3}\times a^8\times b^4}{2^{-3}\times a^8\times b^4}=1$

2) $\frac{\left(a\sqrt{3}\right)^3\times b^{-2}\times(3ab)^2}{81\times\left(ba^{-2}\right)^{-4}\times\left(a^3b^{-4}\right)^{-1}}=\frac{a^3\times\left(\sqrt{3}\right)^3\times b^{-2}\times 3^2\times a^2\times b^2}{3^4\times b^{-4}\times a^8\times a^{-3}\times b^4}=\frac{a^3\times a^2\times b^{-2}\times b^2\times 3\times\sqrt{3}\times 3^2}{a^8\times a^{-3}\times b^{-4}\times b^4\times 3^4}=\frac{a^5\times 3^3\times\sqrt{3}}{a^5\times 3^4}=\frac{3^3\times\sqrt{3}}{3^4}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

تمريـن عـ13ـدد:

1) $X=\frac{\left(a^{-3}b^{-4}\right)^2\times\left(a^2b^{-3}\right)}{a^4\times\left(a^{-2}b^{-3}\right)^3}=\frac{a^{-6}\times b^{-8}\times a^2\times b^{-3}}{a^4\times a^{-6}\times b^{-9}}=\frac{a^{-6}\times a^2\times b^{-8}\times b^{-3}}{a^{-2}\times b^{-9}}=\frac{a^{-4}\times b^{-11}}{a^{-2}\times b^{-9}}=\frac{a^{-4}}{a^{-2}}\times\frac{b^{-11}}{b^{-9}}=a^{-2}\times b^{-2}$

2) $a=\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$، $X=a^{-2}\times b^{-2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}\times\left(-\sqrt{3}\right)^{-2}=\left(\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)\right)^{-2}=\left(-\sqrt{6}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\sqrt{6}\right)^2}=\frac{1}{6}$

3) a مقلوب b يعني $a=\frac{1}{b}$، $X=a^{-2}\times b^{-2}=\left(\frac{1}{b}\right)^{-2}\times b^{-2}=\frac{b^{-2}}{b^{-2}}=1$

4) $a=b$ و $X=1$ يعني $X=a^{-2}\times a^{-2}=1$ يعني $\frac{1}{a^4}=1$ يعني $a^4=1$ يعني $a=1$ أو $a=-1$

تمريـن عـ14ـدد:

1) $n=8q+3$ و $(q\in\mathbb{N})$ إذن $a^{n+1}=a^{8q+4}=a^{4(2q+1)}=\left(a^4\right)^{2q+1}$ ونعلم أن $a^4=\left(a^2\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2=2$ إذن $a^{n+1}=2^{2q+1}$

و $2q+1\in\mathbb{N}$ إذن a^{n+1} قوة للعدد 2 وبالتالي $a^{n+1}\in\mathbb{N}$.

2) $a^{n+1}=128$ يعني $a^{n+1}=2^7$ ونعلم أن $a^{n+1}=2^{2q+1}$ إذن $2q+1=7$ يعني $2q=6$ يعني $q=3$ وبالتالي $n=8q+3=27$.

تمريـن عـ15ـدد:

بعد كوكب نبتون عن الشمس: $4.74\times10^{-4}\times9.5\times10^{12}\ Km\simeq4.5\times10^{9}\ Km$

بعد كوكب نبتون عن الأرض: $30\times150\times10^{6}\ Km\simeq4.5\times10^{9}\ Km$. يوجد كوكب نبتون تقريبا على نفس البعد عن الشمس والأرض.

تمريـن عـ16ـدد:

1) $2^{34}-2^{33}+2^{32}=2^2\times2^{32}-2\times2^{32}+2^{32}=2^{32}\times\left(2^2-2+1\right)=2^{32}\times(4-2+1)=2^{32}\times3$ بما أن $2^{34}-2^{33}+2^{32}=2^{32}\times3$ فإن: $2^{34}-2^{33}+2^{32}$ يقبل القسمة على 3 ولنا $\frac{2^{34}-2^{33}+2^{32}}{3}=2^{32}$

2) $25^4-5^4=(5\times5)^4-5^4=5^4\times5^4-5^4=5^4\times\left(5^4-1\right)$ لدينا $5^4-1=\left(5^2-1\right)\times\left(5^2+1\right)$ و $5^4=5^2\times5^2$ لذا $25^4-5^4=5^2\times5^2\times\left(5^2-1\right)\left(5^2+1\right)=25\times25\times24\times26$. إذن العدد 25^4-5^4 مضاعف مشترك للأعداد 24، 25 و 26.

تمريـن عـ17ـدد: $p^{n+2}-p^n=p^n\times p^2-p^n=p^n\times\left(p^2-1\right)$، لدينا $p^2-1=(p+1)(p-1)$

لذا $p^{n+2}-p^n=p^n\times(p+1)\times(p-1)$ ونعلم أن p عدد فردي لذا يوجد عدد صحيح طبيعي k حيث $p=2k+1$ وبالتالي:

$p^{n+2}-p^n=(2k+1)^n\times(2k+1+1)\times(2k+1-1)=(2k+1)^n\times(2k+2)\times2k=(2k+1)^2\times2(k+1)\times2k$

$=4\times(k+1)\times k\times(2k+1)^n$

نعتبر $q=(2k+1)^n\times(k+1)\times k$ إذن $p^{n+2}-p^n=4\times q$ وبالتالي فإن $p^{n+2}-p^n$ يقبل القسمة على 4.

:د

$(x-1)(x^k+x^{k-1}+x^{k-2}+\dots\dots+x^2+x+1)=$

$x\times x^k+x\times x^{k-1}+x\times x^{k-2}+\dots+x\times x^2+x\times x+x-x^k-x^{k-1}-x^{k-2}-\dots\dots-x^2-x-1$

$=x\times x^k+x\times x^{k-1}+x\times x^{k-2}+\dots+x^3+x^2+x-x^k-x^{k-1}-x^{k-2}-\dots\dots-x^2-x-1$

$=x^{k+1}+(x^k-x^k)+(x^{k-1}-x^{k-1})+(x^{k-2}-x^{k-2})+\dots\dots\dots+(x^3-x^3)+(x^2-x^2)+(x-x)-1$

$=x^{k+1}+0+0+0+\dots\dots\dots\dots+0+0+0-1=x^{k+1}-1$

إذن $(x-1)(x^k+x^{k-1}+x^{k-2}+\dots\dots+x^2+x+1)=x^{k+1}-1$

2) إذا كان p يقبل القسمة على q فإنه يوجد عدد صحيح طبيعي h حيث $p=h\times q$ لذا

$n^p-1=n^{h\times q}-1=(n^q)^h-1=(n^q-1)\left((n^q)^{h-1}+(n^q)^{h-2}+\dots+(n^q)^2+n^q+1\right)$

نعتبر $(n^q)^{h-1}+(n^q)^{h-2}+\dots+(n^q)^2+n^q+1=R$ إذن $n^p-1=(n^q-1)\times R$ وبالتالي فإن n^p-1 يقبل القسمة على n^q-1.

3) نعلم أن 2006 يقبل القسمة على 2 لذا $n^{2006}-1$ يقبل القسمة على n^2-1 (حسب السؤال 2)

إذن $n^2-1=$ق.م.أ$(n^2-1;n^{2006}-1)$ وبما أن 8=ق.م.أ$(n^2-1;n^{2006}-1)$ فإن $n^2-1=8$ يعني $n^2=9$

وبالتالي $n=3$ لأن $n\in\mathbb{N}$.

تمرين عدد-01:

أ) $a=\frac{36}{42}=\frac{6}{7}$ و $b=\frac{35}{42}=\frac{5}{6}$ لذا $a>b$ ، ب) $a=-\frac{81}{99}=-\frac{9}{11}$ و $b=-\frac{77}{99}=-\frac{7}{9}$ $-\frac{81}{99}>-\frac{77}{99}$ لذا $a<b$

ج) $a=-1.7$ و $b=-\sqrt{3}$ ، لدينا $\sqrt{3}>1.7$ يعني $-\sqrt{3}<-1.7$ لذا $b<a$

د) $a=\pi-\frac{6}{5}$ و $b=\pi-\frac{8}{7}$ ، $a-b=\left(\pi-\frac{6}{5}\right)-\left(\pi-\frac{8}{7}\right)=\pi-\frac{6}{5}-\pi+\frac{8}{7}=-\frac{6}{5}+\frac{8}{7}=-\frac{42}{35}+\frac{40}{35}=-\frac{2}{34}<0$ وبالتالي $a<b$

هـ) $a=\sqrt{7}-5\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{7}-3\sqrt{2}$ ، لدينا $5\sqrt{2}>3\sqrt{2}$ يعني $-5\sqrt{2}<-3\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{7}-5\sqrt{2}<\sqrt{7}-3\sqrt{2}$ لذا $a<b$

و) $a=\frac{-3\sqrt{2}}{5}$ و $b=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ ، $a-b=\left(\frac{-3\sqrt{2}}{5}\right)-\left(\frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)=-\frac{3\sqrt{2}}{5}+\frac{2\sqrt{2}}{3}=-\frac{9\sqrt{2}}{15}+\frac{10\sqrt{2}}{15}=\frac{\sqrt{2}}{15}>0$ يعني $a>b$

ي) $a=\frac{-\sqrt{13}-1}{5}$ و $b=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ، $\frac{-\sqrt{13}-1}{5}<0$ و $\frac{\sqrt{5}-1}{2}>0$ يعني $a<b$

تمرين عدد-02:

1) $a+\sqrt{2}\le b+\sqrt{2}$ ☒ ، 2) $-\frac{1}{a}\ge-\frac{1}{b}$ ☒ ، 3) $ac+\sqrt{5}\ge bc+\sqrt{5}$ ☒ ، 4) $a^2\ge3$ ☒

تمرين عدد-03:

أ) $x-y=(a-\sqrt{3})-(b-\sqrt{2})=a-\sqrt{3}-b+\sqrt{2}=(a-b)+(\sqrt{2}-\sqrt{3})\le0$ إذن $x\le y$

ب) $x-y=(-a-\pi)-(-b-2\pi)=-a-\pi+b+2\pi=(b-a)+\pi\ge0$ إذن $x\ge y$

ج)

$x-y=(2a-3\sqrt{2})-2(b-\sqrt{2})=(2a-3\sqrt{2})-(2b-2\sqrt{2})=2a-3\sqrt{2}-2b+2\sqrt{2}=2a-2b+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2(a-b)-\sqrt{2}\le0$

إذن $x\le y$

تمرين عدد-04:

أ) $x\le y$ و $\frac{\sqrt{5}}{3}>0$ لذا $\frac{\sqrt{5}}{3}x\le\frac{\sqrt{5}}{3}y$ ، ب) $x\le y$ و $-\frac{\pi}{3}<0$ لذا $-\frac{\pi}{3}x\ge-\frac{\pi}{3}y$

ج) $x\le y$ و $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$ لذا $x(\sqrt{2}-\sqrt{3})\ge y(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ، د) $x\le y$ و $\sqrt{3}-2<0$ يعني $-x\ge-y$

و $-x(\sqrt{3}-2)\le-y(\sqrt{3}-2)$

تمرين عدد-05:

أ) $a=3\sqrt{2}$ و $b=2\sqrt{5}$ ، $a^2=(3\sqrt{2})^2=18$ ، $b^2=(2\sqrt{5})^2=20$ لدينا $a^2<b^2$ و a و b عددان موجبان إذن $a<b$

ب) $a=-\frac{5\sqrt{3}}{2}$ و $b=-\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ، $a^2=\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{75}{4}$ ، $b^2=\left(-\frac{8\sqrt{2}}{3}\right)^2=\frac{128}{9}$ لدينا $a^2>b^2$ و a و b عددان سالبان

إذن $a<b$

ج) $a=7\sqrt{5}+\sqrt{11}$ و $b=5\sqrt{7}+\sqrt{11}$ ، نقارن بين العددين $7\sqrt{5}$ و $5\sqrt{7}$ ، $(7\sqrt{5})^2=245$ و $(5\sqrt{7})^2=175$

7ـ) و $7\sqrt{5}$ و $5\sqrt{7}$ عددان موجبان إذن $7\sqrt{5}>5\sqrt{7}$ وبالتالي $7\sqrt{5}+\sqrt{11}>5\sqrt{7}+\sqrt{11}$

و $b=-13\sqrt{11}+2\pi$ ، نقارن بين العددين $-11\sqrt{13}$ و $-13\sqrt{11}$ ، $\left(-11\sqrt{13}\right)^2=121\times13=1573$

و $\left(-13\sqrt{11}\right)^2=1859$ ، لدينا $\left(-11\sqrt{13}\right)^2<\left(-13\sqrt{11}\right)^2$ و $-11\sqrt{13}$ و $-13\sqrt{11}$ عددان سالبان إذن $-11\sqrt{13}>-13\sqrt{11}$

وبالتالي $-11\sqrt{13}+2\pi>-13\sqrt{11}+2\pi$

تمريـن عــ06ــدد:

أ) $a=5+\sqrt{45}-\sqrt{245}=5+\sqrt{9}\times\sqrt{5}-\sqrt{49}\times\sqrt{5}=5+3\sqrt{5}-7\sqrt{5}=5-4\sqrt{5}$

$b=\left|1-\sqrt{7}\right|-\left|4\sqrt{7}-2\right|+4=\left(\sqrt{7}-1\right)-\left(4\sqrt{7}-2\right)+4=\sqrt{7}-1-4\sqrt{7}+2+4=(-1+2+4)+\left(\sqrt{7}-4\sqrt{7}\right)$
$=5-3\sqrt{7}$

ب) $a=5-4\sqrt{5}$ و $b=5-3\sqrt{7}$ ، نقارن $-4\sqrt{5}$ و $-3\sqrt{7}$ ، $\left(-4\sqrt{5}\right)^2=16\times5=80$ و $\left(3\sqrt{7}\right)^2=9\times7=63$. لدينا

$\left(-3\sqrt{7}\right)^2<\left(-4\sqrt{5}\right)^2$ و $\left(-4\sqrt{5}\right)$ و $\left(-3\sqrt{7}\right)$ عددان سالبان إذن $-3\sqrt{7}>-4\sqrt{5}$ وبالتالي $5-3\sqrt{7}>5-4\sqrt{5}$

وبما أن $ab>0$ فإن $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

تمريـن عــ07ــدد:

أ) $x=3+\sqrt{162}-10\sqrt{2}=3+\sqrt{81}\times\sqrt{2}-10\sqrt{2}=3+9\sqrt{2}-10\sqrt{2}=3-\sqrt{2}$

$y=\left(1+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)+1=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}+1=2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3+1=(2-3+1)+\left(-\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}$

ب) لدينا $3>\sqrt{2}$ لذا $3-\sqrt{2}>0$

ج) $x^2-y^2=\left(3-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(3-\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)-3=3\times3-3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-3=9-6\sqrt{2}+2-3=(9+2-3)-6\sqrt{2}=8-6\sqrt{2}=2\left(4-3\sqrt{2}\right)$

د) $4^2=16$ و $\left(3\sqrt{2}\right)^2=9\times2=18$ يعني $4^2<\left(3\sqrt{2}\right)^2$ وبما أن $4>0$ و $3\sqrt{2}>0$ فإن $4<3\sqrt{2}$

إذن $2\left(4-3\sqrt{2}\right)<0$ $x^2-y^2=$ وبالتالي $x^2<y^2$ ونعلم أن $x>0$ و $y>0$ إذن $x<y$

تمريـن عــ08ــدد:

أ) **لدينا** $x<1$ **و** $y>-1$ لذا $x-1<1-1$ و $-1+1<y+1$ وبالتالي $x-1<0$ و $y+1>0$.

ب) لدينا $2<\sqrt{5}$ **و** $\sqrt{5}-1>\sqrt{5}-2$ و $x-1<0$ لذا $\left(\sqrt{5}-1\right)(x-1)<\left(\sqrt{5}-2\right)(x-1)$ ولدينا أيضا $-\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{3}$ و $y+1>0$

لذا $-\frac{\pi}{3}(y+1)>-\frac{\pi}{2}(y+1)$

ج) لدينا $y+1>0$ و $x-1<0$ لذا $y+1>x-1$ ونعلم أن $x>0$ إذن $x(y+1)>x(x-1)$

د) بما أن $0<x<1$ فإن $x>x^2>x^3>x^4$

هـ) بما أن $x^4<x^3<x^2<x$ فإن $\frac{1}{x}<\frac{1}{x^2}<\frac{1}{x^3}<\frac{1}{x^4}$ وبما أن $y<0$ فإن $\frac{y}{x}>\frac{y}{x^2}>\frac{y}{x^3}>\frac{y}{x^4}$ وبالتالي

$\frac{-y}{x^4}>\frac{-y}{x^3}>\frac{-y}{x^2}>\frac{-y}{x}$

تمريـن عــ09ــدد:

أ) $\left(3\sqrt{5}\right)^2=9\times5=45$ ، $\left(2\sqrt{7}\right)^2=4\times7=28$ ، $\left(5\sqrt{3}\right)^2=25\times3=75$ إذن $2\sqrt{7}<3\sqrt{5}<5\sqrt{3}$

ب) بما أن $2\sqrt{7}<3\sqrt{5}<5\sqrt{3}$ فإن $-2\sqrt{7}>-3\sqrt{5}>-5\sqrt{3}$ وبالتالي $\sqrt{2}>\sqrt{2}-2\sqrt{7}>\sqrt{2}-3\sqrt{5}>\sqrt{2}-5\sqrt{3}$

ج) بما أن $\sqrt{2}>\sqrt{2}-2\sqrt{7}>\sqrt{2}-3\sqrt{5}>\sqrt{2}-5\sqrt{3}$ فإن $\frac{1}{\sqrt{2}-5\sqrt{3}}<\frac{1}{\sqrt{2}-3\sqrt{5}}<\frac{1}{\sqrt{2}-2\sqrt{7}}<\frac{1}{\sqrt{2}}$

تمريـن عــ10ــدد:

أ) $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a\times a-ab-ba+b\times b=a^2-2ab+b^2$

ب) لدينا $(a-b)^2\geq0$ و $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ لذا $a^2-2ab+b^2\geq0$ إذن $a^2+b^2\geq2ab$

ج) لدينا $\left(a-\sqrt{2}\right)^2=a^2-2a\sqrt{2}+\sqrt{2}^2=a^2-2a\sqrt{2}+2$ لذا $a^2+2\geq2a\sqrt{2}$ (حسب السؤال ب)

كذلك $\left(a-\sqrt{3}\right)^2=a^2-2a\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=a^2-2a\sqrt{3}+3$ لذا $a^2+3\geq2a\sqrt{3}$ (حسب السؤال ب)

د) لدينا $a^2+2\geq2a\sqrt{2}$ يعني $\left(a^2+2\right)\sqrt{3}\geq2a\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{3}\left(a^2+2\right)\geq2a\sqrt{6}$ كذلك لدينا $a^2+3\geq2a\sqrt{3}$

يعني $\left(a^2+3\right)\sqrt{2}\geq2a\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ يعني $\sqrt{2}\left(a^2+3\right)\geq2a\sqrt{6}$

إذن $\sqrt{3}\left(a^2+2\right)+\sqrt{2}\left(a^2+3\right)\geq2a\sqrt{6}+2a\sqrt{6}$ يعني $\sqrt{3}\left(a^2+2\right)+\sqrt{2}\left(a^2+3\right)\geq4a\sqrt{6}$.

تمريـن عــ11ــدد:

أ) لدينا $0<a<1$ و $b>1$ يعني $a<b$ لذا $\frac{1}{b+1}>\frac{1}{a+1}$ وبما أن $b>a>0$ فإن $\frac{a}{b+1}>\frac{b}{a+1}$

ب) $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a\times a-ab-ba+b\times b=a^2-2ab+b^2$

$\frac{ab}{a+b}-\frac{a+b}{4}=\frac{4ab}{4(a+b)}-\frac{(a+b)(a+b)}{4(a+b)}=\frac{4ab-(a+b)(a+b)}{4(a+b)}=\frac{4ab-\left(a^2+2ab+b^2\right)}{4(a+b)}=\frac{4ab-a^2-2ab-b^2}{4(a+b)}$

$=\frac{2ab-a^2-b^2}{4(a+b)}=\frac{-\left(a^2-2ab+b^2\right)}{4(a+b)}=\frac{-(a-b)^2}{4(a+b)}$

بما أن $-(a-b)^2<0$ و $4(a+b)>0$ فإن $\frac{-(a-b)^2}{4(a+b)}<0$ وبالتالي $\frac{ab}{a+b}-\frac{a+b}{4}<0$ إذن $\frac{ab}{a+b}<\frac{a+b}{4}$

تمريـن عــ12ــدد:

أ) $(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2=(a-b)(a-b)+(a-c)(a-c)+(b-c)(b-c)$
$=a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2=2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc=2\left(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\right)$

ب) لدينا $(a-b)^2\geq0$ ، $(a-c)^2\geq0$ و $(b-c)^2\geq0$ لذا $(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2\geq0$

ج) بما أن $(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2\geq0$ فإن $2\left(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\right)\geq0$ يعني

$a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\geq0$ وبالتالي $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$

د) نعتبر $a=\sqrt{2}$ ، $b=\sqrt{3}$ و $c=\sqrt{5}$ لدينا $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$ (حسب السؤال ج) لذا

$\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2\geq\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{2}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{5}$ يعني $2+3+5\geq\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$ يعني $10\geq\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$

د:

0 يعني $x^2<2$ يعني $\frac{x^2}{2}<1$ يعني $\frac{x^2}{2}+1<2$ يعني $\sqrt{\frac{x^2}{2}+1}<\sqrt{2}$

ب) لدينا $0<y<\sqrt{3}$ يعني $0<y^2<3$ يعني $-y^2>-3$ يعني $6-y^2>3$ يعني $\sqrt{6-y^2}>\sqrt{3}$ يعني $\frac{1}{\sqrt{6-y^2}}<\frac{1}{\sqrt{3}}$

يعني $\frac{3}{\sqrt{6-y^2}}<\frac{3}{\sqrt{3}}$ يعني $\frac{3}{\sqrt{6-y^2}}<\sqrt{3}$ (لأن $\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$)

تمرين عـــ14ـــدد:

أ) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)=\sqrt{x}\times\sqrt{x}-\sqrt{x}\times\sqrt{y}-\sqrt{y}\times\sqrt{x}+\sqrt{y}\times\sqrt{y}=x+y-2\sqrt{xy}$

ب) لدينا $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\geq 0$ لذا $x+y-2\sqrt{xy}>0$ يعني $x+y\geq 2\sqrt{xy}$ يعني $\frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}$

ج) لدينا $x+y\geq 2\sqrt{xy}$ يعني $\sqrt{x+y}\geq\sqrt{2\sqrt{xy}}$ يعني $\sqrt{x+y}\geq\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{xy}}$ كذلك لدينا $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\geq 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}\frac{1}{\sqrt{y}}}$

يعني $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\geq 2\frac{1}{\sqrt{\sqrt{xy}}}$ لذا $\sqrt{x+y}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)\geq\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{xy}}\times\frac{2}{\sqrt{\sqrt{xy}}}=2\sqrt{2}$

إذن $\sqrt{x+y}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)\geq 2\sqrt{2}$

تمرين عـــ15ـــدد:

أ) لدينا $a\leq 1$ ، $b\leq 1$ حيث a و b عددان موجبان لذا $ab\leq 1$ يعني $ab-1\leq 0$

ب) $\left(\frac{1}{a}+a\right)-\left(\frac{1}{b}+b\right)=\frac{1}{a}+a-\frac{1}{b}-b=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+a-b=\frac{b}{ab}-\frac{a}{ab}+a-b=\frac{b-a}{ab}+a-b=\frac{b-a}{ab}-(b-a)=(b-a)\left(\frac{1}{ab}-1\right)$

$=(b-a)\left(\frac{1-ab}{ab}\right)=\frac{1}{ab}\times(a-b)\times(ab-1)$

a و b عددان موجبان و $a\leq b$ يعني $ab\geq 0$ و $a-b\leq 0$ وبما أن $ab-1\leq 0$ (حسب السؤال أ) فإن

$\frac{1}{ab}(a-b)(ab-1)\geq 0$ إذن $\left(\frac{1}{a}+a\right)-\left(\frac{1}{b}+b\right)\geq 0$ وبالتالي $\frac{1}{a}+a\geq\frac{1}{b}+b$.

ج) نعتبر $a=0.999998$ و $b=0.999999$ ، حسب السؤال ب) لدينا:

$x=0.999998+\frac{1}{0.999998}>y=0.999999+\frac{1}{0.999999}$

تمرين عـــ16ـــدد:

1) $\frac{x^2}{y^2}-\frac{x}{y}=\frac{x^2}{y^2}-\frac{xy}{y^2}=\frac{x^2-xy}{y^2}=\frac{x(x-y)}{y^2}<0$ (لأن $x-y<0$ ، $x>0$ و $y^2>0$) يعني $\frac{x(x-y)}{y^2}<0$ لذا

$\frac{x^2}{y^2}-\frac{x}{y}<0$ يعني $\frac{x^2}{y^2}<\frac{x}{y}$ $\qquad$ $\frac{x}{y}-\frac{x+y^2}{y+x^2}=\frac{x(y+x^2)-y(x+y^2)}{y(y+x^2)}=\frac{xy+x^3-yx-y^3}{y(y+x^2)}=\frac{x^3-y^3}{y(y+x^2)}<0$ (لأن

x و y عددان موجبان قطعا و $x<y$ يعني $x^3<y^3$ و $y+x^2>0$) يعني $\frac{x^3-y^3}{y(y+x^2)}<0$ لذا $\frac{x}{y}-\frac{x+y^2}{y+x^2}<0$ يعني

$\frac{x}{y}<\frac{x+y^2}{y+x^2}$

بما أن $\frac{x^2}{y^2}<\frac{x}{y}$ و $\frac{x}{y}<\frac{x+y^2}{y+x^2}$ فإن $\frac{x^2}{y^2}<\frac{x}{y}<\frac{x+y^2}{y+x^2}$

2) أ) $(p+1)^2=p^2+2p+1$ ، $(p-1)^2=p^2-2p+1$

ب) لدينا p عدد صحيح طبيعي مخالف لصفر ولواحد لذا $p-1\neq 0$ و $p+1\neq 0$ و $p-1<p+1$. إعتمادا على السؤال

(1) نعتبر $x=p-1$ و $y=p+1$ إذن نتحصل على $\frac{(p-1)^2}{(p+1)^2}<\frac{p-1}{p+1}<\frac{(p-1)+(p+1)^2}{(p+1)+(p-1)^2}$ وبما أن

$(p-1)^2=p^2-2p+1$ و $(p+1)^2=p^2+2p+1$ فإن $(p-1)+(p+1)^2=p-1+p^2+2p+1=p^2+3p$

و $(p+1)+(p-1)^2=p+1+p^2-2p+1=p^2-p+2$ وبالتالي $\frac{(p-1)^2}{(p+1)^2}<\frac{p-1}{p+1}<\frac{p^2+3p}{p^2-p+2}$

تمرين عـــ17ـــدد:

1) لدينا $a\leq b$ يعني $a-b\leq 0$ و $b\leq 2a$ يعني $2a-b\geq 0$ لذا $(a-b)(2a-b)\leq 0$

2) $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2=\left(a\sqrt{2}-b\right)\left(a\sqrt{2}+b\right)=a\sqrt{2}\times a\sqrt{2}-ba\sqrt{2}-ba\sqrt{2}+b^2=2a^2-2ab\sqrt{2}+b^2$

$(a-b)(2a-b)=a\times 2a-a\times b-b\times 2a+b^2=2a^2-3ab+b^2$

3) $A=\frac{2a^2+b^2}{3ab}$ ، $A-1=\frac{2a^2+b^2}{3ab}-1=\frac{2a^2+b^2-3ab}{3ab}=\frac{2a^2-3ab+b^2}{3ab}=\frac{(a-b)(2a-b)}{3ab}$

لدينا $(a-b)(2a-b)\leq 0$ (حسب السؤال (1)) و $ab>0$ (لأن $b\geq a>0$) لذا $\frac{(a-b)(2a-b)}{3ab}\leq 0$ إذن $A-1\leq 0$

وبالتالي $A\leq 1$

$A-\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{2a^2+b^2}{3ab}-\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{2a^2+b^2}{3ab}-\frac{2ab\sqrt{2}}{3ab}=\frac{2a^2+b^2-2ab\sqrt{2}}{3ab}=\frac{2a^2-2ab\sqrt{2}+b^2}{3ab}=\frac{\left(a\sqrt{2}-b\right)^2}{3ab}$

لدينا $\left(a\sqrt{2}-b\right)^2\geq 0$ و $3ab>0$ لذا $\frac{\left(a\sqrt{2}-b\right)^2}{3ab}\geq 0$ إذن $A-\frac{2\sqrt{2}}{3}\geq 0$ وبالتالي $A\geq\frac{2\sqrt{2}}{3}$

بما أن $A\leq 1$ و $A\geq\frac{2\sqrt{2}}{3}$ فإن $\frac{2\sqrt{2}}{3}\leq A\leq 1$

تمرين عـــ18ـــدد:

1) لدينا $n<n+1<n+2<n+3$ لذا $\frac{1}{n}>\frac{1}{n+1}>\frac{1}{n+2}>\frac{1}{n+3}$

2) حسب السؤال (1) لدينا: $\frac{1}{n+3}<\frac{1}{n}$ و $\frac{1}{n+3}<\frac{1}{n+1}$ و $\frac{1}{n+3}<\frac{1}{n+2}$ لذا

$\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+3}<\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}$

$+\frac{1}{n}<\frac{3}{n+3}$ يعني $\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}<\frac{1}{n+3}+\frac{3}{n+3}$ يعني

$\frac{4}{n+3}<\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$

ولدينا كذلك $\frac{1}{n}>\frac{1}{n+1}$; $\frac{1}{n}>\frac{1}{n+2}$ و $\frac{1}{n}>\frac{1}{n+3}$ يعني $\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{n}>\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$ يعني

يعني $\frac{3}{n}>\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$ يعني $\frac{1}{n}+\frac{3}{n}>\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$ يعني $\frac{4}{n}>\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$. بما أن

$\frac{4}{n+3}<\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}$ و $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}<\frac{4}{n}$ فإن $\frac{4}{n+3}<\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}<\frac{4}{n}$.

3) اعتمادا على السؤال (2) نعتبر $n=100$ فنتحصل على $\frac{4}{103}<\frac{1}{100}+\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\frac{1}{103}<\frac{4}{100}=0.04$ وبما أن

$\frac{3}{100}<\frac{4}{103}$

فإن $0.03<\frac{1}{100}+\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\frac{1}{103}<\frac{4}{100}=0.04$

تمرين عـ19ـدد:

أ) $\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a}=\frac{a-(a-1)}{a(a-1)}=\frac{a-a+1}{a(a-1)}=\frac{1}{a(a-1)}$

ب) لدينا $a-1<a$ لذا $\frac{1}{a-1}>\frac{1}{a}$ يعني $\frac{1}{a}\times\frac{1}{a-1}>\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}$ يعني $\frac{1}{a^2}<\frac{1}{a(a-1)}$

ج) اعتمادا على السؤال (ب): لدينا $\frac{1}{a^2}<\frac{1}{a(a-1)}=\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a}$ لذا

$\frac{1}{2^2}<\frac{1}{2-1}-\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3^2}<\frac{1}{3-1}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4^2}<\frac{1}{4-1}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5^2}<\frac{1}{5-1}-\frac{1}{5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$ ، ...... ، $\frac{1}{99^2}<\frac{1}{99-1}-\frac{1}{99}=\frac{1}{98}-\frac{1}{99}$ ، $\frac{1}{100^2}<\frac{1}{100-1}-\frac{1}{100}=\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$

يعني $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+.....+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}<\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+......+\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)$ يعني

$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+.....+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}<1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+......+\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{98}\right)+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{99}\right)-\frac{1}{100}$ يعني

$\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+.....+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}<1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$

تمرين عـ20ـدد:

أ) $\frac{n}{n+1}-\frac{n+1}{n+2}=\frac{n(n+2)}{(n+1)(n+2)}-\frac{(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+2)}=\frac{n(n+2)-(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+2)}=\frac{n^2+2n-n^2-2n-1}{(n+1)(n+2)}=\frac{-1}{(n+1)(n+2)}<0$

إذن $\frac{n}{n+1}<\frac{n+1}{n+2}$

ب) اعتمادا على السؤال (أ) لدينا:

$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}<\frac{6}{7}$; $\frac{7}{8}<\frac{8}{9}$; .... ; $\frac{19}{20}<\frac{20}{21}$; $\frac{21}{22}<\frac{22}{23}$; $\frac{23}{24}<\frac{24}{25}$

يعني $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{7}{8}\times.....\times\frac{19}{20}\times\frac{21}{22}\times\frac{23}{24}<\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{3}\times.....\times\frac{20}{21}\times\frac{22}{23}\times\frac{24}{25}$ يعني $A<B$

ج) $A\times B=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{6}\times.......\times\frac{20}{21}\times\frac{21}{22}\times\frac{22}{23}\times\frac{23}{24}\times\frac{24}{25}=\frac{1}{25}$

د) $2A=\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times....\times\frac{19}{20}\times\frac{21}{22}\times\frac{23}{24}$ ، $B=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}\times.......\times\frac{20}{21}\times\frac{22}{23}\times\frac{24}{25}$

لدينا $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5}<\frac{5}{6}$ ، $\frac{6}{7}<\frac{7}{8}$ ، .... ، $\frac{20}{21}<\frac{21}{22}$ ، $\frac{22}{23}<\frac{23}{24}$

لذا $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times.......\times\frac{20}{21}\times\frac{22}{23}<\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times.......\times\frac{21}{22}\times\frac{23}{24}$ ونعلم أن $\frac{24}{25}<1$

إذن $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times.......\times\frac{20}{21}\times\frac{22}{23}\times\frac{24}{25}<\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}\times.......\times\frac{21}{22}\times\frac{23}{24}$ وبالتالي $B<2A$

هـ) لدينا $B<2A$ يعني $B\times A<2\times A\times A$ يعني $AB<2A^2$ يعني $A^2>\frac{AB}{2}$ يعني $\sqrt{A^2}>\sqrt{\frac{AB}{2}}$ يعني $A>\frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{2}}$

يعني $A>\frac{\sqrt{\frac{1}{25}}}{\sqrt{2}}$ يعني $A>\frac{\frac{1}{5}}{\sqrt{2}}$ يعني $A>\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{1}{5\sqrt{2}}$ إذن $A>\frac{\sqrt{2}}{10}$ (1). لدينا كذلك $A<B$ يعني $A^2<AB$

يعني $\sqrt{A^2}<\sqrt{AB}$ يعني $A<\sqrt{\frac{1}{25}}$ يعني $A<\frac{1}{5}$ (2). لدينا كذلك $B>A$ يعني $B^2>AB$ يعني $\sqrt{B^2}>\sqrt{AB}$ يعني

$B>\sqrt{\frac{1}{25}}$

يعني $B>\frac{1}{5}$ (3) ونعلم أن $B<1$ (4).

إذن حسب: (1) + (2) + (3) + (4) نتحصل على $\frac{\sqrt{2}}{10}<A<\frac{1}{5}<B<1$

$(1-\sqrt{3})^2=1-2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=1-2\sqrt{3}+3=4-2\sqrt{3}$ ، $(\sqrt{2}+1)^2=(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}+1=2+$

$(3\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}+1)=(3\sqrt{2})^2-1^2=9\times2-1=18-1=17$ ، $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-$

$(3+2\sqrt{2})^2=3^2+2\times3\times2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2=9+12\sqrt{2}+4\times2=9+12\sqrt{2}+8=17+12\sqrt{2}$

$(2\sqrt{3}-3)^2=(2\sqrt{3})^2-2\times2\sqrt{3}\times3+3^2=4\times3-12\sqrt{3}+9=12-12\sqrt{3}+9=21-12\sqrt{3}$

$[1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})][1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})]=1^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=1-\left((\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\right)=1-(2+2\sqrt{6}+3)=1-2-2\sqrt{6}-3=-4-2\sqrt{6}$

$[\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})][\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})]=(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=2-\left((\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2\right)=2-3+2\sqrt{15}-5=-6+2\sqrt{15}$

$[2-\sqrt{2}+\sqrt{3}][2+\sqrt{2}-\sqrt{3}]=[2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})][2+(\sqrt{2}-\sqrt{3})]=2^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=4-\left((\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\right)=4-2+2\sqrt{6}-3=-1+2\sqrt{6}$

تمرين عـ02ـدد: 1) $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$ ☒ ، 2) $a=b^2-1$ ☒

تمرين عـ03ـدد: 1) $(x+1)^2=x^2+2x+1$ * ، $(x-1)^2=x^2-2x+1$ * ، $(x+1)(x-1)=x^2-1$ *

2) $101^2=(100+1)^2=100^2+2\times100+1=10000+200+1=10201$ *

$99^2=(100-1)^2=100^2-2\times100+1=10000-200+1=9801$ *

$101\times99=(100+1)(100-1)=100^2-1=9999$ *

تمرين عـ04ـدد:

$(2x-\sqrt{2})(2x+\sqrt{2})=(2x)^2-(\sqrt{2})^2=4x^2-2$ ، $(x+\sqrt{5})^2=x^2+2\sqrt{5}x+5$ ، $(\sqrt{7}-x)^2=7-2\sqrt{7}x+x^2$ ،

$\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2=\frac{1}{4}x^2-x+1$ ، $(x^2+2)^2=(x^2)^2+4x^2+4=x^4+4x^2+4$ ، $(x^3-1)(x^3+1)=(x^3)^2-1=x^6-1$

$(x-\sqrt{2}+\sqrt{3})(x+\sqrt{2}+\sqrt{3})=(x-(\sqrt{2}-\sqrt{3}))(x+(\sqrt{2}-\sqrt{3}))=x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=x^2-\left((\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\right)=x^2-2+2\sqrt{6}-3=x^2+2\sqrt{6}-5$

$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(2x-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2x+\sqrt{5})=\left[(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right]\left[(2x-\sqrt{5})(2x+\sqrt{5})\right]$

$=\left[(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\right]\left[(2x)^2-(\sqrt{5})^2\right]$

$=(3-2)(4x^2-5)=4x^2-5$

تمرين عـ05ـدد:

$x^2-1=(x+1)(x-1)$ ، $x^2-9=(x+3)(x-3)$ ، $x^2+6x+9=(x+3)^2$ ، $x^2-4x+4=(x-2)^2$

$x^2+2x+1=(x+1)^2$ ، $4x^2-25=(2x)^2-5^2=(2x-5)(2x+5)$ ، $4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

$9x^2-12x+4=(3x-2)^2$ ، $x^2-2\sqrt{3}x+3=(x-\sqrt{3})^2$ ، $\frac{1}{4}x^2-x+1=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$ ، $x^4+2x^2+1=(x^2+1)^2$

$5x^2-3=(\sqrt{5}x)^2-(\sqrt{3})^2=(\sqrt{5}x-\sqrt{3})(\sqrt{5}x+\sqrt{3})$ ، $(x+1)^2+2(x+1)+1=[(x+1)+1]^2=(x+2)^2$

تمرين عـ06ـدد: $\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ، $\frac{3}{\sqrt{3}-1}=\frac{3\times(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{3\sqrt{3}+3}{(\sqrt{3})^2-1}=\frac{3\sqrt{3}+3}{3-1}=\frac{3\sqrt{3}+3}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$ ، $\frac{1}{2-\sqrt{5}}=\frac{2+\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{2+\sqrt{5}}{2^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{2+\sqrt{5}}{4-5}=-2-\sqrt{5}$

$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}(2\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{20-3}=\frac{2\sqrt{10}-\sqrt{6}}{17}$

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{6}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2+2\sqrt{6}+3}{2-3}=\frac{5+2\sqrt{6}}{-1}=-(5+2\sqrt{6})$

تمرين عـ07ـدد:

$A=4x^2-4x+1+(3x+1)(2x-1)=(2x-1)^2+(3x+1)(2x-1)=(2x-1)[(2x-1)+(3x+1)]=(2x-1)(2x-1+3x+1)=(2x-1)5x$

$B=x^2-\frac{1}{4}+\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(x+\frac{1}{3}\right)\right]=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{5}{6}\right)$

$C=(2x+3)(4x-1)+4x^2+12x+9=(2x+3)(4x-1)+(2x+3)^2=(2x+3)(4x-1+2x+3)=(2x+3)(6x+2)$

$F=(x+1)^2-2y(x+1)+y^2-x+y-1=\left[(x+1)^2-2y(x+1)+y^2\right]-(x+1-y)=((x+1)-y)^2-(x+1-y)=(x+1-y)^2-(x+1-y)$

$=(x+1-y)((x+1-y)-1)=(x+1-y)(x+1-y-1)=(x+1-y)(x-y)$

تمرين عـ08ـدد: $a+b=\sqrt{3}$ و $a-b=\sqrt{2}$

$A=a^2+2ab+b^2-\sqrt{3}a-\sqrt{3}b=(a+b)^2-\sqrt{3}(a+b)=(\sqrt{3})^2-\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3-3=0$

$B=2(a^2-b^2)-a^2+2ab-b^2=2(a-b)(a+b)-(a^2-2ab+b^2)=2(a-b)(a+b)-(a-b)^2=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}-(\sqrt{2})^2=2\sqrt{6}-2$

$C=(a-\sqrt{3})^2-(b+\sqrt{2})^2+\sqrt{3}(b-a)=\left[(a-\sqrt{3})-(b+\sqrt{2})\right]\left[(a-\sqrt{3})+(b+\sqrt{2})\right]+\sqrt{3}(b-a)$

$=(a-\sqrt{3}-b-\sqrt{2})(a-\sqrt{3}+b+\sqrt{2})+\sqrt{3}(b-a)$

$=(a-b-\sqrt{3}-\sqrt{2})(a+b-\sqrt{3}+\sqrt{2})+\sqrt{3}(b-a)=(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2})-\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

$=-\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{6}=-\sqrt{6}-\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

$D=b^2-(a-1)^2-\sqrt{3}+1=(b-(a-1))(b+(a-1))-\sqrt{3}+1=(b-a+1)(b+a-1)-\sqrt{3}+1$

$=(-\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-1)-\sqrt{3}+1=-\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+1=-\sqrt{6}+\sqrt{2}$

تمرين عـ09ـدد: 1) $A=(x+y)^2-2xy=x^2+2xy+y^2-2xy=x^2+y^2$

$B=(x-y)^2+2xy=x^2-2xy+y^2+2xy=x^2+y^2$ إذن $A=B=x^2+y^2$

$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3}^2+$ ، ،

$(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2+2\sqrt{15}=(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\sqrt{5}$

تمريـن عـ10ـدد:

$$a=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1}=\frac{2\sqrt{2}}{2-1}=2\sqrt{2}$$

$$b=\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\frac{1}{\sqrt{3}+2}=\frac{(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\frac{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3})^2-2^2}=\frac{4}{3-4}=-4$$

$$c=\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}-\frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}+2)(2+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}-2)(2+\sqrt{3})}=\frac{(\sqrt{3}^2+4\sqrt{3}+4)-(\sqrt{3}^2-4\sqrt{3}+4)}{\sqrt{3}^2-2^2}=\frac{(3+4\sqrt{3}+4)-(3-4\sqrt{3}+4)}{3-4}=-8\sqrt{3}$$ ،

$$d=\frac{\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2}}{\dfrac{\sqrt{3}-2}{1+\sqrt{2}}}=\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+2}\times\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2}=\frac{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\frac{1-\sqrt{2}^2}{\sqrt{3}^2-2^2}=\frac{1-2}{3-4}=1$$

$$e=\frac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{5}-2\sqrt{7}}{2-3\sqrt{2}}\right)}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{3\sqrt{2}+2}{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}\right)\times\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{7}}{2-3\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}{3\sqrt{2}+2}=\frac{2}{2}\times\frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{7})(2\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(2-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+2)}=\frac{(\sqrt{5})^2-(2\sqrt{7})^2}{2^2-(3\sqrt{2})^2}=\frac{5-28}{4-18}=\frac{23}{14}$$

تمريـن عـ11ـدد:

1) $5+2\sqrt{6}=2+3+2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ ، $5-2\sqrt{6}=2-2\sqrt{3}\sqrt{2}+3=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

$12+2\sqrt{35}=7+5+2\sqrt{5}\times\sqrt{7}=(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2$ ، $11-6\sqrt{2}=9+2-2\times3\sqrt{2}=(3-\sqrt{2})^2$

$27+10\sqrt{2}=25+2+2\times5\sqrt{2}=(5+\sqrt{2})^2$ ، $27-10\sqrt{2}=25+2-2\times5\sqrt{2}=(5-\sqrt{2})^2$

$14+4\sqrt{10}=10+4+2\times2\sqrt{10}=(\sqrt{10}+2)^2$ ، $14-4\sqrt{10}=10+4-2\times2\sqrt{10}=(\sqrt{10}-2)^2$

2) $\sqrt{27+10\sqrt{2}}+\sqrt{27-10\sqrt{2}}=\sqrt{(5+\sqrt{2})^2}+\sqrt{(5-\sqrt{2})^2}=|5+\sqrt{2}|+|5-\sqrt{2}|=(5+\sqrt{2})+(5-\sqrt{2})=10$

$\sqrt{14-4\sqrt{10}}+\sqrt{14+4\sqrt{10}}=\sqrt{(\sqrt{10}-2)^2}+\sqrt{(\sqrt{10}+2)^2}=|\sqrt{10}-2|+|\sqrt{10}+2|=(\sqrt{10}-2)+(\sqrt{10}+2)=2\sqrt{10}$.

تمريـن عـ12ـدد: 1)

$$E=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)-\left(\frac{a-b}{2}\right)\right]\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)+\left(\frac{a-b}{2}\right)\right]$$

$$=\left[\frac{(a+b)-(a-b)}{2}\right]\left[\frac{(a+b)+(a-b)}{2}\right]=\left(\frac{a+b-a+b}{2}\right)\left(\frac{a+b+a-b}{2}\right)=\frac{2b}{2}\times\frac{2a}{2}=b\times a=ab$$

2) اعتمادا على السؤال (1) لدينا: $\left(\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{2}\right)^2=5\sqrt{2}\times2\sqrt{5}=(5\times2)\times(\sqrt{2}\times\sqrt{5})=10\sqrt{10}$

$$\left(\frac{3^{-39}+3^{39}}{2}\right)^2-\left(\frac{3^{-39}+3^{39}}{2}\right)^2=3^{-39}\times3^{39}=3^{-39+39}=3^0=1$$

تمريـن عـ13ـدد:

1) $xy=\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}\times\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}=\sqrt{(2\sqrt{5}+\sqrt{19})(2\sqrt{5}-\sqrt{19})}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{19})^2}=\sqrt{20-19}=\sqrt{1}=1$

$$(x+y)^2=\left(\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}+\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}\right)^2$$

$$=\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}^2+2\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{9}}\times\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}+\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}^2$$

$$=2\sqrt{5}+\sqrt{19}+2\times1+2\sqrt{5}-\sqrt{19}=(2\sqrt{5}+2\sqrt{5})+(\sqrt{19}-\sqrt{19})+2=4\sqrt{5}+2$$

$$(x-y)^2=\left(\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}-\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}\right)^2=\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{19}}^2-2\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{9}}\times\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}+\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}^2$$

$$=2\sqrt{5}+\sqrt{19}-2\times1+2\sqrt{5}-\sqrt{19}=4\sqrt{5}-2$$

2) $$\frac{x+y}{x-y}=\frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)(x-y)}=\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}=\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+\sqrt{9}}^2-\sqrt{2\sqrt{5}-\sqrt{19}}^2}{4\sqrt{5}-2}=\frac{(2\sqrt{5}+\sqrt{19})-(2\sqrt{5}-\sqrt{19})}{4\sqrt{5}-2}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{19}-2\sqrt{5}+\sqrt{19}}{4\sqrt{5}-2}=\frac{2\sqrt{19}}{4\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{19}}{2\sqrt{5}-1}$$

تمريـن عـ14ـدد: 1) لدينا $a\geq0$ ، $b\geq0$ و $a\leq b$ لذا $\sqrt{a}\geq0$ ، $\sqrt{b}\geq0$ و $(\sqrt{a}\leq\sqrt{b})$ يعني $\sqrt{b}-\sqrt{a}\geq0$) إذن:

$$2\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{a})\geq0$$

2) $2A\sqrt{a}=2(\sqrt{b}-\sqrt{a})\sqrt{a}=2(\sqrt{b}\times\sqrt{a}-\sqrt{a}\times\sqrt{a})=2(\sqrt{ab}-a)$

3) $B^2-A^2=(\sqrt{b-a})^2-(\sqrt{b}-\sqrt{a})^2=(b-a)-(\sqrt{b}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{a}^2)=(b-a)-(b-2\sqrt{ab}+a)$

$$=b-a-b+2\sqrt{ab}-a=-2a+2\sqrt{ab}=2(\sqrt{ab}-a)=2A\sqrt{a}$$

4) لدينا $A=\sqrt{b}-\sqrt{a}\geq0$ لذا $2A\sqrt{a}\geq0$ إذن $B^2-A^2=2A\sqrt{a}\geq0$ يعني $B^2\geq A^2$ وبما أن $A\geq0$ و $B\geq0$ فإن $B\geq A$

5) نعتبر $a=2-\sqrt{3}$ و $b=7-2\sqrt{3}$ ، $b-a=(7-2\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})=5-\sqrt{3}$ وبما أن $\sqrt{b-a}\geq\sqrt{b}-\sqrt{a}$ فإن $\sqrt{5-\sqrt{3}}\geq\sqrt{7-2\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (حسب السؤال 4).

تمريـن عـ15ـدد: 1) $a^2=(\sqrt{3-2\sqrt{2}})^2=3-2\sqrt{2}$ ، $b^2=(\sqrt{3+2\sqrt{2}})^2=3+2\sqrt{2}$

$$ab=\sqrt{3-2\sqrt{2}}\times\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{9-8}=\sqrt{1}=1$$

2) بما أن $ab=1$ فإن a مقلوب b.

3) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=(3-2\sqrt{2})+2\times1+(3+2\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}+2+3+2\sqrt{2}=8$

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2 = (3-2\sqrt{2})-2\times 1+(3+2\sqrt{2}) = 3-2\sqrt{}$

يعني $\sqrt{(a+b)^2}=\sqrt{8}$ ، يعني $|a+b|=2\sqrt{2}$ ، يعني $a+b=2\sqrt{2}$ (لأن $a+b\geq 0$) إذا $\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$. لدينا كذلك: $(a-b)^2=4$ يعني $\sqrt{(a-b)^2}=\sqrt{4}$ ، يعني $|a-b|=2$ ، يعني $a-b=2$

(لأن $a-b\geq 0$) إذا $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}=2$.

تمريـن عـ16ـدد:

1) لدينا $a^2-b<a^2$ يعني $\sqrt{a^2-b}<\sqrt{a^2}$ يعني $\sqrt{a^2-b}<|a|$ يعني $\sqrt{a^2-b}<a$ (لأن $a\in IR_+$)

2)

$$x^2+y^2=\left(\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}\right)^2=\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}+\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}=\frac{a+\sqrt{a^2-b}+a-\sqrt{a^2-b}}{2}=\frac{2a}{2}=a$$

$$xy=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\times\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}=\sqrt{\frac{(a+\sqrt{a^2-b})\times(a-\sqrt{a^2-b})}{4}}=\sqrt{\frac{a^2-(\sqrt{a^2-b})^2}{4}}=\sqrt{\frac{a^2-(a^2-b)}{4}}=\sqrt{\frac{b}{4}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{b}}{2}$$

3) لدينا $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ يعني $\sqrt{(x+y)^2}=\sqrt{x^2+2xy+y^2}$ يعني $|x+y|=\sqrt{x^2+2xy+y^2}$

وبالتالي $x+y=\sqrt{x^2+2xy+y^2}$ (لأن $x+y\geq 0$). وبما أن $x^2+y^2=a$ و $xy=\frac{\sqrt{b}}{2}$ فإن $x+y=\sqrt{a+2\frac{\sqrt{b}}{2}}=\sqrt{a+\sqrt{b}}$

إذن $x+y=\sqrt{a+\sqrt{b}}$ ولدينا كذلك $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$ يعني $\sqrt{(x-y)^2}=\sqrt{x^2-2xy+y^2}$

يعني $|x-y|=\sqrt{x^2-2xy+y^2}$ إذن $x-y=\sqrt{x^2-2xy+y^2}$ (لأن $x-y\geq 0$). وبما أن $x^2+y^2=a$ و $xy=\frac{\sqrt{b}}{2}$ فإن

$x-y=\sqrt{a-2\frac{\sqrt{b}}{2}}=\sqrt{a-\sqrt{b}}$ وبالتالي $x-y=\sqrt{a-\sqrt{b}}$

4) $\sqrt{\frac{7+\sqrt{49-4}}{2}}+\sqrt{\frac{7-\sqrt{49-4}}{2}}=\sqrt{\frac{7+\sqrt{45}}{2}}+\sqrt{\frac{7-\sqrt{45}}{2}}$ بالاعتماد على السؤال 3 لدينا $a=7$ و $b=4$ فنتحصل

على: $\sqrt{\frac{7+\sqrt{49-4}}{2}}+\sqrt{\frac{7-\sqrt{49-4}}{2}}=\sqrt{7+\sqrt{4}}=\sqrt{7+2}=\sqrt{9}=3$ ،

$\sqrt{\frac{4+\sqrt{16-9}}{2}}-\sqrt{\frac{4-\sqrt{16-9}}{2}}=\sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{2}}-\sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}}$ بالاعتماد على السؤال 3 لدينا $a=4$ و $b=9$ فنتحصل على:

$\sqrt{\frac{4+\sqrt{16-9}}{2}}-\sqrt{\frac{4-\sqrt{16-9}}{2}}=\sqrt{4-\sqrt{9}}=\sqrt{4-3}=\sqrt{1}=1$

تمريـن عـ17ـدد: 1) $A=\left(\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{a}}{a}\right)^2+2\frac{\sqrt{a}}{a}\frac{\sqrt{b}}{b}+\left(\frac{\sqrt{b}}{b}\right)^2=\frac{a}{a^2}+2\frac{\sqrt{ab}}{ab}+\frac{b}{b^2}=\frac{1}{a}+2\frac{\sqrt{ab}}{ab}+\frac{1}{b}$

وبما أن $\frac{1}{b}=a$ فإن $ab=1$ لذا $A=\frac{1}{a}+2\frac{\sqrt{ab}}{ab}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a}+\frac{2\times\sqrt{1}}{1}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a}+2+\frac{1}{b}$

2) لدينا $\left(\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}\right)^2=2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ لذا $A=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ يعني $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}\right)^2}=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ يعني $\left|\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}\right|=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ يعني

$\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ (لأن $\frac{\sqrt{a}}{a}+\frac{\sqrt{b}}{b}>0$) ونعلم أن $\frac{\sqrt{a}}{a}=\frac{1}{\sqrt{a}}$ و $\frac{\sqrt{b}}{b}=\frac{1}{\sqrt{b}}$ إذن $\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}=\sqrt{2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$

3) لدينا $\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{2}}}=\frac{5+2\sqrt{2}}{(5+2\sqrt{2})\sqrt{5+2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{5+2\sqrt{2}}\times\sqrt{5+2\sqrt{2}}}{(5+2\sqrt{2})\sqrt{5+2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{5+2\sqrt{2}}}{5+2\sqrt{2}}$ وبنفس الطريقة

$\frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{5-2\sqrt{2}}}{5-2\sqrt{2}}$ بالاعتماد على السؤال (2) نعتبر $a=5+2\sqrt{6}$ و $b=5-2\sqrt{6}$ فنتحصل على

$$\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}+\frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}=\sqrt{2+\frac{1}{5+2\sqrt{6}}+\frac{1}{5-2\sqrt{6}}}=\sqrt{2+\frac{5-2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}+\frac{5+2\sqrt{6}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}}=\sqrt{2+\frac{10}{25-24}}=\sqrt{12}$$

تمريـن عـ18ـدد: 1)

$a=\sqrt{54}-\sqrt{24}-\frac{1}{2}\sqrt{20}=\sqrt{9\times 6}-\sqrt{6\times 4}-\frac{1}{2}\sqrt{5\times 4}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}-\sqrt{6}\times\sqrt{4}-\frac{1}{2}\sqrt{4}\times\sqrt{5}=3\sqrt{6}-2\sqrt{6}-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}=\sqrt{6}-\sqrt{5}$

$b=\sqrt{600}-\sqrt{486}+\sqrt{5}=\sqrt{100\times 6}-\sqrt{81\times 6}+\sqrt{5}=\sqrt{100}\times\sqrt{6}-\sqrt{81}\times\sqrt{6}+\sqrt{5}=10\sqrt{6}-9\sqrt{6}+\sqrt{5}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

2) $a\times b=(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})=\sqrt{6}^2-\sqrt{5}^2=6-5=1$ بما أن $ab=1$ فإن a مقلوب b.

3) $a^2=(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2=\sqrt{6}^2-2\sqrt{6}\sqrt{5}+\sqrt{5}^2=6+5-2\sqrt{30}=11-2\sqrt{30}$

$b^2=(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2=\sqrt{6}^2+2\sqrt{6}\sqrt{5}+\sqrt{5}^2=6+5+2\sqrt{30}=11+2\sqrt{30}$

4) $\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=\frac{a^2}{ab}-\frac{b^2}{ab}=\frac{a^2-b^2}{ab}=\frac{(11-2\sqrt{30})-(11+2\sqrt{30})}{1}=11-2\sqrt{30}-11-2\sqrt{30}=-4\sqrt{30}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b}{ab}+\frac{a}{ab}=\frac{b+a}{ab}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})+(\sqrt{6}-\sqrt{5})}{1}=\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{6}-\sqrt{5}=2\sqrt{6}$

تمريـن عـ19ـدد:

1) أ) $a=\sqrt{125}-\sqrt{20}-1=\sqrt{25\times 5}-\sqrt{4\times 5}-1=\sqrt{25}\times\sqrt{5}-\sqrt{4}\times\sqrt{5}-1=5\sqrt{5}-2\sqrt{5}-1=3\sqrt{5}-1$

ب) لدينا $3\sqrt{5}>1$ لذا $3\sqrt{5}-1>0$

2) $b=6+4\sqrt{5}$

أ) $ab=(3\sqrt{5}-1)(6+4\sqrt{5})=6\times 3\sqrt{5}+3\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}-6-4\sqrt{5}=18\sqrt{5}+12\times 5-6-4\sqrt{5}=18\sqrt{5}-4\sqrt{5}+60-6=14\sqrt{5}+54$

ب) $(b-a)^2=\left[(6+4\sqrt{5})-(3\sqrt{5}-1)\right]^2=(6+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}+1)^2=(7+\sqrt{5})^2=7^2+2\times 7\sqrt{5}+\sqrt{5}^2=49+5+14\sqrt{5}=54+14\sqrt{5}$

إذن $(b-a)^2=ab$.

ج) $\frac{b-a}{ab}=\frac{b}{ab}-\frac{a}{ab}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ وبما أن $(b-a)^2=ab$ فإن $\frac{1}{b-a}=\frac{b-a}{(b-a)^2}=\frac{b-a}{ab}$ وبالتالي $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b-a}$

أ) في حالة $x=0$ ، $A=0^2+2\times0+\frac{8}{9}=0+0+\frac{8}{9}=\frac{8}{9}$

ب) $A=(-2)^2+2\times(-2)+\frac{8}{9}=4-4+\frac{8}{9}=\frac{8}{9}$

ب) $A=(x+1)^2-\frac{1}{9}$ إذن $(x+1)^2-\frac{1}{9}=x^2+2x+1-\frac{1}{9}=x^2+2x+\frac{9}{9}-\frac{1}{9}=x^2+2x+\frac{8}{9}=A$

ج) $A=(x+1)^2-\frac{1}{9}=(x+1)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left[(x+1)-\frac{1}{3}\right]\left[(x+1)+\frac{1}{3}\right]=\left(x+1-\frac{1}{3}\right)\left(x+1+\frac{1}{3}\right)=\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{4}{3}\right)$

2) أ) $(3x+1)\left(x+\frac{4}{3}\right)=3x\times x+\frac{4}{3}\times3x+x+\frac{4}{3}=3x^2+4x+x+\frac{4}{3}=3x^2+5x+\frac{4}{3}$ إذن $B=(3x+1)\left(x+\frac{4}{3}\right)$.

ب) $\frac{A}{B}=\frac{\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{4}{3}\right)}{(3x+1)\left(x+\frac{4}{3}\right)}=\frac{x+\frac{2}{3}}{3x+1}$

تمريـن عـ21ـدد

1) أ) $29-4\sqrt{7}=\sqrt{28}^2-2\sqrt{28}+1=\left(\sqrt{28}-1\right)^2$ ($\sqrt{28}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$)

ب) $A=x^2-\left(29-4\sqrt{7}\right)=x^2-\left(\sqrt{28}-1\right)^2=\left(x-\left(\sqrt{28}-1\right)\right)\left(x+\left(\sqrt{28}-1\right)\right)=\left(x-\sqrt{28}+1\right)\left(x+\sqrt{28}-1\right)=\left(x-2\sqrt{7}+1\right)\left(x+2\sqrt{7}-1\right)$

2) $A+B=\left(x-2\sqrt{7}+1\right)\left(x+2\sqrt{7}-1\right)+2\left(x+\sqrt{7}\right)\left(x-1+2\sqrt{7}\right)=\left(x+2\sqrt{7}-1\right)\left[\left(x-2\sqrt{7}+1\right)+2\left(x+\sqrt{7}\right)\right]=\left(x+2\sqrt{7}-1\right)\left(x-2\sqrt{7}+1+2x+2\sqrt{7}\right)=\left(x+2\sqrt{7}-1\right)(3x+1)$

تمريـن عـ22ـدد:

1) أ) $E=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}+a-a\sqrt{a}\right)=\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}+a\left(1-\sqrt{a}\right)\right)=(1+a)\left[\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}\right)\right]=\left(1-\sqrt{a}^2\right)(1+a)=(1-a)(1+a)=1-a^2$

ب) في حالة $a=\sqrt{2}$ ، $E=1-a^2=1-\left(\sqrt{2}\right)^2=1-2=-1$

في حالة $a=2\sqrt{3}$ ، $E=1-a^2=1-\left(2\sqrt{3}\right)^2=1-12=-11$

في حالة $a=\sqrt{5}+1$ ، $E=1-a^2=1-\left(\sqrt{5}+1\right)^2=1-\left(\sqrt{5}^2+2\sqrt{5}+1\right)=1-\left(6+2\sqrt{5}\right)=1-6-2\sqrt{5}=-5-2\sqrt{5}$

في حالة $a=3\sqrt{2}-1$ ،

$E=1-a^2=1-\left(3\sqrt{2}-1\right)^2=1-\left(\left(3\sqrt{2}\right)^2-2\times3\sqrt{2}+1\right)=1-\left(18-6\sqrt{2}+1\right)=1-\left(19-6\sqrt{2}\right)=1-19+6\sqrt{2}=-18+6\sqrt{2}$

2) أ) $F=a+1+2\sqrt{a}=\sqrt{a}^2+2\sqrt{a}+1=\left(\sqrt{a}+1\right)^2$

ب) $\frac{E}{F}=\frac{\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1-\sqrt{a}+a-a\sqrt{a}\right)}{\left(1+\sqrt{a}\right)^2}=\frac{1-\sqrt{a}+a-a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}=\frac{\left(1-\sqrt{a}\right)(1+a)}{1+\sqrt{a}}$

تمريـن عـ23ـدد:

1) $A=\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]=\frac{1}{4}\left[(a+b)-(a-b)\right]\left[(a+b)+(a-b)\right]=\frac{1}{4}(a+b-a+b)(a+b+a-b)=\frac{1}{4}(2b)(2a)=\frac{1}{4}\times4ab=ab$

$B=\frac{1}{2}\left[(a+b)^2+(a-b)^2\right]=\frac{1}{2}\left(a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2\right)=\frac{1}{2}\left(2a^2+2b^2\right)=\frac{1}{2}\times2\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2$

2) بالاعتماد على السؤال (1): نعتبر $a=\sqrt{5}$ و $b=2\sqrt{3}$ ، بما أن:

$\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=ab$ فإن: $\left(\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2}\right)^2=\sqrt{5}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{15}$.

و نعتبر $a=3\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{3}$ بما أن $\frac{1}{2}\left[(a+b)^2+(a-b)^2\right]=\left(\frac{a+b}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{a-b}{\sqrt{2}}\right)^2=a^2+b^2$ فإن

$\left(\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\right)^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=45+3=48$

بنفس الطريقة $\left(\frac{1+5\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{1-5\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\right)^2=1^2+\left(5\sqrt{7}\right)^2=1+175=176$.

تمريـن عـ24ـدد: نعتبر S المساحة المشطوبة

1) $S=\left(x+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\left[\left(x+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)\right]\left[\left(x+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}-1\right)\right]=\left(x+\sqrt{3}-\sqrt{3}+1\right)\left(x+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1\right)=(x+1)\left(x+2\sqrt{3}-1\right)$

2) في حالة $x=\sqrt{3}$ ، $S=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}+2\sqrt{3}-1\right)=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}-1+3\sqrt{3}=9+2\sqrt{3}-1=8+2\sqrt{3}$

في حالة $x=\sqrt{3}+1$ ، $S=\left(\sqrt{3}+1+1\right)\left(\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-1\right)=\left(\sqrt{3}+2\right)\left(3\sqrt{3}\right)=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}+6\sqrt{3}=9+6\sqrt{3}$

تمريـن عـ25ـدد: نعتبر S المساحة المشطوبة

1) $S=\left(a+5\sqrt{2}\right)^2-4\left(b+\sqrt{2}\right)^2$

2) $S=\left(a+5\sqrt{2}\right)^2-4\left(b+\sqrt{2}\right)^2=\left(a+5\sqrt{2}\right)^2-\left[2\left(b+\sqrt{2}\right)\right]^2=\left[\left(a+5\sqrt{2}\right)-2\left(b+\sqrt{2}\right)\right]\left[\left(a+5\sqrt{2}\right)+2\left(b+\sqrt{2}\right)\right]$

$=\left(a+5\sqrt{2}-2b-2\sqrt{2}\right)\left(a+5\sqrt{2}+2b+2\sqrt{2}\right)=\left(a-2b+3\sqrt{2}\right)\left(a+2b+7\sqrt{2}\right)$

3) في حالة $a=b=\sqrt{2}$ ،

$S=\left(a-2b+3\sqrt{2}\right)\left(a+2b+7\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}+7\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}\times10\sqrt{2}=40\ cm^2$

4) في حالة $a=\sqrt{2}+1$ و $b=\sqrt{2}-1$ ،

$S=\left(a-2b+3\sqrt{2}\right)\left(a+2b+7\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{2}+1-2\left(\sqrt{2}-1\right)+3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+1+2\left(\sqrt{2}-1\right)+7\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+1+2\sqrt{2}-2+7\sqrt{2}\right)$

$=\left(2\sqrt{2}+3\right)\left(10\sqrt{2}-1\right)=2\sqrt{2}\times10\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3\times10\sqrt{2}-3=37-2\sqrt{2}+30\sqrt{2}=\left(37+28\sqrt{2}\right)\ cm^2$

تمريـن عـ26ـدد: نعتبر S المساحة المشطوبة

1) $S=(2x)^2-\left[4\times\frac{x^2}{2}+2\times\frac{y^2}{2}\right]=4x^2-\left(2x^2+y^2\right)=4x^2-2x^2-y^2=2x^2-y^2$

2) $S=2x^2-y^2=\left(\sqrt{2}x\right)^2-y^2=\left(\sqrt{2}x-y\right)\left(\sqrt{2}x+y\right)$

3) في حالة $x=\sqrt{3}+1$ و $y=\sqrt{3}-1$ ،

$S=2x^2-y^2=2\left(\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)^2=2\left(3+2\sqrt{3}+1\right)-\left(3-2\sqrt{3}+1\right)=2\left(4+2\sqrt{3}\right)-\left(4-2\sqrt{3}\right)=8+4\sqrt{3}-4+2\sqrt{3}=\left(4+6\sqrt{3}\right)cm^2$

تمريـن عـ27ـدد: نعتبر S المساحة المشطوبة

$S=\pi(x+y)^2-\pi x^2=\pi\left(x^2+2xy+y^2\right)-\pi x^2=\pi\left(x^2+2xy+y^2-x^2\right)=\pi\left(2xy+y^2\right)=\pi y(2x+y)$

نعتبر S المساحة المشطوبة

$$S=\frac{\pi(3x)^2}{2}+\pi(2x)^2+2(4x\times x)=\frac{\pi}{2}\times 9x^2+\pi\times 4x^2+8x^2=\left(\frac{9\pi}{2}+4\pi+8\right)x^2=\left(\frac{9\pi}{2}+\frac{8\pi}{2}+8\right)$$

في حالة $x=\sqrt{5}$ ، $S=\left(\frac{17}{2}\times\pi+8\right)\times\sqrt{5}^2=\left(\frac{17}{2}\times 3.14+8\right)\times 5=173.45\,cm^2$

في حالة $x=\sqrt{11}$ ، $S=\left(\frac{17}{2}\times\pi+8\right)\times\sqrt{11}^2=\left(\frac{17}{2}\times 3.14+8\right)\times 11=381.59\,cm^2$

تمرين عـ29ـدد:

1) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=a^2+2a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2+\frac{1}{a^2}+2$. بما أن $a+\frac{1}{a}=\sqrt{n}$ فإن $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\sqrt{n}^2=n$ اذا $a^2+\frac{1}{a^2}+2=n$

يعني $a^2+\frac{1}{a^2}=n-2$

2) $\left(b+\frac{1}{b}\right)^3=\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\left(b+\frac{1}{b}\right)=\left(b^2+\frac{1}{b^2}+2\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)=b^3+\frac{b^2}{b}+\frac{b}{b^2}+\frac{1}{b^3}+2b+\frac{2}{b}=b^3+\frac{1}{b^3}+b+\frac{1}{b}+2b+\frac{2}{b}$

$=b^3+\frac{1}{b^3}+\left(b+\frac{1}{b}\right)+2\left(b+\frac{1}{b}\right)=b^3+\frac{1}{b^3}+\sqrt{m}+2\sqrt{m}=b^3+\frac{1}{b^3}+3\sqrt{m}$

يعني $b^3+\frac{1}{b^3}=\left(b+\frac{1}{b}\right)^3-3\sqrt{m}=\sqrt{m}^3-3\sqrt{m}=m\sqrt{m}-3\sqrt{m}=\sqrt{m}(m-3)$

3) إذا كان $m=n$ فإن $\sqrt{m}=\sqrt{n}$ اذا $a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$ يعني $a-b=\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{a-b}{ab}$ يعني

$(a-b)-\frac{a-b}{ab}=0$ يعني $(a-b)\left(1-\frac{1}{ab}\right)=0$ يعني $a=b$ أو $1-\frac{1}{ab}=0$ يعني $a=b$ أو $a=\frac{1}{b}$ يعني $a=b$ أو a مقلوب b

تمرين عـ30ـدد: لدينا $x+y=3$ يعني $y=3-x$ اذا $-2x^2+3y^2=-2x^2+3(3-x)^2=-2x^2+3(9-6x+x^2)$

$=-2x^2+27-18x+3x^2=x^2-18x+27=(x-9)^2-81+27=(x-9)^2-54$

بما أن $(x-9)^2\geq 0$ فإن $(x-9)^2-54\geq -54$ وبالتالي $-2x^2+3y^2\geq -54$

تمرين عـ31ـدد:

1) $\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right]^2=\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}^2+2\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}^2=\frac{x-y}{x+y}+2\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+\frac{x+y}{x-y}=\frac{x-y}{x+y}+2+\frac{x+y}{x-y}=$

$=\frac{(x-y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}+\frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)}+2=\frac{(x-y)^2+(x+y)^2}{x^2-y^2}+2=\frac{(x^2-2xy+y^2)+(x^2+2xy+y^2)}{x^2-y^2}+2=\frac{x^2-2xy+y^2+x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}+2=$

$=\frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2}+2=\frac{2x^2+2y^2+2(x^2-y^2)}{x^2-y^2}=\frac{2x^2+2y^2+2x^2-2y^2}{x^2-y^2}=\frac{4x^2}{x^2-y^2}$

2) لدينا $\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right]^2=\frac{4x^2}{x^2-y^2}$ نعتبر $x=\sqrt{7}$ و $y=2$ نتحصل على

$$\left[\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}+\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right]^2=\frac{4\left(\sqrt{7}\right)^2}{\sqrt{7}^2-2^2}=\frac{4\times 7}{7-4}=\frac{28}{3}$$

تمرين عـ32ـدد: 2) لدينا $(n+1)^2=n^2+2n+1$ اذا: $(0+1)^2=1^2=0^2+2\times 0+1$ ، $(1+1)^2=2^2=1^2+2\times 1+1$

$(2+1)^2=3^2=2^2+2\times 2+1$ ، $(3+1)^2=4^2=3^2+2\times 3+1$ ، .... ، $((n-2)+1)^2=(n-1)^2+2(n-2)+1$ ،

$((n-1)+1)^2=n^2=(n-1)^2+2(n-1)+1$ ، $(n+1)^2=n^2+2n+1$ يعني

$1^2+2^2+......+n^2+(n+1)^2=1^2+2^2+.....+n^2+2(1+2+....+n)+(n+1)\times 1$ يعني

$(n+1)^2=2(1+2+....+n)+(n+1)$ يعني $2(1+2+....n)=(n+1)^2-(n+1)$ يعني

$$1+2+.....+n=\frac{(n+1)^2-(n+1)}{2}=\frac{n(n+1)}{2}$$

(3

$$1-2^2+3^3-4^2+5^2-6^2+.....+(2009)^2-(2010)^2=(1-2)(1+2)+(3-4)(3+4)+(5-6)(5+6)-....+(2009-2010)(2009+2010)$$

$$=(-1)(1+2)+(-1)(3+4)+(-1)(5+6)+....+(-1)(2009+2010)$$

$$=-(1+2+3+4+5+6+.....+2009+2010)=-\left(\frac{2010\times(2010+1)}{2}\right)=-\frac{2010\times 2011}{2}=-2021055$$

بالاعتماد على السؤال (02) $1+2+......+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ، $n=2010$)

تمرين عـ33ـدد: 1) $A^2+A-1=\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)-1=\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}^2-2\sqrt{5}+1\right)+\frac{1}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)-1$

$=\frac{1}{4}\left(5-2\sqrt{5}+1\right)+\frac{1}{2}\sqrt{5}-\frac{1}{2}-1=\frac{1}{4}\left(6-2\sqrt{5}\right)+\frac{1}{2}\sqrt{5}-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{5}-\frac{3}{2}=0$

2) بما أن $A^2+A-1=0$ يعني $A^2+A=1$ يعني $A(A+1)=1$ يعني $\frac{1}{A}=A+1$

3) لدينا $\frac{1}{A}=A+1$ اذا

$$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A+1}}+\frac{\sqrt{A+1}}{\sqrt{A}}=\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{\frac{1}{A}}}+\frac{\sqrt{\frac{1}{A}}}{\sqrt{A}}=\frac{\sqrt{A}}{\frac{1}{\sqrt{A}}}+\frac{\frac{1}{\sqrt{A}}}{\sqrt{A}}=\sqrt{A}\times\sqrt{A}+\frac{1}{\sqrt{A}\times\sqrt{A}}=A+\frac{1}{A}=A+A+1=2A+1=2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)+1=\sqrt{5}-1+1=\sqrt{5}$$

تمرين عـ34ـدد: 1) $(1+n)^4=\left((1+n)^2\right)^2=(1+2n+n^2)^2=(1+2n)^2+2(1+2n)n^2+(n^2)^2=n^4+4n^3+6n^2+4n+1$

2) $14641=10^4+4\times 10^3+6\times 10^2+4\times 10+1=(1+10)^4=11^4=(11^2)^2$ إذن $p=11^2=121$

تمرين عـ35ـدد: $x=10^{100}-1$ إذن $(10^{100}-1)^2=10^{200}-2\times 10^{100}+1=99....9800...01$ (99 مرة العدد 9)

إذن مجموع الأرقام المكونة لـ x^2 هو 900 $(9\times 99+8+1=900)$.

لأ ، ج) خطأ ، د) خطأ ، هـ) خطأ ، و) صواب ، ي) خطأ ، ز) صواب ، ع) صواب

تمرين عـ02ـدد:

* $3x+2=0$ يعني $3x=-2$ يعني $x=-\frac{2}{3}$ ، إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

* $\frac{5}{2}x+1=\frac{1}{2}x$ يعني $\frac{5}{2}x-\frac{1}{2}x=-1$ يعني $\frac{4}{2}x=-1$ يعني $2x=-1$ يعني $x=-\frac{1}{2}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

* $2x-\sqrt{5}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$ يعني $2x=-\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{5}$ يعني $2x=\frac{\sqrt{5}}{2}$ يعني $x=\frac{\sqrt{5}}{4}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{\sqrt{5}}{4}\right\}$

* $2x+3\sqrt{3}=\sqrt{2}x+2\sqrt{3}$ يعني $2x-\sqrt{2}x=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ يعني $(2-\sqrt{2})x=-\sqrt{3}$ يعني $x=\frac{-\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}}$ إذن

$S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{-\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}}\right\}$

* $2(x-\pi)=x-3\pi$ يعني $2x-2\pi=x-3\pi$ يعني $2x-x=-3\pi+2\pi$ يعني $x=-\pi$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{-\pi\}$

تمرين عـ03ـدد: * يعني $\frac{\sqrt{3}}{5}x=1$ $x=\frac{5}{\sqrt{3}}$ إذن $S_{\mathbb{Q}}=\varnothing$ لأن $\frac{5}{\sqrt{3}}\notin\mathbb{Q}$

* $\frac{5}{2}x-2=-x+\frac{1}{4}$ يعني $\frac{5}{2}x+x=\frac{1}{4}+2$ يعني $\frac{7}{2}x=\frac{9}{4}$ يعني $x=\frac{9}{4}\times\frac{2}{7}=\frac{9}{14}$ إذن $S_{\mathbb{Q}}=\left\{\frac{9}{14}\right\}$

* $3\pi-x=2x-\pi$ يعني $-x-2x=-\pi-3\pi$ يعني $-3x=-4\pi$ يعني $x=\frac{4\pi}{3}$ إذن $S_{\mathbb{Q}}=\varnothing$ لأن $\frac{4\pi}{3}\notin\mathbb{Q}$

* $\frac{1}{5}x=\frac{1}{3}(x-1)$ يعني $x=\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}=\frac{5}{2}$ إذن $S_{\mathbb{Q}}=\left\{\frac{5}{2}\right\}$

* $3\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{4}(x-1)$ يعني $\frac{3}{2}x+3=\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ يعني $\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}x=-\frac{1}{4}-3$ يعني $\frac{5}{4}x=-\frac{13}{4}$

يعني $x=-\frac{13}{4}\times\frac{4}{5}=-\frac{13}{5}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{13}{5}\right\}$

تمرين عـ04ـدد:

* $\frac{2}{7}x=-\frac{5}{7}$ يعني $x=\frac{2}{7}\times\left(-\frac{7}{5}\right)$ يعني $x=-\frac{2}{5}$ إذن $S_{\mathbb{Z}}=\varnothing$ لأن $-\frac{2}{5}\in\mathbb{Z}$.

* $-2x+3=13$ يعني $-2x=13-3=10$ يعني $x=-5$ إذن $S_{\mathbb{Z}}=\{-5\}$

* $\frac{\sqrt{3}}{2}x+1=\sqrt{3}+1$ يعني $\frac{\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{3}$ يعني $x=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}=2$ إذن $S_{\mathbb{Z}}=\{2\}$

* $\frac{-2x+4}{\sqrt{5}}=-2\sqrt{5}$ يعني $-2x+4=-2\sqrt{5}\times\sqrt{5}$ يعني $-2x+4=-10$ يعني $-2x=-10-4=-14$ يعني $x=7$ إذن

$S_{\mathbb{Z}}=\{7\}$

* $-3(\pi-x)=-\pi+x$ يعني $-3\pi+3x=-\pi+x$ يعني $3x-x=-\pi+3\pi$ يعني $2x=2\pi$ يعني $x=\pi$ إذن $S_{\mathbb{Z}}=\varnothing$ لأن $\pi\notin\mathbb{Z}$.

تمرين عـ05ـدد: نعتبر x العدد الفردي الأول لهذا الأعداد الأربعة الفردية الموالية هي: $x+2$; $x+4$; $x+6$ ثم $x+8$ وبما أن مجموعهم يساوي 925 فإن $x+(x+2)+(x+4)+(x+6)+(x+8)=925$ يعني $5x+20=925$

يعني $5x=925-20$ يعني $5x=905$ يعني $x=\frac{905}{5}=181$ إذن الأعداد هو: 181 ; 183 ; 185 ; 187 ; 189

تمرين عـ06ـدد: لدينا $AB=DC$ و $AD=BC$.

$AB=DC$ يعني $5x+3=6x+1$ يعني $6x-5x=3-1=2$ يعني $x=2$ إذن $AB=DC=5\times2+3=13$

$AD=BC$ يعني $3y-1=y+3$ يعني $3y-y=3+1=4$ يعني $2y=4$ وبالتالي $y=2$ إذن $AD=BC=1+3=5$

تمرين عـ07ـدد: نعتبر x العدد الحقيقي المجهول لذا $x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x=\frac{1}{6}x+1$ يعني

$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)x=1$ يعني $\frac{23}{12}x=1$ وبالتالي $x=\frac{12}{23}$

تمرين عـ08ـدد: نعلم أن مجموع أقيسة زوايا المثلث ABC يساوي $180°$ لذا $3x+x+2x=180$ يعني $6x=180$

يعني $x=30°$ إذن $A\hat{B}C=2x=2\times30°=60°$ ، $B\hat{A}C=3x=3\times30°=90°$ و $A\hat{C}B=x=30°$

وبالتالي المثلث ABC قائم الزاوية في A

تمرين عـ09ـدد: نعتبر x العدد الحقيقي المجهول لذا $\frac{3+x}{2+x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ يعني $2(3+x)=\sqrt{3}(2+x)$ يعني

$6+2x=2\sqrt{3}+\sqrt{3}x$ يعني $2x-\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-6$ يعني $(2-\sqrt{3})x=2\sqrt{3}-6$ وبالتالي $x=\frac{2\sqrt{3}-6}{2-\sqrt{3}}$

تمرين عـ10ـدد: نعتبر x ثمن القصة الواحدة لذا ثمن 4 قصص يساوي $4x$ وثمن 7 قصص يساوي $7x$.

ثمن 4 قصص زائد 2500 يساوي ثمن 7 قصص ناقص 1400 يعني $4x+2500=7x-1400$

يعني $7x-4x=2500+1400=3900$ يعني $3x=3900$ يعني $x=1300$. إذن ثمن القصة الواحدة يساوي 1.300 د

وبالتالي المال الذي يملكه يوسف يساوي $7\times1300-1400=7700$.

تمرين عـ11ـدد: نعتبر x نصيب الأول لذا نصيب الثاني يساوي $\frac{5}{6}x+150$ ونصيب الثالث يساوي $\frac{2}{3}x-80$

ولدينا نصيب الثاني يفوق نصيب الثالث بـ5800د يعني $\frac{2}{3}x-80+5800=\frac{5}{6}x+150$

يعني $\frac{5}{6}x-\frac{2}{3}x=5880-150$ يعني $\frac{1}{6}x=5570$ يعني $x=6\times5570=33420$ إذن نصيب الأول 33420 د ،

نصيب الثاني: 28800د $\frac{5}{6}\times33420+150=28000$ ، نصيب الثالث يساوي:

$\frac{2}{3}\times32420-80+500=28000$. قيمة التركة: 33420د + 28000 د + 28000 د = 89420 د

تمرين عـ12ـدد: * $\frac{5\sqrt{2}}{3}(x-\sqrt{3})=0$ يعني $x-\sqrt{3}=0$ يعني $x=\sqrt{3}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{\sqrt{3}\}$

يعني $\frac{2}{3}$ ... $x=0$ يعني $x-\pi$ أو $x=0$ يعني $x=0$ أو $x=\pi$ إذن $S_{IR}=\{0;\pi\}$

* $(x-\pi)(x+\sqrt{2})=0$ يعني $x+\sqrt{2}=0$ أو $x-\pi=0$ يعني $x=-\sqrt{2}$ أو $x=\pi$ إذن $S_{IR}=\{-\sqrt{2};\pi\}$

* $\sqrt{5}x\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)=0$ يعني $x=0$; $x-\frac{1}{2}=0$ أو $x+1=0$ يعني $x=0$; $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-1$ إذن $S_{IR}=\left\{0;-1;\frac{1}{2}\right\}$

* $\frac{2\sqrt{3}-x}{\sqrt{5}}=0$ يعني $2\sqrt{3}-x=0$ يعني $x=2\sqrt{3}$ إذن $S_{IR}=\{2\sqrt{3}\}$

* $(3x+\sqrt{7})^2=0$ يعني $3x+\sqrt{7}=0$ يعني $3x=-\sqrt{7}$ يعني $x=-\frac{\sqrt{7}}{3}$ إذن $S_{IR}=\left\{-\frac{\sqrt{7}}{3}\right\}$

* $(3\sqrt{11}-x)^3=0$ يعني $3\sqrt{11}-x=0$ يعني $x=3\sqrt{11}$ إذن $S_{IR}=\{3\sqrt{11}\}$

تمرين عـ13ـدد: * $x^2=9$ يعني $x=3$ أو $x=-3$ إذن $S_{IR}=\{-3;3\}$

* $4x^2-5=0$ يعني $4x^2=5$ يعني $x^2=\frac{5}{4}$ يعني $x=\frac{\sqrt{5}}{2}$ أو $x=-\frac{\sqrt{5}}{2}$ إذن $S_{IR}=\left\{-\frac{\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$

* $4x^2-4x+1=0$ يعني $(2x-1)^2=0$ يعني $2x-1=0$ يعني $2x=1$ يعني $x=\frac{1}{2}$ إذن $S_{IR}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

* $x^2+2\sqrt{3}x=-3$ يعني $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$ يعني $(x+\sqrt{3})^2=0$ يعني $x+\sqrt{3}=0$ يعني $x=-\sqrt{3}$ إذن $S_{IR}=\{-\sqrt{3}\}$

* $(x+\sqrt{2})^2=(x+1)^2$ يعني $(x+\sqrt{2})^2-(x+1)^2=0$ يعني $(x+\sqrt{2}-x-1)(x+\sqrt{2}+x+1)=0$ يعني $(\sqrt{2}-1)(2x+\sqrt{2}+1)=0$ يعني $2x+\sqrt{2}+1=0$ يعني $2x=-\sqrt{2}-1$ يعني $x=\frac{-\sqrt{2}-1}{2}$ إذن $S_{IR}=\left\{\frac{-\sqrt{2}-1}{2}\right\}$

تمرين عـ14ـدد: * $\sqrt{3x^2+1}=\sqrt{x^2+3}$ يعني $3x^2+1=x^2+3$ يعني $3x^2-x^2=3-1=2$ يعني $2x^2=2$ يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$ إذن $S_{IR}=\{-1;1\}$

* $|2x+1|=|x-2|$ يعني $(2x+1)^2=(x-2)^2$ يعني $(2x+1)^2-(x-2)^2=0$ يعني $[(2x+1)-(x-2)][(2x+1)+(x-2)]=0$ يعني $(x+3)(3x-1)=0$ يعني $3x-1=0$ أو $x+3=0$ يعني $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-3$ إذن $S_{IR}=\left\{-3;\frac{1}{3}\right\}$

* $(x+2)(x+3)+(x+2)(x-1)=0$ يعني $(x+2)[(x+3)+(x-1)]=0$ يعني $(x+2)(2x+2)=0$ يعني $2(x+2)(x+1)=0$ يعني $x+1=0$ أو $x+2=0$ يعني $x=-1$ أو $x=-2$ إذن $S_{IR}=\{-2;-1\}$

* $x^2-1+(x-2)(x+1)=0$ يعني $(x-1)(x+1)+(x-2)(x+1)=0$ يعني $(x+1)[(x-1)+(x-2)]=0$

يعني $(x+1)(2x-3)=0$ يعني $2x-3=0$ أو $x+1=0$ يعني $x=\frac{3}{2}$ أو $x=-1$ إذن $S_{IR}=\left\{-1;\frac{3}{2}\right\}$

* $x^2-4x+1=x^2+2\sqrt{2}\,x+2$ يعني $(x-1)^2=(x+\sqrt{2})^2$ يعني $(x-1)^2-(x+\sqrt{2})^2=0$ يعني $[(x-1)-(x+\sqrt{2})][(x-1)+(x+\sqrt{2})]=0$ يعني $(-1+\sqrt{2})(2x-1+\sqrt{2})=0$ يعني $2x-1+\sqrt{2}=0$ يعني $2x=1-\sqrt{2}$ يعني $x=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ إذن $S_{IR}=\left\{\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right\}$

* $(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3x-3\sqrt{3}=0$ يعني $(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-1\right)+3(x-\sqrt{3})=0$ يعني $(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-1\right)-3(\sqrt{3}-x)=0$ يعني $(\sqrt{3}-x)\left[\left(\frac{1}{3}x-1\right)-3\right]=0$ يعني $(\sqrt{3}-x)\left(\frac{1}{3}x-4\right)=0$ يعني $\frac{1}{3}x-4=0$ أو $\sqrt{3}-x=0$ يعني $x=12$ أو $x=\sqrt{3}$ إذن $S_{IR}=\{\sqrt{3};12\}$

* $x^2+1=0$ يعني $x^2=-1$ لا يمكن (لأن $x^2\geq 0$ و $-1<0$)

* $(x^2-4)^2+(x-2)^2=0$ يعني $x^2-4=0$ و $x-2=0$ يعني $x=2$ إذن $S_{IR}=\{2\}$

تمرين عـ15ـدد: * مساحة المستطيل ABCD : $(x+2)x=x^2+2x$

مساحة المثلث DIC : $\frac{(x-1)(x+2)}{2}=\frac{x^2+x-2}{2}$

مساحة المثلث DIC تساوي ثلث مساحة المستطيل ABCD يعني $\frac{x^2+2x}{3}=\frac{x^2+x-2}{2}$ يعني $\frac{2(x^2+2x)}{6}=\frac{3(x^2+x-2)}{6}$ يعني $\frac{(3x^2+3x-6)-(2x^2+4x)}{6}=0$ يعني $3x^2+3x-6-2x^2-4x=0$ يعني $x^2-x-6=0$ يعني $(x-3)(x+2)=0$ (لأن $x^2-x-6=(x-3)(x+2)$) يعني $x+2=0$ أو $x-3=0$ يعني $x=-2$ أو $x=3$. $x=-2$ ليست حل لأن $x>0$ إذن $S_{IR}=\{3\}$

تمرين عـ17ـدد: 1) $468=2^2\times3^2\times13=(2\times3)^2\times13$

2) $n^2(2n+1)=468=2^2\times3^2\times13=(2\times3)^2\times13$ يعني $n^2=2^2$ أو $n^2=3^2$ أو $n^2=(2\times3)^2$

* في حالة $n^2=2^2$، لدينا $n=2$ و $2n+1=5$ لذا $n^2(2n+1)=4\times5=20\neq468$ و هذا غير ممكن إذن $n\neq2$.

* في حالة $n^2=3^2$، لدينا $n=3$ و $2n+1=7$ لذا $n^2(2n+1)=9\times7=63\neq468$ و هذا غير ممكن إذن $n\neq3$.

* $n^2=(2\times3)^2$، لدينا $n=6$ و $2n+1=13$ لذا $n^2(2n+1)=36\times13=468$ إذن $n=6$ وبالتالي $S_{IN}=\{6\}$.

تمرين عـ18ـدد: 1) $\frac{6x^2-x+92}{3x+1}=\frac{(2x-1)(3x+1)+93}{3x+1}=2x-1+\frac{93}{3x+1}$

2) أ) لدينا $93=3\times31$ لذا $D_{93}=\{1;3;31;93\}$ ؛ ب) $\frac{6x^2-x+92}{3x+1}\in IN$ يعني $2x-1+\frac{93}{3x+1}\in IN$

ولدينا $2x-1\in IN$ (لأن $x\in IN^*$) لذا $\frac{93}{3x+1}\in IN$ يعني $3x+1\in D_{93}$ وبما أن $D_{93}=\{1;3;31;93\}$

$3x+1=93$ أو $3x+1=13$ ؛ $3x+1$.

* في حالة $3x+1=1$ ؛ لدينا $x=0$ وهذا غير ممكن لأن $0\notin IN^*$ ؛ * في حالة $3x+1=3$ لدينا $x=\frac{2}{3}$ وهذا غير ممكن لأن $\frac{2}{3}\notin IN$

* في حالة $3x+1=31$ ؛ لدينا $x=10$ ؛

* في حالة $3x+1=93$ ؛ لدينا $x=\frac{92}{3}$ وهذا غير ممكن لأن $\frac{92}{3}\notin IN$ إذن $S_{IN}=\{10\}$

تمريــن عــ19ــدد: 1) لدينا $2\le x\le 5$ و $1\le y\le 7$ لذا : * $1+2\le x+y\le 7+5$ يعني $3\le x+y\le 12$

* $1\times 2\le xy\le 7\times 5$ يعني $2\le xy\le 35$ ؛ * $3\times 2\le 3x\le 3\times 5$ يعني $6\le 3x\le 15$

* $5\times 1\le 5y\le 5\times 7$ يعني $5\le 5y\le 35$ ؛ * $6+5\le 3x+5y\le 15+35$ يعني $11\le 3x+5y\le 50$

* $4\times 2-1\le 4x-1\le 5\times 4-1$ يعني $7\le 4x-1\le 19$ ؛ * $1\le y\le 7$ يعني $-7\le -y\le -1$

* و $2\le x\le 5$ و $-7\le -y\le -1$ يعني $2-7\le x-y\le 5-1$ يعني $-5\le x-y\le 4$

* $-7\le -y\le -1$ يعني $-14\le -2y\le -2$

* $6\le 3x\le 15$ و $-14\le -2y\le -2$ يعني $-14+6\le 3x-2y\le -2+15$ يعني $-8\le 3x-2y\le 13$

2) * $2\le x\le 5$ يعني $4\le x^2\le 25$ (لأن $x>0$) ؛ * $1\le y\le 7$ يعني $1\le y^2\le 49$ (لأن $y>0$)

* $2\le x\le 5$ و $3\le x+y\le 12$ يعني $3\times 2\le x(x+y)\le 5\times 12$ يعني $6\le x(x+y)\le 60$ (لأن $x>0$ و $(x+y>0$

* $1\le y\le 7$ و $3\le x+y\le 12$ يعني $3\times 1\le y(x+y)\le 12\times 7$ يعني $3\le y(x+y)\le 84$ (لأن $y>0$ و $x+y>0$)

3) * $2\le x\le 5$ يعني $\frac{1}{5}\le\frac{1}{x}\le\frac{1}{2}$ ، * $1\le y\le 7$ يعني $\frac{1}{7}\le\frac{1}{y}\le 1$

* $\frac{1}{5}\le\frac{1}{x}\le\frac{1}{2}$ و $1\le y\le 7$ يعني $1\times\frac{1}{5}\le y\times\frac{1}{x}\le\frac{1}{2}\times 7$ يعني $\frac{1}{5}\le\frac{y}{x}\le\frac{7}{2}$

* $\frac{1}{7}\le\frac{1}{y}\le 1$ و $2\le x\le 5$ يعني $2\times\frac{1}{7}\le x\times\frac{1}{y}\le 5\times 1$ يعني $\frac{2}{7}\le\frac{x}{y}\le 5$

تمريــن عــ20ــدد: 1) $1.73\le\sqrt{3}\le 1.74$ ؛ $2.64\le\sqrt{7}\le 2.65$

2) * $1.73\le\sqrt{3}\le 1.74$ و $2.64\le\sqrt{7}\le 2.65$ يعني $1.73+2.64\le\sqrt{3}+\sqrt{7}\le 1.74+2.65$ يعني $4.37\le\sqrt{3}+\sqrt{7}\le 4.39$

* $2.64\le\sqrt{7}\le 2.65$ و $-1.74\le -\sqrt{3}\le -1.73$ يعني $-1.74+2.64\le\sqrt{7}-\sqrt{3}\le -1.73+2.65$ يعني $0.9\le\sqrt{7}-\sqrt{3}\le 0.92$

* $1.73\times 2.64\le\sqrt{3}\times\sqrt{7}\le 1.74\times 2.65$ يعني $4.5672\le\sqrt{21}\le 4.611$

* $\frac{1}{1.74}\le\frac{1}{\sqrt{3}}\le\frac{1}{1.73}$ يعني $0.574\le\frac{1}{\sqrt{3}}\le 0.578$ ؛ * $\frac{2.64}{1.74}\le\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\le\frac{2.65}{1.73}$ يعني $1.51\le\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\le 1.53$

3) * $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ لذا $2\times 2.64\le 2\sqrt{7}\le 2\times 2.65$ يعني $5.28\le\sqrt{28}\le 5.3$

* $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ لذا $5\times 1.73\le 5\sqrt{3}\le 5\times 1.74$ يعني $8.65\le\sqrt{75}\le 8.7$

* $\sqrt{63}+\sqrt{27}=3\sqrt{7}+3\sqrt{3}=3(\sqrt{7}+\sqrt{3})$ لذا $3\times(1.73+2.64)\le 3(\sqrt{7}+\sqrt{3})\le 3\times(1.74+2.65)$ يعني $13.11\le\sqrt{63}+\sqrt{27}\le 13.17$

* $\sqrt{12}\times\sqrt{28}=2\sqrt{3}\times 2\sqrt{7}=4\sqrt{21}$ لذا $4\times 4.6572\le 4\sqrt{21}\le 4\times 4.611$ يعني $18.26\le\sqrt{12}\times\sqrt{28}\le 18.44$

تمريــن عــ21ــدد: 1) $A=(x+1)^2-4=(x+1)^2-2^2=(x+1-2)(x+1+2)=(x-1)(x+3)$

2) لدينا $2\le x\le 5$ يعني $1\le x-1\le 4$ و $5\le x+3\le 8$ لذا $5\times 1\le(x-1)(x+3)\le 4\times 8$ يعني $5\le(x-1)(x+3)\le 32$ إذن $5\le A\le 32$

تمريــن عــ22ــدد: 1) $1-x+\frac{x^2}{1+x}=\frac{(1-x)(1+x)}{1+x}+\frac{x^2}{1+x}=\frac{1-x^2}{1+x}+\frac{x^2}{1+x}=\frac{1-x^2+x^2}{1+x}=\frac{1}{1+x}$

2) لدينا $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ يعني $\frac{1}{2}\le 1+x\le\frac{3}{2}$ يعني $\frac{2}{3}\le\frac{1}{1+x}\le 2$ إذن $\frac{2}{3}\le B\le 2$

تمريــن عــ23ــدد: 1) أ) $x\in]-2;3[$ ☒ ؛ ب) $y\in\left[-\frac{3}{2};\frac{5}{3}\right]$ ☒ ؛ ج) $x\in]-\infty;2]$ ☒

د) $y\in[-\sqrt{3};\sqrt{3}]$ ☒ ؛ هـ) $x\in]-\infty;-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2};+\infty[$ ☒

تمريــن عــ24ــدد: 1) $x\in[-6;-4]$ و $y\in[1;3]$ يعني $-6\le x\le -4$ و $1\le y\le 3$ لذا $(-4)^2\le x^2\le(-6)^2$ (لأن $x\le 0$) و $1^2\le y^2\le 3^2$ (لأن $y>0$) إذن $16\le x^2\le 36$ و $1\le y^2\le 9$ وبالتالي $16\times 1\le x^2y^2\le 36\times 9$ يعني $16\le(xy)^2\le 324$

2) أ) لدينا $-6\le x\le -4$ و $1\le y\le 3$ يعني $1-6\le x+y\le 9-4$ يعني $-5\le x+y\le -1$ يعني $x+y\in[-5;-1]$

وبما أن $0\notin[-5;-1]$ فإن $x+y\ne 0$.

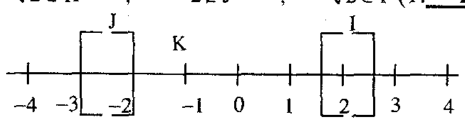
ب) $-2+\frac{y}{x+y}=\frac{-2(x+y)}{x+y}+\frac{y}{x+y}=\frac{-2(x+y)+y}{x+y}=\frac{-2x-2y+y}{x+y}=\frac{-2x-y}{x+y}$ إذن $\frac{-2x-y}{x+y}=-2+\frac{y}{x+y}$

ج) لدينا $1\le y\le 3$ و $-5\le x+y\le -1$ لذا $-1\le\frac{1}{x+y}\le -\frac{1}{5}$ و $1\times(-1)\le\frac{y}{x+y}\le 3\times\left(-\frac{1}{5}\right)$ يعني $-1\le\frac{y}{x+y}\le -\frac{3}{5}$

يعني $-2-1\le -2+\frac{y}{x+y}\le -2-\frac{3}{5}$ يعني $-3\le -2+\frac{y}{x+y}\le -\frac{13}{5}$ وبالتالي $-3\le\frac{-2x-y}{x+y}\le -\frac{13}{5}$

تمريــن عــ25ــدد: 1) $\sqrt{2}\in I$ ؛ $-2\notin J$ ؛ $-\sqrt{2}\in K$ ؛ $\left\{1;\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right\}\subset I$ ؛ $\left]-3;\frac{3}{2}\right[\subset K$

2)



3) $I\cap J=\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]=I$; $K\cap J=\left]-2;\frac{3}{2}\right]$; $I\cap K=\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]=I$; $I\cup K=\left[-3;\frac{3}{2}\right]=K$; $I\cup J=]-2;+\infty[=J$

تمريــن عــ26ــدد: 1) $x\in[5;3\sqrt{7}]$ يعني $5\le x\le 3\sqrt{7}$ يعني $5-3\sqrt{7}\le x-3\sqrt{7}\le 0$ و

$3\times 5-15\le 3x-15\le 3\times 3\sqrt{7}-15$ يعني $0\le 3x-15\le 9\sqrt{7}-15$

x و $3x-15\ge 0$ لذا $|x-3\sqrt{7}|=3\sqrt{7}-x$ و $|3x-15|=3x-15$ إذن

$A=|3x-15|-|x-3\sqrt{7}|+3\sqrt{7}=(3x-15)-(3\sqrt{7}-x)+3\sqrt{7}=3x-15-3\sqrt{7}+x+3\sqrt{7}=4x-15$

تمرين عدد 27: 1) لدينا $a\in[-5;-2]$ و $b\in[1;3]$ يعني $-5\le a\le -2$ و $1\le b\le 3$ لذا:

* $-3\le -b\le -1$ يعني $-2\le 1-b\le 0$ ؛ * $2\times(-5)-1\le 2a-1\le 2\times(-2)-1$ يعني $-11\le 2a-1\le -5$

* $2\times(-5)-3\le 2a-b\le 2\times(-2)-1$ يعني $-13\le 2a-b\le -5$

2) لدينا $-11\le 2a-1\le -5$ و $-13\le 2a-b\le -5$ لذا $1-b\le 0$، $2a-1\le 0$ و $2a-b\le 0$

إذن $|1-b|=b-1$، $|2a-1|=1-2a$ و $|2a-b|=b-2a$ وبالتالي:

$\sqrt{(2a-1)^2}-\sqrt{(2a-b)^2}+\sqrt{(1-b)^2}=|2a-1|-|2a-b|+|1-b|=(1-2a)-(b-2a)+(b-1)=1-2a-b+2a+b-1=0$

تمرين عدد 29: * $x+\sqrt{2}\le 0$ يعني $x\le -\sqrt{2}$ إذن $S_{IR}=]-\infty;-\sqrt{2}]$

* $\pi x>1$ يعني $x>\frac{1}{\pi}$ إذن $S_{IR}=]\frac{1}{\pi};+\infty[$

* $-\frac{5}{2}x\ge 0$ يعني $x\le 0$ إذن $S_{IR}=]-\infty;0]$

* $-x\sqrt{5}<-\sqrt{3}$ يعني $x\sqrt{5}>\sqrt{3}$ يعني $x>\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ إذن $S_{IR}=]\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}};+\infty[$

* $-\frac{5}{2}x+1\le -2$ يعني $-\frac{5}{2}x\le -3$ يعني $\frac{5}{2}x\ge 3$ يعني $x\ge\frac{6}{5}$ إذن $S_{IR}=[\frac{6}{5};+\infty[$

* $3x-\frac{1}{2}>x+1$ يعني $3x-x>1+\frac{1}{2}$ يعني $2x\ge\frac{3}{2}$ يعني $x>\frac{3}{4}$ إذن $S_{IR}=]\frac{3}{4};+\infty[$

* $\frac{2x+1}{3}+\frac{3x-2}{2}\ge\frac{x+1}{6}$ يعني $\frac{2x+1}{3}+\frac{3x-2}{2}-\frac{x+1}{6}\ge 0$ يعني $\frac{2(2x+1)}{6}+\frac{3(3x-2)}{6}-\frac{x+1}{6}\ge 0$ يعني

$\frac{4x+2+9x-6-x-1}{6}\ge 0$ يعني $\frac{12x-5}{6}\ge 0$ يعني $12x-5\ge 0$ يعني $12x\ge 5$ يعني $x\ge\frac{5}{12}$ إذن $S_{IR}=[\frac{5}{12};+\infty[$

* $\frac{1}{4}x-1\ge 2\left(\frac{1}{8}x-1\right)$ يعني $\frac{1}{4}x-1\ge\frac{1}{4}x-2$ يعني $-1\ge -2$ إذن $S_{IR}=IR$

* $\frac{1}{3}(6x-1)\le 2(x-3)$ يعني $2x-\frac{1}{3}\le 2x-6$ يعني $-\frac{1}{3}\le -6$ لا يمكن إذن $S_{IR}=\varnothing$.

تمرين عدد 30: * $(x-2)^2\le x^2+2$ يعني $x^2-4x+4\le x^2+2$ يعني $-4x+4\le 2$ يعني $-4x\le -2$ يعني $4x\ge 2$ يعني $x\ge\frac{1}{2}$ إذن $S_{IR}=[\frac{1}{2};+\infty[$.

* $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2>(x-1)^2$ يعني $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-(x-1)^2>0$ يعني $\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-(x^2-2x+1)>0$

يعني $x^2+3x+\frac{9}{4}-x^2+2x-1>0$ يعني $5x+\frac{5}{4}>0$ يعني $5x>-\frac{5}{4}$ يعني $x>-\frac{1}{4}$ إذن $S_{IR}=]-\frac{1}{4};+\infty[$

* $(x-\sqrt{2})^2-(x-1)(x+1)\ge x$ يعني $(x^2-2\sqrt{2}x+2)-(x^2-1)\ge x$ يعني $x^2-2\sqrt{2}x+2-x^2+1\ge x$ يعني

$-2\sqrt{2}x+3\ge x$ يعني $-2\sqrt{2}x-x\ge -3$ يعني $2\sqrt{2}x+x\le 3$ يعني $x(2\sqrt{2}+1)\le 3$ يعني $x\le\frac{3}{2\sqrt{2}+1}$ إذن

$S_{IR}=]-\infty;\frac{3}{2\sqrt{2}+1}]$

تمرين عدد 31: 1) أ) *في حالة $x=0$ ؛ $A=(3\times 0+1)^2=1^2=1$ *في حالة $x=-\frac{1}{3}$ ؛

$A=\left(3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1\right)^2=(-1+1)^2=0^2=0$

ب) لدينا $0\le x\le 1$ يعني $0\le 3x\le 3$ يعني $1\le 3x+1\le 4$ لذا $1^2\le(3x+1)^2\le 4^2$ يعني $1\le A\le 16$

ج) $(3x+1)^2=1$ يعني $(3x+1)^2-1=0$ يعني $(3x+1+1)(3x+1-1)=0$ يعني $3x(3x+2)=0$ يعني $x=0$ أو

$3x+2=0$ يعني $x=0$ أو $x=-\frac{2}{3}$ إذن $S_{IR}=\left\{-\frac{2}{3};0\right\}$

2) أ) $B=9x^2-1=(3x)^2-1=(3x-1)(3x+1)$

ب) $A-B=(3x+1)^2-(3x+1)(3x-1)=(3x+1)[(3x+1)-(3x-1)]=(3x+1)(3x+1-3x+1)=2(3x+1)$

ج) $A-B>0$ يعني $2(3x+1)>0$ يعني $3x+1>0$ يعني $3x>-1$ يعني $x>-\frac{1}{3}$ إذن $S_{IR}=]-\frac{1}{3};+\infty[$

تمرين عدد 34: 1) * مساحة المثلث AMN $=\frac{x^2}{2}$ ، * مساحة المثلث BMC تساوي $\frac{10\times(10-x)}{2}$

* مساحة المثلث DCN تساوي $\frac{10\times(10-x)}{2}$ ، * مساحة المربع ABCD تساوي $10^2=100\ cm^2$

* مساحة المثلث MNC تساوي الفرق بين مساحة المربع ABCD ومجموع مساحات المثلثات ANM ؛ BMC و DCN

أي $S(x)=100-\left[\frac{x^2}{2}+\frac{10(10-x)}{2}+\frac{10(10-x)}{2}\right]=100-\left[\frac{x^2}{2}+\frac{20(10-x)}{2}\right]=100-\left(\frac{x^2+200-20x}{2}\right)$

$=100-\frac{x^2}{2}-\frac{200}{2}+\frac{20x}{2}=100-100-\frac{x^2}{2}+\frac{20x}{2}=-\frac{x^2}{2}+\frac{20x}{2}=\frac{20x-x^2}{2}$

إذن $S(x)=\frac{20x-x^2}{2}$

2) أ) $-x^2+20x-100=-(x^2-20x+100)=-(x-10)^2\le 0$

ب) لدينا $-x^2+20x-100\le 0$ يعني $-x^2+20x\le 100$ يعني $\frac{-x^2+20x}{2}\le\frac{100}{2}=50$ يعني $S(x)\le 50$

لذا فإن مساحة المثلث MNC أصغر من نصف مساحة المربع ABCD.

$=(x-2)(x-18)=x^2-18x-2x+36$

$\frac{20x-x^2}{2}>18$ يعني $20x-x^2>36$ يعني $20x-x^2-36>0$ يعني $-(x^2-20x+36)>0$

يعني $x^2-20x+36<0$ يعني $(x-2)(x-18)<0$. لدينا $0<x<10$ يعني $-18<x-18<-8$ لذا $x-18<0$ وبما أن $(x-2)(x-18)<0$ و $x-18<0$ فإن $x-2\geq 0$ يعني $x\geq 2$ وبما أن $x<10$ إذن $2\leq x<10$ وبالتالي $S_{IR}=[2;10[$

تمرين عـــدد 35: 1) * مساحة المثلث AEF $\frac{x(6-x)}{2}=\frac{6x-x^2}{2}$

* مساحة المثلث BFH : $\frac{x(4-x)}{2}=\frac{4x-x^2}{2}$

* مساحة شبه المنحرف EDCH : $\frac{6(x+(4-x))}{2}=12cm^2$

2) أ) مساحة المثلث EFH تساوي الفرق بين مساحة المستطيل ABCD ومجموع مساحات المثلثين AEF و BFH وشبه المنحرف EDCH أي:

$A(x)=6\times4-\left(\frac{6x-x^2}{2}+\frac{4x-x^2}{2}+12\right)=24-\left(\frac{-2x^2+10x}{2}+12\right)=24-\left(\frac{-2x^2+10x+24}{2}\right)$

$=\frac{48-(-2x^2+10x+24)}{2}=\frac{48+2x^2-10x-24}{2}=\frac{24+2x^2-10x}{2}=12+x^2-5x=x^2-5x+12$

ب) $(x-1)(x-4)=x^2-4x-x+4=x^2-5x+4$

ج) $A(x)\leq 8$ يعني $x^2-5x+12\leq 8$ يعني $x^2-5x+4\leq 0$ يعني $(x-1)(x-4)\leq 0$ ولدينا $0<x<4$ يعني $-4<x-4<0$ لذا $x-4<0$ وبما أن $(x-1)(x-4)\leq 0$ و $x-4<0$ فإن $x-1\geq 0$ يعني $x\geq 1$ وبما أن $AE=x<AD$ إذن $x<4$ يعني $1\leq x<4$ وبالتالي $S_{IR}=[1;4[$.

تمرين عـــدد 36: 1) $AM=x$ و $M\in[AB]$ و مختلفة عن A و B يعني $O<AM<AB$ يعني $0<x<2$

2) نطبق نظرية بيتاغور على كل من المثلثين MBC (قائم في B) و AMN (قائم في A) فنتحصل على: $MC^2=MB^2+BC^2$ و $MN^2=AM^2+AN^2$.

* $MC^2=MB^2+BC^2$ يعني $MC^2=2^2+(2-x)^2$ ؛ * $MN^2=AM^2+AN^2$ يعني $MN^2=2x^2$

* $MN\geq MC$ يعني $MN^2\geq MC^2$ يعني $2x^2\geq 2^2+(2-x)^2$ يعني $2x^2-(2-x)^2\geq 4$ يعني

$2x^2-(4-4x+x^2)\geq 4$ يعني $x^2+4x-4\geq 4$ يعني $\left[(x+2)^2-4\right]-4\geq 4$ $\left(x^2+4x=(x+2)^2-4\right)$ يعني

$(x+2)^2-8\geq 4$ يعني $(x+2)^2\geq 12$ يعني $\sqrt{(x+2)^2}\geq\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ يعني $x+2\geq 2\sqrt{3}$ $(x+2>0)$ يعني

$x\geq 2\sqrt{3}-2$ وبما أن $x<2$ فإن $x\in\left[2\sqrt{3}-2;2\right[$

تمرين عـــدد 01:

1) 6 ، 6، 8، 8، 8، 9، 10 ، 10، 10، 12، 12، 12، 13، 14، 14، 15 ، 15، 19.

18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
19	15	15	14	14	13	12	12	12	10	10	10	9	8	8	8	6	6

بما أن التكرار الجملي $N=18$ (عدد زوجي) فإن الموسط Me هو المعدل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}=9$ و $\frac{N}{2}+1=10$ إذن $Me=\frac{10+12}{2}=11$.

2) معدل القسم هو: $\frac{6\times2+8\times3+9+10\times3+12\times3+13+14\times2+15\times2+19}{18}=11.16$

3)

تمرين عـــدد 02:

1) 17، 16، 15، 15، 14، 12، 12، 12، 11، 10، 8، 7، 6، 6، 5

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
05	06	06	07	08	10	11	12	12	12	14	15	15	16	17

بما أن التكرار الجملي $N=15$ (عدد فردي) فإن الموسط Me هو القيمة التي ترتيبتهما $\frac{N+1}{2}=\frac{15+1}{2}=\frac{16}{2}=8$

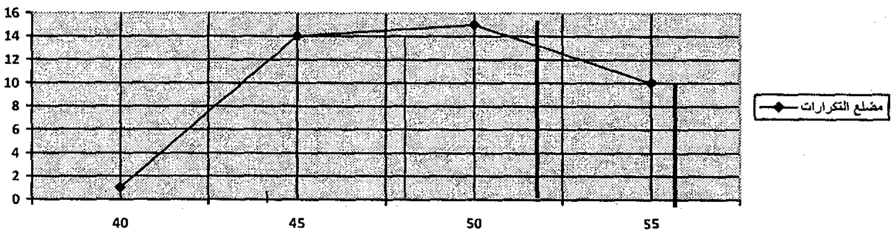
إذن $Me=12$.

2) معدل القسم هو: $\frac{17+16+15\times2+14+12\times3+11+10+8+7+6\times2+5}{15}=11.06$

3) الميزة المدروسة: معدل الرياضيات.

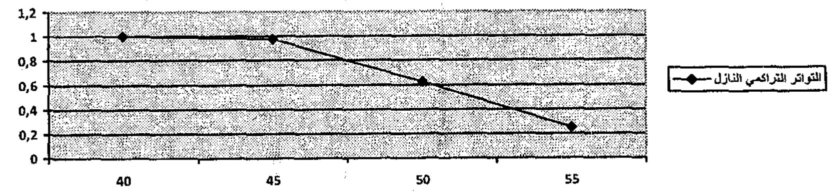
تمرين عـــدد 03:

1) أ) عدد المواليد: 40 ، ب) مجموعة الإحصاء: 40 مولود ، الميزة المدروسة " الطول" وهي كمية متقطعة.



3) أ)

	40	45	50	55	المجموع
	1	14	15	10	40
	$\frac{1}{40}=0.02$	$\frac{14}{40}=0.35$	$\frac{15}{40}=0.375$	$\frac{10}{40}=0.25$	1
التواتر التراكمي النازل	1	$1-0.025=0.975$	$0.975-0.35=0.625$	$0.625-0.375=0.25$	



ج) موسط السلسلة Me هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 0.5 إذن $Me=52$.

د) عدد المواليد الذين لهم طول يفوق أو يساوي 50cm هو 25 إذن النسبة المائوية هي $\frac{25}{40}\times100=62.5\%$

4) المعدل هو: $\frac{40\times1+45\times14+50\times15+55\times10}{40}=49.25$

تمرين عــدد 04: 1) a ، 2) b ، 3) c

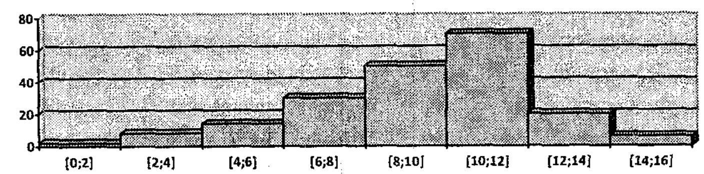
تمرين عــدد 05: 1) صواب ، 2) خطأ

تمرين عــدد 06: 1) a ، 2) b ، 3) a ، 4) b

تمرين عــدد 07:

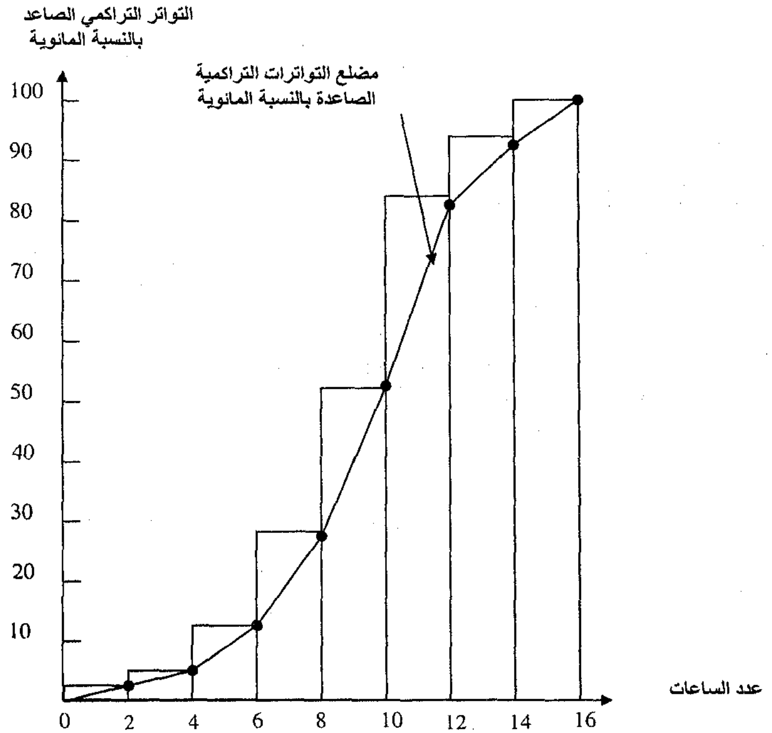
) مجموعة الإحصاء: 200 شخص، الميزة المدروسة: عدد ساعات العمل في اليوم وهي كمية مسترسلة (من 0 إلى 14 ساعة)

2) أ) منوال السلسلة الإحصائية هو [10;12[؛ ومداها هو $16-0=16$.



عدد الساعات	[0;2[	[2;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[	المجموع
عدد الأشخاص	2	8	14	30	50	70	20	6	200
التواتر بالنسبة المائوية	1%	4%	7%	15%	25%	35%	10%	3%	100%
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية	1%	5%	12%	27%	52%	87%	97%	100%	

5) أ)



ب) من خلال مضلع التواترات التراكمية الموسط هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 50% في المخطط أي 9.5.

ج) 12%.

تمرين عــدد 08:

1)

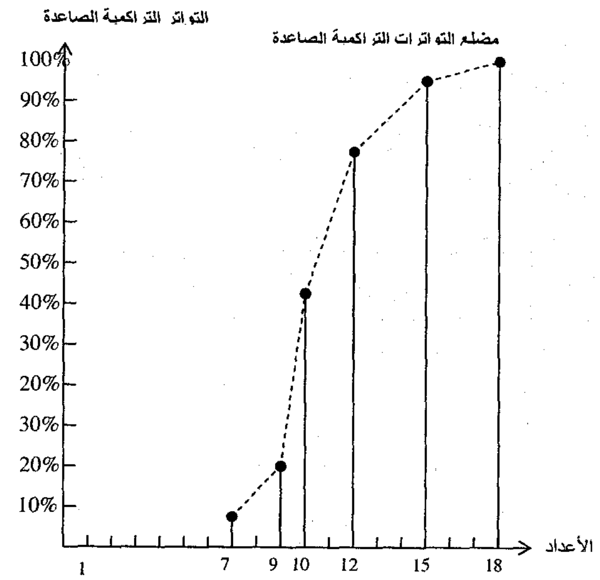
العدد من 20	7	9	10	12	15	18
عدد التلاميذ	2	3	6	8	5	1
التواترات بالنسبة المائوية	8%	12%	24%	32%	20%	4%
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية	8%	20%	44%	76%	96%	100%

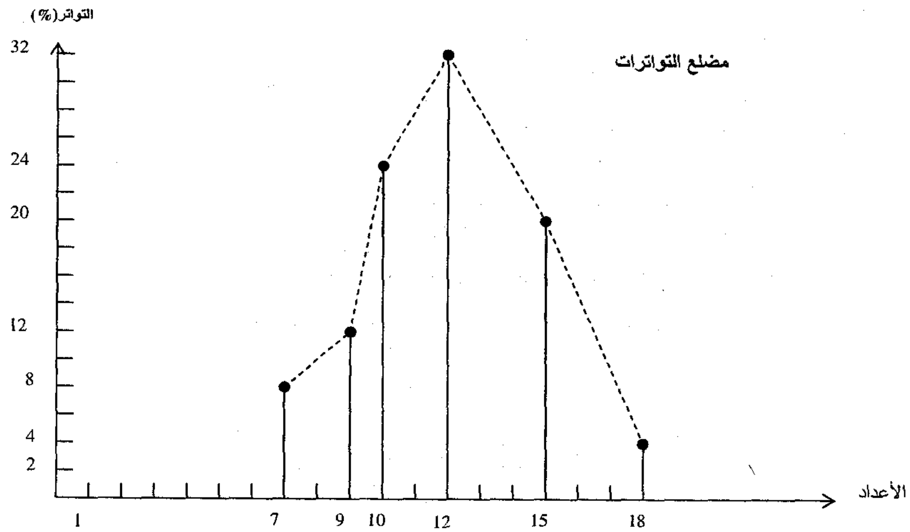
2) معدل القسم في هذا الفرض: $M=\frac{(2\times7)+(3\times9)+(6\times10)+(8\times12)+(5\times15)+(1\times18)}{25}=\frac{290}{25}=11.6$

3) مدى هذه السلسلة الإحصائية $18-7=11$

4) منوال هذه السلسلة الإحصائية هو 12.

5) مخطط ومضلع التواترات:

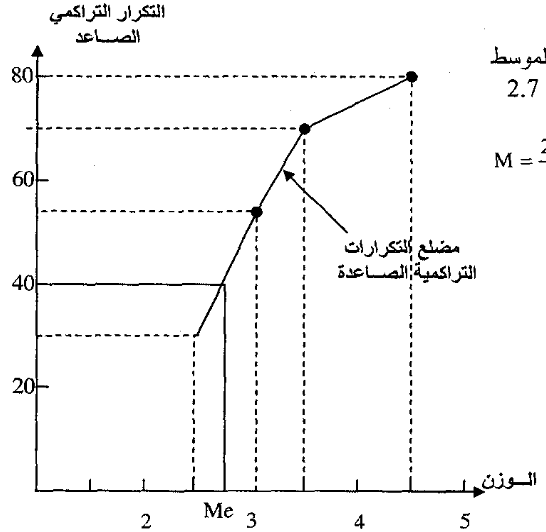




تمرين عدد 09:

الوزن Kg	2.5	3	3.5	4.5
التكرار التراكمي الصاعد	30	55	73	80

2) 3) أنظر الرسم



4) من خلال مخطط التكرارات التراكمية الصاعدة الموسط هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 40 في المخطط أي: 2.7

5)المعدل:

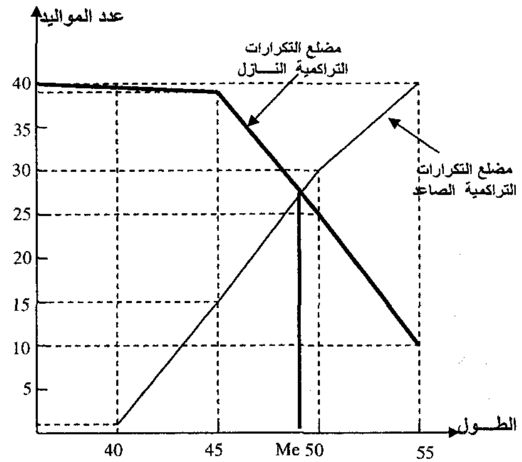
$$M = \frac{2.5\times30+3\times25+3.5\times18+4.5\times7}{80} = 3.05625$$

تمرين عدد 10: 1) خطأ ، 2) صواب لأن 50% من التلاميذ لهم معدل يفوق أو يساوي 11 و 10<11 ؛ 3) صواب

تمرين عدد 11: 1) عدد المواليد : $1+10+14+15=40$ ،

2) معدل طول المواليد: $\frac{40\times1+45\times14+50\times15+55\times10}{40}=51.125cm$ ، 3) $\frac{15+10}{40}\times100=87.5\%$

الطول	40	45	50	55
عدد المواليد	1	14	15	10
التكرار التراكمي الصاعد	1	$14+1=15$	$15+15=30$	$30+10=40$
التكرار التراكمي النازل	40	$40-1=39$	$39-14=25$	$25-15=10$



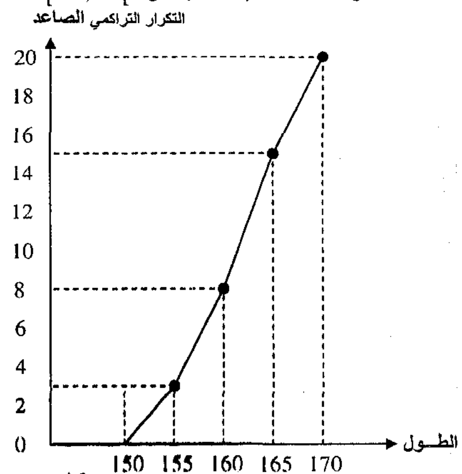
فاصلة نقطة تقاطع مضلعي التكرارات التراكمية الصاعد والنازل تمثل موسط السلسلة الإحصائية إذن $Me=48$ تقريبا

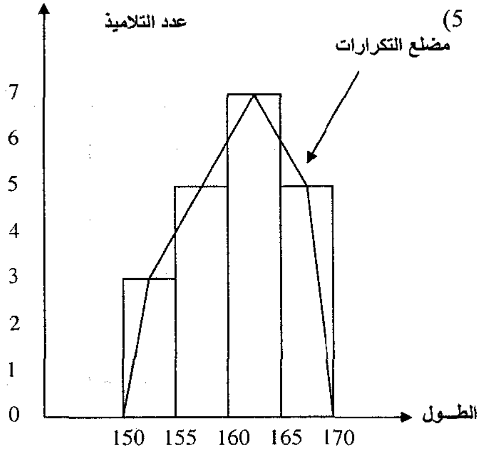
تمريـن عــــدد 12: 1) الميزة: " الطول" وهي سلسلة منقطعة

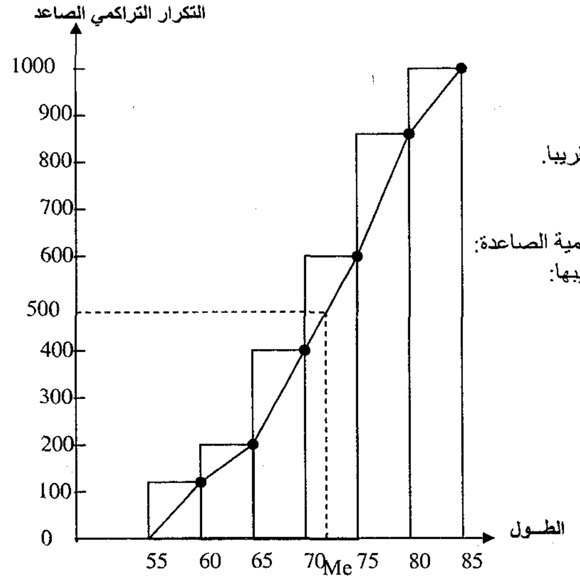
الطول	[150;155[	[155;160[	[160;165[	[165;170[
عدد التلاميذ	3	5	7	5
التكرار التراكمي الصاعد	$3+0=3$	$3+5=8$	$8+7=15$	$15+5=20$

3) 12 ، 4) مدى السلسلة الإحصائية هو $170-150=20cm$ ، منوال السلسلة الإحصائية هو: [160;165[

5)







موسط السلسلة الإحصائية هو 161.41 تقريبا.

تمريـن عــــدد 13:

1) من خلال مضلع التواترات التراكمية الصاعدة:
موسط السلسلة هو فاصلة النقطة التي ترتيبها: $\frac{1000}{2}=500$ إذن $Me=72$.

3)

القطر mm	[55;60[	[60;65[	[65;70[	[70;75[	[75;80[	[80;85[	المجموع
التكرارات	120	80	200	200	250	150	1000
التكرار التراكمي الصاعد	120	200	400	600	850	1000	

4) مدى هذه السلسلة هو $85-55=30$ ومنوالها [75;80[.

5) معدل السلسلة هو: $\frac{57.5\times120+62.5\times80+67.5\times200+72.5\times200+77.5\times250+82.5\times150}{1000}=71.625$

6) أ) $\left(\frac{1000-600}{1000}\right)\times100=40\%$ أو $\frac{150+250}{1000}\times100=40\%$

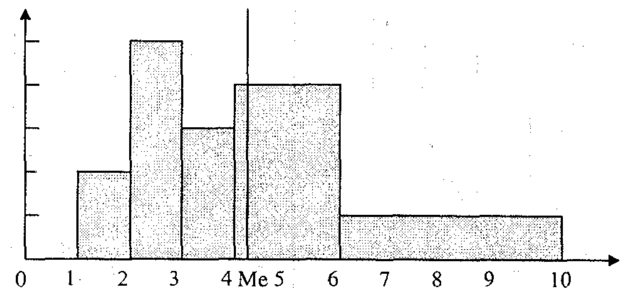
ب) $\left(\frac{80+200+200}{1000}\right)\times100=48\%$

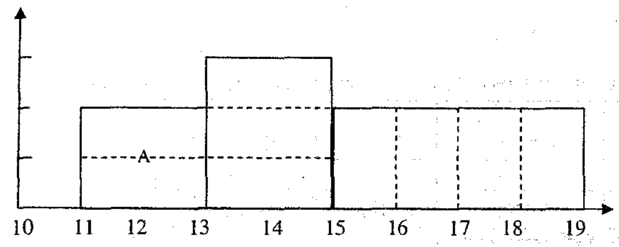
تمريـن عــــدد 14:

1) نعلم أن التكرارات متناسبة مع مساحات المستطيلات: مساحة المستطيل الأول: 2 مربعات، مساحة المستطيل الثاني:
5 مربعات، مساحة المستطيل الثالث: 3 مربعات، مساحة المستطيل الرابع 8 مربعات
و مساحة المستطيل الخامس: 4 مربعات. إذن الفئة [4;6[لها أكبر تكرار.

2) الفئة التي لها أقل تكرار هي [1;2[.

لية للمستطيلات هي 22 مربع إذن المستقيم المار من النقطة $A(Me\,;0)$ والعمودي على (OA)
تطيلات إلى جزئين لهما نفس المساحة: 11 مربع إذن $Me=4.125$





تمرين عـــدد 15:

المجال	$[11;13[$	$[13;15[$	$[15;19[$
التكرار	x_1	x_2	x_3

مساحة المستطيل الأول $2A$، مساحة المستطيل الثاني $3A$ ومساحة المستطيل الثالث $4A$. بما أن التكرارات متناسبة مع مساحة المستطيلات إذن الأعداد 2 ، 3 و 4 متناسبة مع x_1، x_2 و x_3

$\frac{2}{x_1}=\frac{3}{x_2}=\frac{4}{x_3}$ إذن $\frac{x_1}{2}=\frac{x_2}{3}=\frac{x_3}{4}$ يعني $x_1=\frac{1}{2}x_3$; $x_2=\frac{3}{4}x_3$

ونعلم أن $x_1+x_2+x_3=72$ إذن $\frac{1}{2}x_3+\frac{3}{4}x_3+x_3=72$ يعني $x_3=72\times\frac{4}{9}=32$

وبالتالي $x_1=\frac{1}{2}\times32=16$ و $x_2=\frac{3}{4}\times32=24$

المجال	$[11;13[$	$[13;15[$	$[15;19[$
التكرار	16	24	36

تمرين عـــدد 16:

(1

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

ب) عدد الإمكانيات الممكنة: 36

2) (1،1) ، (2،2) ، (3،3) ، (4،4) ، (5،5) ، (6،6).

إذن احتمال الحصول على نفس العدد خلال الرميتين $\frac{1}{6}=\frac{6}{36}$

(3

الرمية 1 / الرمية 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

احتمال أن يكون العدد في الرمية الثانية أكبر من العدد في الرمية الأولى $\frac{5}{12}=\frac{15}{36}$.

(4

الرمية 1 / الرمية 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

تمريـــن عـــدد 17:

1) احتمالات نتيجة الرمي هي: (خ، خ ، خ) ، (خ، خ،ص) ، (خ ، ص ، خ)، (خ ، ص ، ص)، (ص ، خ ، خ)، (ص، خ، ص) ،
(ص ، ص ، خ) ، (ص ، ص ،ص)

2) توجد إمكانية واحدة لإصابة الهدف 3 مرات أي (ص ، ص ،ص) إذن احتمال إصابة الهدف 3 مرات هي $\frac{1}{8}$.

3) توجد 3 إمكانيات لإصابة الهدف مرتين متتاليتين على الأقل وهي (خ ، ص ، ص) و (ص ، ص ، خ)
و (ص ، ص ،ص) وبالتالي احتمال إصابة الهدف مرتين على الأقل هو $\frac{3}{8}$.

4) توجد 7 إمكانيات لإصابة الهدف مرة واحدة على الأقل إذن احتمال إصابة الهدف مرة واحدة على الأقل هو $\frac{7}{8}$

5) إصابة الهدف مرتين على الأكثر يعني لا يصيب الهدف أو يصيبه مرة واحدة أو يصيبه مرتين إذن الاحتمال هو: $\frac{7}{8}$.

6) توجد 4 إمكانيات لإصابة الهدف مرتين على الأقل وهي (خ ، ص ، ص)، (ص، خ، ص) و (ص ، ص ، خ)
و (ص ، ص ،ص) . إذن احتمال نجاح أحمد هو $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$

تمريـــن عـــدد 18:

1) توجد 16 إحداثية ممكنة وهي: $(-3;-3)$; $(-3;0)$; $(-3;1)$; $(-3;3)$; $(0;0)$; $(0;-3)$; $(0;1)$; $(0;3)$;
$(1;1)$; $(1;-3)$; $(1;0)$; $(1;3)$; $(3;3)$; $(3;-3)$; $(3;0)$ و $(3;1)$.

2) لتكون النقطة M على محور الترتيبات يجب أن تكون فاصلتها صفر إذن هناك 4 إمكانيات وهي:
$(0;0)$; $(0;-3)$; $(0;1)$; $(0;3)$ وبالتالي احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الترتيبات $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$.

3) لتكون النقطة M على محور الفاصلات يجب أن تكون ترتيبتها صفر إذن هناك 4 إمكانيات وهي:
$(-3;0)$; $(0;0)$; $(1;0)$; $(3;0)$ وبالتالي احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$.

4) بما أنه توجد 16 إمكانية و 4 على محور الفاصلات و 4 على محور الترتيبات فإن البقية أي 7 إمكانيات لا تنتمي فيها النقطة
إلى محور الفاصلات أو محور الترتيبات إذن احتمال أن تكون النقطة لا تنتمي إلى محور الفاصلات أو محور الترتيبات هو $\frac{16-7}{16}=\frac{9}{16}$.

5) احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الترتيبات هو $\frac{3}{4}=\frac{12}{16}$.

6) احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الفاصلات هو $\frac{3}{4}=\frac{12}{16}$

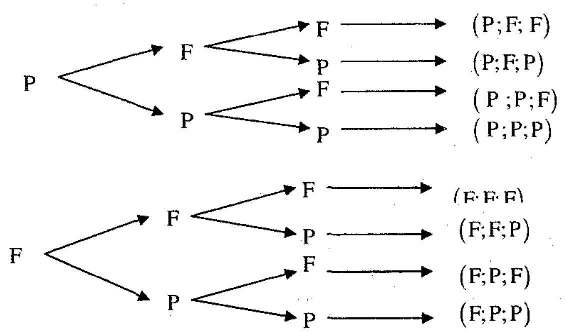
7) لتكون النقطة M منتمية إلى (AB) يجب أن تكون فاصلتها 3 إذن هناك 4 إمكانيات وهي (3،3) ، (3،-3) ، (3،1) ،
(3،0)

وبالتالي احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى (AB) هو $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$.

تمريـــن عـــدد 19:

1) : 8 ، 2) : $\frac{1}{8}$ ، 3) : $\frac{3}{8}$ ، 4): $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$

تمريـــن عـــدد 20:



2) احتمال الحدث A : $\frac{1}{8}$

3) احتمال الحدث B: $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$

4) احتمال الحدث C: $\frac{3}{8}$

5) احتمال الحدث D: $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$

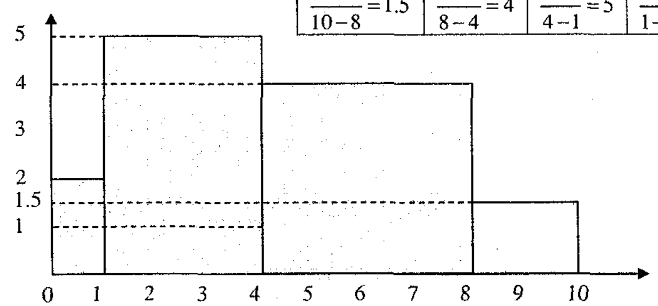
6) احتمال الحدث H: 1

تمريـــن عـــدد 21:

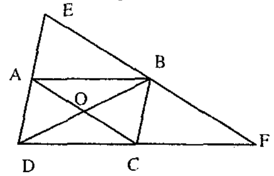
1) الجواب: لا (منوال السلسلة هو [1;4[)

الفئة	[0;1[	[1;4[	[4;8[	[8;10[
التكرار	2	15	16	3
	$\frac{2}{1-0}=2$	$\frac{15}{4-1}=5$	$\frac{16}{8-4}=4$	$\frac{3}{10-8}=1.5$

2)

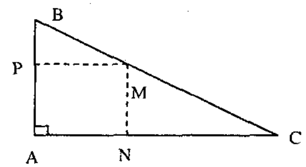


د: 1) مسقط A على Δ' وفقا لمنحى Δ هو O (2) مسقط B على Δ' وفقا لمنحى Δ هو B
وفقا لمنحى Δ' هو O ، 4) انظر الرسم
M على Δ وفقا لمنحى Δ' و J مسقط M على Δ' وفقا لمنحى Δ
لذا $(MI)//(OJ)$ و $(MJ)//(OI)$. إذن الرباعي IMJO متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية.



تمرين عـ02ـدد: 1) أ) مسقط A على (DC) وفقا لمنحى (BC) هو D
ب) مسقط B على (AD) وفقا لمنحى (DC) هو A
2) أ) مسقط O على (DC) وفقا لمنحى (EF) هو C
ب) مسقط E على (OD) وفقا لمنحى (OA) هو B
ج) مسقط F على (AD) وفقا لمنحى (OC) هو E
د) لدينا F مسقط B على (FC) وفقا لمنحى (AC) و C مسقط F على (AC) وفقا لمنحى (AB)
لذا $(AB)//(FC)$ و $(BF)//(AC)$ إذن الرباعي ABFC متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية.
هـ) لدينا E مسقط A على (BE) وفقا لمنحى (BC) و E مسقط B على (AE) وفقا لمنحى (AC)
لذا $(BE)//(AC)$ و $(BC)//(AE)$ إذن الرباعي AEBC متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية

تمرين عـ03ـدد: 1) أ) انظر الرسم
ب) لدينا N مسقط M على (AC) وفقا لمنحى (AB) لذا $(MN)//(AB)$
وبما أن $(AC)\perp(AB)$ فإن $(AC)\perp(MN)$.
2) ب) لدينا P مسقط M على (AB) وفقا لمنحى (AC) لذا $(AC)//(PM)$
وبما أن $(AC)\perp(AB)$ فإن $(AB)\perp(PM)$.



3) لدينا $(PM)//(AN)$ و $(MN)//(AP)$ لذا الرباعي APMN متوازي
أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية وبما أن
$\widehat{PAN}$ زاوية قائمة فإن APMN مستطيل.

تمرين عـ04ـدد: 1) أ) $\boxtimes$ $AB=\frac{9}{2}$ ، ب) $\boxtimes$ $AC=2(\sqrt{2}-1)$ ، ج) $\boxtimes$ $\sqrt{2}+1$
2) أ) $\boxtimes$ $x=\sqrt{2}$ و $y=1$ ، ب) $\boxtimes$ $x=-\sqrt{2}$ و $y=-1$ ، ج) $\boxtimes$ $x=-\sqrt{2}$ و $y=1$

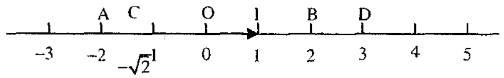
تمرين عـ05ـدد:
1) $AB=|x_B-x_A|=\left|2\sqrt{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right|=\left|2\sqrt{2}+\frac{5}{2}\right|=\frac{4\sqrt{2}+5}{2}$; $BC=|x_C-x_B|=\left|-\frac{3}{4}-2\sqrt{2}\right|=\frac{3}{4}+2\sqrt{2}=\frac{3+8\sqrt{2}}{4}$

$AC=|x_C-x_A|=\left|-\frac{3}{4}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right|=\left|-\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\right|=\left|\frac{7}{4}\right|=\frac{7}{4}$

2) M منتصف [AC] يعني $x_M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)}{2}=\frac{-\frac{13}{4}}{2}=-\frac{13}{8}$

3) $\frac{x_A+x_I}{2}=\frac{\left(-\frac{5}{2}\right)+1}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+\frac{2}{2}}{2}=\frac{-\frac{3}{2}}{2}=-\frac{3}{4}=x_C$ إذن C منتصف [AI].

تمرين عـ06ـدد:



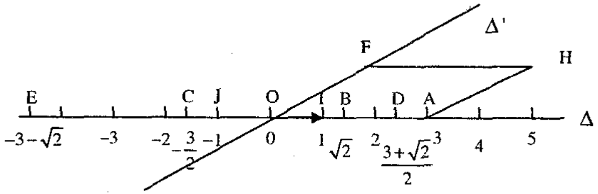
1) $OA=|x_A|=|-2|=2$ ، $BI=|x_I-x_B|=|1-2|=|-1|=1$ ، $AD=|x_D-x_A|=|3-(-2)|=|3+2|=5$

$BC=|x_C-x_B|=|-\sqrt{2}-2|=\sqrt{2}+2$ ، $BD=|x_D-x_B|=|3-2|=1$ ، $DC=|x_C-x_D|=|-\sqrt{2}-3|=\sqrt{2}+3$

2) في المعين (O;A) لدينا: $x_O=0$; $x_I=-\frac{1}{2}$; $x_B=-1$; $x_D=-\frac{3}{2}$

3) x_M فاصلة M في المعين (O;I).
أ) $OM=3$ يعني $|x_M|=3$ وبالتالي $x_M=3$ أو $x_M=-3$
ب) $MC=2$ يعني $|x_C-x_M|=2$ يعني $|-\sqrt{2}-x_M|=2$ يعني $|\sqrt{2}+x_M|=2$ يعني $\sqrt{2}+x_M=2$ أو $\sqrt{2}+x_M=-2$
وبالتالي $x_M=2-\sqrt{2}$ أو $x_M=-2-\sqrt{2}$.
ج) $MD=1$ يعني $|x_D-x_M|=1$ يعني $|3-x_M|=1$ يعني $x_M=2$ أو $x_M=4$
د) $MC=AC$ يعني $|x_C-x_M|=|x_C-x_A|$ $x_C-x_M=x_C-x_A$ أو $x_C-x_M=x_A-x_C$ يعني $x_M=x_C-x_C+x_A$
أو $x_M=x_C+x_C-x_A$ يعني $x_M=x_A$ أو $x_M=2x_C-x_A$ يعني $x_M=-2$ أو $x_M=2-2\sqrt{2}$

تمرين عـ07ـدد:
1) أ)



ب) $AB=|x_B-x_A|=|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$ ، $AC=|x_C-x_A|=\left|-\frac{3}{2}-3\right|=\left|-\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}$ ،

$BC=|x_C-x_B|=\left|-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right|=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$

2) x_D فاصلة D منتصف [AB] ، $x_D=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

3) E مناظرة B بالنسبة إلى C يعني C منتصف [BE] لذا $x_C=\frac{x_B+x_E}{2}$ يعني $2x_C=x_B+x_E$ ، يعني

$x_E=2x_C-x_B=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)-\sqrt{2}=-3-\sqrt{2}$

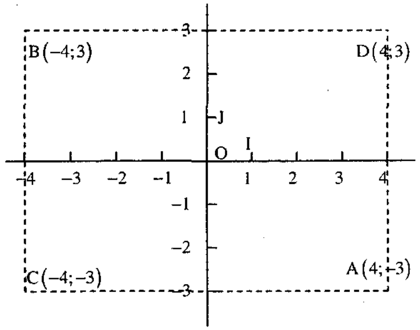
4) $AM=\sqrt{3}$ يعني $|x_M-x_A|=\sqrt{3}$ يعني $x_M-x_A=\sqrt{3}$ أو $x_M-x_A=-\sqrt{3}$ وبالتالي
$x_M=\sqrt{3}+x_A$ أو $x_M=-\sqrt{3}+x_A$ يعني $x_M=\sqrt{3}+3$ أو $x_M=-\sqrt{3}+3$ إذن $X=\{-\sqrt{3}+3;\sqrt{3}+3\}$

قاط I، A، B ؛ C، D و E في المعين (O;J)

$x_E = 3+\sqrt{2}$ و $x_D = -\left(\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}\right)$; $x_B = -\sqrt{2}$; $x_A =$

6) لدينا F مسقط H على 'Δ وفقا لمنحى Δ و A مسقط H على Δ وفقا لمنحى 'Δ لذا (OA)//(FH) و (AH)//(OF) إذن الرباعي AHFO هو متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية.

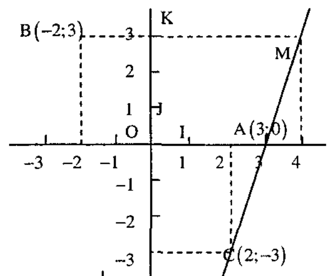
تمرين عــ08ــدد: 3) أ) لدينا A(4;−3) و C(−4;−3). نلاحظ أن A و C لهما نفس الترتيبة وفاصلتاهما متقابلتين لذا A و C متناظرتان بالنسبة إلى (OJ).



ب) لدينا A(4;−3) و D(4;3). نلاحظ أن A و D لهما نفس الفاصلة وترتيباهما متقابلان لذا A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OI).

ج) لدينا D(4;3) و C(−4;−3). نلاحظ أن فاصلة D مقابلة لفاصلة C و ترتيبة D مقابلة لترتيبة C. لذا D و C متناظرتان بالنسبة إلى O.

4) لدينا A و B متناظران بالنسبة إلى O و D و C متناظران بالنسبة إلى O لذا القطران [AB] و [CD] يتقاطعان في منتصفهما O إذن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.. وبما أن (AC)⊥(BC) (لأن (OI)⊥(BC) و (OI)//(AC))فإن ACBD مستطيل.

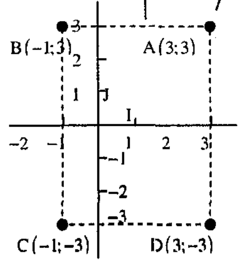


تمرين عــ09ــدد: 1) ب) لدينا B(−2;3) و C(2;−3) نلاحظ أن B و C فاصلتاهما متقابلان و ترتيباهما متقابلان لذا B و C متناظرتان بالنسبة إلى أصل المعين O إذن O هي منتصف [BC].

2) أ) K(0;3) ، M(4;3).

ب) OA = 3 ، BM = BK + KM = 2 + 4 = 6

ج) لدينا (OA)//(BM) و OA < BM لذا الرباعي OAMB هو شبه منحرف مساحته: $\dfrac{(3+6)\times 3}{2} = \dfrac{27}{2} = 13.5\,cm^2$

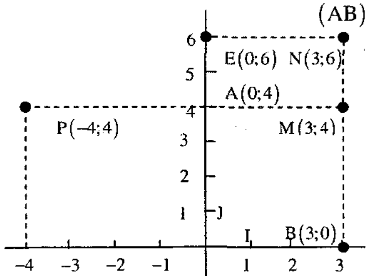


تمرين عــ10ــدد: 1) انظر الرسم

2) لدينا B و C لهما نفس الفاصلة وترتيباهما متقابلان لذا B و C متناظرتان بالنسبة إلى (OI). إذن (OI) يمثل الموسط العمودي لـ[BC] وبالتالي (OI)⊥(BC) ولدينا A و B لهما نفس الترتيبة لذا (AB)//(OI). بما أن (OI)⊥(BC) و (OI)//(AB) فإن (BC)⊥(AB) إذن المثلث ABC قائم الزاوية في B.

3) في المستطيل ABCD ، لدينا (OI) يمثل الموسط العمودي للضلع [BC] لذا (OI) يمثل محور تناظر المستطيل ABCD. إذن A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OI) وبالتالي فإن إحداثيات النقطة D هي D(3;−3).

4) مجموعة النقط M(x;y) حيث y = 3 و x ∈ IR هي المستقيم (AB)



تمرين عــ11ــدد:

1) انظر الرسم

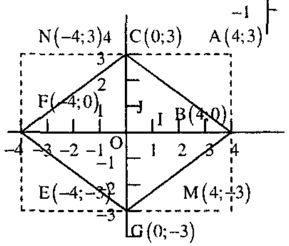
2) A(0;4) و B(3;0)

3) أ) E(0;6)

ب) مساحة شبه المنحرف MNEP : $\dfrac{2\times(7+3)}{2} = 10\,cm^2$

تمرين عــ12ــدد:

2) لدينا A و B لهما نفس الفاصلة ويختلفان في الترتيبة لذا المستقيم (AB) موازٍ لمحور الترتيبات أي (AB)//(OJ). ولدينا A و C لهما نفس الترتيبة ويختلفان في الفاصلة لذا المستقيم (AC) موازٍ لمحور الفاصلات أي (AC)//(OI).



3) أ) E ، F و G مناظرات A ، B و C على التوالي بالنسبة إلى النقطة O إذن E(−4;−3) ، F(−4;0) و G(0;−3).

ب) لدينا O منتصف كل من [BF] و [CG] و (BF)⊥(CG) (لأن (OI)⊥(OJ)) لذا الرباعي BCFG هو متوازي أضلاع قطراه متعامدان إذن هو معين. مساحة المعين BCFG هي $\dfrac{BF\times GC}{2} = \dfrac{6\times 8}{2} = 24\,cm^2$

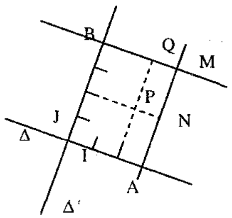
4) ب) لدينا (AN)//(OI) لذا A و N لهما نفس الترتيبة (3)، (EN)//(OJ) لذا E و N لهما نفس الفاصلة (−4) إذن N(−4;3) ولدينا (EM)//(OI) لذا E و M لهما نفس الترتيبة (−3)، (AM)//(OJ) لذا A و M لهما نفس الفاصلة (4) إذن M(4;−3)

5) مساحة المستطيل AMEN : $AM\times AN = BF\times CG = 6\times 8 = 48\,cm^2$.

تمرين عــ13ــدد:

2) إحداثيات النقطة M في المعين (O;I;J) : فاصلة M هي فاصلة A في المعين (O;I)وتساوي 3

وترتيبة M هي فاصلة B في المعين (O;J)وتساوي 4. لذا M(3;4).



3) أ) لدينا M و N لهما نفس الفاصلة لذا (OJ)//(MN) ، P وQ لهما نفس الترتيبة لذا (OJ)//(PQ)

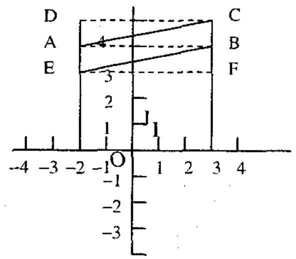
بما أن (OJ)//(MN) و (OJ)//(PQ) فإن (MN)//(PQ).

ب) لدينا M و Q لهما نفس الترتيبة كذلك N و P لهما نفس الترتيبة لذا (MQ)//(OI)و(NP)//(OI) إذن (MQ)//(NP)

وبما أن (MN)//(PQ) فإن الرباعي MNPQ متوازي أضلاع.

1) أنجز الرسم

$M(x;y)$ بحيث $\frac{3}{2}\le x\le\frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2}\le y\le\frac{9}{2}$. هي متوازي الأضلاع ABCD (أنظر الرسم)



على (OI) وفقا لمنحى (OJ) لذا فاصلة P هي

نفس فاصلة M وتساوي $\frac{5}{2}$

N مسقط P على (OJ) وفقا لمنحى (OI) لذا ترتيبة P هي نفس ترتيبة N

وتساوي $\frac{3}{2}$ إذن $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$ (نلاحظ P و D لهما نفس الاحداثيات)

ب) M و N لهما نفس الفاصلة لذا $(MP)//(ON)$ ، P وN لهما نفس الترتيب لذا $(PN)//(OM)$. إذن الرباعي OMPN متوازي أضلاع.

تمرين عــ15ــدد:

2) ب) لدينا A و B لهما نفس الترتيبة لذا $(OI)//(AB)$، B و C لهما نفس الفاصلة لذا $(OJ)//(BC)$

ABCD مستطيل إذن $(OI)//(AB)//(DC)$ و $(OJ)//(BC)//(AD)$.

بما أن $(OI)//(DC)$ و $(OJ)//(AD)$ فإن فاصلة D هي نفس فاصلة A

وترتيبتها نفس ترتيبة C لذا $D(-2;5)$

3) أ) لدينا ACBE متوازي أضلاع لذا $(OJ)//(AE)//(BC)$.

بما أن $(OJ)//(AE)$ فإن A و E لهما نفس الفاصلة إذن فاصلة E هي (-2).

ب) لدينا ACBE متوازي أضلاع لذا $AE=BC$ وبما أن $(OJ)//(BC)$ فإن $BC=|5-4|=1$ إذن $AE=1$.

ج) لدينا $(OJ)//(AE)$ و $AE=1$ لذا $AE=|y_E-y_A|=1$ (y_E: ترتيبة E و y_A: ترتيبة A) يعني $|y_E-4|=1$ ، $AE=|y_E-4|=1$

يعني $y_E-4=1$ أو $y_E-4=-1$ يعني $y_E=5$ أو $y_E=3$ وبما أن $E\ne D(-2;5)$ فإن ترتيبة E هي 3.

4) أ) $F\in(BC)$ و $(BC)//(OJ)$ لذا فاصلة F هي نفس فاصلة B و C وتساوي 3.

ترتيبة F مساوية لترتيبة E وهي 3 إذن $F(3;3)$.

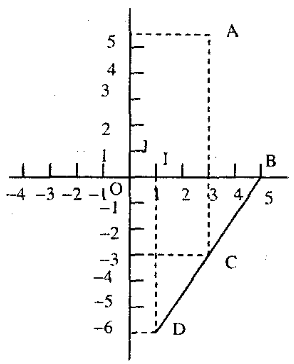
ب) في المستطيلين ABCD و ABFE لدينا $AE=AD$ و $[AB]$ ضلع مشترك لهما

لذا هما متقايسان في الأبعاد

إذن قطراهما $[AC]$ و $[AF]$ متقايسان $(AE=AC)$ وبالتالي المثلث ACF متقايس

الضلعين قمته الرئيسية A.

تمرين عــ16ــدد:



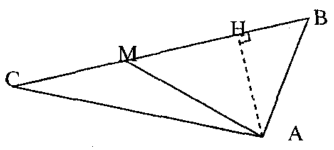
1) ب) لدينا A و C لهما نفس الفاصلة لذا $(OJ)//(AC)$ وبما أن $(OI)\perp(OJ)$

فإن $(OI)\perp(AC)$.

2) ب) نعتبر x_D فاصلة النقطة D و y_D ترتيبة النقطة D. C منتصف

$[BD]$ يعني $\frac{x_D+5}{2}=3$ و $\frac{y_D+0}{2}=-3$ يعني $x_D=1$ و $y_D=-6$ إذن $D(1;-6)$

3) أ) $E=[ID]$; ب) $F=[IB]$; ج) $G=[AC]$



تمرين عــ01ــدد: نعتبر S_1 مساحة المثلث ABC و S_2 مساحة المثلث AMC و S_3 مساحة المثلث ABM

$S_1=\frac{AH\times BC}{2}=\frac{3\times6}{2}=9\,cm^2$ ، مساحة المثلث AMC ومساحة

المثلث ABC متناسبان مع MC و BC أي $\frac{S_2}{S_1}=\frac{MC}{BC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ لذا

$S_2=\frac{1}{3}S_1$ وبما أن $S_1=9\,cm^2$ فإن $S_2=\frac{9}{3}=3\,cm^2$ ، S_3 هي

الفرق بين S_1 و S_2 لذا $S_3=S_1-S_2=9-3=6\,cm^2$

تمرين عــ02ــدد: S و S_1 متناسبان مع BC و BI يعني $\frac{S}{BC}=\frac{S_1}{BI}$ ، يعني $\frac{S_1}{S}=\frac{BI}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3BI$)

S و S_2 متناسبان مع BC و JI يعني $\frac{S}{BC}=\frac{S_2}{JI}$ ، يعني $\frac{S_2}{S}=\frac{IJ}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3JI$)

S و S_3 متناسبان مع BC و CJ يعني $\frac{S_3}{S}=\frac{CJ}{BC}$ ، يعني $\frac{S_2}{S}=\frac{IJ}{BC}=\frac{1}{3}$ (لأن: $BC=3CJ$)

إذن $\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}=\frac{1}{3}$

تمرين عــ03ــدد: 1) $\frac{BM}{BC}\times S$ ☒ 2) ، $BC=2x$ ☒ 3) ، $\frac{AN}{AC}=\frac{a}{b}$ ☒ 4) ، $x=2a-b$ ☒

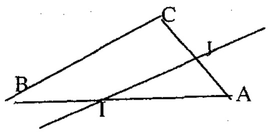
تمرين عــ04ــدد: 1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{x}{BC}=\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AC}$ يعني $\frac{x}{6}=\frac{2}{5}$

يعني $5x=12$ يعني $x=\frac{12}{5}$.

2) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AB}$ يعني $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}=\frac{7}{x}$ يعني $3x=14$ يعني $x=\frac{14}{3}$.

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نتحصل على: $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AC}$ يعني $\frac{3}{4}=\frac{x}{2}$ يعني $4x=6$ يعني $x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$.

تمرين عــ05ــدد: في المثلث ABC لدينا $I\in(AB)$ ، $J\in(AC)$ و $(IJ)//(BC)$



بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$

$\frac{AJ}{AC}=\frac{AI}{AB}$ يعني $AJ=\frac{AI}{AB}\times AC$ ، إذن $AJ=\frac{2.5}{6}\times4=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

$\frac{IJ}{BC}=\frac{AI}{AB}$ يعني $IJ=\frac{AI}{AB}\times BC$ ، إذن $IJ=\frac{2.5}{6}\times5=\frac{25}{12}$ ، $JC=AC-AJ=4-\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$

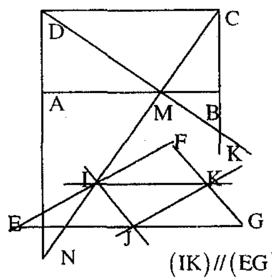
تمرين عــ06ــدد: في المثلث MBC لدينا: $A\in(MB)$ ، $N\in(MC)$ و $(BC)//(AN)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{AN}{BC}=\frac{MA}{MB}$ يعني: $AN=\frac{MA}{MB}\times BC$ إذن: $AN=\frac{3.5}{1.5}\times3=7\,cm$

في المثلث ADM لدينا: $B\in(AM)$ ، $K\in(DM)$ و $(AD)//(BK)$

... نتحصل على: $\frac{BK}{AD}=\frac{BM}{AM}$ يعني: $BK=\frac{BM}{AM}\times AD$ إذن:

BK



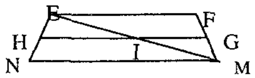
تمرين عـــ07ـــدد: 1) في المثلث EFG لدينا:

* I منتصف [EF] و J منتصف [EG] إذن حسب مبرهنة طالس $IJ=\frac{1}{2}FG$ و (IJ)//(FG).

* I منتصف [EF] و K منتصف [FG] إذن حسب مبرهنة طالس $IK=\frac{1}{2}EG$ و (IK)//(EG)

2) بما أن (KG)//(IJ) و (IK)//(JG) فإن الرباعي IJGK متوازي أضلاع.

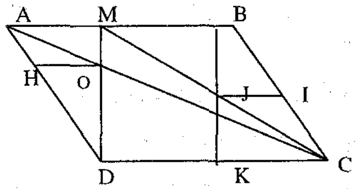
3) $IJ=\frac{1}{2}FG=\frac{3}{2}$ و $IK=\frac{1}{2}EG=\frac{5}{2}$



تمرين عـــ08ـــدد: 2) لدينا: M مناظرة F بالنسبة إلى G لذا G منتصف [FM]

N مناظرة E بالنسبة إلى H لذا H منتصف [EN]

بتطبيق نظرية طالس على شبه المنحرف EFMN نتحصل على $HG=\frac{1}{2}(MN+EF)$ يعني $2HG=MN+EF$، يعني $MN=2HG-EF$ إذن $MN=2\times6-4=8cm$.



تمرين عـــ09ـــدد: 1) في المثلث ODC لدينا $A\in(OC)$، $M\in(OD)$ و (AM)//(DC). بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{3}{7}=\frac{AM}{DC}=\frac{OA}{OC}=\frac{OM}{OD}$

2) أ) في المثلث ADC لدينا $O\in(AC)$، $H\in(AD)$ و (OH)//(DC). بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OH}{DC}=\frac{AH}{AD}=\frac{AO}{AC}$

ب) في المثلث AMD لدينا $O\in(DM)$، $H\in(AD)$ و (OH)//(AM). بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OH}{AM}=\frac{DH}{AD}=\frac{OD}{MD}$

ج) بما أن: $\frac{AH}{AD}=\frac{OH}{CD}$ و $\frac{DH}{AD}=\frac{OH}{AM}$ فإن: $\frac{OH}{CD}+\frac{OH}{AM}=\frac{AH}{AD}+\frac{DH}{AD}=\frac{AH+DH}{AD}=\frac{AD}{AD}=1$

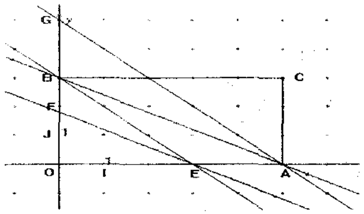
3) أ) في المثلث MDC لدينا K منتصف [DC] و (JK)//(DM) إذن J منتصف [MC]

ب) في المثلث MBC لدينا J منتصف [MC] و I منتصف [BC] إذن (IJ)//(MB)، و $IJ=\frac{1}{2}MB=\frac{4}{2}=2cm$

تمرين عـــ10ـــدد: 1) لدينا $A\in(OI)$ لذا $OA=|5|=5$، $E\in(OI)$ لذا $OE=|3|=3$، $B\in(OJ)$ لذا $OB=|3|=3$

2) لدينا A مسقط C على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و B مسقط C على (OJ) وفقا لمنحى (OI) لذا فاصلة C هي نفس فاصلة A

و ترتيبة C هي نفس ترتيبة B إذن C(5;3)



3) أ) في المثلث OAB لدينا: $E\in(OA)$، $F\in(OB)$ و (EF)//(AB).

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$

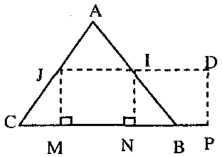
ب) لدينا $\frac{OF}{OB}=\frac{OE}{OA}$ لذا $OF=\frac{OE}{OA}\times OB=\frac{9}{5}$ وبما أن $F\in(OJ)$ فإن $F\left(0;\frac{9}{5}\right)$

4) أ) في المثلث OAG لدينا: : $E\in(OA)$، $B\in(OG)$ و (EB)//(AG). بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OE}{OA}=\frac{OB}{OG}$

ب) بما أن $\frac{OB}{OG}=\frac{OE}{OA}$ فإن $OG=\frac{OA\times OB}{OE}=5$ وبما أن $G\in(OJ)$ فإن G(0;5)

تمرين عـــ11ـــدد: 1) أ) في المثلث ABC لدينا I منتصف [AB] و J منتصف [AC] إذن (IJ)//(BC) و $IJ=\frac{1}{2}BC$

ب) $IJ=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$



2) ب) لدينا M المسقط العمودي لـ J على (BC) لذا (JM)⊥(BC)

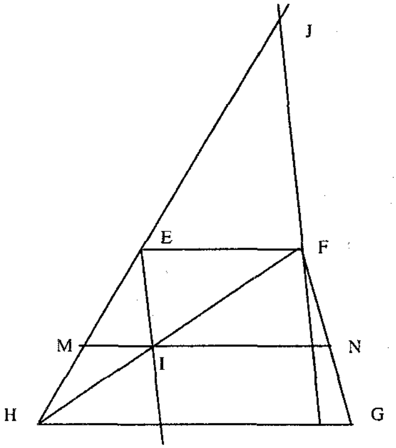
N المسقط العمودي لـ I على (BC) لذا (IN)⊥(BC)

بما أن (JM)⊥(BC) و (IN)⊥(BC) فإن (JM)//(IN) ونعلم أن (MN)//(IJ) و $I\widehat{N}M=90°$ إذن IJMN مستطيل وبالتالي $MN=IJ=\frac{3}{2}$

ج) لدينا: النقاط J، I و D على استقامة واحدة والنقاط M، N و P المساقط العمودية لـ J، I و D على المستقيم (BC) على الترتيب إذن حسب نظرية طالس $\frac{MN}{NP}=\frac{IJ}{ID}$.

د) بما أن $\frac{IJ}{ID}=\frac{MN}{NP}$ فإن $NP=\frac{MN\times ID}{IJ}=1.5$

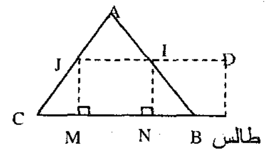
تمرين عـــ12ـــدد: 1) أنظر الرسم



2) أ) في المثلث EFH لدينا $I\in(HF)$، $M\in(EH)$ و (EF)//(MI). بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{HM}{HE}=\frac{MI}{EF}$ يعني $MI=\frac{HM}{HE}\times EF$ إذن $MI=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$

ب) H و J و F مسا قط H و M و E على (HF) وفق لمنحني (EF) إذن بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{FI}{FH}=\frac{EM}{EH}=\frac{3}{5}$

ج) في المثلث FGH لدينا $N\in(FG)$، $I\in(FH)$ و (IN)//(HG).



نتحصل على $\frac{IN}{HG}=\frac{FI}{FH}$ يعني $IN=\frac{FI}{FH}\times HG$

، $MN=MI+IN=\frac{6}{5}+\frac{18}{5}=\frac{24}{5}$

3) أ) في المثلث HFJ لدينا $I\in(HF)$ ، $E\in(HJ)$ و $(EI)//(FJ)$. بتطبيق نظرية طالس

نتحصل على $\frac{HI}{HF}=\frac{HE}{HJ}$

و بتطبيق نظرية طالس في المثلث HEF نتحصل على $\frac{HI}{HF}=\frac{HM}{HE}$. بما أن $\frac{HI}{HF}=\frac{HE}{HJ}$ و $\frac{HI}{HF}=\frac{HM}{HE}$ فإن

$\frac{HM}{HE}=\frac{HE}{HJ}$ يعني $HE\times HE=HJ\times HM$ إذن $HE^2=HJ\times HM$

ب) لدينا $HE^2=HJ\times HM$ لذا $HJ=\frac{HE^2}{HM}$. إذن $HJ=\frac{25}{2}$

تمرين عـــ13ـــدد: 1) أنجز الرسم

2) أ) لدينا P و M لهما نفس الفاصلة $\left(\frac{2}{3}\right)$ لذا (MP) مواز لـ(OJ) ، Q و M لهما نفس الترتيبة $\left(\frac{3}{5}\right)$ لذا (MQ) مواز لـ(OI) وبما أن $P\in(OI)$ و $Q\in(OJ)$ فإن $(MQ)//(OP)$. إذن الرباعي OPMQ متوازي أضلاع.

ب) لدينا $P\in(OI)$ لذا $OP=\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$ ، وبما أن الرباعي OPMQ متوازي أضلاع. فإن $MQ=OP=\frac{2}{3}$

3) أ) لدينا $[MQ]//[OI]$ و $[MQ]<[OI]$ لذا الرباعي OIMQ شبه منحرف.

ب) في شبه المنحرف OIMQ لدينا K منتصف [MI] و H منتصف [OQ] لذا $(MQ)//(HK)//(OI)$. بتطبيق نظرية طالس على شبه المنحرف OIMQ نتحصل على $HK=\frac{1}{2}(MQ+OI)$ إذن: $HK=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}+1\right)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$

4) أ) في المثلث MPI لدينا $K\in(MI)$ ، $E\in(MP)$ و $(EK)//(PI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{1}{2}=\frac{MK}{MI}=\frac{ME}{MP}$ (K منتصف [MI]).

$\frac{1}{2}=\frac{ME}{MP}$ يعني $MP=2ME$ وبما أن النقاط M ، E و P على استقامة واحدة فإن E منتصف [MP]

ب) في المثلث MQI لدينا $F\in(MQ)$ ، $K\in(MI)$ و $(FK)//(QI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{1}{2}=\frac{MK}{MI}=\frac{MF}{MQ}$ (K منتصف [MI]).

$\frac{1}{2}=\frac{MF}{MQ}$ يعني $MQ=2MF$ وبما أن النقاط M ، E و Q على استقامة واحدة فإن F منتصف [MQ]

ج) في المثلث MPQ لدينا F منتصف [MQ] و E منتصف [MP] إذن $EF=\frac{1}{2}PQ$ و $(EF)//(PQ)$

تمرين عـــ14ـــدد:

1) في المثلث EFB لدينا A منتصف [BF]

F و B متناظرتان بالنسبة إلى A) و C منتصف [BE] (E و B متناظرتان بالنسبة إلى C)

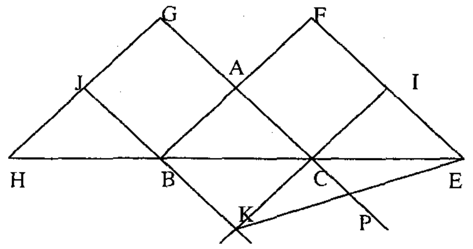
إذن $AC=\frac{1}{2}EF$ وبالتالي $\frac{EF}{AC}=2$

2)) في المثلث HGC لدينا A منتصف [CG]

G و C متناظرتان بالنسبة إلى A) ، $B\in[HC]$ و

$(HG)//(AB)$ إذن B منتصف [HC]

و $AB=\frac{1}{2}HG$.



بما أن $AC=\frac{1}{2}EF$ و $AB=\frac{1}{2}HG$ و $AB=AC$ فإن

$HG=EF$

3)) في المثلث EFB لدينا C منتصف [EB] (F و

B متناظرتان بالنسبة إلى C) ، $I\in[EF]$ و $(FB)//(IC)$

إذن I منتصف [EF] و $IC=\frac{1}{2}BF$. وبالتالي $IC=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\times 2AB=AB=3$

$(BF=2AB)$ $EI=\frac{1}{2}EF=\frac{2AC}{2}=AC=3$ $(EF=2AC)$

4) أ) لدينا $(AG)//(BJ)$ و $(AB)//(GJ)$ لذا الرباعي ABJG متوازي أضلاع إذن $JB=GA$ وبما أن $GA=AC$

فإن $JB=AC$ ونعلم أن $AC=IC$ إذن $JB=CI$.

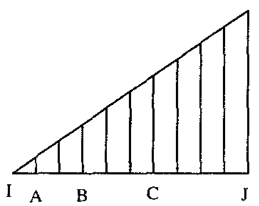
ب) لدينا $(BK)//(AC)$ ، $(AB)//(CK)$ و $AB=AC$ لذا ABKC معين.

ج) لدينا في المثلث KIJ : $KI=KC+IC$ و $KJ=KB+BJ$ ، $IC=BJ$ و $BK=KC$ يعني $KJ=KI$ وبالتالي المثلث

KIJ متقايس الضلعين قمته الرئيسية K .

5) في المثلث EBK لدينا C منتصف [BE] ، $P\in[KE]$ و $(BK)//(PC)$

إذن P منتصف [KE] و $PC=\frac{1}{2}BK$.



تمرين عـــ15ـــدد: 1) $\frac{IA}{1}=\frac{AB}{2}=\frac{BC}{3}=\frac{CJ}{4}$

2) $IA+AB+BC+CJ=5$ يعني $IA+2IA+3IA+4IA=5$ يعني

$10\,IA=5$

يعني $IA=\frac{1}{2}$ وبالتالي $CJ=2$; $BC=\frac{3}{2}$

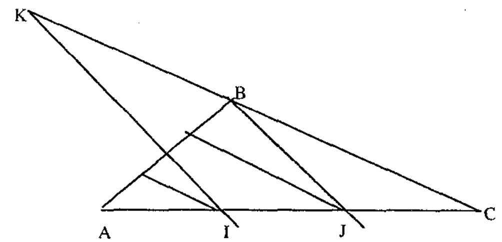
و $AB=1$

تمرين عـــ16ـــدد:

2) في المثلث KCI لدينا J منتصف

[IC] ،$(IJ=JC$ و $J\in(IC))$

و $(JB)//(KI)$ إذن B منتصف [KC]



دد:أ) المثلث ABC قائم الزاوية في A ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على

B(يعني $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}$ إذن $BC=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$.

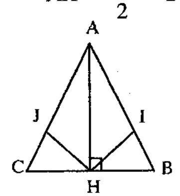
ب) ABC قائم الزاوية في A و [AH] الارتفاع الصادر من A إذن $AB\times AC=AH\times BC$ يعني $AH=\dfrac{AB\times AC}{BC}$

إذن $AH=\dfrac{4\times3}{5}=\dfrac{12}{5}$

تمريـن عــ02ـدد: ABCD مربع طول ضلعه 3 و [BD] قطره إذن $BD=3\sqrt{2}$ ؛ ABCD مربع إذن قطراه [AC] و [BD] متعامدان في المركز O وبالتالي المثلث OEC قائم الزاوية في O وبتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث OEC نتحصل على $EC^2=OC^2+OE^2$ يعني $EC=\sqrt{OC^2+OE^2}$ إذن

$$EC=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{18}{4}+18}=\sqrt{\frac{45}{2}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\quad\left(OE=2OB=\frac{2\times3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}\right)$$

تمريـن عــ03ـدد: 1) ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 و [AH] ارتفاعه إذن $AH=\dfrac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$



2) أ) ABH مثلث قائم الزاوية في H و [HI] الارتفاع الصادر من H

إذن $HB\times AH=HI\times AB$ يعني $HI=\dfrac{HB\times AH}{AB}$ إذن $HI=\sqrt{3}$

AHC مثلث قائم الزاوية في H و [HJ] الارتفاع الصادر من H

إذن $HC\times AH=JH\times AC$ يعني $JH=\dfrac{HC\times AH}{AC}$ إذن $HJ=\sqrt{3}$

ب) بما أن $HI=HJ=\sqrt{3}$ فإن IJH متقايس الضلعين قمته الرئيسية H

تمريـن عــ04ـدد: أ) $AB^2+AC^2=16+9=25$ و $BC^2=5^2=25$ لذا $BC^2=AB^2+AC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A

ب) $AB^2+AC^2=5+7=12$ و $BC^2=12$ لذا $BC^2=AB^2+AC^2$ إذن **ABC مثلث قائم الزاوية في A**

ج) $AB^2+AC^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{11}^2=12+11=23$ و $BC^2=\sqrt{21}^2=21$ لذا $BC^2\neq AB^2+AC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

د) $AB^2+BC^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=18+20=38$ و $AC^2=\sqrt{38}^2=38$ لذا $AC^2=AB^2+BC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في B

هـ) $AB^2+BC^2=4+9=13$ و $AC^2=4^2=16$ لذا $AC^2\neq AB^2+BC^2$ إذن المثلث ABC ليس قائما.

تمريـن عــ05ـدد:

1) ☒ $AH=\dfrac{12}{5}$ ، 2) ☒ $AO=3\sqrt{2}$ ، 3) ☒ $AH=2\sqrt{3}$ ، 4) ☒ $a=\sqrt{13}$

تمريـن عــ06ـدد:

1)

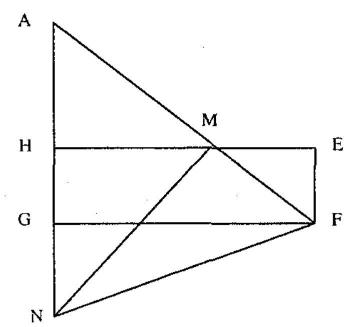
a	3	$2\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	2	3
b	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{14}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{18}$

2)

x	2	4	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{15}$	$2\sqrt{7}$
y	$\sqrt{3}$	$\sqrt{12}$	$\dfrac{3}{2}$	$\sqrt{6}$	$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$	$\sqrt{21}$

تمريـن عــ07ـدد: 1) المثلث EFM قائم الزاوية في F ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $MF^2=EM^2+EF^2$

يعني $MF=\sqrt{EM^2+EF^2}$ إذن $MF=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$



2) أ) المثلث FGN قائم الزاوية في G ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور

نتحصل على $FN^2=GN^2+GF^2$ يعني $FN=\sqrt{GN^2+GF^2}$ إذن

$FN=\sqrt{5^2+10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

* المثلث HMN قائم الزاوية في H ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور

نتحصل على $MN^2=HM^2+HN^2$ يعني $MN=\sqrt{HM^2+HN^2}$

إذن $MN=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

ب) في المثلث MFN لدينا $MF=5$ ؛ $MN=10$ و $FN=5\sqrt{5}$ ؛

$MF^2+MN^2=125$ و $FN^2=125$ لذا $FN^2=MF^2+MN^2$ إذن المثلث FMN قائم الزاوية في M.

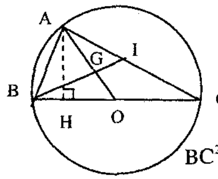
3) أ) في المثلث EFM لدينا $H\in(ME)$ ؛ $A\in(MF)$ و $(EF)//(AH)$ ؛ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\dfrac{AH}{EF}=\dfrac{MH}{ME}=\dfrac{MA}{MF}$ ؛ $\dfrac{MH}{ME}=\dfrac{MA}{MF}$ يعني $MA=\dfrac{MH}{ME}\times MF$ إذن $MA=\dfrac{6}{4}\times5=\dfrac{15}{2}$

ني $AH = \frac{MH}{ME} \times EF$ إذن $AH = \frac{6}{4} \times 3 = \frac{9}{2}$

ج) في المثلث AMN لدينا $AM = \frac{15}{2}$ ؛ $MN = 10$ و $AN = \frac{25}{2}$ ؛ $AM^2 + MN^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 10^2 = \frac{625}{4}$ و

$AN^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 = \frac{625}{4}$ لذا $AN^2 = AM^2 + MN^2$ إذن المثلث AMN قائم الزاوية في M



تمرين عــ08ــدد: 1) أ) المثلث ABC محاط بالدائرة ع وضلعه [BC] يمثل قطرا لها

إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A

ب) المثلث ABC قائم الزاوية في A ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

يعني $AC^2 = BC^2 - AB^2$ يعني $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$ إذن $AC = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

ج) المثلث ABC قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A إذن $AB \times AC = AH \times BC$ يعني

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{5 \times 5\sqrt{3}}{10} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

2) لدينا I منتصف [AC] و O منتصف [BC] لذا [AO] و [BI] يمثلان موسطي المثلث ABC وبما أن G نقطة

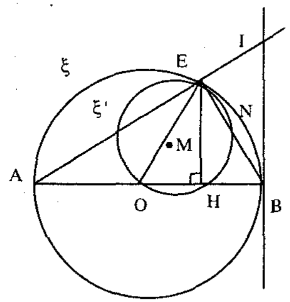
تقاطع [AO] و[BI] فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABC وبالتالي $AG = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$ ؛

$(AO = BO = CO = 5)$

3) $\frac{1}{AH^2} = \left(\frac{1}{AH}\right)^2 = \left(\frac{BC}{AB \times AC}\right)^2 = \frac{BC^2}{AB^2 \times AC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{AB^2 \times AC^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2}$ إذن $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

تمرين عــ09ــدد: 1) ب) المثلث AEB محاط بالدائرة ع وضلعه [AB] يمثل قطرا لها.

إذن المثلث AEB قائم الزاوية في E.



ج) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEB (قائم الزاوية في E) نتحصل على

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

يعني $AE^2 = AB^2 - BE^2$ يعني $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$ إذن

$AE = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

2) أ) OEB مثلث متقايس الأضلاع و [EH] ارتفاعه الصادر من E إذن

$$EH = \frac{OE \times \sqrt{3}}{2} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEH (قائم الزاوية في H) نتحصل على $AE^2 = EH^2 + AH^2$ يعني

$AH^2 = AE^2 - EH^2$ يعني $AH = \sqrt{AE^2 - EH^2}$ إذن $AH = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48 - 12} = \sqrt{36} = 6$

3) أ) لدينا المستقيم (BI) مماس للدائرة ع في النقطة B لذا $(BI) \perp (OB)$ وبما أن $(OB) \perp (EH)$ فإن $(EH) // (BI)$

ب) في المثلث ABI لدينا $E \in (AI)$ ؛ $H \in (AB)$ و $(EH) // (BI)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AE}{AI} = \frac{EH}{BI}$$

* $\frac{AE}{AI} = \frac{AH}{AB}$ يعني $AI = \frac{AB \times AE}{AH}$ إذن $AI = \frac{8 \times 4\sqrt{3}}{6} = \frac{16}{3}\sqrt{3}$ ، * $\frac{EH}{BI} = \frac{AH}{AB}$ يعني $BI = \frac{AB \times EH}{AH}$

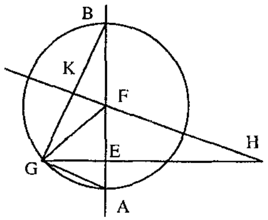
إذن $BI = \frac{8 \times 2\sqrt{3}}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

4) أ) في المثلث OEB لدينا M منتصف [OE] و N منتصف [EB] إذن $MN = \frac{1}{2}OB$ و $(MN) // (OB)$

$$MN = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

ب) المثلث OEH قائم الزاوية في H و M منتصف وتره [OE] إذن M هي

مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OEH و هي الدائرة (ع')



تمرين عــ10ــدد: 1) أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EFG

(قائم الزاوية في E) نتحصل على $FG^2 = EF^2 + EG^2$ يعني $FG = \sqrt{EF^2 + EG^2}$

إذن $FG = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

ب) * $EA = FA - EF = FG - EF = 5 - 3 = 2$ $(FA = FG = 5)$

* $EB = FF + FB = EF + FG = 3 + 5 = 8$ $(FB = FG = 5)$

ج) المثلث EBG قائم الزاوية في E ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $BG^2 = EB^2 + EG^2$ يعني

$BG = \sqrt{EB^2 + EG^2}$ إذن $BG = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$

. بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AEG (قائم في E) نتحصل على $AG^2 = EG^2 + EA^2$ يعني $AG = \sqrt{EG^2 + EA^2}$

$AG=\sqrt{4^2+2^2}$

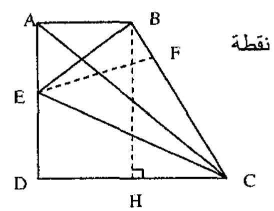
لدينا $AB=10$; $BG=4\sqrt{5}$ و $AG=2\sqrt{5}$ ؛

$AG^2+BG^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(4\sqrt{5}\right)^2=20+80=100$

و $AB^2=10^2=100$ لذا $AB^2=AG^2+BG^2$ إذن المثلث ABG قائم الزاوية في G .

3) أ) في المثلث ABG لدينا K منتصف $[BG]$ و F منتصف $[AB]$ إذن $(KF)//(AG)$ و $KF=\frac{1}{2}AG$

ب) لدينا $(AG)//(KF)$ و $(AG)\perp(BG)$ لذا $(FK)\perp(BG)$ ولدينا $(GE)\perp(BF)$ إذن في المثلث BFG لدينا المستقيم (FK)



حامل للارتفاع $[FK]$ والمستقيم (EG) حامل للارتفاع $[GE]$ وبما أن H هي نقطة تقاطع المستقيمين (FK) و (EG) فإن H تمثل المركز القائم للمثلث BFG .

ج) في المثلث AEG لدينا $F\in(EA)$ ؛ $H\in(EG)$ و $(AG)//(FH)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{EH}{EG}=\frac{EF}{EA}=\frac{FH}{AG}$

د) حسب السؤال (3- ج) لدينا $\frac{EF}{EA}=\frac{FH}{AG}$ لذا $FH=\frac{EF}{EA}\times AG$ إذن $FH=\frac{3}{2}AG$ لأن $\left(\frac{EF}{EA}=\frac{3}{2}\right)$

هـ) حسب السؤال (3- أ) لدينا $FK=\frac{1}{2}AG$ لذا $AG=2FK$ وحسب السؤال (3- د) لدينا $FH=\frac{3}{2}AG$

لذا $FH=\frac{3}{2}\times(2FK)$ إذن $FH=3FK$

تمريـن عـ11ـدد: 1) المثلث ADC قائم الزاوية في D ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور

نتحصل على $AC^2=AD^2+DC^2$ يعني $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}$ إذن $AC=\sqrt{10^2+8^2}=\sqrt{164}=2\sqrt{41}$.

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BHC (قائم في H) نتحصل على $BC^2=BH^2+HC^2$

يعني $BC=\sqrt{BH^2+HC^2}$ إذن $BC=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$.

2) أ) ABE مثلث قائم الزاوية في A ؛بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $BE^2=AB^2+AE^2$ يعني

$BE=\sqrt{AB^2+AE^2}$ إذن $BE=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$. بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث DEC (قائم في D)

نتحصل على $EC^2=ED^2+DC^2$ يعني $EC=\sqrt{ED^2+DC^2}$ إذن $EC=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

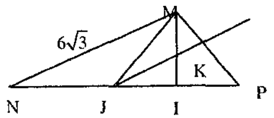
ب) في المثلث BEC لدينا $EC=10$; $EB=5$ و $BC=5\sqrt{5}$ ، $EB^2+EC^2=5^2+10^2=125$ و

$BC^2=\left(5\sqrt{5}\right)^2=125$ لذا $BC^2=EB^2+EC^2$ إذن المثلث EBC قائم الزاوية في E .

3) EBC مثلث قائم الزاوية في E و $[EF]$ الارتفاع الصادر من E إذن $EB\times EC=EF\times BC$

يعني $EF=\frac{EB\times EC}{BC}$ وبالتالي: $EF=\frac{5\times10}{5\sqrt{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}$

تمريـن عـ12ـدد: 1) لدينا $MN^2=\left(6\sqrt{3}\right)^2=108$; $NP^2=(12)^2=144$; $MP^2=6^2=36$



و $MN^2+MP^2=144$ لذا $MP^2=MN^2+MP^2$

إذن المثلث MNP قائم الزاوية في M .

2) MNP مثلث قائم الزاوية في M و $[MI]$ الارتفاع الصادر من M

إذن $MI\times NP=MP\times MN$ يعني $MI=\frac{MP\times MN}{NP}$ وبالتالي $MI=\frac{6\times6\sqrt{3}}{12}=3\sqrt{3}$

I المسقط العمودي لـ M على (NP) لذا المثلث MIP قائم الزاوية في I ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على

$MP^2=MI^2+IP^2$ يعني $IP^2=MP^2-MI^2$ يعني $IP=\sqrt{MP^2-MI^2}$ إذن $IP=\sqrt{6^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{36-27}=\sqrt{9}=3$

وبالتالي $IP=3$

3) أ) $IJ=PJ-PI=\frac{1}{2}PN-PI=\frac{12}{2}-3=6-3=3$ ؛ $IN=NP-PI=12-3=9$

ب) في المثلث IMN لدينا $J\in(IN)$ ؛ $K\in(MI)$ و $(JK)//(MN)$. بتطبيق نظرية طالس نتحصل على $\frac{IJ}{IN}=\frac{JK}{MN}$

يعني $JK=\frac{IJ}{IN}\times MN$ إذن $JK=\frac{3}{9}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

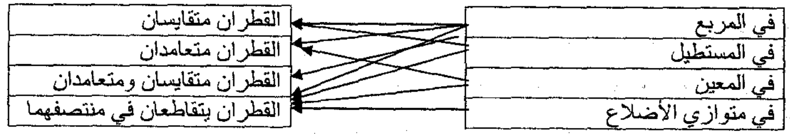
1) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث MIJ (قائم في I) نتحصل على $MJ^2=MI^2+IJ^2$ يعني $MJ=\sqrt{MI^2+IJ^2}$

إذن $MJ=\sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2+3^2}=\sqrt{27+9}=\sqrt{36}=6$ وبما أن $MP=6$; $PJ=6$ و $MJ=6$ فإن المثلث JMP متقايس الأضلاع.

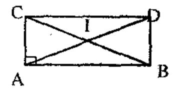
) صواب؛ ب) صواب ؛ ج) خطأ ؛ د) خطأ ؛ هـ) صواب ؛ و) صواب

أ) ☒ مربع ؛ ب) ☒ معين ؛ ج) ☒ مستطيل ؛ د) معين

تمريـن عـ03ـدد:



تمريـن عـ04ـدد: أ) انظر الرسم



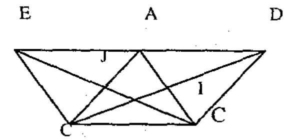
ب) لدينا B مناظرة C بالنسبة إلى I (لأن I منتصف [BC])

و D مناظرة A بالنسبة إلى I (معطى)

لذا القطران [BC] و [AD] يتقاطعان في منتصفهما I إذن الرباعي ABCD هو متوازي الأضلاع وبما أن له زاوية قائمة (ABC قائم في A) فإن الرباعي ABCD هو مستطيل.

ج) المربع هو مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان لذا ليكون الرباعي ABCD مربعا يجب أن يكون المثلث ABC قائم الزاوية و متقايس الضلعين في A

تمريـن عـ05ـدد: 1) أ) انظر الرسم



ب) لدينا B مناظرة A بالنسبة إلى I (لأن I منتصف [AB])

و D مناظرة C بالنسبة إلى I (معطى) لذا القطران [AB] و [DC] يتقاطعان في منتصفهما I وبالتالي الرباعي ADBC هو متوازي الأضلاع .

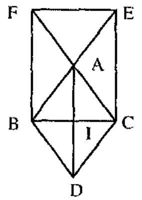
2) أ) انظر الرسم

ب) لدينا C مناظرة A بالنسبة إلى J (لأن J منتصف [AC]) و E مناظرة B بالنسبة إلى J (معطى)

لذا القطران [AC] و [BE] يتقاطعان في منتصفهما J وبالتالي الرباعي ABCE هو متوازي الأضلاع.

3) لدينا ADBC متوازي الأضلاع لذا $(AD)//(BC)$ و $AD = BC$ كذلك لدينا ABCE متوازي الأضلاع لذا $(AE)//(BC)$ و $AE = BC$ وبما أن $AD = BC$ و $AE = BC$ فإن $AE = AD$ وبما أن $(AD)//(BC)$ و $(AE)//(BC)$ فإن النقاط A ; E و D على استقامة واحدة إذن A هي منتصف [ED].

تمريـن عـ06ـدد: 1) أ) انظر الرسم



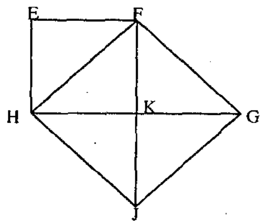
ب) لدينا ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A والنقطة I منتصف قاعدته [BC] لذا المستقيم (AI) يمثل الموسط العمودي لـ[BC] إذن $(AD)\perp(BC)$ ولدينا B و D مناظرتي C و A بالنسبة إلى النقطة I لذا القطران [AD] و [BC] يتقاطعان في منتصفهما I وبما أن في الرباعي ABDC القطران متعامدان في منتصفهما فهو معين.

2) أ) أنظر الرسم.

ب) لدينا E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A لذا $AC = AF$ و $AE = AB$ وبما أن $AB = AC$ (ABC متقايس الضلعين)

فإن $AB = AC = AE = AF$ ومنه فإن $EB = FC$ إذن في الرباعي EFBC القطران يتقاطعان في منتصفهما و متقايسان فهو مستطيل.

تمريـن عـ07ـدد: 1) لدينا $(EF)//(HK)$ و $EH = EF = HK = 3$ لذا الرباعي EFKH له ضلعان متوازيان ومتقايسان إذن هو متوازي الأضلاع وبما أن له زاوية قائمة وله ضلعان متتاليان متقايسان إذن فهو مربع.

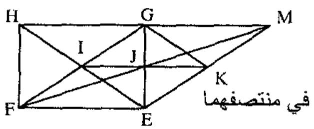


2) أ) لدينا K منتصف كلٍ من [FJ] و [HG] لذا $FK = KJ$ و $HK = KG$

وبما أن $FK = HK$ (EFKH مربع) فإن $KJ = KG = HK = FK$ ومنه فإن $FJ = HG$ وبما أن $(FJ)\perp(HG)$ (لأن EFKH مربع) فإن الرباعي FGJH قطراه متعامدان في منتصفهما ومتقايسان إذن هو مربع.

ب) لدينا قيس طول قطر المربع FGJH يساوي 6cm لذا قيس طول ضلعه [FG] يساوي $\frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

تمريـن عـ08ـدد: 1) أ) انظر الرسم.



ب) لدينا I منتصف [FG] (معطى) و I منتصف [EH]

(لأن H و E متناظرتان بالنسبة إلى I) لذا القطران [EH] و [FG] يتقاطعان في منتصفهما

إذن الرباعي EFHG متوازي الأضلاع وبما أن له زاوية قائمة (EFG قائم في E) فهو مستطيل.

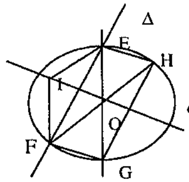
2) أ) انظر الرسم.

تصف [EG] (معطى) و J منتصف [IK] (لأن I و K متناظرتان بالنسبة إلى J) لذا الرباعي [IK]

و [EG] يتقاطعان في المنتصف وبما أن IG = IE (لأن EFGH مستطيل) فإن الرباعي EIGK هو متوازي الأضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان إذن هو معين

3) أ) انظر الرسم.

ب) في المثلث EFM لدينا K منتصف [EM] و (EF)//(JK) إذن J منتصف [FM] وبما أن J منتصف [EG] فإن الرباعي EFGM قطراه [FM] و [EG] يتقاطعان في منتصفهما إذن هو متوازي الأضلاع.

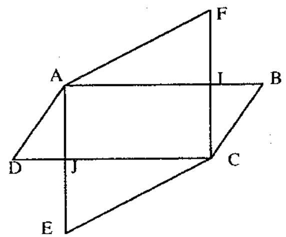


تمريـــن عـــ09ـــدد: 1) انظر الرسم

2) لدينا [EG] و [FH] يمثلان قطران للدائرة ع التي مركزها O لذا [EG] و [FH] يتقاطعان في منتصفهما O ومتقايسان إذن الرباعي EFGH هو مستطيل.

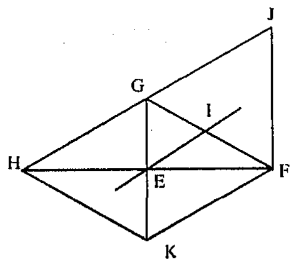
3) لدينا I مناظرة O بالنسبة إلى المستقيم Δ و $E \in \Delta$ و $F \in \Delta$ لذا EI = EO و FI = FO

(لأن التناظر المحوري يحافظ على البعد) وبما أن FO = EO فإن EO = FO = EI = FI وبالتالي الرباعي EOFI له أربعة أضلاع متقايسة إذن هو معين.



تمريـــن عـــ10ـــدد: 1) انظر الرسم

2) لدينا ABCD متوازي الأضلاع لذا (AB)//(DC) ولدينا I المسقط العمودي لـ C على (AB) و J المسقط العمودي لـ A على (DC) لذا (AJ)//(IC) إذن الرباعي AICJ أضلاعه المتقابلة متوازية وله زاوية قائمة فهو مستطيل.



3) لدينا F مناظرة C بالنسبة إلى (AB) و $\{I\}=(AB)\cap(FC)$ لذا I منتصف [FC] و لدينا E مناظرة A بالنسبة إلى (DC) و $\{J\}=(DC)\cap(AE)$ لذا J منتصف [AE] ولدينا AICJ مستطيل لذا AJ = IC و وبما أن (AE)//(FC) و $IC=\frac{FC}{2}$ و $AJ=\frac{AE}{2}$ و AJ = IC فإن

FC = AE إذن الرباعي AECF له ضلعان متوازيان متقايسان فهو متوازي الأضلاع

تمريـــن عـــ11ـــدد: 1) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EFG (قائم الزاوية في E) نتحصل على $FG^2=EF^2+EG^2=25+9=34$ إذن $FG=\sqrt{34}$

2) أ) في المثلث FGH لدينا I منتصف [FG] و (HG)//(EI) إذن E منتصف [HF]

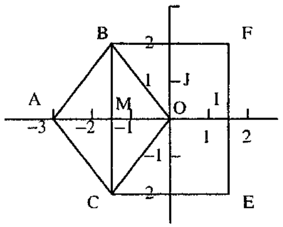
ب) لدينا المستقيم (GE) عمودي على القطعة [HF] في منتصفها E لذا (GE) يمثل الموسط العمودي لـ[HF] إذن GH = GF وبالتالي المثلث FGH متقايس الضلعين قمته الرئيسية G

ج) في المثلث FGH لدينا I منتصف [FG] و E منتصف [FH] إذن $IE=\frac{1}{2}GH=\frac{1}{2}FG=\frac{\sqrt{34}}{2}$

3) أ) لدينا $(HF)\perp(GE)$ و $(JF)\perp(HF)$ إذن $(GE)//(FJ)$ وبالتالي في المثلث FHJ لدينا E منتصف [HF] و $(FJ)//(GE)$ إذن G منتصف [HJ]

ب) في المثلث FJH لدينا E منتصف [HF] و G منتصف [HJ] إذن $EG=\frac{1}{2}FJ$ وبالتالي $FJ=2EG=2\times3=6$

4) لدينا E منتصف كل من [GK] و [HF] و $[HF]\perp[GK]$ لذا في الرباعي KFGH القطران متعامدان في منتصفهما إذن هو معين.



تمريـــن عـــ12ـــدد: 1) انظر الرسم

2) أ) لدينا M منتصف [OA] و A(−3;0) لذا $M\left(-\frac{3}{2};0\right)$ وبما أن $B\left(-\frac{3}{2};2\right)$ فإن M و B لهما نفس الفاصلة إذن المستقيم (BM) عمودي على محور الفاصلات(OI) وبالتالي (BM) عمودي على القطعة [OA] في منتصفها M ومنه فإن (BM) يمثل الموسط العمودي لـ[OA] إذن المثلث OAB متقايس الضلعين قمته الرئيسية B.

ب) لدينا $B\left(-\frac{3}{2};2\right)$ و $M\left(-\frac{3}{2};0\right)$ لذا (BM) موازي لمحور الترتيبات (OJ) إذن BM = 2

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OBM (قائم في M) نتحصل على: $OB^2=OM^2+BM^2$ إذن $OB=\sqrt{OM^2+BM^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+2^2}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{4}$

B بالنسبة إلى M و (BM)⊥(OI) لذا B و C متناظرتان بالنسبة إلى محور

الي B و C لهما نفس الفاصلة وترتيباهما متقابلان إذن $C\left(-\frac{3}{2};-2\right)$

ج) لدينا M منتصف كل من [BC] و [OA] ؛ $(OA)\perp(BC)$ لذا الرباعي ABOC قطراه متعامدان في منتصفهما إذن هو معين.

4) لدينا E و F هما على التوالي مناظرتا B و C بالنسبة إلى O لذا O هي منتصف كل من [EB] و [FC] وبما أن OB = OC (ABOC معين) فإن EB = FC وبالتالي الرباعي BFEC قطراه يتقاطعان في منتصفهما ومتقايسان إذن هو مستطيل

تمريـن عــ13ــدد:

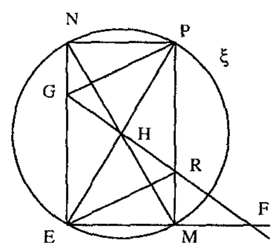
1) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EFG (قائم الزاوية في E) نتحصل على

$FG^2 = EF^2 + EG^2$ إذن $FG = \sqrt{EF^2+EG^2} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

المثلث EFG قائم الزاوية في E و [EH] ارتفاعه الصادر من E إذن

$EF\times EG = FG\times EH$

يعني $EH = \frac{EF\times EG}{FG} = \frac{6\times 4}{2\sqrt{13}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$



2) أ) انظر الرسم

ب) لدينا N∈(EG) ; M∈(EF) و (EG)⊥(EF) إذن (EM)⊥(EN) وبالتالي المثلث ENM قائم الزاوية في E

وبما أن الدائرة ع التي مركزها H محيطة بالمثلث EMN فإن H منتصف [MN] ولدينا [EP] هو قطر للدائرة ع التي مركزها H إذن H هي منتصف [EP] إذن [MN] و [EP] يتقاطعان في منتصفهما H ومتقايسان (لأنهما يمثلان قطران للدائرة ع) وبالتالي الرباعي EMPN مستطيل.

3) ب) لدينا R مناظرة G بالنسبة إلى H لذا H منتصف [RG] وبما أن H منتصف [PE] و (RG)⊥(PE) فإن الرباعي EGPR قطراه [PE] و [RG] متعامدان في منتصفهما إذن هو معين.

تمريـن عــ01ــدد: أ) صواب ، ب) خطأ ، ج) خطأ ، د) خطأ ، هـ) صواب ، و) خطأ ، ي) صواب

تمريـن عــ02ــدد: 1) ☒ (IJ)//(ABC) ، 2) ☒ $SO=\sqrt{SA^2-\frac{AB^2}{2}}$

تمريـن عــ03ــدد: 1) ☒ $MN=\frac{b}{2}$ ، 2) ☒ $AG=\sqrt{a^2+b^2+h^2}$

تمريـن عــ04ــدد:

1) $(ABC)\cap(EFG)=\varnothing$ ، $(BF)\cap(ACE)=\varnothing$ ، $(AC)\cap(HD)=\varnothing$ ، $(FG)\cap(AC)=\varnothing$ و $(ADC)\cap(BFG)=(BC)$

2) لدينا N∈(FM)∩(ADC) و (FM)⊂(BFG) إذن N∈(BFG)∩(ADC) ومنه N∈(BC) حيث N∈(FM) أي N∈(BC)∩(FM)

3) بمـا أن BFGC مستطيل إذن (BF)//(CG) ولـدينا (AEG)⊂(AEGC) إذن (CG)⊂(AEG) وبالتـالي (BF)//(AEG).

4) لنا ABFE مستطيل إذن (BF)⊥(AB) ولنا BFGC مستطيل إذن (BF)⊥(BC) وبما أن (AB) و (BC) محتويان في (ABC) ومتقاطعان في B فإن (BF)⊥(ABC). ولـدينا (BF)⊥(ABC) و (BD)⊂(ABC) إذن (BF)⊥(BD)

تمريـن عــ05ــدد: 1) H∉(ABE) ; (CM)⊂(CFG) ; (EM)⊄(EFG) ; B∈(DHF)

2) أ) لدينا BCGF مربع إذن (BC)//(FG) ولنا (CM)∩(BC)={C} إذن (CM) يقطع المستقيم (FG) في K والمستوى الذي يحوي (CM) و (FG) هو (BCG)

ب) بما أن (CM)∩(FG)={K} ولنا أيضا (FG)⊂(EFG) فإن K∈(EFG) وبالتالي (CM) و (EFG) لهما نقطة مشتركة K وبما أن C∉(EFG) فإن (CM) يقطع (EFG). نعلم أن: K∈(EFG) وبما أن K∈(EFG) و (CM)⊂(DCM) فإن K∈(DCM) وبالتالي K∈(EFG)∩(DCM) وبما أن C∈(DCM) و C∉(EFG) فإن (DCM) و (EFG) غير منطبقين ولهما نقطة مشتركة K وبالتالي فهما متقاطعان.

3) لدينا (BC)⊂(FCG) و (AD)//(BC) إذن (AD)//(FCG)

4) أ) لدينا ABCD مربع إذن (CD)⊥(CB) ولدينا DCGH مربع إذن (CD)⊥(CG) وبما أن (BC) و (CG)

ومحتويان في المستوى (BCG) فإن $(CD)\perp(BCG)$

$(CD)\perp(B$ و $(MC)\subset(BCG)$ فإن $(CD)\perp(MC)$ وبالتالي فإن المثلث DCM قائم الزاوية في C .

تمرين عــ06ــدد: 1) $(MC)\not\subset(SCD)$ لأن $M\notin(SCD)$ ، لدينا $B\in(SAB)$ ولنا $M\in(SA)$

حيث $(SA)\subset(SAB)$ إذن $M\in(SAB)$ وبالتالي $(MB)\subset(SAB)$

2) لنا $C\in(SC)$ وبما أن $(ABD)=(ABCD)$ فإن $C\in(ABD)$ وبالتالي $(ABD)\cap(SC)=C$

لدينا $A\in(ABC)\cap(SAD)$ و $D\in(ABC)\cap(SAD)$ ولدينا $A\neq D$ وبالتالي $(ABC)\cap(SAD)=(AD)$

3) لنا $\begin{cases}(SA)\subset(SAD)\\(DC)\cap(SAD)=\{D\}\\D\notin(SA)\end{cases}$ إذن (SA) و (DC) ليسا في نفس المستوى وبالتالي (SA) و (DC) غير متوازيين

وغير متقاطعين.

4) لنا $(MN)//(AB)$ و $(AB)\subset(ADC)$ إذن $(MN)//(ADC)$.

5) أ) لنا $(SC)\perp(ABC)$ في C إذن (SC) عمودي على كل المستقيمات المحتواة في (ABC) والمارة من C وبالتالي $(BC)\perp(SC)$ ولــــدينا $(BC)\perp(AC)$ ، $(SC)\subset(SAC)$ و $(AC)\subset(SAC)$ ولنــــا $(SC)\cap(AC)=\{C\}$ إذن $(BC)\perp(SAC)$ في النقطة C.

ب) لدينا $(BC)\perp(SAC)$ في C إذن (BC) عمودي على كل المستقيمات المحتواة في (SAC) والمارة من C ولدينا $(CM)\subset(SAC)$ إذن $(BC)\perp(CM)$ ومنه نستنتج أن المثلث BCM قائم الزاوية في C.

تمرين عــ07ــدد: 1) لدينا في المثلث ACD ، 'C منتصف $[AC]$ و 'D منتصف $[AD]$ وبالتالي فإن $(C'D')//(CD)$ ولنا أيضا BCDE متوازي أضلاع ومنه $(CD)//(BE)$ إذن $(BE)//(C'D')$.

2)لنا (BE) يقطع المستوى (AEF) في النقطة E وبما أن $(BE)//(C'D')$ فإن $(C'D')$ يقطع المستوى (AFE).

لنعتبر G نقطة تقاطع المستقيم $(C'D')$ والمستوى (AFE).(بناء النقطة G)

لدينا G تنتمي لـ$(C'D')$ ولنا $(C'D')$ محتوى في (ACD) وبالتالي G تنتمي لـ(ACD) ولنا أيضا G تنتمي للمستوى (AEF) ومنه $G\in(AEF)\cap(ACD)$ ، لدينا $F\neq B$ ومنه (CD) و (EF) متقاطعان.

لتكن H نقطة تقاطع (CD) و (EF). لدينا إذن $(ACD)\cap(AEF)=(AH)$ وبالتالي $G\in(AH)$ ومنه G تمثل نقطة تقاطع المستقيمين $(C'D')$ و (AH).

تمرين عــ08ــدد: 1) $(MBC)\cap(MAB)=(MB)$.

2) لدينا $M\in(MBC)$ و $M\in(MAB)$ إذن (MBC) و (MAB) مستويان يتقاطعان وفقا لمنحى مستقيم Δ يمر من النقطة M . وبما أن $(AB)//(DC)$ ولنا $(AB)\subset(MAB)$ إذن $\Delta//(AB)$ ولنا أيضا $(DC)\subset(MDC)$

وبالتالي Δ هو المستقيم المار من M والموازي لـ(AB).

تمرين عــ09ــدد: 1) لدينا $(BC)\subset(ABC)$، $(SA)\cap(ABC)=\{A\}$ و $A\notin(BC)$ فإن (SA) و (BC) ليسا في نفس المستوى أي غير متقاطعين وغير متوازيين.

2) لدينا $(SA)\perp(AB)$; $(SA)\perp(AC)$; $(AB)\subset(ABC)$; $(AC)\subset(ABC)$ و $(AB)\cap(AC)=\{A\}$

إذن $(SA)\perp(ABC)$في A

3) لدينا $(SA)\perp(ABC)$ ولنا أيضا $A\in(ABC)$ و $O\in(ABC)$ (لأن $O\in(BC)$ و $(BC)\subset(ABC)$)

وبالتالي $(OA)\subset(ABC)$ إذن $(SA)\perp(OA)$ ومنه OSA قائم الزاوية في A

4) أ) لدينا في المثلث SAB : I منتصف $[SB]$ و J منتصف $[SA]$ إذن $(IJ)//(AB)$ وبالتالي $(SA)\perp(IJ)$ (1)

و لدينا في المثلث SAC : J منتصف $[SA]$ و K منتصف $[SC]$ إذن $(JK)//(AC)$ ولنا أيضا $(SA)\perp(AC)$

لذا $(SA)\perp(JK)$ (2) وبما أن $(IJ)\subset(IJK)$، $(JK)\subset(IJK)$ و $(IJ)\cap(JK)=J$ (3) وبالتالي حسب (1) ; (2) و (3)

فإن $(SA)\perp(IJK)$

ب) بما أن $(SA)\perp(IJK)$ و $(SA)\perp(ABC)$ فإن $(IJK)//(ABC)$

5) بما أن $(IJ)//(AB)$ ولنا $(AB)\subset(ABC)$ فإن $(IJ)//(ABC)$.

تمرين عــ10ــدد: 1) لدينا في المستوى (DEF) ، J منتصف $[DF]$ و K منتصف $[EF]$ ومنه $KJ=\frac{1}{2}DE$

و $(KJ)//(DE)$ (I)

ب) $[AB]$ و ABED مستطيل إذن $\begin{cases} AI=\frac{1}{2}DE \\ (AI)//(DE) \end{cases}$ (II) . نستنتج من (I) و (II) أن $AI=KJ$ و $(AI)//(KJ)$ ومنه AIJK متوازي أضلاع وبالتالي فإن (AJ) و (KI) متقاطعان.(قطرا متوازي الأضلاع متقاطعان)

2) أ) لدينا L مركز المربع DFCA لذا L منتصف $[CD]$ ولنا أيضا N منتصف $[CA]$إذن $(LN)//(AD)$ حيث $(AD)//(BE)$ إذن $(BE)//(LN)$ وبما أن $(BE)\subset(BCEF)$ فإن $(LN)//(BCEF)$.

لنا $(LN)\subset(ACFD)$ و $(ACFD)\cap(BCFE)=(FC)$ ومنه $(LN)\not\subset(BCFE)$

لدينا $N\notin(BCEF)$ و $(LN)//(BCEF)$ إذن (LN) غير محتوى في المستوى $(BCEF)$

لنا $(LN)\not\subset(BCEF)$ يعني $(LN)\cap(BCEF)=\varnothing$ وبما أن $(OM)\subset(BCEF)$ إذن (LN) و (OM) غير متقاطعين.

ب) نعلم أن $(LN)//(AD)$ و $(BE)//(AD)$ ومنه $(BE)//(LN)$ ولنا في المثلث BEF ، J منتصف $[FE]$ و M منتصف $[BF]$ وبالتالي $(BE)//(MJ)$ ومنه $(MJ)//(LN)$.

لنا (MJ) و (MO) مستقيمان متقاطعان وبما أن $(MJ)//(LN)$ فإن المستقيمين (LN) و (MO) غير متوازيين.

ج) حسب (2) أ) لنا (LN) و (MO) غير متقاطعين، حسب (2) ب) لنا (LN) و (MO) غير متوازيين وبالتالي (LN) و (MO) غير محتويين في نفس المستوى ومنه فإن النقاط O ، L ، M و N لا تنتمي لنفس المستوى.

تمرين عـــ11ـــدد: 1) بما أن الهرم ABCD كل أحرفه متقايسة فإن المثلث ABC متقايس الأضلاع ولدينا $[AK]$ موسطه الصادر من A لأن K منتصف $[BC]$ وبالتالي $[AK]$ هو أيضا ارتفاعه الصادر من A .

2) بما أن $\begin{cases} I\in(AB) \\ (AB)\subset(ABC) \end{cases}$ فإن $I\in(ABC)$ وبما أن $\begin{cases} J\in(AC) \\ (AC)\subset(ABC) \end{cases}$ فإن $J\in(ABC)$ وبالتالي $(IJ)\subset(ABC)$.

3) أ) بما أن $K\in(AK)$ ولدينا $K\in(BC)$ و $(BC)\subset(BCD)$ إذن $K\in(BCD)$ وبالتالي فإن (AK) و (BCD) مشتركان في K ولدينا $A\in(AK)$ و $A\notin(BCD)$ إذن (AK) و (BCD) متقاطعان في K .

ب) لدينا $\begin{cases} D\in(BCD) \\ D\in(AKD) \end{cases}$ ولنا $A\in(AKD)$ و $A\notin(BCD)$ إذن المستويان (AKD) و (BCD) غير متطابقين ولهما نقطة مشتركة فهما متقاطعان

ج) $(AKD)\cap(BCD)=(KD)$

4) لنا $\begin{cases} (BC)//(IJ) \\ (IJ)\subset(IJD) \end{cases}$ إذن $(BC)//(IJD)$

5) أ) بما أن الهرم ABCD منتظم فإن المثلث BCD متقايس الأضلاع حيث $[DK]$ موسطه الصادر من D وهو أيضا ارتفاعه الصادر من D إذن $(BC)\perp(KD)$.

ب) بما أن $(BC)\perp(KD)$ حسب السؤال 5) أ) ، $(BC)\perp(AK)$ حسب السؤال 1) ، $(KD)\subset(AKD)$ ، $(AK)\subset(AKD)$ و $(KD)\cap(AK)=\{K\}$ فإن (BC) عمودي على (AKD) في K .

تمرين عـــ12ـــدد: 1) أ) لدينا ABCD مربع ومنه $(DC)\perp(AD)$، لنا $(AS)\perp(ABCD)$ حيث $(DC)\subset(ABCD)$ إذن $(AS)\perp(DC)$ ومنه المستقيم (DC) عمودي على مستقيمين متقاطعين (AD) و (AS) وبالتالي $(DC)\perp(ASD)$ (مستقيمان متقاطعان يكونان مستوى)

ب) نعلم أن (DC) عمودي على (SAD) وحيث $(SD)\subset(SAD)$ إذن $(DC)\perp(SD)$ وبالتالي SDC مثلث قائم الزاوية في D .

2) لنا $(AS)\perp(ABCD)$ وبما أن $(AD)\subset(ABCD)$ و $(AB)\subset(ABCD)$ فإن $(AS)\perp(AD)$ و $(AS)\perp(AB)$ وبالتالي فإن المثلثين SAB و SAD قائما الزاوية في A ومنه $\begin{cases} SB^2=AB^2+AS^2 \\ SD^2=AD^2+AS^2 \end{cases}$ وبما أن ABCD مربع فإن $AB=AD$ وبالتالي $SB=SD$ ومنه المثلث DSB متقايس الضلعين قمته الرئيسية S.

3) لنا $(BC)\subset(SBC)$ و $(AD)//(BC)$ ومنه $(SBC)//(AD)$

4) أ) لدينا $(MN)=(AMD)\cap(SBC)$ إذن (MN) يمثل تقاطع المستويين (AMD) و (SBC) اللذان يحتويان على مستقيمين متوازيين هما على التوالي (AD) و (BC) وبالتالي $(MN)//(AD)$ (I)

ب) لنا $(AD)//(MN)$ إذن AMND شبه منحرف ولنا أيضا $(AD)\perp(AB)$ و $(AD)\perp(AS)$ إذن $(AD)\perp(ABS)$ وبما أن $(AM)\subset(ABS)$ فإن $(AD)\perp(AM)$ (II) نستنتج من خلال (I) و (II) أن الرباعي AMND شبه منحرف قائم.

ج) لتكن S مساحة شبه المنحرف AMND ، $S=\frac{(AD+MN)\times AM}{2}$. لدينا $AD=a$ و ABS مثلث قائم ومتقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $AB=a$ ومنه $AM=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ولنا في المثلث SBC ، M هي منتصف $[SB]$ و

N هي منتصف [SC] ومنه $MN=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$ وبالتالي $S=\frac{\left(a+\frac{a}{2}\right)\times\frac{a\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{3a^2\sqrt{2}}{8}$

تمرين عـ13ــدد: 1) لدينا ABCD شبه منحرف قائم في A و D إذن $(AB)//(CD)$ وبما أن $(CD)\subset(DCG)$

فإن $(AB)//(DCG)$ ولدينا BCGF مستطيل إذن $(BF)//(CG)$ حيث $(CG)\subset(DCG)$ إذن $(BF)//(DCG)$.

2) (BF) و (AE) مستقيمان متقاطعان وينتميان إلى (ABF) و $(BF)//(DCG)$ و $(AB)\perp(DCG)$ إذن $(ABF)//(DCG)$

3) أ) (BC) و (ADH) متقاطعان.

ب) $(ADH)\cap(FG)=\{J\}$ ولدينا أيضا (FG) و (EH) متقاطعان ولدينا $(EH)\subset(ADH)$ إذن $(EH)\cap(FG)=\{J\}$

ج) $(ADH)\cap(BC)=\{I\}$ ولدينا أيضا $(BC)\subset(BCG)$ إذن (BCG) و (ADH) متقاطعان وبما أن $(ADH)\cap(FG)=\{J\}$ و $(FG)\subset(BCG)$ فإن $(ADH)\cap(BCG)=(IJ)$

تمرين عـ14ــدد: 1) لدينا (BT) مماس للدائرة ج في T ومنه $(BT)\perp(OA)$ ولدينا (OI) عمودي على المستوى P حيث $(BT)\subset P$ إذن $(BT)\perp(OA)$ وبالتالي فإن (BT) عمودي على مستقيمين متقاطعين (OT) و (OA) ومنه (BT) عمودي على المستوى (AOT) (مستقيمان متقاطعان يكونان مستوى).

2) لدينا OAT مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية O (لأن $OT=OA=R$) و H المسقط العمودي لـ O على المستقيم (AT) ولذا H تمثل منتصف [AT] ولنا أيضا K منتصف [AB] إذن $(HK)//(TB)$ حيث $(BT)\perp(AOT)$ وبالتالي $(HK)\perp(AOT)$ وبما أن (OH) محتوى في (AOT) فإن (OH) و (HK) متعامدان ومنه المثلث OHK قائم الزاوية في H.

3) أ) لنا في المثلث OHT، E و F منتصفا [OT] و [OH] على التوالي إذن (EF) و (HT) متوازيان، ولنا في المثلث OHK، F و G منتصفا [OH] و [OK] على التوالي إذن (FG) و (HK) متوازيان وبما أن (EF) و (FG) مستقيمان متقاطعان

ويكونان المستوى (EFG) و (HT) و (HK) مستقيمان متقاطعان يكونان المستوى (HKT)

فإن المستويين (EFG) و (HKT) متوازيان.

ب) لنا $(OH)\perp(HT)$ و $(OH)\perp(HK)$ و $(HT)\subset(HKT)$ و $(HK)\subset(HKT)$ و $(HK)\cap(HT)=\{H\}$ إذن $(OH)\perp(HKT)$ وبما أن المستويين (HKT) و (EFG) متوازيان فإن $(OH)\perp(EFG)$

4) لنعتبر P محيط المثلث OHK لذا $P=OH+HK+OK$. لدينا AOT مثلث متقايس الضلعين وقائم في O إذن $OH=\frac{AT}{2}=\frac{R\sqrt{2}}{2}$ ولنا H و K منتصفي [AT] و [AB] على التوالي إذن $HK=\frac{TB}{2}=\frac{2R}{2}=R$ ونعلم أن المثلث OHK قائم في H إذن $OK=\sqrt{OH^2+HK^2}=\sqrt{\frac{R^2}{2}+R^2}=\sqrt{\frac{3R^2}{2}}=\frac{R\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ وبالتالي

$$P=\frac{R\sqrt{2}}{2}+R+\frac{R\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{R\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}+2\right)}{2}$$

تمرين عـ15ــدد: 1) أ) نعلم أن ABC و GFE هما قاعدتا الموشور القائم إذن هما متقايستان وبالتالي $A\hat{C}B=E\hat{G}F$ إذن في المثلثين ACM و EGN القائمين في M و N على التوالي لنا $AC=EG$ و $A\hat{C}M=E\hat{G}N$ وبالتالي فإن المثلثين ACM و EGN متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة

ب) لدينا المثلثان ACM و EGN متقايسان إذن $MC=NG$ وبما أن GFBC مستطيل فإن $(GF)//(BC)$

ولدينا $B\hat{C}G=M\hat{C}G=90°$ إذن CMGN مستطيل وبالتالي $(CG)//(MN)$ ولدينا ACGE مستطيل إذن $(CG)//(AE)$ وبالتالي نستنتج أن $(MN)//(AE)$

2) لدينا $(CM)\perp(MN)$ لأن CMGN مستطيل و $(AM)\perp(MN)$ حيث (AM) و (CM) متقاطعان في المستوى (ABC) إذن $(MN)\perp(ABC)$. لدينا $(MN)\perp(ABC)$ و $(EFG)//(ABC)$ إذن $(MN)\perp(EFG)$.

تمرين عـ16ــدد: 1) (AE) و (CG) متوازيان لأن $(AE)//(BF)$ و $(BF)//(CG)$ ولدينا $AE=CG$

لأن ABCDEFGH مكعب وبالتالي فإن الرباعي AEGC له ضلعان متقايسان ومتوازيان إذن هو متوازي أضلاع.

2) لدينا O منتصف [AC] و O' منتصف [EG] ولنا أيضا [AC] و [EG] متقايسان ومتوازيان وبالتالي [AO] و [EO'] متوازيان و متقايسان إذن AOO'E متوازي الأضلاع إذن $(AE)//(OO')$

3) لدينا ADHE مربع إذن $(AD)\perp(AE)$ ولنا $(AB)\perp(AE)$ لأن ABFE مربع و $(AB)\subset(ABC)$ و $(AD)\subset(ABC)$ و $(AD)\cap(AB)=\{A\}$ وبالتالي $(AE)\perp(ABC)$ وبما أن $(AE)//(OO')$ (سؤال 2) فإن المستوى (ABC) والمستقيم (OO') متعامدان.

4) SABCD هرم منتظم قاعدته المربع ABCD الذي مركزه O إذن $(SO)\perp(ABC)$ في O ولنا $(OO')\perp(ABC)$ في O، إذن (SO) و (OO') منطبقان وبالتالي S، O و O' على استقامة واحدة.

ـــــدد: 1) نعتبـــر AIJK هرمـــا منتظمـــا قاعدتـــه المثلـــث القـــائم AIK وارتفاعـــه AJ إذن $V_1 =$ إذن $V_1 = \frac{x^3}{6}$

2) أ) لنا المثلثات AIK ، AIJ و AJK مثلثات قائمة في A وبالتالي $IJ^2 = AI^2 + AJ^2 = 2x^2$ ، $IK^2 = AI^2 + AK^2 = 2x^2$ ، $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 2x^2$ إذن $IJ = IK = JK = x\sqrt{2}$ ومنه المثلث IJK متقايس الأضلاع

ب) نعتبر في هذه الحالة AIJK هرما منتظما قاعدته المثلث IJK وارتفاعه AN نعلم أن مساحة المثلث IJK تـــــســـاوي $\frac{x^2\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{2}\times x\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{JK\times h}{2}$ وبالتـــــــالي $V_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{x^2\sqrt{3}}{2}\times AN\right)$ ومنــــــــه $AN = \frac{3V_1}{\frac{\sqrt{3}x^2}{2}} = \frac{\frac{3x}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{x}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}}$.

3) أنظر الرسم

4) لنا (CDHG) و (JLPS) متوازيان وبما أن المستقيمين (MO) و (DJ) يعامدان (CDHG) و (JLPS) على التوالي فإن (MO)//(JD) (I). لنا المستوى (DJMO) يقطع المستوى (CDHG) حسب المستقيم (DO) ويقطع المستوى (JLPS) حسب المستقيم (JM) ومنه (JM)//(DO) (II) نستنتج من خلال (I) و (II) أن الرباعي JMOD متوازي أضلاع ونعلم أن (JD) عمودي على المستوى (CDHG) و $(DO)\subset(CDHG)$ إذن $(JD)\perp(DO)$ وبالتالي فإن الرباعي JMOD مستطيل.

5) أ) لنا في الهرم MCDHG ، CDHG قاعدة و [MO] يمثل الارتفاع إذن $V_2 = \frac{MO\times(CD^2)}{3}$

ونعلم أن JMOD مستطيل إذن MO = DJ وبما أن $DJ = AD - AJ = 6 - x$ فإن $V_2 = \frac{(6-x)\times 4^2}{3} = \frac{16(6-x)}{3}$

ب) في حالة x = 4 لنا $V_1(4) = V_2(4) = \frac{32}{3}$

ج) $V_1 - V_2 = \frac{x^3}{6} - \frac{16(6-x)}{3} = \frac{x^3+32x-192}{6}$ ، $(x-4)(x^2+4x+48) = x^3+32x-192$

وبالتالي $V_1 - V_2 = \frac{(x-4)(x^2+4x-48)}{6}$

د) نعلم أن x = AI حيث $I\in[AB]$ و AB = 4 لذا $x\in[0;4]$ إذن $x^2+4x+48>0$ و $x-4\le 0$ إذن $V_1 - V_2 \le 0$.

يعني $V_1 \le V_2$ و $x\in[0;4]$ وبالتالي V_1 لا يمكن أن يتجاوز V_2 مهما كانت وضعية النقطة I على قطعة المستقيم [AB].

فرض مراقبة عــ01ــدد

تمريــن عــ01ــدد: 1) أ) ☒ 15 ؛ ب) ☒ عدد حقيقي ؛ ☒ عدد كسري

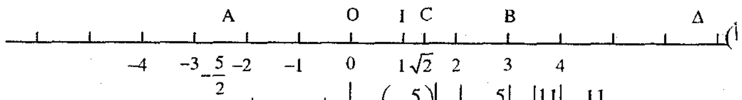
2) أ) صواب ؛ ب) صواب $(3^{19} - 3^{18} = 2\times 3^{18})$

تمريــن عــ02ــدد: أ) يكون العدد $2\times5y$ قابلة للقسمة على 12 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و على 4 وبالتالي الحلول الممكنة هي: 2052 ، 2352 ؛ 2652 ؛ 2952 ؛ 2256 ؛ 2556 ؛ 2856

ب) $9\times5^{17} - 5^{18} + 14\times5^{15} = 5^{15}\times(9\times5^2 - 5^3 + 14) = 5^{15}(225-125+14) = 5^{15}\times114$

العدد 5^{15} يقبل القسمة على 5 والعدد 114 يقبل القسمة على 3 إذن العدد $5^{15}\times114$ يقبل القسمة على 15.

تمريــن عــ03ــدد: أ)



ب) $OA = |x_A| = \left|-\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}$ ؛ $AB = |x_B - x_A| = \left|3 - \left(-\frac{5}{2}\right)\right| = \left|3+\frac{5}{2}\right| = \left|\frac{11}{2}\right| = \frac{11}{2}$ ؛

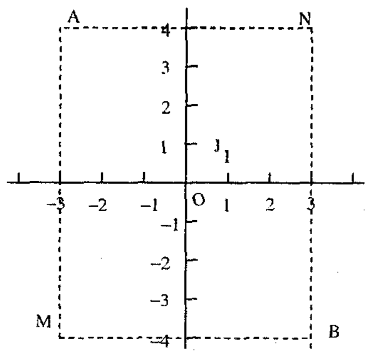
$BC = |x_C - x_B| = |\sqrt{2} - 3| = 3 - \sqrt{2}$

$AC = |x_C - x_A| = \left|\sqrt{2} - \left(-\frac{5}{2}\right)\right| = \left|\sqrt{2}+\frac{5}{2}\right| = \sqrt{2}+\frac{5}{2}$

ج) $MC = 3\sqrt{2}$ يعني $|x_C - x_M| = 3\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{2} - x_M = 3\sqrt{2}$ أو $\sqrt{2} - x_M = -3\sqrt{2}$ يعني

$x_M = \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$ أو $x_M = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ وبما أن $x_M > 0$ فإن $x_M = 4\sqrt{2}$

تمريــن عــ04ــدد: 1) أ) انظر الرسم



ب) لدينا $A(-3;4)$ و $B(3;-4)$ إذن A و B متناظرتان بالنسبة إلى O وبالتالي O منتصف [AB]

2) أ) انظر الرسم ؛ ب) لدينا $B(3;-4)$ و M مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) إذن $M(-3;-4)$ ؛ ج) لدينا $A(-3;4)$ و $M(-3;-4)$ إذن A و M لهما نفس الفاصلة وترتيباهما متقابلان وبالتالي A و M متناظرتان بالنسبة إلى (OI).

د) لدينا A و M متناظرتان بالنسبة إلى (OI) لذا (OI) هو الموسط العمودي لـ[AM] إذن $(AM)\perp(OI)$ وبما أن $(OJ)\perp(OI)$ فإن $(AM)//(OJ)$

هـ) لدينا B و M متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) لذا (OJ) هو الموسط العمودي لـ[BM] إذن $(BM)\perp(OJ)$ وبما أن $(AM)//(OJ)$ فإن $(AM)\perp(BM)$ وبالتالي المثلث ABM قائم الزاوية في M.

3) أ) انظر الرسم ب) لدينا M و N متناظرتان بالنسبة إلى O إذن فاصلتهما متقابلان وترتيباهما متقابلان وبما أن $M(-3;-4)$ فإن $N(3;4)$.

ج) لدينا A و B متناظرتان بالنسبة إلى O و لدينا M و N متناظرتان بالنسبة إلى O

تقاطعان في منتصفهما O إذن الرباعي AMBN هو متوازي أضلاع وبما أن $A\widehat{M}B = 90°$ فإن إذن قطراه متقايسان أي $AB = MN$

فرض مراقبة عــ02ــدد

تمريــن عــ01ــدد: 1) أ) $\boxtimes$ $A = -2\left(4+\sqrt{2}\right)$ ؛ ب) $\boxtimes$ $E = 0$

2) أ) صواب ؛ ب) خطــأ

تمريــن عــ02ــدد:

$a = \sqrt{32} - 3\sqrt{50} - \frac{1}{2}\sqrt{18} = \sqrt{16\times2} - 3\sqrt{25\times2} - \frac{1}{2}\sqrt{9\times2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} - 3\sqrt{25}\times\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{9}\times\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2} - 15\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} = -11\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} = -\frac{22}{2}\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} = -\frac{25}{2}\sqrt{2}$

$b = -2\sqrt{125} + \frac{3}{2}\sqrt{80} - \frac{2}{3}\sqrt{45} = -2\sqrt{25\times5} + \frac{3}{2}\sqrt{16\times5} - \frac{2}{3}\sqrt{9\times5} = -2\sqrt{25}\times\sqrt{5} + \frac{3}{2}\sqrt{16}\times\sqrt{5} - \frac{2}{3}\sqrt{9}\times\sqrt{5}$

$= -2\times5\sqrt{5} + \frac{3}{2}\times4\sqrt{5} - \frac{2}{3}\times3\sqrt{5} = -10\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -6\sqrt{5}$

$c = \left|1-\sqrt{2}\right| - \left|2-\sqrt{2}\right| = \left(\sqrt{2}-1\right) - \left(2-\sqrt{2}\right) = \sqrt{2} - 1 - 2 + \sqrt{2} = -3 + 2\sqrt{2}$

$d = \left|3.14-\pi\right| + \left|\pi - 3.15\right| = (\pi - 3.14) + (3.15 - \pi) = -3.14 + 3.15 = 0.01$

تمريــن عــ03ــدد: 1) * $\left|x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right| = 0$ يعني $x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ يعني $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

* $\left|x+\sqrt{3}\right| = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ يعني $x + \sqrt{3} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ أو $x + \sqrt{3} = -\sqrt{5} + \sqrt{3}$ يعني $x = \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$
أو $x = -\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = -\sqrt{5}$

* $x^2 = 49$ يعني $x = \sqrt{49} = 7$ أو $x = -\sqrt{49} = -7$ ؛ * $x^2 - 1 = 0$ يعني $x^2 = 1$ يعني $x = 1$ أو $x = -1$

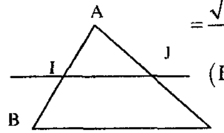
2) أ) $ab = \left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right) = \sqrt{6}\times\sqrt{6} + \sqrt{6}\times\sqrt{5} - \sqrt{5}\times\sqrt{6} - \sqrt{5}\times\sqrt{5} = 6 + \sqrt{30} - \sqrt{30} - 5 = 6 - 1 = 1$
إذن a مقلوب b

ب) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{b+a}{ab} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{6}-\sqrt{5}}{1} = 2\sqrt{6}$

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} - \frac{a}{ab} = \frac{b-a}{ab} = \frac{\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right) - \left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)}{1} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\frac{a}{\sqrt{5}} + \frac{b}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}} + \frac{b\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{6}+b\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}} = \frac{\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)\sqrt{6} + \left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{6}\times\sqrt{6} - \sqrt{5}\times\sqrt{6} + \sqrt{6}\times\sqrt{5} + \sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{6}} = \frac{6 - \sqrt{30} + \sqrt{30} + 5}{\sqrt{30}} = \frac{6+5}{\sqrt{30}} = \frac{11}{\sqrt{30}}$



تمريــن عــ04ــدد: 1) أ) في المثلث ABC لدينا I منتصف $[AB]$ ؛ $(BC)//(IJ)$ و (IJ) يقطع $[AC]$ في J إذن J هي منتصف $[AC]$

ب) بما أن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فإن $IJ = \frac{1}{2}BC = \frac{6}{2} = 3$

2) أ) في المثلث ABM لدينا $N \in (MB)$ ؛ $D \in (AM)$ و $(DN)//(AB)$ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{DN}{AB} = \frac{MN}{MB} = \frac{DM}{AM}$ ، $\frac{MN}{MB} = \frac{DM}{AM}$ يعني $MN = \frac{DM}{AM}\times MB$ إذن $MN = \frac{1\times5}{4} = \frac{5}{4}$

$\frac{DN}{AB} = \frac{DM}{AM}$ يعني $DN = \frac{DM}{AM}\times AB$ إذن $DN = \frac{1\times3}{4} = \frac{3}{4}$

$NC = DC - DN = 3 - \frac{3}{4} = \frac{12}{4} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ ؛ $NB = BM - MN = 5 - \frac{5}{4} = \frac{20}{4} - \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$

فرض تــأليــفي عــ01ــدد

تمريــن عــ01ــدد: 1) أ) $\boxtimes$ $-x$ ؛ ب) $\boxtimes$ $\frac{6}{5}$

2) أ) خطأ (a يقبل القسمة على bc إذا كان b و c أوليان فيما بينهما)

ب) خطــأ (كل عدد حقيقي له كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية هو عدد أصم)

تمريــن عــ02ــدد: أ)

$a = \sqrt{245} + \sqrt{11} - 2\sqrt{20} - \sqrt{99} = \sqrt{49\times5} + \sqrt{11} - 2\sqrt{4\times5} - \sqrt{9\times11} = \sqrt{49}\times\sqrt{5} + \sqrt{11} - 2\sqrt{4}\times\sqrt{5} - \sqrt{9}\times\sqrt{11}$

$= 7\sqrt{5} + \sqrt{11} - 2\times2\sqrt{5} - 3\sqrt{11} = 7\sqrt{5} + \sqrt{11} - 4\sqrt{5} - 3\sqrt{11} = 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + \sqrt{11} - 3\sqrt{11} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$

ب) $b = \sqrt{180} - 2\sqrt{11} + 2\sqrt{44} - 3\sqrt{5} = \sqrt{36\times5} - 2\sqrt{11} + 2\sqrt{4\times11} - 3\sqrt{5} = \sqrt{36}\times\sqrt{5} - 2\sqrt{11} + 2\sqrt{4}\times\sqrt{11} - 3\sqrt{5}$

$= 6\sqrt{5} - 2\sqrt{11} + 2\times2\sqrt{11} - 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{11} - 2\sqrt{11} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{11}$

$ab = \left(3\sqrt{5}-2\sqrt{11}\right)\left(3\sqrt{5}+2\sqrt{11}\right) = \left(3\sqrt{5}\right)^2 - \left(2\sqrt{11}\right)^2 = 9\times5 - 4\times11 = 45 - 44 = 1$ إذن a مقلوب b

ج)

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} - \frac{a}{ab} = \frac{b-a}{ab} = \frac{b-a}{1} = b - a = \left(3\sqrt{5}+2\sqrt{11}\right) - \left(3\sqrt{5}-2\sqrt{11}\right) = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{11} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

تمريــن عــ03ــدد: أ) $A = x^2 - x\sqrt{5} = x\left(x-\sqrt{5}\right)$

$B = \left(x-\sqrt{5}\right)(x+1) + x^2 - x\sqrt{5} = \left(x-\sqrt{5}\right)(x+1) + x\left(x-\sqrt{5}\right) = \left(x-\sqrt{5}\right)\left[(x+1)+x\right] = \left(x-\sqrt{5}\right)(2x+1)$

ب) $|A| = \left|x\left(x-\sqrt{5}\right)\right| = |x|\left|x-\sqrt{5}\right|$ ؛ $|B| = \left|\left(x-\sqrt{5}\right)(2x+1)\right| = \left|x-\sqrt{5}\right||2x+1|$

في حالة $x = 2$ ، $|A| = |2|\left|2-\sqrt{5}\right| = 2\times\left(\sqrt{5}-2\right) = 2\sqrt{5} - 4$ و $|B| = \left|2-\sqrt{5}\right||2\times2+1| = \left(\sqrt{5}-2\right)\times5 = 5\sqrt{5} - 10$

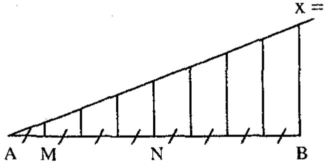
ج) $A = B$ يعني $x\left(x-\sqrt{5}\right) - \left(x-\sqrt{5}\right)(2x+1) = 0$ يعني $\left(x-\sqrt{5}\right)\left[x-(2x+1)\right] = 0$ يعني

$\left(x-\sqrt{5}\right)(-x-1) = 0$ يعني $-x-1 = 0$ أو $x - \sqrt{5} = 0$ وبالتالي $x = -1$ أو $x = \sqrt{5}$

تمريــن عــ04ــدد:

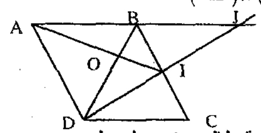
نجزئ قطعة المستقيم $[AB]$ إلى 8 أجزاء متقايسة ثم نعين عليها النقطتين

M و N بحيث: $AM = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{4}$



(في المثلث OBI لدينا: $A\in(OI)$; $D\in(OB)$ و $(AD)//(BI)$

ـلاع)؛ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{OI}{OA}=\frac{BI}{AD}$



وبما أن $BI=\frac{BC}{2}$ و $BC=AD=4$ فإن $\frac{OI}{OA}=\frac{BI}{AD}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

2) أ) في المثلث AJD لدينا $B\in(AJ)$; $I\in(DJ)$ و $(AD)//(BI)$؛ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على:

$\frac{AD}{BI}=\frac{JA}{JB}$ وبما أن $AD=2BI$ فإن $\frac{AD}{BI}=2=\frac{JA}{JB}$

ب) في المثلث IDC لدينا $B\in(IC)$; $J\in(ID)$ و $(JB)//(DC)$؛ بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{JB}{DC}=\frac{IB}{IC}$ وبما

أن $IB=IC$ فإن $\frac{IB}{IC}=1$ وبالتالي $\frac{JB}{DC}=1$؛ لدينا $\frac{JB}{DC}=1$ لذا $JB=DC$ ولدينا $AB=DC$

(لأن ABCD متوازي أضلاع) إذن $JB=AB$ وبما أن A ; B و J على استقامة واحدة فإن B منتصف [JA].

ج) في المثلث AJD لدينا B منتصف [JA] و $(AD)//(BI)$ و I نقطة تقاطع (BI) و (JD) إذن I منتصف [JD].

3) في المثلث AJD لدينا B منتصف [JA] و I منتصف [JD] إذن [AI] و [DB] يمثلان موسطين للمثلث AJD وبالتالي فإن نقطة تقاطعهما O هي مركز ثقله.

فرض مـراقبة عـ03ـدد

تمريـن عـ01ـدد: 1) أ) $\boxtimes$ $\sqrt{6}$ ؛ ب) $\boxtimes$ $\frac{12}{5}$

2) أ) خطأ ، ب) صواب

تمريـن عـ02ـدد: 1) $a=3\left(\sqrt{2}\right)^{-4}-2\left(\sqrt{3}\right)^{-2}-\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}=\frac{3}{\left(\sqrt{2}\right)^{4}}-2\times\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^{2}}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$

$b=\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^{3}\times\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-2}\times3^{-1}+\left(\sqrt{3}\right)^{-4}=\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^{3}\times\left(\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^{3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^{4}}$

$=\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^{3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\left(\sqrt{\frac{1}{7}\times\frac{7}{3}}\right)^{3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{3}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{1}{9}=\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{4}-\frac{1}{9}=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}=0$

2) أ) $x=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{3}}{\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-1}}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{3}}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\left(\sqrt{5}\right)^{-1}}=\left(\sqrt{3}\right)^{2}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

$y=\sqrt{75}-2\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{25\times3}-2\sqrt{4\times3}+\sqrt{16\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}-2\sqrt{4}\times\sqrt{3}+\sqrt{16}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

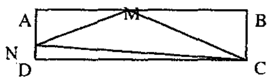
ب) $x^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2=9\times5=45$; $y^2=\left(5\sqrt{3}\right)^2=25\times3=75$ ؛ $x^2<y^2$ و x و y موجبان إذن $x<y$

ج) لدينا $x<y$ لذا $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$ إذن $-\frac{1}{x}<-\frac{1}{y}$

تمريـن عـ03ـدد: [AC] قطر المربع ABCD طول ضلعه 3 إذن $AC=3\sqrt{2}$

[AH] ارتفاع المثلث المتقايس الأضلاع ADE طول ضلعه 3. إذن $AH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

تمريـن عـ04ـدد: أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث MBC (قائم الزاوية في B) نتحصل على $MC^2=BM^2+BC^2$ إذن



$MC=\sqrt{BM^2+BC^2}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

* بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AMN (قائم الزاوية في A) نتحصل على: $MN^2=AN^2+AM^2$ إذن $MN=\sqrt{AN^2+AM^2}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

* بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث DNC (قائم الزاوية في D) نتحصل على: $NC^2=DN^2+DC^2$ إذن

$NC=\sqrt{DN^2+DC^2}=\sqrt{2^2+8^2}=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}$

ب) في المثلث MNC لدينا $MC=5\sqrt{2}$; $MN=3\sqrt{2}$ و $NC=\sqrt{68}$ ؛

$MC^2+MN^2=\left(5\sqrt{2}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=50+18=68$ و $NC^2=\left(\sqrt{68}\right)^2=68$ إذن $MC^2+MN^2=NC^2$ حسب عكس نظرية بيتاغور المثلث MNC قائم الزاوية في M.

فرض مـراقبة عـ04ـدد

تمريـن عـ01ـدد: 1) أ) $\boxtimes$ -227 ؛ ب) $\boxtimes$ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

2) أ) خطأ (إذا كان a و b موجبان) ، ب) خطأ

تمريـن عـ02ـدد: 1) أ) $\frac{a}{1+b}-\frac{b}{1+a}=\frac{a(1+a)}{(1+b)(1+a)}-\frac{b(1+b)}{(1+b)(1+a)}=\frac{a(1+a)-b(1+b)}{(1+b)(1+a)}=\frac{\left(a+a^2\right)-\left(b+b^2\right)}{(1+b)(1+a)}$

$=\frac{a-b+a^2-b^2}{(1+b)(1+a)}=\frac{(a-b)+(a-b)(a+b)}{(1+b)(1+a)}=\frac{(a-b)(1+a+b)}{(1+b)(1+a)}$

بما أن $b>1$ و $0<a<1$ فإن $1+a>0$ ؛ $1+b>0$ و $1+a+b>0$ و $a-b<0$ $(a<b)$ إذن

$\frac{(a-b)(1+a+b)}{(1+b)(1+a)}<0$ وبالتالي $\frac{a}{1+b}-\frac{b}{1+a}<0$ إذن $\frac{a}{1+b}<\frac{b}{1+a}$

ب) $\frac{ab}{a+b}-\frac{a+b}{4}=\frac{4ab}{4(a+b)}-\frac{(a+b)(a+b)}{4(a+b)}=\frac{4ab-(a+b)^2}{4(a+b)}=\frac{4ab-\left(a^2+2ab+b^2\right)}{4(a+b)}$

$=\frac{4ab-a^2-2ab-b^2}{4(a+b)}=\frac{-a^2+2ab-b^2}{4(a+b)}=\frac{-\left(a^2-2ab+b^2\right)}{4(a+b)}=\frac{-(a-b)^2}{4(a+b)}$

لدينا $(a-b)^2>0$ و $4(a+b)>0$ لذا $-\frac{(a-b)^2}{4(a+b)}<0$ إذن $\frac{ab}{a+b}-\frac{a+b}{4}<0$ وبالتالي $\frac{ab}{a+b}<\frac{a+b}{4}$

$xy=\sqrt{3-2\sqrt{2}}\times\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{9}$ إذن x مقلوب y

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^2+2+\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2=3-2\sqrt{2}+2+3+2\sqrt{2}$

لدينا $(x+y)^2=8$ لذا $\sqrt{(x+y)^2}=\sqrt{8}$ يعني $|x+y|=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ وبما أن $x>0$ و $y>0$ فإن $x+y>0$

وبالتالي $|x+y|=x+y$ إذن $x+y=2\sqrt{2}$.

ج) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}^2+\sqrt{3+2\sqrt{2}}^2}{1}=3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}=6$

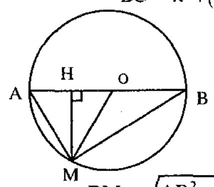
تمرين عـــ03ــدد: بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABC (قائم الزاوية في A) نتحصل على $AB^2+AC^2=BC^2$

وبما أن $AB=x$ و $AC=x+2$ فإن

$BC^2=x^2+(x+2)^2=x^2+x^2+4x+4=2x^2+4x+4=2(x^2+2x+2)=2(x^2+2x+1+1)=2\left[(x+1)^2+1\right]$

إذن $BC=\sqrt{2\left((x+1)^2+1\right)}=\sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2+1}$

تمرين عـــ04ــدد: 1) أ) المثلث ABM محاط بالدائرة (ع) قطرها [AB].



إذن المثلث ABM قائم الزاوية في M

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABM (قائم الزاوية في M) نتحصل على

$AB^2=AM^2+BM^2$ يعني $BM^2=AB^2-AM^2$ إذن $BM=\sqrt{AB^2-AM^2}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

2) * المثلث ABM قائم الزاوية في M و [MH] ارتفاعه الصادر من M إذن $AB\times MH=AM\times BM$ وبالتالي

$MH=\frac{AM\times BM}{AB}=\frac{6\times8}{10}=\frac{48}{10}=4.8$.

* بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OMH (قائم الزاوية في H) نتحصل على $OM^2=OH^2+MH^2$

يعني $OH^2=OM^2-MH^2$ إذن $OH=\sqrt{OM^2-MH^2}=\sqrt{5^2-(4.8)^2}=\sqrt{25-23.04}=\sqrt{1.96}=1.4$

فرض تــأليفـــي عـــ02ــدد

تمرين عـــ01ــدد: 1) أ) ☒ $\sqrt{2}+1$ (لأن $3+2\sqrt{2}=(\sqrt{2}+1)^2$ وبالتالي $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$)

ب) ☒ $4(\pi-\sqrt{3})$

2) أ) صواب ($\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\frac{2+\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{1}=4$)

ب) خطأ (لأن $\sqrt{a^2}=|a|=-a$ $a\in IR_-$)

تمرين عـــ02ــدد: أ) لدينا $\sqrt{2}<\sqrt{5}$ و $\sqrt{3}<2$ لذا $\sqrt{2}-\sqrt{5}<0$ و $\sqrt{3}-2<0$ إذن $a<0$ و $b<0$

ب)

$a^2-b^2=(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-2)^2=\left(\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}\sqrt{5}+\sqrt{5}^2\right)-\left(\sqrt{3}^2-4\sqrt{3}+2^2\right)=(2-2\sqrt{10}+5)-(3-4\sqrt{3}+4)$

$=2-2\sqrt{10}+5-3+4\sqrt{3}-4=(2+5-3-4)+(4\sqrt{3}-2\sqrt{10})=0+4\sqrt{3}-2\sqrt{10}=4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$

ج) $(4\sqrt{3})^2=16\times3=48$ و $(2\sqrt{10})^2=4\times10=40$ لذا $(4\sqrt{3})^2>(2\sqrt{10})^2$ وبما أن $4\sqrt{3}>0$ و $2\sqrt{10}>0$ فإن $4\sqrt{3}>2\sqrt{10}$ وبما أن $4\sqrt{3}>2\sqrt{10}$ فإن $4\sqrt{3}-2\sqrt{10}>0$ إذن $a^2-b^2=4\sqrt{3}-2\sqrt{10}>0$ وبالتالي $a^2>b^2$ وبما أن $a<0$ و $b<0$ فإن $a<b$

تمرين عـــ03ــدد: 1) أ)

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{b}^2=a+2\sqrt{ab}+b=a+b+2\sqrt{ab}=10+2\sqrt{1}=10+2=12$

بما أن $\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$ فإن $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

ب)

$$\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{(a\sqrt{a}-b\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{a\sqrt{a}\sqrt{a}-a\sqrt{a}\sqrt{b}-b\sqrt{b}\sqrt{a}+b\sqrt{b}\sqrt{b}}{\sqrt{a}^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{b}^2}=\frac{a^2-a\sqrt{ab}-b\sqrt{ab}+b^2}{a-2\sqrt{ab}+b}$$

$$=\frac{a^2+b^2-\sqrt{ab}(a+b)}{a+b-2\sqrt{ab}}=\frac{a^2+b^2-\sqrt{1}\times10}{10-2\times\sqrt{1}}=\frac{a^2+b^2-10}{10-2}=\frac{a^2+b^2}{8}-\frac{10}{8}=\frac{1}{8}(a^2+b^2)-\frac{5}{4}=\frac{1}{8}\left[(a+b)^2-2ab\right]-\frac{5}{4}$$

$$=\frac{1}{8}(10^2-2\times1)-\frac{5}{4}=\frac{1}{8}(100-2)-\frac{5}{4}=\frac{98}{8}-\frac{5}{4}=\frac{49}{4}-\frac{5}{4}=\frac{44}{4}=11$$

2) أ) $E=(-\sqrt{7})^2-(7-4\sqrt{3})=7-7+4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

ب) $(2-\sqrt{3})^2=2^2-4\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$

ج) $E=x^2-(7-4\sqrt{3})=x^2-(2-\sqrt{3})^2=\left[x-(2-\sqrt{3})\right]\left[x+(2-\sqrt{3})\right]=(x-2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3})$

تمرين عـــ04ــدد: * بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EHO (قائم الزاوية في H) نتحصل على

$EO^2=HO^2+EH^2$ إذن $EO=\sqrt{HO^2+EH^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+2^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+4}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

* المثلث EFG قائم الزاوية في E و O منتصف الوتر [FG] إذن O مركز الدائرة المحيطة به وبالتالي

$OF=OG=OE=\frac{5}{2}$ إذن $FG=2OE=2\times\frac{5}{2}=5$.

* $FH=OF-OH=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$ ؛ بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EFH (قائم الزاوية في H)

نتحصل على $EF^2=EH^2+FH^2$ إذن $EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

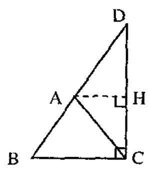
* بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EFG (قائم الزاوية في E) نتحصل على $FG^2=EF^2+EG^2$ إذن

$EG^2=FG^2-EF^2$ وبالتالي $EG=\sqrt{FG^2-EF^2}=\sqrt{5^2-\sqrt{5}^2}=\sqrt{25-5}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

تمرين عـــ05ــدد: 1) ب) لدينا B و D متناظرتان بالنسبة إلى A لذا A منتصف [BD] إذن $AB=AD$

وبما أن $AC=AB$ (ABC مثلث متقايس الضلعين) فإن $AB=AD=AC$ إذن المثلث BCD يقبل

ة قطرها [BD] وبالتالي فإن المثلث BCD قائم الزاوية في C.



بيتاغور في المثلث BDC (قائم الزاوية في C) نتحصل على:

$DC^2 = \ldots$ إذن $DC=\sqrt{BD^2-BC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$

2) أ) لدينا H المسقط العمودي لـ A على (DC) لذا $(AH)\perp(DC)$ وبما أن $(BC)\perp(DC)$

BDC قائم الزاوية في C) فإن $(AH)//(BC)$ وبالتالي في المثلث BCD لدينا $(BC)//(AH)$

و A منتصف [BD] إذن H منتصف [DC].

ب) في المثلث BDC لدينا A منتصف [BD] و H منتصف [DC] إذن $AH=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$

فرض مـراقبة عـ05ـدد

تمريـن عـ01ـدد: 1) أ) ☒ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ ب) ☒ معين

2) أ) خطأ ، ب) خطأ

تمريـن عـ02ـدد: 1) أ) $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x+1-2=\frac{1}{4}x^2-x-1$ إذن $A=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-2$

ب) $A=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-2=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=\left[\frac{1}{2}x-1-\sqrt{2}\right]\left[\frac{1}{2}x-1+\sqrt{2}\right]$

ج) $A=0$ يعني $\left[\frac{1}{2}x-1-\sqrt{2}\right]\left[\frac{1}{2}x-1+\sqrt{2}\right]=0$ يعني $\frac{1}{2}x-1-\sqrt{2}=0$ أو $\frac{1}{2}x-1+\sqrt{2}=0$ يعني $x=2\left(1-\sqrt{2}\right)$

أو $x=2\left(1+\sqrt{2}\right)$ إذن $S_{IR}=\left\{2\left(1-\sqrt{2}\right)\ ;\ 2\left(1+\sqrt{2}\right)\right\}$

2) أ) $x\in]-3;-1[$ يعني $-3<x<-1$ يعني $-3+5<x+5<-1+5$ يعني $2<x+5<4$ إذن $x+5\in]2;4[$ وبما أن

$0\notin]2;4[$ فإن $x+5\neq0$

ب) $\frac{2(x+2)}{x+5}=\frac{2x+4}{x+5}=\frac{2x+10-6}{x+5}=\frac{2(x+5)-6}{x+5}=\frac{2(x+5)}{x+5}-\frac{6}{x+5}=2-\frac{6}{x+5}$ إذن $\frac{2(x+2)}{x+5}=2-\frac{6}{x+5}$

ج) لدينا $2<x+5<4$ يعني $\frac{1}{4}<\frac{1}{x+5}<\frac{1}{2}$ يعني $-3<\frac{-6}{x+5}<-\frac{3}{2}$ يعني $2-3<2-\frac{6}{x+5}<2-\frac{3}{2}$

يعني $-1<2-\frac{6}{x+5}<\frac{1}{2}$ إذن $-1<2-\frac{6}{x+5}<\frac{1}{2}$

تمريـن عـ03ـدد: 1) في المثلث ABC لدينا I منتصف [AC] و J منتصف [AB] إذن $(IJ)//(BC)$ و I منتصف [AC] و K منتصف [BC] إذن $(IK)//(AB)$. بما أن $(IJ)//(BC)$ ؛ $(IK)//(AB)$ ؛ $K\in(BC)$ و $J\in(AB)$.

فإن $(IJ)//(KB)$ و $(IK)//(JB)$. إذن الرباعي IJBK متوازي أضلاع.

2) أ) $(x-1)^2-4=x^2-2x+1-4=x^2-2x-3$ إذن $x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

ب) $x^2-2x-3=(x-1)^2-4=(x-1)^2-2^2=(x-1-2)(x-1+2)=(x-3)(x+1)$

ج) ليكون الرباعي IJBK مستطيل يجب أن يكون المثلث ABC قائم الزاوية في B وبالتالي نطبق نظرية بيتاغور

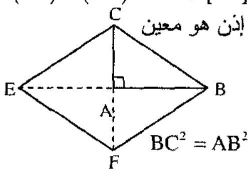
فنتحصل على $AC^2=AB^2+BC^2$ وبما أن $AB=x$ ؛ $BC=x+1$ و $AC=x+2$ فإن $(x+2)^2=x^2+(x+1)^2$

يعني $x^2+4x+4=x^2+x^2+2x+1$ يعني $x^2+4x+4=2x^2+2x+1$ يعني $(2x^2+2x+1)-(x^2+4x+4)=0$

يعني $2x^2+2x+1-x^2-4x-4=0$ يعني $x^2-2x-3=0$ يعني $(x-3)(x+1)=0$ يعني $x-3=0$ أو $x+1=0$

يعني $x=3$ أو $x=-1$ وبماأن $x>0$ فإن $x=3$

تمريـن عـ04ـدد: أ) انظر الرسم



ب) لدينا E و F مناظرتي B و C بالنسبة إلى A لذا A منتصف كل من [EB] و [FC] وبما أن $(CF)\perp(BE)$

ABC) قائم الزاوية في A) فإن الرباعي BCEF قطراه متعامدان في منتصفهما A إذن هو معين

ج) مساحة المعين BCEF: $\frac{FC\times EB}{2}=\frac{8\times6}{2}=24cm^2$

محيط المعين BCEF يساوي $4\times BC$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABC (قائم الزاوية في A) نتحصل على $BC^2=AB^2+AC^2$

إذن $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ وبالتالي $4\times BC=4\times5=20$

فرض مـراقبة عـ06ـدد

تمريـن عـ01ـدد:

1) أ) ☒ IR ؛ ب) ☒ $x\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$

2) أ) خطأ ، ب) صواب

تمريـن عـ02ـدد: أ)

$A=\left(1+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}\left(1+\sqrt{2}\right)-3=1+2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-3=1+2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}-4-3=-4$

ب) $\left(x-\sqrt{2}\right)^2-5=\left(x^2-2\sqrt{2}x+2\right)-5=x^2-2\sqrt{2}x+2-5=x^2-2\sqrt{2}x-3$ إذن $A=\left(x-\sqrt{2}\right)^2-5$

ج) $A=\left(x-\sqrt{2}\right)^2-5=\left(x-\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{5}^2=\left(x-\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(x-\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$

د) $A=0$ يعني $x-\sqrt{2}+\sqrt{5}=0$ أو $x-\sqrt{2}-\sqrt{5}=0$ يعني $x=\sqrt{2}-\sqrt{5}$ أو $x=\sqrt{2}+\sqrt{5}$

إذن $S_{IR}=\left\{\sqrt{2}-\sqrt{5};\sqrt{2}+\sqrt{5}\right\}$

هـ) $A>\left(x-\sqrt{5}\right)^2$ يعني $x^2-2\sqrt{2}x-3>x^2-2\sqrt{5}x+5$ يعني

$-2\sqrt{2}x-3>-2\sqrt{5}x+5$ يعني $-2\sqrt{2}x+2\sqrt{5}x>5+3$ يعني $2x\left(-\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)>8$ يعني $x>\frac{8}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$ يعني

$x>\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ إذن $S_{IR}=\left]\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}};+\infty\right[$

(1 :ـــدد

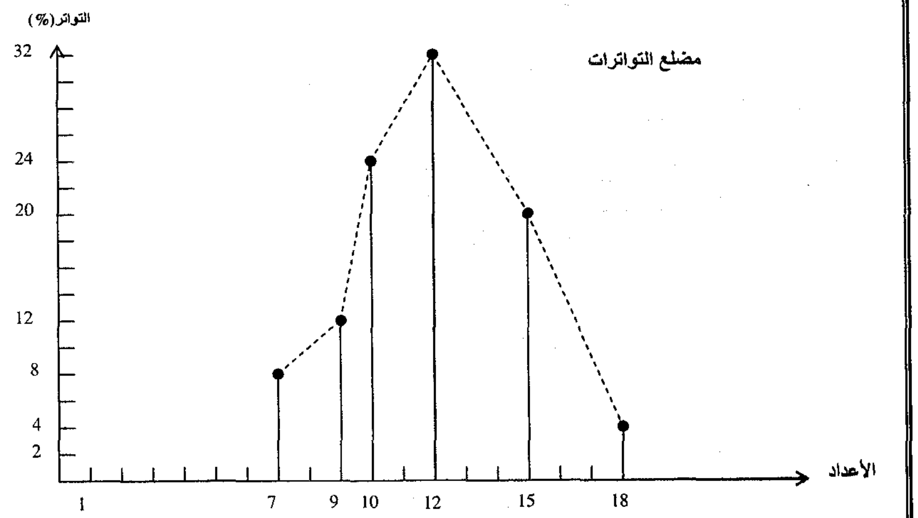
	7	9	10	12	15	18
عدد التلاميذ	2	3	6	8	5	1
التواترات بالنسبة المائوية	8%	12%	24%	32%	20%	4%
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية	8%	20%	44%	76%	96%	100%

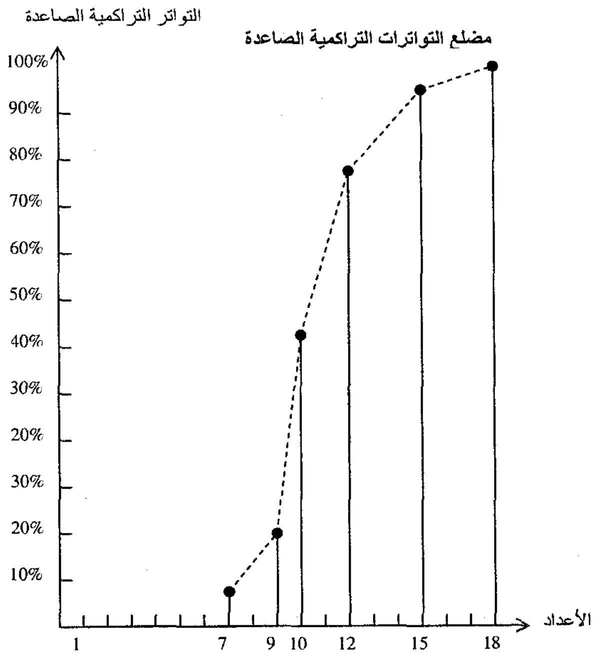
2) معدل القسم في هذا الفرض: $M = \frac{(2\times7)+(3\times9)+(6\times10)+(8\times12)+(5\times15)+(1\times18)}{25} = \frac{290}{25} = 11.6$

3) مدى هذه السلسلة الإحصائية $18-7=11$

4) منوال هذه السلسلة الإحصائية هو 12.

5) مخطط ومضلع التواترات:





تمريــن عــ04ــدد: 1) أ) المستقيم (CG) عمودي على المستوى (ABC) في النقطة C إذن فهو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوى المارة من النقطة C بما في ذلك المستقيم (AC) وبالتالي فإن المثلث ACG قائم الزاوية في C

ب) ABCD مربع طول ضلعه 4 و [AC] قطره إذن $AC=4\sqrt{2}$ بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ACG (قائم الزاوية في C) نتحصل على $AG^2 = AC^2 + CG^2$

إذن $AG = \sqrt{AC^2+CG^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2} = \sqrt{32+16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

2) أ) المستقيم (IF) عمودي على المستوى (EFG) في النقطة F إذن فهو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوى المارة من F بما في ذلك المستقيم (JF) وبالتالي فإن المثلث IFJ قائم الزاوية في F .

ب)بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث FGJ (قائم الزاوية في G) نتحصل على :

$FJ^2 = FG^2 + GJ^2 \quad \left(GJ = \frac{HG}{2} = \frac{4}{2} = 2\right)$ إذن $FJ = \sqrt{FG^2+GJ^2} = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث على المثلث IFJ (قائم الزاوية في F) نتحصل على $IJ^2 = IF^2 + FJ^2$

$\left(IF = \frac{BF}{2} = \frac{4}{2} = 2 \;;\; FJ = 2\sqrt{5}\right)$ إذن $IJ = \sqrt{IF^2+FJ^2} = \sqrt{2^2+(2\sqrt{5})^2} = \sqrt{4+20} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

فرض تـــأليــفي عـــ03ــدد

تمريــن عــ01ــدد: 1) أ) ☒ 50% ؛ ب) ☒ $\sqrt{a^2+b^2+h^2}$

أ) $\left(x^2+2x+1=(x+1)^2\geq 0\right)$، ب) خطأ

دد: أ) عدد إمكانيات السحب هو: $8^2=64$ ؛ ب) احتمال سحب كويرتين زرقاويتين هو $\frac{9}{64}$

ج) احتمال سحب كويرتين حمراويتين هو $\frac{25}{64}$ ؛ د) احتمال سحب كويرتين لهما نفس اللون هو:

$\frac{9}{64}+\frac{25}{64}=\frac{9+25}{64}=\frac{34}{64}=\frac{17}{32}$

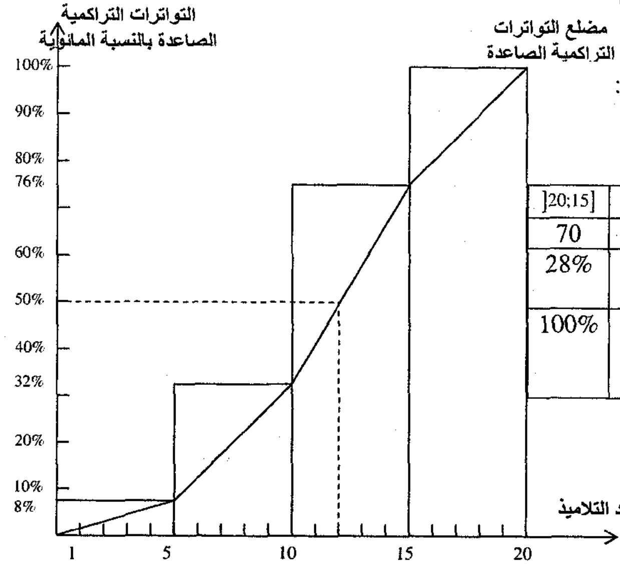
هـ) احتمال سحب كويرتين مختلفتين في اللون:

$1-\frac{17}{32}=\frac{32}{32}-\frac{17}{32}=\frac{15}{32}$

تمريـــن عـــ03ـــدد: أ)

العدد من 20	[5;0]	[10;5]	[15;10]	[20;15]
عدد التلاميذ	20	60	100	70
التواترات بالنسبة المائوية	8%	24%	40%	28%
التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية	8%	32%	72%	100%

ب)



ج) $Me=12.5$

تمريـــن عـــ04ـــدد: 1) أ) لدينا $[SO]$ ارتفاع الهرم SABCD لذا (SO) عمودي على المستوى (ABC) إذن فهو عمودي على كل مستقيمات هذا المستوى المارة من النقطة O ومن بينها المستقيم (OA) إذن $(SO)\perp(OA)$

وبالتالي فإن المثلث SOA قائم الزاوية في O

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث SOA (قائم الزاوية في A) نتحصل على $SA^2=SO^2+OA^2$ إذن

$SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=\sqrt{6^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{36+\frac{9}{2}}=\sqrt{\frac{81}{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{2}$ $\left(OA=\frac{AC}{2}=\frac{AB\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

2) أ) في المثلث SAB لدينا I منتصف $[SA]$ و J منتصف $[SB]$ إذن $(IJ)//(AB)$ وبما أن $(AB)\subset(ABC)$ فإن $(IJ)//(ABC)$

ب) $IJ=\frac{1}{2}AB=\frac{3}{2}$

3) SABCD هرم منتظم لذا $SB=SA=\frac{9\sqrt{2}}{2}$

المثلث SOB قائم الزاوية في O و $[OH]$ ارتفاعه الصادر من O إذن $SB\times OH=SO\times OB$

يعني $OH=\frac{SO\times OB}{SB}=\frac{6\times\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{9\sqrt{2}}{2}}=2$

تمريـــن عـــ05ـــدد: 1) لدينا ABCD شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[DC]$ لذا $M\in[AB]$ و $N\in[DC]$

$(AM)//(NC)$ ونعلم أن $AM=NC$ إذن الرباعي AMCN له ضلعان متوازيان و متقايسان وبالتالي فهو متوازي أضلاع

1) أ) $S_1=\frac{AD\times DN}{2}=\frac{3\times(7-x)}{2}=\frac{21-3x}{2}$ ؛ مساحة الرباعي AMCN تساوي الفرق بين مساحة شبه المنحرف AMCD

ومساحة المثلث ADN أي: $S_2=\frac{(7+x)\times3}{2}-S_1=\frac{21+3x}{2}-\frac{21-3x}{2}=\frac{21+3x-21+3x}{2}=\frac{6x}{2}=3x$

مساحة المثلث BMC تساوي الفرق بين مساحة شبه المنحرف ABCD ومساحة شبه المنحرف AMCD أي:

$S_3=\frac{3\times(5+7)}{2}-\frac{(x+7)\times3}{2}=18-\frac{3x+21}{2}=\frac{36}{2}-\frac{3x+21}{2}=\frac{36-3x-21}{2}=\frac{15-3x}{2}$

ب) مساحة المثلث ADN تساوي مساحة الرباعي AMNC يعني $S_1=S_2$ يعني $\frac{21-3x}{2}=3x$ يعني $21-3x=6x$

يعني $9x=21$ يعني $x=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$

ج) مساحة المثلث BMC أكبر من مساحة الرباعي AMCN يعني $S_3>S_2$ يعني $\frac{15-3x}{2}>3x$ يعني $15-3x>6x$

يعني $15>9x$ يعني $x<\frac{15}{9}$ يعني $x<\frac{5}{3}$ وبما أن $x>0$ فإن $x\in\left]0;\frac{5}{3}\right[$.

قرطاج
Carthage
للنشر والتوزيع

نهج حفّوز عمارة أنيس3000صفاقس
الهاتف 117 222 74 967 227 74
فاكس 855 200 74
الجوّال 721 418 98 469 677 97
Site web:www.carthage-edition.tn
E.mail: contact@carthage-edition.tn

I.R.A

مطبعة التسفير الفني
Imprimerie Reliure d'Art
Tél.: +216 74 432 030 - Fax: +216 74 432 248

9789973561053

ISBN:978-9973-56-105-3

Dépot légal: troisième trimestre 2010

الثمن : $6^{D}.000$