CMS

9

إصلاح تمارين الكتاب المدرسي
مع فروض

فتحي عبروق
أستاذ أول

كمال سهيل
أستاذ

شمس للنشر

رياضيات

تقديم

بسم الله الرحمان الرحيم

يسرنا أن نقدم إلى أبنائنا تلاميذ السنوات التاسعة من التعليم الأساسي و لزملائنا الأساتذة هذه المحاولة البسيطة ضمن سلسلة "SMC" في **<u>حلته الجديدة بعد التحيين</u>** وهي مختصر العنوان : « corrigés du manuel scolaire» لإصلاح تمارين الكتاب المدرسي ؛

- هذا الكتاب المدرسي الذي أشرف على إعداده ثلّة من أهل الخبرة و الاختصاص نستفيد من تجاربهم و خبرتهم في انتقاء التمارين ذات الصلة حتى تكون المنفعة أعمّ .

و لقد حاولنا قدر الإمكان أن يكون هذا الكتيّب سندا للتلميذ يلتجئ إليه كلما دعت الحاجة ، لتعميق الصلة بالكتاب المدرسي وتشجيع التلميذ على البحث والعمل لتحقيق نتائج أفضل .

- كما لا يفوتني في هذا المجال أن أذكر قراءنا الأفاضل إلى :

* ضرورة قراءة المعطيات قراءة مركزة وتحديد المطلوب وربطه بالقواعد العلمية المتاحة و المسموح بها ضمن البرنامج الرسمي .

* تحليل المعطيات وتحويلها إلى رسوم تقريبية وبيانات كلما دعت الحاجة.

* وإن لم يهتد إلى الحلّ فلا ييأس ولا يؤثر ذلك على معنوياته و ليستنجد بهذا الكتيّب و ليحاول مرة أخرى في الحال أو بعد استراحة .

* عند تحرير الإجابة ينبغي صياغتها بوضوح وفي لغة سليمة و بأسلوب يعتمد التمشّي المنطقي البسيط.

- و في الختام تجدون باقة من الفروض العادية و التأليفية مع الإصلاح عساها تساعد التلميذ على التقييم الذاتي و تمهد له الطريق إلى الرياضيات و تضمن له أوفر حظوظ التألق و الامتياز بكل ثقة واقتدار؛

كما تساعد الأستاذ على تحضير الفروض العادية والتأليفية على مدار السنة الدراسية.

المؤلف

و أخيرا نذكر مستعملي هذا الكتاب أن يوافون بملاحظاتهم على العنوان الإلكتروني : kamel-sh@hotmail.com

الدرس عدد 1 التعداد و الحساب

إصلاح التمرين عـ1ـدد:

	672	762	680	5922	834	234	348	585	960
يقبل القسمة على 6	x	x		x	x	x	x		x
يقبل القسمة على 12	x						x		x
يقبل القسمة على 15								x	x

إصلاح التمرين عـ2ـدد:

الأعداد التي تقبل القسمة على 12 و على 15 :
2340 ، 3720 ،

إصلاح التمرين عـ3ـدد:

كل عدد أصغر من 11 يقسم الجذاء $5\times7\times8\times9$ لأن : $5\times7\times8\times9 = 2^3\times3^2\times5\times7$ و هو يقبل القسمة على :2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 و 10

إصلاح التمرين عـ4ـدد:

ليكن العدد $N=74\,a\,b$ ، حيث b رقم آحاده و a رقم عشراته.

1. ليكون العدد N قابلا للقسمة على 6 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 2 و 3 يعني :

$b \in \{8,6,4,2,0\}$ و $a \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$ و : $7+4+a+b=3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

يعني : $11+a+b=3n$ أو : $2+a+b=3n$

إذن $(a,b) \in \{(8,8), (5,8), (2,8), (7,6), (4,6), (1,6), (9,4), (6,4), (3,4), (0,4), (8,2), (5,2), (2,2), (7,0), (4,0), (1,0)\}$.

2) ليكون العدد N قابلا للقسمة على 15 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 5 و 3 يعني : $b \in \{5,0\}$ و $a \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$ و : $7+4+a+b=3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

يعني : $11+a+b=3n$ أو : $2+a+b=3n$

$(a,b) \in \{(1,0), (4,0), (7,0), (2,5), (5,5), (8,5)\}$.

إصلاح التمرين عـ5ـدد:

ليكن العدد $A=5\,a\,8b$ ، حيث a و b رقمان .

1) ليكون العدد A قابلا للقسمة على 12 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 4 و 3 يعني :

$b \in \{4,8,0\}$ و $a \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$ و : $5+8+a+b=3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

يعني : $13+a+b=3n$ أو : $1+a+b=3n$

$(a,b) \in \{(2,0), (5,0), (8,0), (1,4), (4,4), (7,4), (0,8), (3,8), (6,8), (9,8)\}$.

ليكون العدد A قابلا للقسمة على 15. يجب أن يكون قابلا للقسمة على 5 و 3 يعني :

$b \in \{5,0\}$ و $a \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$ و : $13+a+b=3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

أو : $1 + a + b = 3n$ إذا : $(a,b) \in \{(2,0), (5,0), (8,0), (0,5), (3,5), (6,5), (9,5)\}$.

إصلاح التمرين عـ6ـدد:

ليكن العدد $B = 4x3y$ ، حيث x و y رقمان .

B يقبل القسمة على 3 يعني : $3+4+y+x = 3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر

1) يعني $7 + y + x = 3n$ أو : $1 + y + x = 3n$ و $x \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$ و $y \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$

$(x,y) \in \{(2,0), (5,0), (8,0), (1,1), (4,1), (7,1), (0,2), (3,2), (6,2), (9,2), (2,3), (5,3), (8,3), (1,4),$
$(4,4), (7,4), (0,5), (3,5), (6,5), (9,5), (2,6), (5,6), (8,6).....\}$.

2) B يقبل القسمة على 4 يعني 3y يقبل القسمة على 4 يعني $y \in \{6,2\}$ و $x \in \{9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$.

B يقبل القسمة على 12 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 4 و 3 يعني : يعني $y \in \{6,2\}$ و

$3+4+y+x = 3n$ حيث n عدد صحيح طبيعي يعني $7 + y + x = 3n$ أو : $1 + y + x = 3n$ و يعني $y \in \{6,2\}$

و بالتالي : $(x,y) \in \{(02,); (3,2); (6,2); (9,2); (2,6); (5,6); (8,6)\}$

إصلاح التمرين عـ7ـدد:

لدينا : $x - 2$ يقبل القسمة على 12 و $x + 13$ يقبل القسمة على 15 حيث x هو عمر الأب حاليا

$x + 13$ يقبل القسمة على 15 إذن: $(x + 13) - 15$ يقبل القسمة على 15 كذلك يعني : $x - 2$ يقبل القسمة على 15

و بالتالي : $x - 2$ يقبل القسمة على 12 و 15 إذن: $x - 2$ يقبل القسمة على 3 و 4 و 5 إذن : $x - 2 = 5\times4\times3$

يعني : $x - 2 = 60$ يعني : $x = 62$

إصلاح التمرين عـ8ـدد:

1) العدد $5^{103} - 2\times 25^{50}$ قابل للقسمة على 15 لأنه يقبل القسمة على 3 و 5 كما يلي :

$$5^{103} - 2\times 25^{50} = 5^{103} - 2\times(5^2)^{50} = 5^{103} - 2\times5^{100} = 5^{100}(5^3 - 2) = 5^{100}(125 - 2) = 5^{100}\times123$$

123 يقبل القسمة على 3 و 5^{100} يقبل القسمة على 5

2) العدد $243^{1001} - 13\times3^{5000}$ قابل للقسمة على 6 لأنه يقبل القسمة على 3 و 2 كما يلي :

$$243^{1001} - 13\times3^{5000} = (3^5)^{1001} - 13\times3^{5000} = 3^{5005} - 13\times3^{5000} = 3^{5000}(3^5 - 13)$$
$$= 3^{5000}(243 - 13) = 3^{5000}\times230$$

و 230 يقبل القسمة على 2 و 3^{5000} يقبل القسمة على 3

3) العدد $8^{666} + 5\times2^{2000}$ قابل للقسمة على 12 لأنه يقبل القسمة على 3 و 4 كما يلي :

$$8^{666} + 5\times2^{2000} = (2^3)^{666} + 5\times2^{2000} = 2^{1998} + 5\times2^{2000} = 2^{1998}(1+5\times4) = 2^{1998}\times21$$

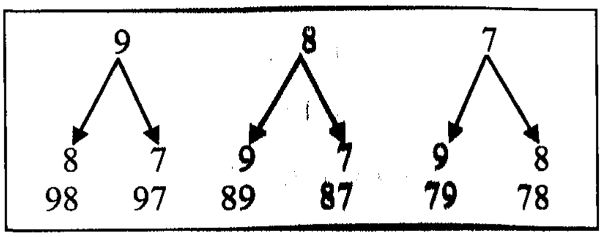
و 21 يقبل القسمة على 3 و 2^{1998} يقبل القسمة على 4

إصلاح التمرين عـ9ـدد:

مجموعة الأعداد التي تتكون من رقمين مختلفين من بين الأرقام 7 و 8 و 9 هي:

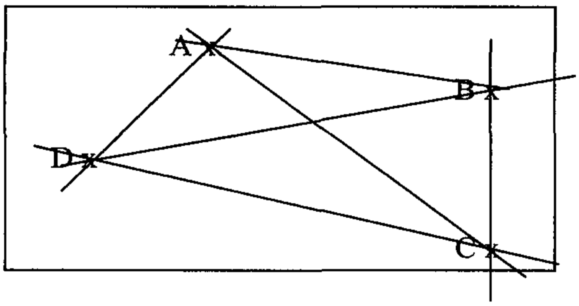
$A = \{79، 78، 89، 87، 97، 98\}$

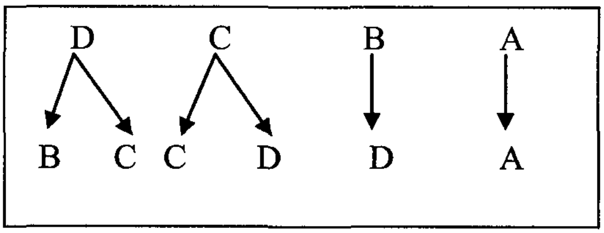
و كمّ هذه المجموعة يساوي: $3\times2 = 6$



إصلاح التمرين عـ 10ـدد:

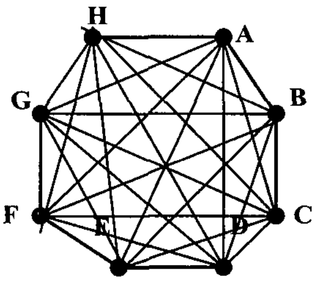
يمكن رسم 6 مستقيمات تمر من نقطتين من بين النقاط A و B وC وD بالرسم التالي: $6 = \frac{4\times3}{2}$



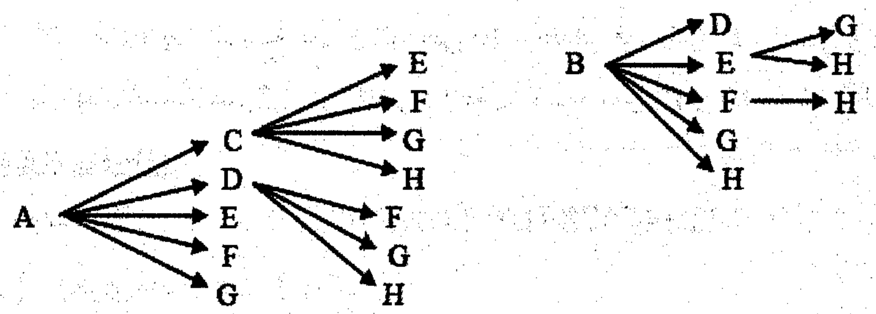


إصلاحالتمرين عـ 11ـدد:

لنعتبر الشكل التالي :



لهذا الشكل 20 قطر



إصلاح التمرين عـ 12ـدد:

لدينا : $P = 5^{2012} - 5^{2011}$ إذن طول الضلع هو : $\frac{P}{4}$

$$P = 5^{2012} - 5^{2011} = 5 \times 5^{2011} - 5^{2011} = 5^{2011} \times (5-1) = 5^{2011} \times 4$$

إذن طول الضلع هو : $\frac{P}{4} = \frac{4 \times 5^{2011}}{4} = 5^{2011}$ وهو عدد صحيح طبيعي

إصلاح التمرين عـ 13ـدد:

1) عدد قواسم العدد : $a = 2^3 \times 3^2$ هو : (1 + دليل قوة العامل الثاني) × (1 + دليل قوة العامل الأول)

$= (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

8	4	2	1	×
				1
				3
				9

2) عدد قواسم العدد : $5a = 5 \times 2^3 \times 3^2$ هو :

(1 + دليل قوة العامل الثالث) × (1 + دليل قوة العامل الثاني) × (1 + دليل قوة العامل الأول)

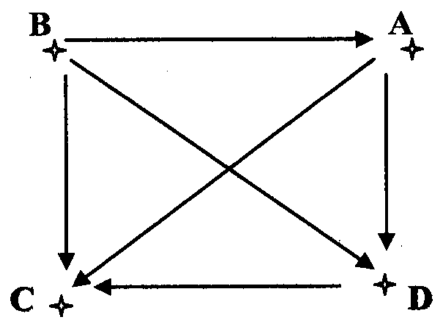
$= (1+1) \times (3+1) \times (2+1) = 2 \times 4 \times 3 = 24$

ملاحظة :

هذه النتائج حسب برنامج السابعة أساسي ، كما يمكن استعمال شجرة الاختيار للحصول على نفس النتائج .

إصلاح التمرين عـ14ـدد:

يمكن اجراء 6 مقابلات



إصلاح التمرين عـ15ـدد:

نرمز بـ : P إلى قيس طول المحيط و بـ : L إلى قيس الطول و بـ: ℓ إلى قيس العرض

حيث : $P = 64 \times 10^4$ و $L = 20 \times 10^4$ و $? = \frac{P}{2} - L$

إذن : $? = \frac{P}{2} - L = 32 \times 10^4 - 20 \times 10^4 = 12 \times 10^4$

و العدد : 12×10^4 يقبل القسمة على 12 و على 10 و بالتالي فهو يقبل القسمة على 3 و 5

إذن يقبل القسمة على 15 . و بالتالي : ? يقبل القسمة على 12 و 15 في نفس الوقت

إصلاح التمرين عـ16ـدد:

لنعتبر العدد 20...............1234567891011121314

1) يحوي هذا العدد31 رقما

2) - أ) وهو يقبل القسمة على :12 لأن مجموع أرقامه يساوي 210 من مضاعفات 3 و العدد المكون من رقمي آحاده و عشراته هو 20 يقبل القسمة على : 4

ب) و على 15 لأن مجموع أرقامه من مضاعفات 3

و رقم آحاده صفر(يعني يقبل القسمة على 5)

ج) و لكنه لا يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه **ليس من مضاعفات 9**

إصلاح التمرين عـ17ـدد:

1)تظهر على الشاشة نفس الأرقام، خلال **الأربعة والعشرين ساعة** 6 مرات وهي 0:00 و 1:11 و 2:22 و 3:33 و 4:44 و 5:55

2)تظهر على الشاشة أرقاما متتالية **خلال الأربعة والعشرين ساعة** 5 مرات وهي 0:12 و 1:23 و 2:34 و 3:45 و 4:56

الدرس 2 مجموعة الأعداد الحقيقية

إصلاح التمرين1:

1) $\frac{13}{11}=1,\underline{18}$ ؛ $\frac{6}{11}=0,\underline{54}$ ؛ $\frac{5}{11}=0,\underline{45}$ ؛ $\frac{4}{11}=0,\underline{36}$ ؛ $\frac{3}{11}=0,\underline{27}$

$\frac{2}{11}=0,\underline{18}$ ؛ $\frac{1}{11}=0,\underline{09}$

نلاحظ أن الجزء العشري مضاعف للعدد 9

2) $\frac{13}{7}=1,\underline{857142}$ ؛ $\frac{235}{7}=33,\underline{571428}$ ؛ $\frac{2}{7}=0,\underline{285714}$ ؛ $\frac{1}{7}=0,\underline{142857}$

نلاحظ أن الجزء العشري مكون من نفس الأرقام ونفس التسلسل

3) $\frac{4}{11}=0,\underline{36}$ ؛ $\frac{3}{11}=0,\underline{27}$ ؛ $\frac{7}{11}=0,\underline{63}$

نلاحظ أن الجزء العشري مضاعف للعدد 9 و أن الجزء العشري لـ : $\frac{7}{11}$ يساوي مجموع الجزئين العشريين للعددين $\frac{4}{11}$ و $\frac{3}{11}$

إصلاح التمرين2:

لنعتبر الأعداد التالية: $a=\frac{22}{7}$; $b=\pi$ و $c=\frac{629}{200}$

1) $a = 3,14$ ؛ $b = 3,14$ ؛ $c = 3,14$ ؛

نلاحظ أن القيم التقريبية برقمين بعد الفاصل لكل من a و b و c متساوية

2) $a = 3,142$ ؛ $b = 3,141$ ؛ $c = 3,145$ إذن : $c > a > b$

إصلاح التمرين3:

ليكن $a = 3,11411441144411444411$ و $b = -5,1357111317192329...$

1. أ) العدد a هو كسري لأن كتابته العشرية منتهية .

ب) $a = \frac{311411441144411444411}{10^{20}} = 3,11411441144411444411$

2. أ- $b = -5,1357111317192329\ 3137...$

ب - b لا ينتمي إلى Q لأن كتابته العشرية غير منتهية و غير دورية

إصلاح التمرين4:

نعتبر المجموعة $A=\left\{-\frac{2}{7};\frac{11}{5};-\pi;\sqrt{8};\sqrt{\frac{4}{49}};-\sqrt{2};\sqrt{0,25}\right\}$

$A\cap\mathbb{Z}=\{\}$ ؛ $A\cap\mathbb{D}=\{\frac{11}{5},\sqrt{0,25}\}$ ؛ $A\cap\mathbb{Q}=\{-\frac{2}{7},\sqrt{\frac{4}{49}},\frac{11}{5},\sqrt{0,25}\}$

$A\cap\mathbb{R}=\{-\frac{2}{7},\sqrt{\frac{4}{49}},\frac{11}{5},-\pi,\sqrt{8},-\sqrt{2},\sqrt{0,25}\}$ ؛

الأعداد الصماء من بين أعداد المجموعة A هي : $-\sqrt{2}$ ؛ $\sqrt{8}$ و π

التمرين5:

a	$2,\underline{357}$	$\sqrt{8}$	$-1,123456789101112\ldots$	$\sqrt{0,36}$	$-\pi$	$-\sqrt{\frac{25}{81}}$
$a \in Q$	×			×		×
$a \notin Q$		×	×		×	
$a \in IR+$	×	×		×		
$a \in IR-$			×		×	×

التمرين6:

الكتابة العشرية الدورية للعدد الكسري $\frac{2375}{333}$ هي : $\frac{2375}{333} = 7,\underline{132}$

الرقم الذي رتبته 100 بعد الفاصل هو : 1.

الرقم الذي رتبته 2008 بعد الفاصل هو : 1.

التمرين7:

1) الكتابة العشرية الدورية للعدد $\frac{17}{6}$ هي : $\frac{17}{6} = 2,8\underline{3}$

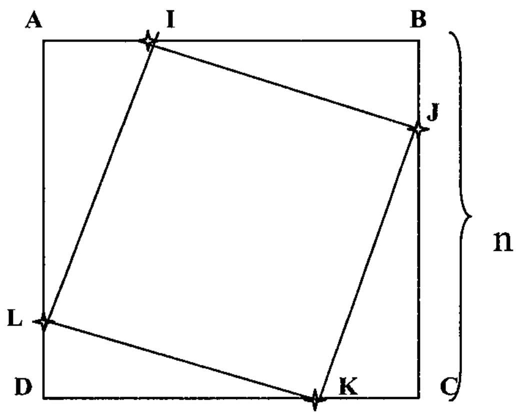
2) $\frac{17}{6}+1 = 2,8\underline{3} + 1 = 3,8\underline{3}$ و $\frac{17}{6}-1= 2,8\underline{3} - 1 = 1,8\underline{3}$

3) إذا الكتابة العشرية الدورية لـ : $\frac{23}{6} = 3,8\underline{3}$ لأن $\frac{17}{6} + \frac{6}{6} = \frac{23}{6}$ و $\frac{11}{6} = 1,8\underline{3}$ لأن $\frac{17}{6} - \frac{6}{6} = \frac{11}{6}$

التمرين8: (وحدة القيس هي الصنتمتر)

ليكن ABCD مربعا طول ضلعه n حيث n عدد صحيح طبيعي أكبر من 2 ، والنقاط IJKL بحيث :

$I \in [AB]$; $J \in [BC]$; $K \in [CD]$; $L \in [DA]$; $AI=BJ=CK=DL=1$



1) المثلثات AIL، BIJ، CIK وDKL قائمة حيث $AI=BJ=CK=DL=1$ إذا $BI=CJ=DK=AL= n-1$

إذا فهي متقايسة ؛ و ينتج عن تقايسها تقايس العناصر النظيرة في كل منها وهي :

2) $LI=IJ=JK=KL$ إذا الرباعي IJKL مربع مساحته هي: $S = n^2 - 4\frac{(1 \times (n-1))}{2}$

$\frac{(1 \times (n-1))}{2}$ هي مساحة كل مثلث من المثلثات القائمة AIL، BIJ، CIK وDKL

بما أن : $S = n^2 - 4\frac{(1\times(n-1))}{2} = n^2 - 2n + 2 = (n-1)^2 + 1$

إذن طول ضلع المربع IJKL هو : $\sqrt{(n-1)^2+1}$

3) طول ضلع المربع IJKL في حالة $n=3$

$$\sqrt{(n-1)^2+1} = \sqrt{(3-1)^2+1} = \sqrt{5}$$

طول ضلع المربع IJKL في حالة $n=4$

$$\sqrt{(n-1)^2+1} = \sqrt{(4-1)^2+1} = \sqrt{10}$$

طول ضلع المربع IJKL في حالة $n=5$

$$\sqrt{(n-1)^2+1} = \sqrt{(5-1)^2+1} = \sqrt{17}$$

4) لرسم قطعة مستقيم طولها $\sqrt{17}$ نرسم مثلثا قائما بعدا ضلعيه القائمين 1mc و 5mc

و يكون طول الضلع الثالث (وتره) $\sqrt{17}$cm

التمرين9:

1) $5^2 = 25$ و $4^2 = 16$ إذا 17 محصور بين 25 و 16 يعني $16 < 17 < 25$ إذا $4 < \sqrt{17} < 5$

2) و بما أن : $(4,1)^2 = 16,81$ و $(4,2)^2 = 17,64$ إذا العدد 17 محصور بين $(4,2)^2$ و $(4,1)^2$

يعني $(4,1)^2 < 17 < (4,2)^2$ و ينتج عن ذلك : $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$

3) و بما أن : $(4,12)^2 = 16,97$ و $(4,13)^2 = 17,06$ إذا العدد 17 محصور بين $(4,12)^2$ و $(4,13)^2$

يعني $(4,12)^2 < 17 < (4,13)^2$ و ينتج عن ذلك : $4,12 < \sqrt{17} < 4,13$

إذا القيمة التقريبية بالزيادة برقمين بعد الفاصل هي : $4,13$? $\sqrt{17}$

التمرين10:

1. مساحة دائرة شعاعها $R = 3cm$. حيث ... $\pi=3.14159265358979$

$S = 3 \times 3 \times \pi = 9\pi \ cm^2$

2. $S = 9\pi = 9\times3,14 = 28,26 \ cm^2$ ؛ $S = 9\times3,141 = 28,269 \ cm^2$

التمرين11:

$(\sqrt{20})^2 = 20$ ؛ $\sqrt{(-8)^2} = 8$ ؛ $\sqrt{(\frac{5}{11})^2} = \frac{5}{11}$ ؛ $\sqrt{\pi^2} = \pi$ ؛ $\sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$

التمرين12:

.1

المربع	A	B	C	D	E	F
طول ضلعه	0,3	0,5	1	2	$\sqrt{8}$	11
مساحته	0,09	0,25	1	4	8	121

التمرين13:

1) $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$ ؛ $\sqrt{0,01}=0,1$ ؛ $\sqrt{81}=9$ ؛ $\sqrt{0,25}=0,5$ ؛ $\sqrt{\frac{100}{49}}=\frac{10}{7}$ ؛ $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

2) بما أن $(7,071)^2=49,999$ إذا $\sqrt{50}=7,071$

بما أن $(6,928)^2=47,997$ إذا $-\sqrt{48}=-6,928$

بما أن $1,773^2 = 3,143$ إذا $\sqrt{\pi}=1,773$

بما أن $(5,099)^2=25,999$ إذا $\sqrt{26}=5,099$

بما أن $(4,899)^2=24,000$ إذا $\sqrt{24}=4,899$

بما أن $1,732^2 = 2,999$ إذا $-\sqrt{3}=-1,732$

بما أن $(3,162)^2=9,998$ إذا $\sqrt{10}=3,162$

التمرين14: المستقيم (xx') مدرج وفق المعيّن (O,I) إذا : $A(-\sqrt{8})$ و $B(-\frac{7}{5})$ و $C(\sqrt{2})$ و $D(\sqrt{5})$.

درس عدد 3

العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية

1

1) أ) - كلّ عدد حقيقي له مقابل . صحيح

ب) إذا كان b عددا حقيقيا ،فإن (b-) عدد سالب . خطأ لأن: b = -5 إذا -b = 5 وهو موجب

ج) إذا كان a و x عددين حقيقيين، فإن : (a=0) و (x=0) يعني (x+a=0). صحيح

2)- أ) مهما يكن العدد الحقيقي a ، فإنّ : $a\times\frac{1}{a}=1$. خطأ لأنه إذا كان: a = 0 فإن $\frac{1}{a}$ غير موجود

ب) إذا كان a و b عددين حقيقيين، فإنّ: $(a^2=b^2)$ يعني $(a=b)$. خطأ لأنّ: $5^2=(-5)^2$ و لكن $-5\neq 5$

ج) العدد $\sqrt{5}-2$ هو مقلوب $\sqrt{5}+2$. صحيح

2

1 - إذا كان a و b عددين حقيقيين بحيث a + b = 0 ، فإنّ:

☐ a و b عددان مقلوبان.

☒ a و b عددان متقابلان

☐ a و b عددان متساويان

2- إذا كان $E=(a+\frac{7}{3})-2a$ و $a=\frac{2}{3}$ ، فإنّ E تسلوي:

☐ $\frac{5}{6}$ ☐ $-\frac{5}{3}$ ☒ $\frac{5}{3}$

العدد $4\sqrt{48}-2\sqrt{108}-2\sqrt{3}$ يساوي :

☐ $-2\sqrt{3}$ ☒ $2\sqrt{3}$ ☐ $4\sqrt{3}$

3

$A=\sqrt{3}-[2-(\sqrt{3}-1)]-(\sqrt{3}-2) = \sqrt{3}-2+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+2 = \sqrt{3}-1$

$B=\sqrt{2}-(\frac{1}{2}-\pi)-[\sqrt{2}+(1+\pi)-\frac{3}{2}] = \sqrt{2}-\frac{1}{2}+\pi-\sqrt{2}-1-\pi+\frac{3}{2}=0$

$C=1+\sqrt{2}-[2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})]+\sqrt{3} = 1+\sqrt{2}-2+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}= 2\sqrt{2}-1$

4) يمثّل الرسم المجاور تصميما لملعب متكون من مستطيل بعداه 100 m و 63,66 m ونصفي قرص دائري

لتكن : S مساحة هذا الملعب وهي مكونة من مجموع مساحة المستطيل S_1 و مساحة دائرة S_2

$S_1 = 63,66 \times 100 = 6366\ m^2$

$S_2 = 31,83^2 \times 3,14 = 3181,287\ m^2$

$S = S_1 + S_2 = 9547,287\ m^2$

5) (1 $x = (\sqrt{3} - \frac{1}{2}) - (\frac{7}{4} - \frac{1}{2}) = \sqrt{3} - \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + \frac{1}{2} = \sqrt{3} - \frac{7}{4}$

$y = 1 - (\frac{5}{2} - \sqrt{2}) = 1 - \frac{5}{2} + \sqrt{2} = -\frac{3}{2} + \sqrt{2}$

(2 $|x| = \left|-\frac{7}{4} + \sqrt{3}\right| = \frac{7}{4} - \sqrt{3}$ لأن $(-\frac{7}{4} + \sqrt{3})$ سالب

$|y| = \left|\sqrt{2} - \frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$ لأن $(-\frac{3}{2} + \sqrt{2})$ سالب

6) a و b عددان حقيقيان حيث $a - b = 2$

$A = (a-2) - (b-\sqrt{2}) = a - 2 - b + \sqrt{2} = a - b - 2 + \sqrt{2} = 2 - 2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$B = (b-\pi) - (a-2\pi) = b - \pi - a + 2\pi = b - a + \pi = -2 + \pi$

$C = (a-1) - (b+1) = a - 1 - b - 1 = a - b - 2 = 2 - 2 = 0$

7) $A = 1 - (\frac{5}{2} - \pi) - (\frac{1}{2} - \pi) + (2 - \pi) = 1 - \frac{5}{2} + \pi - \frac{1}{2} + \pi + 2 - \pi = 3 - 3 + \pi = \pi$

$B = (\frac{1}{2} - \sqrt{3}) - [1 - (\sqrt{3} + \pi)] + \sqrt{3} - \pi = \frac{1}{2} - \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + \pi + \sqrt{3} - \pi$

$= \frac{1}{2} - 1 + \sqrt{3} = -\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

$C = \sqrt{2} - \sqrt{3} + [\sqrt{2} - (\sqrt{3} - 1)] - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$= \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} - \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

8) (1 $A = 1 - (\frac{3}{2} - 4) - (\frac{3}{2} + \sqrt{2}) = 1 - \frac{3}{2} + 4 - \frac{3}{2} - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$

$B = \sqrt{3} + 2 - [\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 4)] = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 4 = \sqrt{2} - 2$

(2 $A + B = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2 = 0$ إذا A و B متقابلان لأن مجموعهما يساوي صفرا

(3 $|B| = \left|\sqrt{2} - 2\right| = 2 - \sqrt{2}$

9) $a = -3 - \sqrt{3}$ إذن $|a| = \left|-3 - \sqrt{3}\right| = 3 + \sqrt{3}$

$b = \sqrt{2} - 2$ إذن $|b| = \left|\sqrt{2} - 2\right| = 2 - \sqrt{2}$

$c = \pi - 3$ إذن $|c| = |\pi - 3| = \pi - 3$

$d = 1 + \sqrt{5}$ إذن $|d| = \left|1 + \sqrt{5}\right| = 1 + \sqrt{5}$

10) $A = (1-\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) = 2 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 - 3 + \sqrt{3} = 1 - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$

$B = (\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - 2(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 2 - 3 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = -1 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

$C = (1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) - (1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})$

$= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3 - 2 + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2 = -1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}$

11) (1 $a=\sqrt{12}+\sqrt{11}$ و $b=\sqrt{12}-\sqrt{11}$

$a\times b=(\sqrt{12}+\sqrt{11})(\sqrt{12}-\sqrt{11})=(\sqrt{12})^2-(\sqrt{11})^2=12-11=1$

إذن a هو مقلوب b يعني $b=\frac{1}{a}$ و $a=\frac{1}{b}$

(2 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=b+a=\sqrt{12}-\sqrt{11}+\sqrt{12}+\sqrt{11}=2\sqrt{12}$.

12) $y=2+\sqrt{3}$ و $x=\sqrt{12}-\sqrt{27}+2$

(1 $x=\sqrt{12}-\sqrt{27}+2=\sqrt{4\times 3}-\sqrt{9\times 3}+2=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2=-\sqrt{3}+2$

يعني $x=2-\sqrt{3}$

(2 $x\times y=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=(2)^2-(\sqrt{3})^2=4-3=1$

يعني x و y مقلوبان .

(3 $x^2=(2-\sqrt{3})^2=4+3-4\sqrt{3}=7-4\sqrt{3}$

$y^2=(2+\sqrt{3})^2=4+3+4\sqrt{3}=7+4\sqrt{3}$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}{(7-4\sqrt{3})+(7+4\sqrt{3})}=\frac{14}{49-48}=14$$

13)

$a=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=\sqrt{2}\,(3+5)=8\sqrt{2}$

$b=2\sqrt{3}-4\sqrt{2}=2\,(\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

$c=2-\sqrt{2}=\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$

$d=\sqrt{5}-\sqrt{20}=\sqrt{5}-\sqrt{4\times 5}=\sqrt{5}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}\,(1-2)=-\sqrt{5}$

14)

$\sqrt{20}\times\sqrt{10}=\sqrt{200}=\sqrt{100}\,\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

$\sqrt{3}\times\sqrt{27}=\sqrt{81}=9$

$\sqrt{11}\times\sqrt{2}\times\sqrt{11}=\sqrt{11\times 11}\,\sqrt{2}=11\sqrt{2}$

$\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}=\sqrt{4\times 3}+\sqrt{9\times 3}-\sqrt{16\times 3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

15)

$A=\sqrt{32}-2\sqrt{50}+\sqrt{128}=\sqrt{16\times 2}-2\sqrt{25\times 2}+\sqrt{64\times 2}=4\sqrt{2}-10\sqrt{2}+8\sqrt{2}=\mathbf{2\sqrt{2}}$

$B=\sqrt{48}+2\sqrt{75}-3\sqrt{27}=\sqrt{16\times 3}+2\sqrt{25\times 3}-3\sqrt{9\times 3}=4\sqrt{3}+10\sqrt{3}-9\sqrt{3}=\mathbf{5\sqrt{3}}$

$C=2\sqrt{44}+\sqrt{275}-2\sqrt{11}=2\sqrt{11\times 4}+\sqrt{25\times 11}-2\sqrt{11}=4\sqrt{11}+5\sqrt{11}-2\sqrt{11}=7\sqrt{11}$

16)

$$a=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\frac{\sqrt{2}}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3}{4}$$

$$b=\frac{5\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{27}}{5}} \quad =5\sqrt{3}\times\frac{5}{2\sqrt{27}}=\frac{25\sqrt{3}}{2\sqrt{27}}=\frac{25\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}=\frac{25}{6}$$

$$C=\frac{\frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})}-\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}}=\frac{\frac{(1-\sqrt{2})^2-(1+\sqrt{2})^2}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}}{2\sqrt{2}} \quad =\frac{\frac{1+\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}-(1+\sqrt{2}^2+2\sqrt{2})}{1-2}}{2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\frac{1+\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}}{-1}}{2\sqrt{2}} \quad =\frac{\frac{-4\sqrt{2}}{-1}}{2\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=2$$

(17)

$$a=\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{1}{\sqrt{2-1}} \quad =\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{1}{1}=\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{2-\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=$$

$$=\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{(1-\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)} \quad =\frac{3-2\sqrt{2}}{-1} \quad = \quad 2\sqrt{2}-3$$

$$b=\frac{3}{\sqrt{3}+2}-\frac{4}{\sqrt{3}-2}=\frac{3(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}-\frac{4(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\frac{3\sqrt{3}-6-4\sqrt{3}-8}{3-4}=\frac{-\sqrt{3}-14}{-1}=\sqrt{3}+14$$

$$c=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}-\frac{\sqrt{5}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{7-\sqrt{35}-\sqrt{35}-5}{7-5}$$

$$=\frac{2-2\sqrt{35}}{-2} \quad =1-\sqrt{35}$$

(18)

$$\sqrt{\frac{40}{25}}=\sqrt{\frac{8}{5}}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{24}}=\sqrt{\frac{12}{24}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{4\times 7}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{4}\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}=1$$

$$\sqrt{27}\times\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}=\sqrt{27}\times\frac{\sqrt{6\times 12}}{\sqrt{6}}=\sqrt{27}\times\frac{\sqrt{6}\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\sqrt{27}\times\sqrt{12}=\sqrt{9}\sqrt{3}\times\sqrt{4}\sqrt{3}=18$$

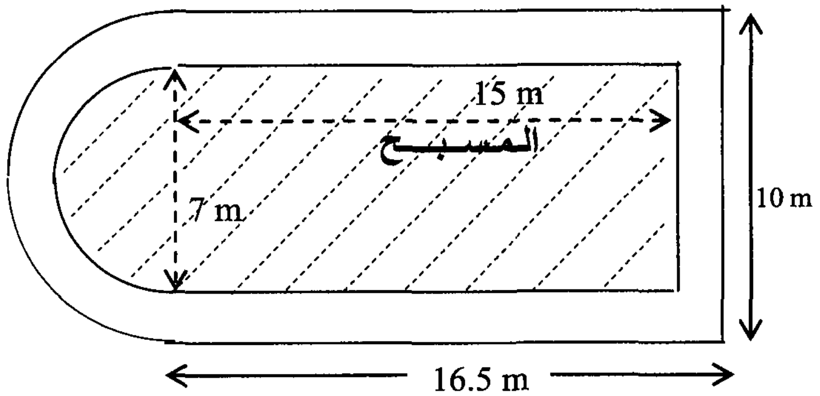
$$\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{\frac{12}{10}}=\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{12}{10}}=\sqrt{\frac{24}{50}}=\sqrt{\frac{24}{50}}=\sqrt{\frac{12}{25}}=\frac{2}{5}\sqrt{3}$$

(19)

- 1) بما أن : $\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{6}}$ إذن العددين $\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ متناسبان مع العددين 4 و $\sqrt{6}$.

2) $\sqrt{3}$ و x متناسبان مع 2 و $\frac{2}{\sqrt{3}}$ يعني $\frac{x}{\frac{2}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ إذن $2x=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$ إذن $x=1$

(20) - 1) مساحة الحافة المحيطة بالمسبح.



$$s = (16{,}5 \times 10) + 3{,}14 \times (5^2) - [(15 \times 7) + 3{,}14 \times (3{,}5^2)]$$
$$= 165 + 78{,}5 - [\ 105 + 38{,}465\ ] = 243{,}5 - 143{,}465 = 100{,}035 m^2$$

2) إذن كان ارتفاع الماء في المسبح هو $h = 90$ cm فإن حجمه : $V = S \times h$.

$$V = 143{,}465 \times 0{,}9 = 129{,}1185\ m^3 = 129118{,}5\ d\,m^3 = 129118{,}5\ \ell$$

القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية   درس عدد 4

تمرين 1

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^4 = \left(\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{1}\right)^4 = 2^4 = 16$$

$$\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{\sqrt{18}}}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{18}}{1}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$\left(\frac{\frac{2}{\sqrt{11}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}}\right)^6 = \left(\frac{2}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\right)^6 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^6 = \left(\sqrt{2}\right)^6 = 2^3 = 8$$

$$2^8 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^8 = \left(\sqrt{2}\right)^8 = 2^4 = 16$$

$$\left(-\frac{\sqrt{6}}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^3 = \left(-\frac{\sqrt{6}}{5} \times \frac{5}{\sqrt{3}}\right)^3 = \left(-\sqrt{2}\right)^3 = -2\sqrt{2}$$

$$10000 \times \left(\frac{1}{10}\right)^4 = 10^4 \times \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \left(\frac{10}{10}\right)^4 = 1$$

تمرين 2

$$a = \left(-\sqrt{7}\right)^5 \times \left(-\sqrt{7}\right)^3 = \left(-\sqrt{7}\right)^8 = \sqrt{7}^8 = 7^4$$

$$b = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^5 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^4 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^9$$

$$c = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{11}$$

$$d = [(-5)^3]^5 \times [(-5)^4]^3 = (-5)^{15} \times (-5)^{12} = (-5)^{27}$$

$$e = \left(\frac{16}{25}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^7 = \left(\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^4\right)^3 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{17}$$

تمرين 3

<table>
<tr>
<td>$3^4 = 4 \times 4 \times 4$</td>
<td>$3\left(\sqrt{2}\right)^5 = 3^5 \times \left(\sqrt{2}\right)^5$</td>
<td>$\left(\sqrt{2}\right)^5 = \sqrt{2} \times 5$</td>
<td>$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\left(\sqrt{7}\right)^5 = \sqrt{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}$</td>
<td>$\boxed{\left[\left(\sqrt{2}\right)^{-4}\right]^2 = -\left(\sqrt{2}\right)^8}$</td>
<td>$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3$</td>
<td>$\boxed{\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{15}}{\left(\sqrt{2}\right)^5} = \left(\sqrt{2}\right)^3}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$\left[\left(-\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^3\right]^4 = \left[\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^4\right]^3$</td>
<td colspan="2">$\left(5\sqrt{17}\right)^{-4} \times \left(25\sqrt{17}\right)^5 = 5^6 \times \sqrt{17}$</td>
</tr>
</table>

إصلاح الأخطاء

1) أخطاء ألواد الأول :

$3^4 = 3\times3\times3\times3$ ؛ $3(\sqrt{2})^5 = 3\times4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ ؛ $(\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^4\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

2) أخطاء ألواد الثاني :

$[(\sqrt{2})^{-4}]^2 = (\sqrt{2})^{-8}$ ؛ $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3$ ؛ $\frac{(\sqrt{2})^{15}}{(\sqrt{2})^5} = (\sqrt{2})^{10}$

تمرين 4

نعتبر الأعداد الحقيقيّة a و b و c حيث $a = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5$ و $b = \left(\frac{3}{2}\right)^3$ و $c = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^6$

$$ba = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5\times\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}^5}{3^2}\times\frac{1}{2^3} = \frac{\sqrt{2}^5}{3^2}\times\frac{1}{\sqrt{2}^6} = \frac{\sqrt{2}^{5-6}}{3^2} = \frac{\sqrt{2}^{-1}}{3^2} = \frac{1}{9\sqrt{2}}$$

$$ca = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^6 = \frac{\sqrt{2}^{5-6}}{3^{5-6}} = \frac{\sqrt{2}^{-1}}{3^{-1}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$cb = \left(\frac{3}{2}\right)^3\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^6 = \frac{3^9}{2^6}$$

تمرين 5

$$a = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3}{\left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\times\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^3 = \left(\frac{7}{3}\right)^3$$

$$b = \frac{\left(\frac{-\sqrt{3}}{\pi}\right)^5}{\left(\frac{2}{\pi}\right)^5} = \left(\frac{-\sqrt{3}}{\pi}\times\frac{\pi}{2}\right)^5 = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^5$$

$$c = \frac{(-2)^7}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^7} = (-2)^7\times\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^7 = -\sqrt{2}^{14}\times(\sqrt{2})^7 = -\sqrt{2}^{21}$$

$$d = \frac{(1,3)^4}{\left(\frac{\sqrt{13}}{5}\right)^4} = \left(\frac{13}{10}\right)^4\times\left(\frac{5^4}{13^2}\right) = \frac{13^4}{2^4\times5^4}\times\left(\frac{5^4}{13^2}\right) = \frac{13^2}{4^2} = \left(\frac{13}{2}\right)^2$$

$$e = \frac{4\pi^2}{81} = \left(\frac{2\pi}{9}\right)^2$$

تمرين 6

$$A=\frac{2,5\times10^{14}}{5\times10^{12}}=\frac{25\times10^{-1}\times10^{14}}{5\times10^{12}}=5\times10=50$$

$$B=\frac{36\times10^{-5}}{9\times10^{4}}=4\times10^{-9}$$

$$C=\frac{0,28\times10^{-3}}{\sqrt{7}\times10^{-5}}=\frac{28\times10^{-5}}{\sqrt{7}\times10^{-5}}=4\sqrt{7}$$

$$D=\frac{0,0003\times10^{7}}{\sqrt{3}\times10^{-3}}=\frac{3\times10^{-4}\times10^{7}}{\sqrt{3}\times10^{-3}}=\frac{3\times10^{3}}{\sqrt{3}\times10^{-3}}=\sqrt{3}\times10^{6}$$

تمرين 7

نعتبر a و b و c ثلاثة أعداد حقيقيّة حيث $ab=c$

أ) $b\,a=c$ يعني $a=\frac{c}{b}$

$b=\sqrt{3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{5}$ و $c=\sqrt{6}$ إذن $a=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{2}^{5}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{2}^{4}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{2}^{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}^{4}}=\sqrt{2}^{-4}=4^{-2}$

$b=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4}$ و $c=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-3}$ إذن $a=\frac{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-3}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4}}=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4}}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3-4}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{\sqrt{2}}$

ب) لدينا: $b\,a=c$ نضرب طرفي المساواة في ba و نتحصل على $b\,a=b\,a\times b\,a\times c$

إذن $abc=(ab)^{2}$

بما أن : $a=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3}$ و $b=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-3}$ إذن :

$$ba=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3}\times\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^{3}=\left(\frac{2\times5}{\sqrt{5}\times2}\right)^{3}=\left(\frac{10}{\sqrt{10}}\right)^{3}=\left(\sqrt{10}\right)^{3}=10\sqrt{10}$$

$$cba=(ba)^{2}=\left(10\sqrt{10}\right)^{2}=1000$$

تمرين 8

$$\left(-6^{3}\right)^{20},\ \left[\left(\sqrt{6}\right)^{20}\right]^{6},\ \left(3\times2^{15}\right)^{4},\ \left[\left(\sqrt{6}\right)^{12}\right]^{10},\ \left[\left(\sqrt{3}\right)^{60}\times2^{30}\right]^{2},\ \left[(-36)^{5}\right]^{6},\ \left(\sqrt{3^{30}\times2^{30}}\right)^{4}$$

العدد الدخيل هو : $(3\times2^{15})^{4}$ لأن كل الأعداد الأخرى تساوي 6^{60}

الترتيب و المقارنة

درس عدد5

التمرين(1):

أ) $\frac{-9}{2} < \frac{-120}{35} < \frac{-1}{2} < \frac{22}{7} < \frac{315}{100} < \frac{72}{21}$

ب) $\sqrt{2} > 1,4 > \frac{13}{100} > -\frac{8}{7} > -1,7 > -\sqrt{3}$

التمرين(2)

أ- $a = -\sqrt{7}+9$ و $b = -\sqrt{11}+9$ إذن $b < a$ لأن $-\sqrt{11} < -\sqrt{7}$

ب- $a = \frac{2}{3}+\sqrt{5}$ و $b = \frac{1}{4}-\sqrt{5}$ إذن $b < a$ لأن $-\sqrt{5} < \sqrt{5}$ و $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$

ج- $a = -5\sqrt{7}+\sqrt{2}$ و $b = 2\sqrt{2}-9\sqrt{7}$

المقارنة باستعمال الفرق :

$$a-b = -5\sqrt{7}+\sqrt{2} - (2\sqrt{2}-9\sqrt{7}) = -5\sqrt{7}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+9\sqrt{7} = 4\sqrt{7}-\sqrt{2} > 0$$

إذن : $a > b$

التمرين(3):

أ- $x = 3\sqrt{13}-\sqrt{19}$ و $y = 2\sqrt{13}-\sqrt{17}$

المقارنة باستعمال الفرق :

$x - y = 3\sqrt{13}-\sqrt{19}-2\sqrt{13}+\sqrt{17} = \sqrt{13}-\sqrt{19}+\sqrt{17} > 0$ إذن : $x > y$

ب- $x = \frac{100}{415}+\frac{5\sqrt{3}}{4}$ و $y = \frac{10}{43}+\frac{5\sqrt{3}}{4}$

$x - y = \frac{100}{415}+\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{10}{43}-\frac{5\sqrt{3}}{4} = \frac{100}{415}-\frac{10}{43} = \frac{100}{415}-\frac{100}{430} > 0$ إذن : $x > y$

ج- $x = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12}$ و $y = \frac{\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}}{4}$

بما أن : $y = \frac{\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}}{4}$ إذن $y = \frac{\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12}$ إذن : $x < y$

التمرين (4):

نرمز ب: h_1 إلى ارتفاع الزيت في الحوض الأول و ب: h_2 إلى ارتفاع الزيت في الحوض الثاني

إذن : $h_1 = \frac{28\times10^4}{3,5\times2,5} = \frac{28\times10^4}{8,75} = 3,2\times10^4$ و $h_2 = \frac{20\times10^4}{4,5\times1,5} = \frac{20\times10^4}{6,75} = 2,96\times10^4$

إذن : $h_2 < h_1$

التمرين(5)

1- لمقارنة العددين $3\sqrt{7}$ و $2\sqrt{13}$ نقارن مربعيهما : $(3\sqrt{7})^2 = 63$ و $(2\sqrt{13})^2 = 52$

إذن : $(2\sqrt{13})^2 < (3\sqrt{7})^2$ و بالتالي : $2\sqrt{13} < 3\sqrt{7}$

2) $2\sqrt{13} < 3\sqrt{7}$ إذن $5+2\sqrt{13} < 5+3\sqrt{7}$ إذن : $\frac{-1}{5+2\sqrt{13}} < \frac{-1}{5+3\sqrt{7}}$

ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$

أ-) $a \le b$ و $\frac{-4}{5}$ سالب إذن : $\frac{-4}{5}a \le \frac{-4}{5}b$

ب-) $2\sqrt{13} < 3\sqrt{7}$ و $\frac{-4}{5}b \le \frac{-4}{5}a$ إذن : $\frac{-4}{5}b + 2\sqrt{13} < \frac{-4}{5}a + 3\sqrt{7}$

التمرين(6):

أ- $\left|3-\sqrt{17}\right| > \left|3-\sqrt{19}\right|$ لأن $3 - \sqrt{17}$ و $3 - \sqrt{19}$ سالبان حيث $3 - \sqrt{19} < 3 - \sqrt{17}$

ب- $\left(7-\sqrt{5}\right)^2 = 54 - 14\sqrt{5}$ و $\left(5-\sqrt{7}\right)^2 = 32 - 10\sqrt{7}$ و بما أن : $10\sqrt{7} < 14\sqrt{5}$ و $32 < 54$

إذن $\left(5-\sqrt{7}\right)^2 < \left(7-\sqrt{5}\right)^2$

ج- بما أن $18 - \sqrt{17} < 18 - \sqrt{13}$ إذن $\sqrt{18-\sqrt{17}} < \sqrt{18-\sqrt{13}}$

التمرين (7):

1) بما أن : $\frac{-\sqrt{5}}{2} < \frac{-\sqrt{7}}{2}$ إذن $\frac{-\sqrt{7}}{2} + \frac{-\sqrt{5}}{2} < \frac{-\sqrt{7}}{2} + \frac{-\sqrt{7}}{2}$ يعني $\frac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} > -\sqrt{7}$

ب- $-\sqrt{5}$ و $\frac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

بما أن : $\frac{-\sqrt{5}}{2} < \frac{-\sqrt{7}}{2}$ إذن $\frac{-\sqrt{5}}{2} + \frac{-\sqrt{5}}{2} < \frac{-\sqrt{5}}{2} + \frac{-\sqrt{7}}{2}$ يعني $\frac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} < -\sqrt{5}$

2) و بالتالي : $-\sqrt{5} < \frac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} < -\sqrt{7}$

التمرين(8):

1) ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين حيث $a < b$

أ- $a < b$ نضرب طرفي المقارنة في a ثم في b ونحصل على : $a^2 < ab$ ثم على : $ab < b^2$

إذن $a^2 < ab < b^2$

ب- و نمر إلى الجذور التربيعية ونحصل على : $a < \sqrt{ab} < b$

2) بما أن : $\frac{195}{43} \times \frac{903}{195} = 21$ و $\frac{903}{195} = 4{,}630$ و $\frac{195}{43} = 4{,}534$

إذا حسب المساواة السابقة نحصل على : $\frac{195}{43} < \sqrt{21} < \frac{903}{195}$ و $\sqrt{21} \approx 4{,}6$

التمرين (9):

لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعا حيث $x < z < y$

أ) لدينا : $\frac{1}{2}x < \frac{1}{2}z$ نضيف $\frac{1}{2}x$ الى طرفيْ المقارنة و نحصل على:

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x < \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}x$ يعني : $x < \frac{1}{2}(x+z)$

لدينا : $\frac{1}{2}z < \frac{1}{2}y$ نضيف $\frac{1}{2}z$ الى طرفيْ المقارنة و نحصل على:

$\frac{1}{2}z + \frac{1}{2}z < \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z$ يعني: $z < \frac{1}{2}(y+z)$

لدينا : $\frac{1}{2}x < \frac{1}{2}y$ نضيف $\frac{1}{2}x$ الى طرفيْ المقارنة و نحصل على:

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x < \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x$ يعني : $x < \frac{1}{2}(x+y)$

لدينا : $2x < z + y$ و $2x < x + y$ و $2x < z + x$ إذن نضرب الحد الأيمن في الحد الأيمن و الحد الأيسر في الحد الأيسر و نحصل على: $8x^3 < (y+z)(x+y)(x+z)$

التمرين(10):

x و y عددان حقيقيان حيث : $x>3$, $y>3$, $x>y$

مقارنة : $\frac{x}{y}$ و $\frac{x-3}{y-3}$ باستعمال الفرق:

$$\frac{x-3}{y-3}-\frac{x}{y}=\frac{y(x-3)-x(y-3)}{y(y-3)}=\frac{xy-3y-xy+3x}{y(y-3)}=\frac{-3y+3x}{y(y-3)}=\frac{3(x-y)}{y(y-3)}>0$$

إذن $\frac{x-3}{y-3}>\frac{x}{y}$

مقارنة : $\frac{x}{y}$ و $\frac{x+1}{y+1}$ باستعمال الفرق:

$$\frac{x+1}{y+1}-\frac{x}{y}=\frac{y(x+1)-x(y+1)}{y(y+1)}=\frac{xy+y-xy-x}{y(y+1)}=\frac{y-x}{y(y+1)}<0$$ إذن $\frac{x+1}{y+1}<\frac{x}{y}$

مقارنة : $\frac{x+2}{y+2}$ و $\frac{x+1}{y+1}$ باستعمال الفرق:

$$\frac{x+1}{y+1}-\frac{x+2}{y+2}=\frac{(x+1)(y+2)-(x+2)(y+1)}{(y+2)(y+1)}=\frac{xy+y+2x+2-xy-x-2y-2}{(y+2)(y+1)}=\frac{x-y}{(y+2)(y+1)}>0$$

إذن $\frac{x+1}{y+1}>\frac{x+2}{y+2}$ و بالتالي : $\frac{x-3}{y-3}>\frac{x}{y}>\frac{x+1}{y+1}>\frac{x+2}{y+2}$

التمرين(11):

نعتبر العددين الحقيقيين : $a=\sqrt{45}+\sqrt{28}$ و $b=\sqrt{80}+\sqrt{3}$

1) $a=\sqrt{45}+\sqrt{28}=\sqrt{9\times5}+\sqrt{4\times7}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}+\sqrt{4}\times\sqrt{7}=3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

$b=\sqrt{80}+\sqrt{3}=\sqrt{16\times5}+\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}+\sqrt{3}=4\sqrt{5}+\sqrt{3}$

2) – أ) لمقارنة $2\sqrt{7}$ و $2\sqrt{5}$ نقارن مربعيهما :

$(2\sqrt{7})^2=4\times7=28$ و $(2\sqrt{5})^2=4\times5=20$ إذن $2\sqrt{5}<2\sqrt{7}$

ب) مقارنة $3\sqrt{5}$ و $2\sqrt{5}+\sqrt{3}$:

لدينا : $\sqrt{3}<\sqrt{5}$ و نضيف $2\sqrt{5}$ إلى حدي المقارنة و نحصل على: $2\sqrt{5}+\sqrt{3}<3\sqrt{5}$

3) مقارنة a و b : لدينا :

$$\begin{array}{r} 2\sqrt{5}<2\sqrt{7} \\ + \quad 2\sqrt{5}+\sqrt{3}<3\sqrt{5} \\ \hline \end{array}$$

$4\sqrt{5}+\sqrt{3}<3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ يعني $b<a$

التمرين(12):

نعتبر المجموعة : $A=\{-\frac{4}{3}، 3\sqrt{3}، -\sqrt{5}، 6، -2، \frac{\sqrt{7}}{2}، 2\sqrt{11}\}$

أ) المجموعة B التي عناصرها أصغر أو مساوية من $\frac{3}{2}$ هي : $B=\{-\frac{4}{3}، -\sqrt{5}، -2، \frac{\sqrt{7}}{2}\}$

ب) المجموعة C التي عناصرها أكبر من 1.

$C=\{3\sqrt{3}، 6، \frac{\sqrt{7}}{2}، 2\sqrt{11}\}$

ج) $A\cap C=C=\{3\sqrt{3}، 6، \frac{\sqrt{7}}{2}، 2\sqrt{11}\}$

$A\cup C=A=\{-\frac{4}{3}، 3\sqrt{3}، -\sqrt{5}، 6، -2، \frac{\sqrt{7}}{2}، 2\sqrt{11}\}$

التمرين(13):

a و b عددان حقيقيان،

أ) $A = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}a - 3b$ و $B = -(3b - \sqrt{2}a) + 2\sqrt{7}$

$A - B = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}\,a - 3b + (3b - \sqrt{2}\,a) - 2\sqrt{7} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{7} < 0$ إذا : $A < B$

ب) $A = \frac{\sqrt{5}}{2}b + \frac{7}{11} - 4a$ و $B = -2(2a - \frac{\sqrt{5}}{4}b) + \frac{9}{4}$

$A - B = \frac{\sqrt{5}}{2}b + \frac{7}{11} - 4a + 2(2a - \frac{\sqrt{5}}{4}b) - \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}b + \frac{7}{11} - 4a + 4a - \frac{\sqrt{5}}{2}b - \frac{9}{4}$

$A - B = \frac{7}{11} - \frac{9}{4} < 0$ إذن : $A < B$

التمرين (14):

$AB = a$ و $BC = b$ و $\sqrt{7} - 1 < b < \sqrt{7} + 1$ و $\sqrt{7} + 1 < a < 3\sqrt{7} - 1$

1) $\sqrt{7} + 1 < a < 3\sqrt{7} - 1$ إذن $2\sqrt{7} + 2 < 2a < 6\sqrt{7} - 2$

$\sqrt{7} - 1 < b < \sqrt{7} + 1$ إذن $2\sqrt{7} - 2 < 2b < 2\sqrt{7} + 2$ +

إذن $4\sqrt{7} < 2(a + b) < 8\sqrt{7}$

2) حصر المساحة : $\sqrt{7} + 1 < a < 3\sqrt{7} - 1$

× $\sqrt{7} - 1 < b < \sqrt{7} + 1$

$(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) < ab < (3\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1)$

$7 - 1 < ab < 3 \times 7 + 3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 1$ إذا $6 < ab < 20 + 2\sqrt{7}$

3) حصر مساحة الجزء الملون و نرمز لها ب : S_c حيث $S_c = ab - \frac{\pi}{4}b^2$

لدينا : $6 < ab < 20 + 2\sqrt{7}$ و $\sqrt{7} - 1 < b < \sqrt{7} + 1$

$(\sqrt{7} - 1)^2 < b^2 < (\sqrt{7} + 1)^2$ يعني : $8 - 2\sqrt{7} < b^2 < 8 + 2\sqrt{7}$

$\frac{\pi}{4}(8 - 2\sqrt{7}) < \frac{\pi}{4}b^2 < \frac{\pi}{4}(8 + 2\sqrt{7})$ يعني : $\pi(2 - \frac{\sqrt{7}}{2}) < \frac{\pi}{4}b^2 < \pi(2 + \frac{\sqrt{7}}{2})$

إذن : $-\pi(2 + \frac{\sqrt{7}}{2}) < -\frac{\pi}{4}b^2 < -\pi(2 - \frac{\sqrt{7}}{2})$

+ $6 < ab < 20 + 2\sqrt{7}$

إذن : $6 - \pi(2 + \frac{\sqrt{7}}{2}) < ab - \frac{\pi}{4}b^2 < 20 + 2\sqrt{7} - \pi(2 - \frac{\sqrt{7}}{2})$

يعني : $6 - \pi(2 + \frac{\sqrt{7}}{2}) < S_c < 20 + 2\sqrt{7} - \pi(2 - \frac{\sqrt{7}}{2})$

التمرين (15):

a عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2}<2a-1<\sqrt{2}$

أ - $-\frac{1}{2}<2a-1<\sqrt{2}$ إذا $-\frac{1}{2}+1<2a-1+1<\sqrt{2}+1$ يعني $\frac{1}{2}<2a<\sqrt{2}+1$

و $\frac{1}{4}<a<\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

حصر a^2 : $\frac{1}{4}<a<\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ إذا : $\frac{1}{16}<a^2<\frac{3+2\sqrt{2}}{4}$

حصر a^2-10 : $\frac{1}{16}-10<a^2-10<\frac{3+2\sqrt{2}}{4}-10$ إذا : $\frac{-159}{16}<a^2-10<\frac{-37+2\sqrt{2}}{4}$

ب - حصر $|a-2|$: $\frac{1}{4}-2<a-2<\frac{1+\sqrt{2}}{2}-2$ يعني : $\frac{-7}{4}<a-2<\frac{-3+\sqrt{2}}{2}$

$a-2$ سالب إذا : $\frac{7}{4}>|a-2|>\frac{3-\sqrt{2}}{2}$

حصر $\sqrt{3}|a+1|$: $\frac{1}{4}+1<a+1<\frac{1+\sqrt{2}}{2}+1$ يعني : $\frac{5}{4}<a+1<\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

إذا : $a+1$ موجب و $\frac{5}{4}<|a+1|<\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ إذا $\frac{\sqrt{35}}{4}<\sqrt{3}\,|a+1|<\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$

التمرين (16):

x و y و z أعداد حقيقية حيث $1\leq x\leq 2$ و $\sqrt{2}\leq y\leq 3$ و $-3\leq z\leq -2$

1) مدى حصر y هو : $3-\sqrt{2}$

مدى حصر z هو : $-2--3=-2+3=1$

2) حصر $x+y$: بجمع طرفي الحصر تتحصل على : $\sqrt{2}+1\leq x+y\leq 2+3$ أي : $\sqrt{2}+1\leq x+y\leq 5$

حصر xy : بضرب طرفي الحصر تتحصل على : $\sqrt{2}\times 1\leq xy\leq 2\times 3$ أي : $\sqrt{2}\leq xy\leq 6$

حصر xz : بضرب طرفي الحصر تتحصل على : $-3\geq xz\geq -4$

حصر $-2x+5$: لدينا $1\leq x\leq 2$ إذا $-2\leq -2x\leq -4$ و نضيف 5 الى كل عناصر الحصر :

$1\leq -2x+5\leq 3$

حصر y^2-1 : لدينا $\sqrt{2}\leq y\leq 3$ إذا $2\leq y^2\leq 9$ و بالتالي $1\leq y^2-1\leq 8$

3) و نستنتج أن :

أ. حصر $x(y+z)$: $\sqrt{2}-3\leq y+z\leq 1$ إذا $\sqrt{2}-3\leq x(y+z)\leq 2$

$\sqrt{2}-6\leq x(y+z)\leq 4$

ب. حصر $\frac{y^2-1}{-2x+5}$: لدينا $1\leq -2x+5\leq 3$ إذا $\frac{1}{3}\leq\frac{1}{-2x+5}\leq 1$

و بالتالي : $\frac{1}{3}\leq\frac{y^2-1}{-2x+5}\leq 8$

حصر $x+z$: $-2\leq x+z\leq 0$ إذا $x+z$ سالب و بالتالي : $(x+z)^2$ $0\leq(x+z)^2\leq 4$

التمرين (17):

أ- باستعمال الفرق : $1+\frac{1}{3\times10^{-5}} - \left(1-\frac{5}{2\times10^{-5}}\right) = \frac{1}{3\times10^{-5}}+\frac{5}{2\times10^{-5}} \geq 0$

إذا : $1+\frac{1}{3\times10^{-5}} \geq 1 - \frac{5}{2\times10^{-5}}$

ب- تصاعديا : بما أن $2+10^{-8}>1$ إذا $\sqrt{2+10^{-8}} < 2+10^{-8} < (2+10^{-8})^2$

ج- تنازليا : بما أن $1-10^{-20}<1$ إذا $\sqrt{1-10^{-20}} > 1-10^{-20} > (1-10^{-20})^2$

التمرين(18):

باستعمال الآلة الحاسبة قارن العددين A و B في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $A=\frac{(3.2\times10^{-4})^2}{7} = 1{,}46\times10^{-8} < B=\frac{(5.3\times10^{-3})^3}{5} = 2{,}97\times10^{-8}$

ب- $A=\frac{(6.8\times10^{-2})^4}{21} = 1{,}018\times10^{-6} > B=\frac{(11\times10^{-3})^3}{8} = 16{,}63\times10^{-8}$

التمرين(19):

1) نوحد المقامات و نحصل على : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$

$\frac{1}{2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$ ؛ $\frac{1}{6}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{1}{12}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{1}{20}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$

2) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\dots\dots\dots+\frac{1}{2006\times2007}$ و

$b=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\dots\dots\dots+\frac{1}{2007\times2008}$

طريقة أولى :

$a-b=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}\dots+\frac{1}{2006\times2007}-\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\dots-\frac{1}{2007\times2008}$

$a-b=\frac{1}{2}-\frac{1}{2007\times2008}>0$ إذا $a>b$

طريقة ثانية : نقارن كل عنصر من a بعنصر من b : $\frac{1}{1\times2}>\frac{1}{2\times3}$ و $\frac{1}{2\times3}>\frac{1}{3\times4}$ و ... و

$\frac{1}{2006\times2007}>\frac{1}{2007\times2008}$

التمرين(20):

1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a\geq b$. إذا $(b-a)\leq 0$

مقارنة $8a+3b$ و $3a+8b$ باستعمال الفرق نحصل على :

$3a+8b-8a-3b=-5a+5b=5(b-a)\leq 0$ إذا : $3a+8b\leq 8a+3b$

مقارنة $-3a+\sqrt{2}$ و $-3b+2$:

$-3b+2-(-3a+\sqrt{2})=-3b+2+3a-\sqrt{2}=3(a-b)+2-\sqrt{2}\geq 0$

(لأن $2-\sqrt{2}\geq 0$ و $a-b\geq 0$) و بالتالي : $-3b+2\geq -3a+\sqrt{2}$

2) نعتبر العددين x و y حيث $x=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$ و $y=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

أ. بما لأن : $(3\sqrt{2})^2=18$ و $(2\sqrt{5})^2=20$ إذا $2\sqrt{5}\geq 3\sqrt{2}$

و بالتالي $2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\geq 0$ يعني y عدد موجب

ب. نلاحظ أن : $y<x$ إذا $\frac{1}{y}>\frac{1}{x}$

الجذاءات المعتبرة

درس عدد 6

تمرين 1

a و b عددان حقيقيان حيث $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $b = \frac{1}{2}$

أ. $a^2 + b^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

ب. $(a+b)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\,\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

ج. $(a-b)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\,\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

تمرين 2

$$a = \left(\sqrt{2}+3\right)^2 = \sqrt{2}^2 + 3^2 + 2\sqrt{2} \times 3 = 2 + 9 + 6\sqrt{2} = 11 + 6\sqrt{2}$$

$$b = \left(\sqrt{3}-2\right)^2 = \sqrt{3}^2 + 2^2 - 2\sqrt{3} \times 2 = 3 + 4 - 4\sqrt{3} = 7 - 4\sqrt{2}$$

$$c = \left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3 + 5 + 2\sqrt{15} = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$d = \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) = \sqrt{3}^2 - \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{2}^2 = 3 - 2 = 1$$

$$e = \left(2\sqrt{7}+1\right)^2 = 4\sqrt{7}^2 + 1 + 2\times2\sqrt{7} \times 1 = 28 + 1 + 4\sqrt{7} = 29 + 4\sqrt{7}$$

$$f = \left(2\sqrt{3}-1\right)\left(2\sqrt{3}+1\right) = 4\sqrt{3}^2 - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$g = (\pi+4)^2 - (\pi-4)^2 = (\pi+4+\pi-4)(\pi+4-\pi+4) = 2\pi \times 8 = 16\pi$$

تمرين 3

ليكن x عددا حقيقيّا :

$$\left(2 - x\sqrt{3}\right)^2 = 4 + 3x^2 - 4x\sqrt{3}$$

$$(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$$

$$(\sqrt{2}\,x - 3)(\sqrt{2}\,x + 3) = 2x^2 - 9$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4 + 4x$$

$$(2x-1)^2 = 4x^2 + 1 - 4x$$

$$\left(\sqrt{2}x + 3\right)^2 = 2x^2 + 9 + 6\sqrt{2}\,x$$

تمرين 4

أ) $P = (x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 1 + 2x - x^2 - 1 + 2x = 4x$

$Q = (x+5)^2 - (x-5)^2 = x^2 + 25 + 10x - x^2 - 25 + 10x = 20x$

$12345^2 - 12343^2 = 4 \times 12344$:لأن $a = \frac{12345^2 - 12343^2}{12344} = 4$

$389452^2 - 389442^2 = 20 \times 398447$:لأن $b = \frac{389452^2 - 389442^2}{389447} = 20$ و

تمرين 5

أ) $(\sqrt{3} + 2)^2 = 3 + 4 + 2\times2\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$

$(\sqrt{7} - 1)^2 = 7 + 1 - 2\sqrt{7} = 8 - 2\sqrt{7}$

ب) $A = \frac{(\sqrt{3}-2)(7+4\sqrt{3})}{\sqrt{3}+2} = \frac{7\sqrt{3}+12-14-8\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} = \frac{-2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} = -1$

$B = \frac{2(\sqrt{7}+1)(4-\sqrt{7})}{\sqrt{7}-1} = \frac{8\sqrt{7}-14+8-2\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1} = \frac{6\sqrt{7}-6}{\sqrt{7}-1} = 6$

تمرين 6

$25t^2 + 20t + 4 = (5t + 2)^2$ ؛ $\frac{9}{4}u^2 - 3u + 1 = \left(\frac{3}{2}u - 1\right)^2$

$\frac{1}{81} - \frac{1}{25}x^2 = (\frac{1}{9} + \frac{1}{5}x)(\frac{1}{9} - \frac{1}{5}x)$ ؛ $4y^2 + 2y + \frac{1}{4} = \left(2y + \frac{1}{2}\right)^2$

$2t^2 + 2\sqrt{6}t + 3 = \left(\sqrt{2}t + \sqrt{3}\right)^2$ ؛ $y^2 - 7 = (y + \sqrt{7})(y - \sqrt{7})$

$64u^2 - 36 = (8u + 6)(8u - 6)$ ؛ $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

تمرين 7

$P + Q = -5x + 3 + 3x^2 - x + 5 = 3x^2 - 6x + 8$

$P + Q = -2x^2 + x - 7 - x^2 - 7x + 2 = -3x^2 - 6x - 5$

$P + Q = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}x^2 - \frac{15}{4}x + \frac{7}{6}$

$P + Q = -\frac{1}{5}x^2 + x - 2 + x^2 + \frac{3}{10}x - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{5}x^2 + \frac{13}{10}x - 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

تمرين 8

$5(x - 3) + 2(x + 3) = 5x - 15 + 2x + 6 = 7x - 9$

$x(1 - 2x) + (x^2 - 1) = x - 2x^2 + x^2 - 1 = -x^2 + x - 1$

$\frac{1}{2}x(3 - 4x) - x(\frac{5}{2} - x) = \frac{3}{2}x - 2x - \frac{5}{2}x + x^2 = x^2 - 2x + (\frac{3}{2} - \frac{5}{2})x = x^2 - 3x$

$x(x + \sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{2}(2x + 3) = x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}$

$= x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{3}x - 3\sqrt{2}$

$\sqrt{2}x(x + 3) - \sqrt{2}(x^2 + x - 1) = \sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}x - \sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}x + \sqrt{2}$

$(x-1)^2+(x+1)^2+x^2-2=x^2-2x+1+x^2+2x+1+x^2-2=3x^2$

تمرين 9

أ) $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ إذن :

$Q=3x^2-2\sqrt{2}\ x+1=3\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-2\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}}+1=\frac{3}{2}-2+1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$

$R=-x^2-2\sqrt{2}\ x+3=-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-2\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}}+3=-\frac{1}{2}-2+3=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

إذن : $R=Q=\frac{1}{2}$

ب) $P^2=\left(\sqrt{2}x-2\right)^2=2x^2-4\sqrt{2}\,x+4$

$R+Q=-x^2-2\sqrt{2}\ x+3+3x^2-2\sqrt{2}\ x+1=2x^2-2\sqrt{2}\,x+4$

إذن $R+Q=P^2$

تمرين 10

أ) $P=(3x-1)^2+9x^2-1$

$x=\frac{1}{3}$ إذن : $P=(3x-1)^2+9x^2-1=\left(3\frac{1}{3}-1\right)^2+9\left(\frac{1}{3}\right)^2-1=0+1-1=0$

$x=\frac{2}{3}$ إذن :

$P=(3x-1)^2+9x^2-1=\left(3\frac{2}{3}-1\right)^2+9\left(\frac{2}{3}\right)^2-1=(2-1)^2+9\frac{4}{9}-1=4$

$x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ إذن :

$P=(3x-1)^2+9x^2-1=\left(3\frac{1}{\sqrt{3}}-1\right)^2+9\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2-1$

$=\left(\frac{3}{\sqrt{3}}-1\right)^2+9\frac{1}{3}-1=\frac{9}{3}+1-2\frac{3}{\sqrt{3}}+3-1=6-2\frac{3}{\sqrt{3}}$

ب) $(3x-1)^2=9x^2-6x+1$ إذن :

$P=(3x-1)^2+9x^2-1=9x^2-6x+1+9x^2-1=18x^2-6x$

ج) $P=(3x-1)^2+9x^2-1=(3x-1)^2+(3x+1)(3x-1)$

$P=(3x-1)(3x-1+3x+1)=6x\,(3x-1)$

تمرين 11

أ) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}^2-1=2-1=1$

$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}^2-1=3-1=2$

$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})=\left(2\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{5}^2=4\times3-5=7$

ب) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{1}=2-\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{2}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})}=\frac{2\sqrt{15}-5+6-\sqrt{15}}{12-5}=\frac{\sqrt{15}+1}{7}$

تمرين 12

طريقة 1

$((a+b)+c)^2=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2=a^2+b^2+2ab+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

طريقة 2 : $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

تمرين 13

أ) $P=(2x-1)^2-4x^2=4x^2-2x+1-4x^2=-2x+1$

$Q=(2x-1)^2-x+1=4x^2-2x+1-x+1=4x^2-3x+2$

ب) $x=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ إذن :

$P=(2x-1)^2-4x^2=-2x+1=-2\frac{\sqrt{2}-1}{2}+1=-\sqrt{2}+2$

$Q=(2x-1)^2-x+1=4x^2-3x+2=4\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2-3\frac{\sqrt{2}-1}{2}+2$

$=(\sqrt{2}-1)^2-\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3}{2}+2=2+1-2\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{7}{2}=3+\frac{7}{2}-\frac{4\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{13}{2}-\frac{7\sqrt{2}}{2}$

ج) $P+Q=-2x+1+4x^2-3x+2=4x^2-5x+3$

$P-Q=(2x-1)^2-4x^2-(2x-1)^2-x+1=-4x^2-x+1$

د) $x=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ إذن :

طريقة1

$P+Q=-\sqrt{2}+2+\frac{13}{2}-\frac{7\sqrt{2}}{2}=\frac{17}{2}-\frac{9\sqrt{2}}{2}$

طريقة2

$P+Q=4\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2-5\frac{\sqrt{2}-1}{2}+3=(\sqrt{2}-1)^2-\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{5}{2}+3$

$=3-2\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{5}{2}+3=\frac{17}{2}-\frac{9\sqrt{2}}{2}$

تمرين 14

أ) a عدد صحيح طبيعي غير قابل للقسمة على 3 يعني : باقي قسمة a على 3 هو 1 أو 2 إذن :

$a = 3k + 1$ أو $a = 3k + 2$ حيث k عدد صحيح طبيعي

إذا $a = 3k + 1$ إذن $a^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1$ إذن باقي قسمة a^2 على 3 هو 1

إذا $a = 3k + 2$ إذن $a^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4$ إذن باقي قسمة a^2 على 3 هو 1

ب) a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعيّة غير قابلة للقسمة على 3

بما أن باقي قسمة a^2 على 3 هو 1 و باقي قسمة b^2 على 3 هو 1 و باقي قسمة c^2 على 3 هو 1

إذا باقي قسمة $a^2+b^2+c^2$ على 3 هو $1+1+1 = 3$ يعني أنّ العدد الطبيعي $a^2+b^2+c^2$ قابل للقسمة على 3

تمرين 15

أ) $P \times Q = \left(x - \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) = x^2 + x\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) - x\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$

$= x^2 + x\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - x\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\left(\sqrt{5}^2 - 1\right) \quad = x^2 + x - 1$

ب) $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)^2 = \frac{1}{4}\left(\sqrt{5}^2 + 1 + 2\sqrt{5}\right) = \frac{1}{4}(6 + 2\sqrt{5})$

ج) بما أن : $x^2 = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\sqrt{5}^2 + 1 + 2\sqrt{5}\right) = \frac{1}{4}(6 + 2\sqrt{5}) = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$

إذا كان : $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ فإن:

$R = \sqrt{x+1} - x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+3}{2}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

$= \frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 0$

تمرين 16

أ) $X = \left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = t^2 - \sqrt{3}t + \frac{3}{4}$

ب) $Y = t^2 - \sqrt{3}t + 1 = (t^2 - \sqrt{3}t + \frac{3}{4}) + \frac{1}{4} = \left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = X + \frac{1}{4}$

بما أن : $\left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \geq 0$: إذن $\left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}$ يعني $Y \geq \frac{1}{4}$

ج) $t = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ إذن : $X = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$Y = X + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

مسائل

مسألة 1

أ) $S_1 = x^2$ أو

$S_1 = (x-1)^2 + 1 + EF \times y = (x-1)^2 + 1 + \sqrt{2} \times y = x^2 - 2x + 1 + 1 + \sqrt{2} \times y$

$S_1 = x^2 - 2x + 2 + \sqrt{2}$ y

إذن : $x^2 = x^2 - 2x + 2 + \sqrt{2}\ y$ إذن $2x - 2 = \sqrt{2}\ y$ وبالتالي :

$$y = \frac{2-x\,2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(x-1)$$

ب) $S_2 = EF \times y = \sqrt{2}\ y = \sqrt{2}\sqrt{2}(x-1) = 2(x-1)$

$$\frac{S_1}{2} - S_2 = \frac{x^2}{2} - 2(x-1) = \frac{x^2}{2} - 2x + 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) = \frac{1}{2}(x-2)^2$$

ج) مساحة المستطيل EFGH تساوي نصف مساحة المربع ABCD إذا : $\frac{S_1}{2} = S_2$

يعني $\frac{S_1}{2} - S_2 = 0$ يعني $\frac{1}{2}(x-2)^2 = 0$ يعني $x - 2 = 0$ يعني $x = 2$

مسألة 2

أ) مساحة المثلث IAM و نرمز لها بـ: S_1 إذن $S_1 = \frac{5(10-x)}{2}$

ب) مساحة المثلث MBN و نرمز لها بـ: S_2 إذن $S_2 = \frac{x(10-x)}{2}$

ج) مساحة شبه المنحرف INCD و نرمز لها بـ: S_3 إذن $S_3 = \frac{10(5+x)}{2}$

2) مساحة المثلث IMN و نرمز لها بـ : S_4 إذن $S_4 = 100 - S_1 - S_2 - S_3$

يعني $S_4 = 100 - \frac{5(10-x)}{2} - \frac{x(10-x)}{2} - \frac{10(5+x)}{2} = 100 - \frac{50-5x+10x-x^2+50+10x}{2}$

$$= 100 - \frac{100-x^2+15x}{2} = \frac{100+x^2-15x}{2}$$

$$S = \frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{175}{4}\right] = \frac{x^2}{2} - \frac{15x}{2} + \frac{225}{8} + \frac{175}{8} = \frac{100+x^2-15x}{2}$$

إذن $S = S_4$ و $25 \le S \le 50$

مسألة 3

1) نعم يستجيب مكعَّب قيس طول ضلعه 10cm لشروط الشّركة لأن حجمه يساوي : $V = 1000\ cm^3 = 1\ell$

2) – أ) نذكر أن المساحة الجملية لاسطوانة دائريّة قائمة هي مجموع المساحة الجانبية و مساحة قاعدتيها

محيط القاعدة : $2x \times \pi = 2\pi x$ إذن المساحة الجانبية ونرمز لها بـ: S_1 حيث $S_1 = 2\pi x \times 10 = 20\pi x$

مساحة القاعدتين و نرمز لها بـ: S_2 حيث : $S_2 = 2 \times \pi x^2 = 2\pi x^2$

المساحة الجملية ونرمز لها بـ: S حيث : $S = 20\pi x + 2\pi x^2\ cm^2$

ب) حجم الاسطوانة و نرمز له بـ : V' إذن $V' = 10 \times \pi x^2 = 10 \pi x^2$

وبالتالي : $V - V' = 1000 - 10 \pi x^2 \text{ cm}^3$

ج) $V - V' = 1000 - 10 \pi x^2 \text{ cm}^3 = 10(100 - \pi x^2) \text{ cm}^3$

إذن $10^3 - 10 \pi x^2 = 0$ يعني $10^2 - \pi x^2 = 0$ إذن $x = \frac{10}{\sqrt{\pi}} \approx 1,77 \text{ cm}$

و بما أن : $S = 20\pi x + 2\pi x^2 \text{ cm}^2$ إذن

$S \approx 20 \times 3,14 \times 1,77 + 2 \times 3,14 \times 1,77^2 \text{ cm}^2$

$S \approx 307,90 + 19,67 \approx 327,56 \text{ cm}^2$

3) الخيار الأقلّ تكلفة بالنسبة للشّركة هو اختيار الاسطوانة لأنه أقل مساحة.

مسألة 4

أ) مساحة الأرض المخصّصة للرَّعي(التي يمكن أن تطولها البقرة) هي : $S = \pi x^2$

ب) و المساحة المتبقية هي : $S' = \pi 50^2 - \pi x^2 = \pi (50^2 - x^2) = \pi (50 - x)(50 + x)$

ج) إذا أراد الفلاّح أن ترعى البقرة 50% من العشب الموجود يجب أن يحقق x المساواة التالية :

$\pi x^2 = \frac{50^2 \pi}{2}$ إذن و بعد اختصار π نحصل على $x^2 = \frac{50^2}{2}$ يعني : $x = \frac{50}{\sqrt{2}}$

مسألة 5

1) نرمز ب: V إلى حجم الجسم (S) إذن $V = \quad - \quad$

2) أ) حجم الجسم (1) هي: $V_1 = \quad (\quad - \quad)$

حجم الجسم (2) هي: $V_2 = \quad y(\quad - \quad)$

حجم الجسم (3) هي: $V_3 = \quad (\quad - \quad)$

و بما أن : $V = V_1 + V_2 + V_3$ فإن :

ب) $V = \quad - \quad = \quad (\quad - \quad) + y(\quad - \quad) + \quad (\quad - \quad)$

يعني : $\quad - \quad = (\quad - \quad)(\quad + y + \quad)$

ج) $P = \quad - 1 = (\quad - 1)(\quad + \quad + 1)$

$Q = 8 \quad - 27 = (2 \quad - \quad = (2 \quad - 3)(4 \quad + 6 \quad + 9)$

إصلاح التمارين

تمرين(1)

$x - 1 = 3x + \frac{3}{2}$ يعني $x - 3x = 1 + \frac{3}{2}$ يعني $-2x = \frac{5}{2}$ يعني $x = \frac{-5}{4}$

و بالتالي : $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{-5}{4}\}$

$2 - \frac{1}{2}(x+3) = 4 - x$ يعني $2 - \frac{x}{2} - \frac{3}{2} = 4 - x$ يعني $x - \frac{x}{2} = 2 + \frac{3}{2}$ يعني $\frac{x}{2} = \frac{7}{2}$

يعني $x = \frac{7}{4}$ و بالتالي : $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{7}{4}\}$

$\frac{x}{3} + \sqrt{3} = x$ يعني $\frac{x}{3} - x = -\sqrt{3}$ يعني $\frac{2x}{3} = \sqrt{3}$ يعني $x = \frac{\sqrt{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

و بالتالي : $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{3\sqrt{3}}{2}\}$

$\frac{x+\frac{1}{2}}{3} = \frac{x+1}{3}$ يعني $x + \frac{1}{2} = x + 1$ يعني $\frac{1}{2} = 1$ وهو غير ممكن إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\ \} = \emptyset$

تمرين(2)

نرمز بـ: n إلى عدد الحافلات الكبيرة إذن عدد الحافلات الصغيرة هو $n + 2$ و بما أن كل المقاعد تصبح غير شاغرة فإن : $75(n+2) + 95n = 830$ يعني $75n + 150 + 95n = 830$

إذن $170n = 680$

وبالتالي $n = \frac{680}{170} = 4$ يعني عدد الحافلات الكبيرة هو4 و عدد الحافلات الصغيرة هو 6

تمرين(3)

$x + 1 = -\frac{1}{2}$ يعني $x = \frac{3}{2}$	خطأ
$x = -\frac{9}{5}$ يعني $2x + 3 = \frac{x}{3}$	صحيح
$x = 0$ يعني $4x + \sqrt{2} = 4x - \sqrt{2}$	خطأ
$x = 1$ يعني $-\frac{x}{5} + 1 = 1 - \frac{x}{5}$	صحيح

تمرين(4)

نبدأ بتحويل المسألة إلى معادلة حيث نرمز بـ: n إلى عدد الأوراق من فئة 10 دنانير إذن :

$10n + 20(n-5) + 30\frac{n}{4} = 350$ يعني $10n + 20n - 100 + \frac{15}{2}n = 350$

$\frac{75}{2}n = 450$ و بالتالي : $n = \frac{450}{\frac{75}{2}} = \frac{900}{75} = 12$

إذن عدد الأوراق من فئة 10 دنانير هو 12 و عدد الأوراق من فئة 20 دينارا هو 7 وعدد الأوراق من فئة 30 دينارا هو 3

تمرين(5)

نبدأ بتحويل المسألة إلى معادلة حيث نرمز بـ: n إلى عدد القطيع إذن :

إذا $\frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{16} + 9 = n$ يعني $\frac{13n}{16} + 9 = n$ يعني $\frac{13n}{16} + 9 = \frac{16n}{16}$ يعني $9 = \frac{16n}{16} - \frac{13n}{16}$

يعني $9 = \frac{3n}{16}$ يعني $3n = 9 \times 16$ يعني $n = 3 \times 16 = 48$ يعني عدد القطيع هو 48

تمرين (6):

نحول المسألة إلى معادلة حيث نرمز بـ: k إلى هذا العدد : إذن : $\frac{3+k}{5+k} = \sqrt{2}$

يعني $3 + k = (5 + k)\sqrt{2}$ إذن : $3 + k = 5\sqrt{2} + \sqrt{2}k$

يعني $3 - 5\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)k$ و بالتالي : $k = \frac{3-5\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

تمرين (7):

أ) $x^2 = 3$ يعني $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$ يعني $S_{\mathbb{R}} = \{\sqrt{3} ، -\sqrt{3}\}$

ب) $(4x + 1)^2 = 8x + 10$ يعني $16x^2 + 8x + 1 = 8x + 10$

يعني $16x^2 = 9$ يعني $x^2 = \frac{9}{16}$ يعني $x = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ أو $x = -\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4}$

إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{3}{4} ، \frac{3}{4}\}$

ج) $5x^2 - 5 = 0$ يعني $5x^2 = 5$ يعني $x^2 = \frac{5}{5}$ يعني $x = \sqrt{\frac{5}{5}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{5}{5}}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{\frac{5}{5}} ، \sqrt{\frac{5}{5}}\}$

د) $11x^2 + 2 = 0$ يعني $11x^2 = -2$ غير ممكن لأن $11x^2$ موجب إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\ \} = \emptyset$

تمرين (8):

$ABCD$ متوازي أضلاع إذن كل ضلعين متقابلين متقايسان

إذن : $7(x - 5) = 4x + 25$ يعني $7x - 35 = 4x + 25$ يعني $3x = 60$ يعني $x = 20$

و $8y + 1 = 7y + 6$ يعني $8y - 7y = 6 - 1$ يعني $y = 5$ إذن بعدا هذا المتوازي هما :

$AB = 105$ و $AD = 41$

تمرين (9):

* $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = x$ إذن $\frac{3(x-1)}{6} - \frac{2(x+1)}{6} = \frac{6x}{6}$ إذن $3(x-1) - 2(x+1) = 6x$

يعني $3x - 3 - 2x - 2 = 6x$ يعني $-5 = 5x$ يعني $x = -1$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{-1\}$

* $\sqrt{2}x + 1 = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}x$ يعني $-\sqrt{2} = 2\sqrt{2}x$ إذن $x = \frac{1}{2}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{1}{2}\}$

* $\frac{3}{2}(\frac{2}{5}x - 1) = -\frac{2}{5}(x + \frac{1}{2})$ يعني $\frac{3}{5}x - \frac{3}{2} = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$ يعني $x = \frac{1}{5} + \frac{3}{2}$

يعني $x = \frac{2}{10} + \frac{15}{10}$ يعني $x = \frac{17}{10}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{17}{10}\}$

* $\frac{2x-1}{3} = \frac{1-2\sqrt{2}x}{3}$ إذن $2x - 1 = 1 - 2\sqrt{2}x$ إذن $x(2+2\sqrt{2}) = 2$

يعني $x = \frac{2}{2\sqrt{2}+2} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} - 1$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\sqrt{2} - 1\}$

تمرين (10):

لتكون مساحتا الرباعيين $AMNP$ و $NQCR$ متساويتين يجب أن يحققا المساواة التالية ؛
حيث نرمز بـ : n إلى البعد AM:

$n^2 = (3\sqrt{2} - n)(\sqrt{2} - n))$ يعني $n^2 - 2\sqrt{2} + 2 = n(2\sqrt{2} + n)$

يعني $n^2 = 6 - 3n\sqrt{2} - n\sqrt{2} + n^2$ يعني $6 = 4n\sqrt{2}$ يعني $n = \frac{6}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

إذن لتكون مساحتا الرباعيين $AMNP$ و $NQCR$ متساويتين يجب أن يكون: $AM = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

تمرين (11):

لتكون مساحة المثلث BMC أصغر أو تساوي نصف مساحة شبه المنحرف $ABCD$ يجب أن تحقق x المتراجحة التالية : $\frac{(4+x)\times h}{4} \geq \frac{(x-2)\times h}{2}$ يعني $\frac{4+x}{2} \geq x - 2$ يعني
$4 + x \geq 2(x - 2)$ يعني $4 + x \geq 2x - 4$ يعني $8 \geq x$ إذن يجب أن يكون $x \in]2,8]$

تمرين (12):

* $(2x+3)^2 = 25$ يعني $(2x+3)^2 = 5^2$ يعني $(2x+3)^2 - 5^2 = 0$

يعني : $(2x+3+5)(2x+3-5) = 0$: $(2x+8)(2x-2) = 0$

يعني : $(2x+8) = 0$ أو $(2x-2) = 0$ يعني : $(x = -4)$ أو $(x = 1)$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{-4, 1\}$

* $(3x-1)^2 - 4 = 0$ يعني : $(3x-1+2)(3x-1-2) = 0$

يعني : $(3x+1)(3x-3) = 0$ يعني : $3x - 3 = 0$ أو $3x + 1 = 0$

يعني : $x = 1$ أو $x = \frac{-1}{3}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{-1}{3}, 1\}$

* $(3x+1)^2 = (2x-5)^2$ يعني $(3x+1)^2 - (2x-5)^2 = 0$

يعني : $(3x+1+2x-5)(3x+1-2x+5) = 0$

يعني : $(5x-4)(x+6) = 0$

يعني : $x + 6 = 0$ أو $5x - 4 = 0$ يعني : $(x = -6)$ أو $\left(x = \frac{4}{5}\right)$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{-6, \frac{4}{5}\}$

* $4x^2 + 20x + 25 = 0$ يعني $(2x+5)^2 = 0$ يعني $2x + 5 = 0$

يعني : $x = \frac{-5}{2}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{-5}{2}\}$

تمرين (13):

لتكون مساحة شبه المنحرف مساوية لـ $135cm^2$ يجب أن تحقق y المساواة التالية :

$\frac{y \times 5y}{2} = 135\ cm^2$ إذن $5y^2 = 270$ يعني $y^2 = \frac{270}{5} = 54 = 9 \times 6$ يعني

$y = 3\sqrt{6}$ (دون اعتبار $y = -3\sqrt{6}$ لأن البعد موجب)

تمرين (14):

1) نبدأ بتحويل هذه المعطيات إلى معادلة حيث نرمز بـ : a_1 إلى نصيب الأول
و بـ : a_2 إلى نصيب الثاني و بـ : a_3 إلى نصيب الثالث:إذن

$$a_1 = \frac{4}{3}\ a_2$$
$$a_3 = \frac{2}{5}\ a_1 + 5$$
$$a_3 = \ a_2 + 2$$

$a_1 = \frac{4}{3}\ a_2$ و $a_3 = \frac{2}{5}\ a_1 + 5$ إذن $a_3 = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} a_2 + 5 = \frac{8}{15} a_2 + 5$

و $a_3 = \ a_2 + 2$ إذن $\frac{8}{15} a_2 + 5 = a_2 + 2$ وبالتالي $3 = a_2 - \frac{8}{15} a_2$

يعني $3 = \frac{7}{15} a_2$ يعني $a_2 = 3 \times \frac{15}{7} = \frac{45}{7}$

و $a_1 = \frac{4}{3}\ a_2 = \frac{4}{3}\ \frac{45}{7}$ يعني $a_1 = \frac{60}{7}$

$a_3 = \ a_2 + 2$ يعني $a_3 = \frac{45}{7} + 2 = \frac{59}{7}$

2) المساحة الجملية للأرض المقسمة بالهكتار هي : $S = \frac{60}{7} + \frac{45}{7} + \frac{59}{7} = \frac{164}{7} = 23{,}4$

تمرين (15):

1) - أ) $(x-6)^2 - 9 = x^2 - 12x + 36 - 9 = x^2 - 12x + 27$

ب) طريقة أولى : $x^2 - 12x + 27 = 0$ يعني $(x-6)^2 - 9 = 0$

يعني $(x - 6 + 3)(x - 6 - 3) = 0$ يعني $(x-9)(x-3) = 0$

يعني $(x-3) = 0$ أو $(x-9) = 0$ يعني $x = 3$ أو $x = 9$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{9{,}3\}$

طريقة ثانية : $x^2 - 12x + 27 = 0$ يعني $(x-6)^2 - 9 = 0$ يعني : $(x-6)^2 = 9$

إذن $x - 6 = 3$ أو $x - 6 = -3$ يعني $x = 3$ أو $x = 9$

2) – أ) $(t-2)(t+6) = t^2 + 6t - 2t - 12 = t^2 + 4t - 12$

ب) $t^2 + 4t - 12 = 0$ يعني $(t-2)(t+6) = 0$ يعني $t + 6 = 0$ أو $t - 2 = 0$

يعني $t = -6$ أو $t = 2$ إذا $S_{\mathbb{R}} = \{-6, 2\}$

تمرين (16):

ليكون حجم متوازي المستطيلات مساويا لـ : $555 cm^3$ يجب أن تحقق a المساواة التالية :

$15a^2 = 555\ cm^3$ إذن : $a^2 = 37\ cm^3$ و بالتالي $a = \sqrt{37}\ cm$

تمرين(17):

أ-) $2(x+1)^2 - (x+1)(3x-1) = 0$ إذن : $(x+1)(2x + 2 - 3x + 1) = 0$

يعني $(x+1)(3-x) = 0$ يعني $(3-x) = 0$ أو $(x+1) = 0$

يعني : $x = 3$ أو $x = -1$ إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ -1 , 3\}$

ب- $(\sqrt{2}x - 1)^2 = 2(x^2 - 1)$ إذن : $2x^2 - 2\sqrt{2}\, x + 1 = 2x^2 - 2$

يعني $-2\sqrt{2}\, x + 1 = -2$ يعني : $-2\sqrt{2}\, x = -3$ يعني : $x = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{ \frac{3\sqrt{2}}{4} \}$

ج- $(x - \sqrt{3})^2 = (2x - \frac{1}{2})^2$ يعني $(x - \sqrt{3})^2 - \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$

يعني : $\left(x - \sqrt{3} + 2x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \sqrt{3} - 2x + \frac{1}{2}\right) = 0$

يعني $\left(3x - \sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)\left(-x - \sqrt{3} + \frac{1}{2}\right) = 0$

يعني $3x = \sqrt{3} + \frac{1}{2}$ أو $x = -\sqrt{3} + \frac{1}{2}$

يعني $x = \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{2}}{3} = \frac{2\sqrt{3}+1}{6}$ أو $x = -\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{ -\sqrt{3} + \frac{1}{2} ، \frac{2\sqrt{3}+1}{6} \}$

د- $x + 2\sqrt{x} + 1 = 0$ يعني : $(\sqrt{x} + 1)^2 = 0$ إذن : $\sqrt{x} + 1 = 0$

يعني $\sqrt{x} = -1$ غير ممكن لأن الجذر التربيعي يكون موجبا إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ \}$

ه) $(x-1) - 4\sqrt{x-1} = -4$ إذن : $\sqrt{x-1}^2 - 4\sqrt{x-1} + 4 = 0$

يعني : $(\sqrt{x-1} - 2)^2 = 0$ إذن : $\sqrt{x-1} - 2 = 0$ يعني $\sqrt{x-1} = 2$

إذن $x - 1 = 4$ يعني : $x = 5$ إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ 5 \}$

تمرين (18):

$2(x - \frac{1}{2}) \leq x - 1$ إذن: $2x - 1 \leq x - 1$ إذن: $x \leq 1 - 1$ يعني $x \leq 0$ إذن $S_{\mathbb{R}} = IR_-$

$2x - 3 > x - \frac{1}{3}$ إذن : $x > 3 - \frac{1}{3}$ إذن : $x > \frac{8}{3}$ يعني $S_{\mathbb{R}} =]\frac{8}{3} ، \infty]$

$4x + \sqrt{2} < \sqrt{3} + 4x$ إذن : $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ وهي علاقة صحيحة مهما يكن العدد x في IR

إذن : $S_{\mathbb{R}} = IR$

$-\frac{x}{2} + 1 \leq \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{x}{2}$ إذن : $1 \leq \frac{\sqrt{3}}{4}$ وهي علاقة مستحيلة إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ \}$

تمرين (19):

أ- $x^2 - x - \frac{3}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} - 1 = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$

ب) * $x^2 - x - \frac{3}{4} = -1$ يعني $(x - \frac{1}{2})^2 - 1 = -1$ يعني $(x - \frac{1}{2})^2 = 0$

يعني $x - \frac{1}{2} = 0$ يعني $x = \frac{1}{2}$ إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ \frac{1}{2} \}$

** $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$ يعني $(x - \frac{1}{2})^2 - 1 = 0$ يعني $(x - \frac{1}{2} + 1)(x - \frac{1}{2} - 1) = 0$

يعني $(x + \frac{1}{2})(x - \frac{3}{2}) = 0$ يعني $x - \frac{3}{2} = 0$ أو $x + \frac{1}{2} = 0$

يعني $x = \frac{3}{2}$ أو $x = -\frac{1}{2}$ إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

*** $x^2 - x - \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2$ يعني $(x - \frac{1}{2})^2 - 1 = (x - \frac{1}{2})^2$

يعني $-1 = 0$ غير ممكن مهما يكن x في IR إذن : $S_{\mathbb{R}} = \{ \}$

تمرين (20):

1) حسب نظرية بيتاغور في المثلث JIA القائم في A ، لدينا : $IJ^2 = AJ^2 + 3^2$

إذن : $IJ^2 = (x - 3)^2 + 3^2$ إذن : $IJ^2 = x^2 + 3^2 - 6x + 3^2$ إذن: $IJ^2 = x^2 - 6x + 18$

$$IJ = \sqrt{x^2 - 6x + 18}$$

2) لتكون مساحة الرباعي $IJKL$ تفوق $25cm^2$ يجب أن يحقق x المتراجحة التالية :

$x^2 - 6x + 18 > 25\text{ cm}^2$ يعني $x^2 - 6x + 9 > 16$ يعني $(x - 3)^2 > 4^2$

يعني $x - 3 > 4$ يعني $x > 7$ يعني $x \in]7, \infty]$

تمرين(21):

طريقة أولى

$$S = (200 - x) \times (\frac{2}{5}\times 200 - x) = (200 - x) \times (80 - x) = 16000 - 200x - 80x + x^2$$

$$S = 16000 - 280x + x^2$$

طريقة ثانية

$$S = 200 \times (\frac{2}{5}\times 200) - (200 \times x) - x(80 - x) = 16000 - 200x - 80x + x^2$$

$$S = 16000 - 280x + x^2$$

تمرين(22)

نبدأ بتحويل هذه المعطيات إلى معادلة حيث نرمز بـ : y إلى ثمن اللتر الواحد من الحليب

و بـ : t إلى ثمن اللتر الواحد من الزيت إذن :

في اليوم الأول : $40y + 5t = 95500$

في اليوم الثاني : $40y + 7t = 104500$

فرق المبيعات في اليومين يعني : $40y + 7t - (40y + 5t) = 104500 - 95500$

يعني : $2t = 9000$ إذن : $t = 4500$

و بما أن : $40y + 5t = 95500$ فإن : $40y + 5\times 4500 = 95500$

يعني $40y + 22500 = 95500$

يعني $40y = 73000$ يعني $y = 1825$ إذن ثمن اللتر الواحد من الزيت **هو 4500 مليم**

ثمن اللتر الواحد من الحليب هو 1825 مليم

تمرين (23):

نرمز بـ : P_1 إلى وزن الولد و بـ : P_2 إلى وزن البنت و بـ : P_3 إلى وزن الكرة , إذن :

$P_2 + P_1 = 97$ و $P_2 + P_3 = 69{,}5$ و $P_3 + P_1 = 41{,}5$

إذن : $P_2 + P_1 = 97$ كلغ و $P_2 + P_3 = 69{,}5$ كلغ ينتج عنه : $2P_2 + P_1 + P_3 = 69{,}5 + 97$

يعني $2P_2 + (P_1 + P_3) = 166{,}5$ يعني $2P_2 + 41{,}5 = 166{,}5$ يعني $2P_2 = 125$

يعني $P_2 = 62{,}5$

و $P_2 + P_1 = 97$ ينتج عنه : $P_1 = 97 - 62{,}5 = 34{,}5$

و $P_2 + P_3 = 69{,}5$ ينتج عنه : $P_3 = 69{,}5 - 62{,}5 = 7$

و بالتالي : وزن الولد هو 34,5 كغ و وزن البنت هو 62,5 كغ و وزن الكرة هو 7 كغ

تمرين (24):

نقسم الكجات إلى مجموعات كالتالي : 3 ؛ 3 ؛ 2 ثم نزن 3 ↔ 3 فإن تساوى الثلاثتان نزن الاثنتين المتبقيتين ونحصل على أكثرهما وزنا

أما إذا لم يتساوى نأخذ 2 من المجموعة الأكثر وزنا فإن تساوى فالثالثة هي الأكثر وزنا

تمرين(25):

العملية الأولى : 11 ← 7 و بقي له 4

العملية الثانية : 7+7 = 14 ← 6 و بقي له 8

العملية الثالثة : 6+6 = 12 ← 4 و بقي له 8 و أصبح للأول: 4+4 = 8

تمرين(26):

نرمز بالحرف n إلى أصغرهما ؛ إذن :

$363 = n + (n+1) + (n + 2)$ إذا : $3n + 3 = 363$ يعني

$3n = 360$ يعني $n = 120$ و الأعداد هي 120 ؛ 121 ؛ 122

تمرين(26):

نرمز بالحرف V إلى سعة هذا الخزان , و نحول المسألة إلى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد كالتالي :

$\frac{8}{9}V - \frac{1}{3}V = 3400\ m^3$ إذن $V(\frac{8}{9} - \frac{1}{3}) = 3400\ m^3$

يعني $V(\frac{8}{9} - \frac{3}{9}) = 3400\ m^3$ يعني $\frac{5}{9}V = 3400\ m^3$

يعني $V = \frac{9}{5} \times 3400 = 6120\ m^3$

درس عدد 8 الإحصاء و الإحتمالات

تمرين 1

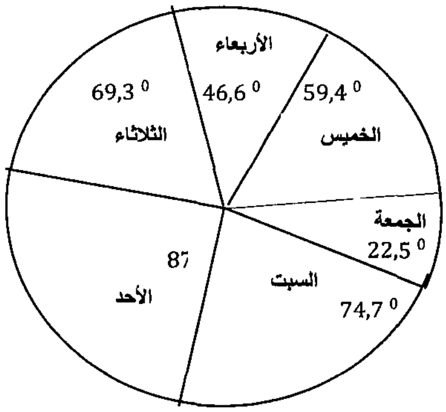
يمثل الجدول التالي توزع عدد الحرفاء المرتادين على قاعة سينما على مدى أسبوع علما بأن الراحة الأسبوعية لهذه القاعة هو يوم الإثنين.

اليوم	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
عدد الحرفاء	**770**	**520**	**660**	**250**	**830**	**970**

1) المعدل اليومي لعدد الحرفاء المرتادين لهذه القاعة هو : $\frac{770+520+660+250+830+970}{6} = 666{,}666$

2) النسبة المئوية للحر فاء يوم الجمعة هي : $\frac{250\times100}{770+520+660+250+830+970} = 6{,}25\%$

3) المخطط الدائري :



الثلاثاء $\frac{770\times360^0}{4000} = 69{,}3^0$

الأربعاء $\frac{520\times360^0}{4000} = 46{,}6^0$

الخميس $\frac{660\times360^0}{4000} = 59{,}4^0$

الجمعة $\frac{250\times360^0}{4000} = 22{,}5^0$

السبت $\frac{970\times360^0}{4000} = 74{,}7^0$ و الأحد $\frac{250\times360^0}{4000} = 87{,}3^0$

4) منوال هذه السلسلة الإحصائية هو يوم الأحد.

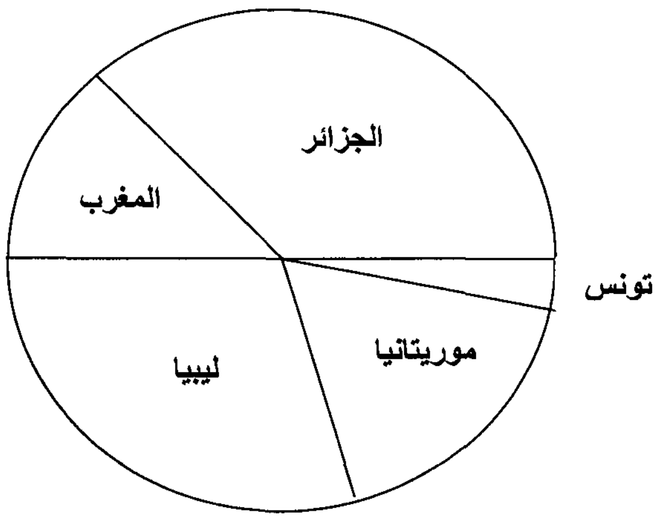
تمرين 2

الدولة	تونس	الجزائر	المغرب	ليبيا	موريطانيا
المساحة بالكم المربع	**164.150**	**2.381.740**	**710.850**	**1.775.500**	**1.030.700**

1) النسبة المائوية لمساحة تونس بالنسبة للمساحة الجملية لمنطقة المغرب العربي هي:

$$\frac{164.150\times100}{164.150+2381.740+710.850+1775.500+1030.700} = \frac{16415.0}{6062.94} = 2{,}707\%$$

2) المخطط الدائري :



تونس: $\dfrac{164.150 \times 360^0}{6062.94} = 9,74^0$

الجزائر: $\dfrac{2381.740 \times 360^0}{6062.94} = 141,42^0$

المغرب: $\dfrac{710.850 \times 360^0}{6062.94} = 42,20^0$

ليبيا: $\dfrac{1.775.500 \times 360^0}{6062.94} = 105,42^0$

موريطانيا $\dfrac{1.030.700 \times 360^0}{6062.94} = 61,20^0$

تمرين 3

1) جدول السلسلة الأولى

قيمة الميزة	0,5	1	1,5	2	2,5
التكرار	150	170	130	60	120

جدول السلسلة الثانية

قيمة الميزة	0	100	200	300	400
التكرار	10	18	40	24	32

2) مدى السلسلة الأولى هو $2,5 - 0,5 = 2$

مدى السلسلة الثانية هو $400 - 0 = 400$

منوال السلسلة الأولى هو 1

منوال السلسلة الثانية هو 200

المعدّل الحسابي للسلسلة الأولى هو:

$$\frac{0,5\times150+1\times170+1,5\times130+2\times60+2,5\times120}{120+60+130+170+150} = \frac{75+170+195+120+300}{630} = 1,365$$

و موسطها هو: 1

المعدّل الحسابي للسلسلة الثانية هو:

$$\frac{32\times400+24\times300+40\times200+18\times100+10\times0}{32+24+40+18+10} = \frac{75+170+195+120+300}{124} = 240,322$$

و موسطها هو: 200

تمرين 4

1)

العمر	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[	[40,45[	[45,50[	[50,55[	[55,60[
التكرار	20	65	95	40	20	120	80	5

2) التكرار الجملي لهذه السلسلة هو : $5+80+120+20+40+95+65+20 = 445$

3) منوال هذه السلسلة هو : $\dfrac{45+50}{2} = 55$ ومداها هو : $60 - 20 = 40$

4) معدل الأعمار بالنسبة لعمال هذه الحظيرة هو :

$$\frac{22,5\times20+27,5\times65+32,5\times95+37,5\times40+42,5\times20+47,5\times120+52,5\times80+57,5\times5}{445} = \frac{17862,5}{445} = 40,14$$

تمرين 5

1)

قيمة الميزة	0,7	2,1	4,2	5,6	8,4	10,5	11,9
التكرار	18	16	24	22	40	16	30

قيمة الميزة	من 0إلى أقل من 5	من 5إلى أقل من 10	من10إلى أقل من 15	من 15إلى 20
التكرار	200	280	340	240

2) مدى السلسلة الأولى هو : $11,9 - 0,7 = 11,2$. و منوالها هو : 8,4

و المعدل الحسابي هو :

$$\frac{11,9\times30+10,5\times16+8,4\times40+5,6\times22+4,2\times24+2,1\times16+0,7\times18}{30+16+40+22+24+16+18} = 6,814$$

مدى السلسلة الثانية هو : 20 . و منوالها هو : [10,15]

و المعدل الحسابي هو :

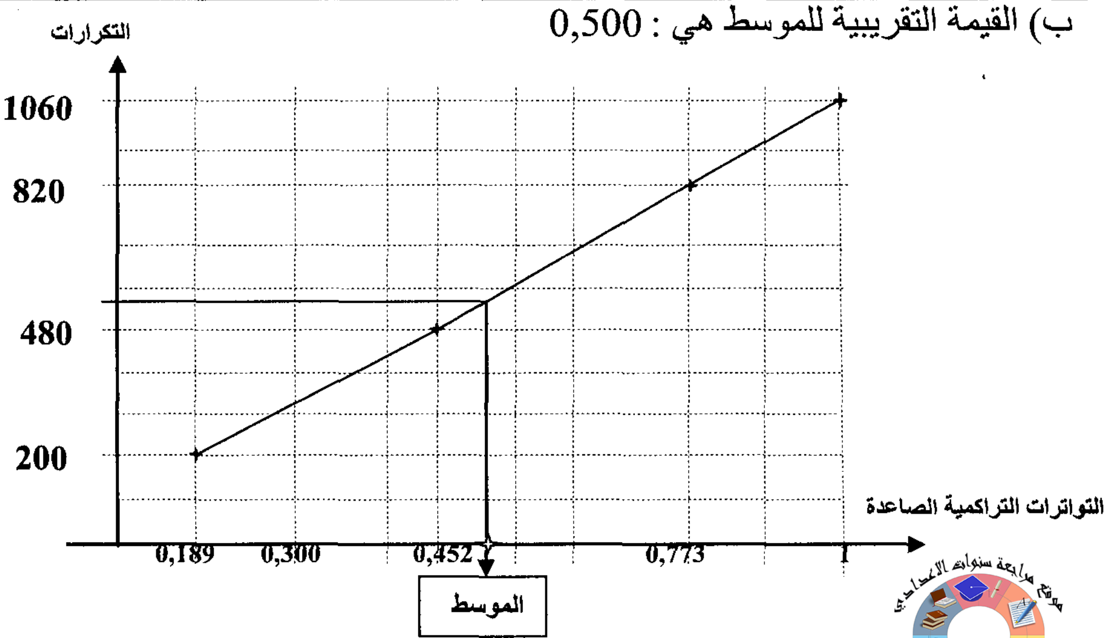
$$\frac{2,5\times200+7,5\times280+12,5\times340+17,5\times240}{240+340+280+200} = \frac{500+2100+4250+4200}{1060} = 10,425$$

3) موسط السلسلة الموافقة للمخطط 1 هو : 8,4

4) – أ) جدول التواترات التراكمية الصاعدة الموافقة للمخطط 2

قيمة الميزة	من 0إلى أقل من 5	من 5إلى أقل من 10	من10إلى أقل من 15	من 15إلى 20
التكرار	200	280	340	240
التواترات	$\frac{200}{1060} = 0,188$	$\frac{280}{1060} = 0,264$	$\frac{340}{1060} = 0,320$	$\frac{240}{1060} = 0,226$
التواترات التراكمية الصاعدة	0,189	0,452	0,773	1

ب) القيمة التقريبية للموسط هي : 0,500



تمرين 6

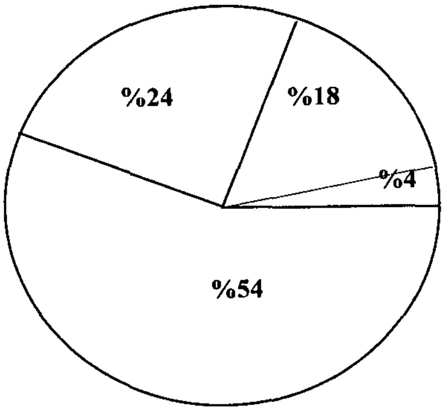
1) نوع هذه الميزة هي كمية مسترسلة

التكرار الجملي هو : 500

2) جدول التواترات بالنسب المائوية

الزمن بالساعة	$[0,2[$	$[2,4[$	$[4,6[$	$[6,8[$
التكرارات	**270**	**120**	**90**	**20**
التواترات بالنسب المائوية	%54	%24	%18	%4

3) المخطّط الدائري لهذه التواترات .



$$\frac{54 \times 360^0}{100} = 194,4^0$$

$$\frac{24 \times 360^0}{100} = 86,4^0$$

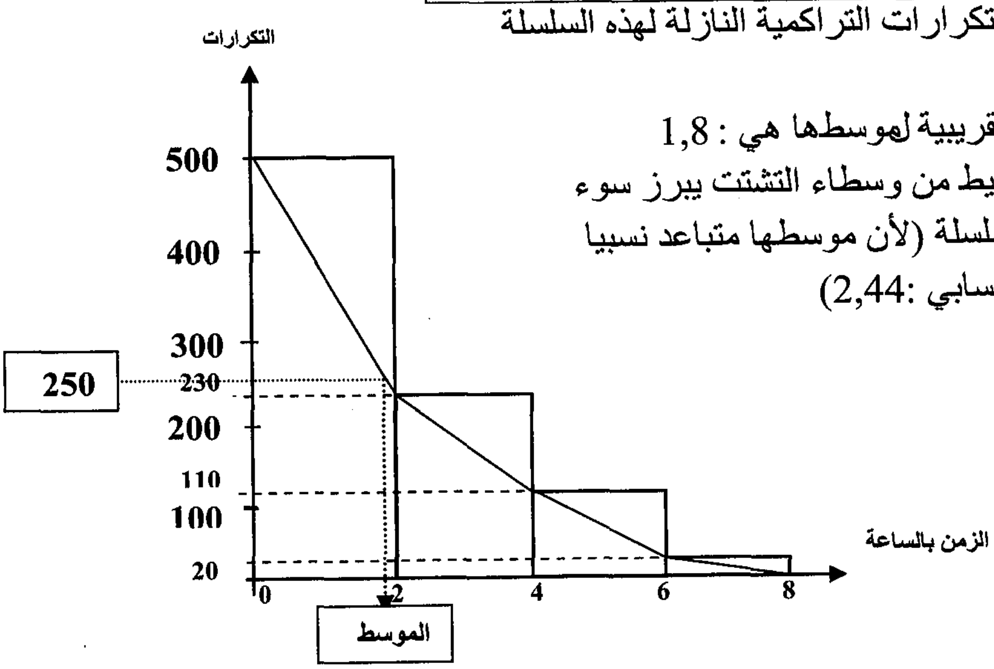
$$\frac{18 \times 360^0}{100} = 64,8^0$$

$$\frac{4 \times 360^0}{100} = 14,4^0$$

4) - أ) جدول التكرارات التراكمية النازلة لهذه السّلسلة الإحصائية .

الزمن بالساعة	$[0,2[$	$[2,4[$	$[4,6[$	$[6,8[$
التكرارات	270	120	90	20
التكرارات التراكمية النازلة	500	230	110	20

ب-) مضلع التكرارات التراكمية النازلة لهذه السلسلة



ج-) و القيمة التقريبية لموسطها هي : 1,8

و مدلوله كوسيط من وسطاء التشتت يبرز سوء انتشار هذه السلسلة (لأن موسطها متباعد نسبيا عن المعدل الحسابي :2,44)

تمرين 7

الفئة (الوقت المسجّل بالثواني)	$[48,52[$	$[52,56[$	$[56,60[$	$[60,64[$	$[64,68[$
النسبة المئوية	**6%**	**%30**	**32%**	**24%**	**8%**

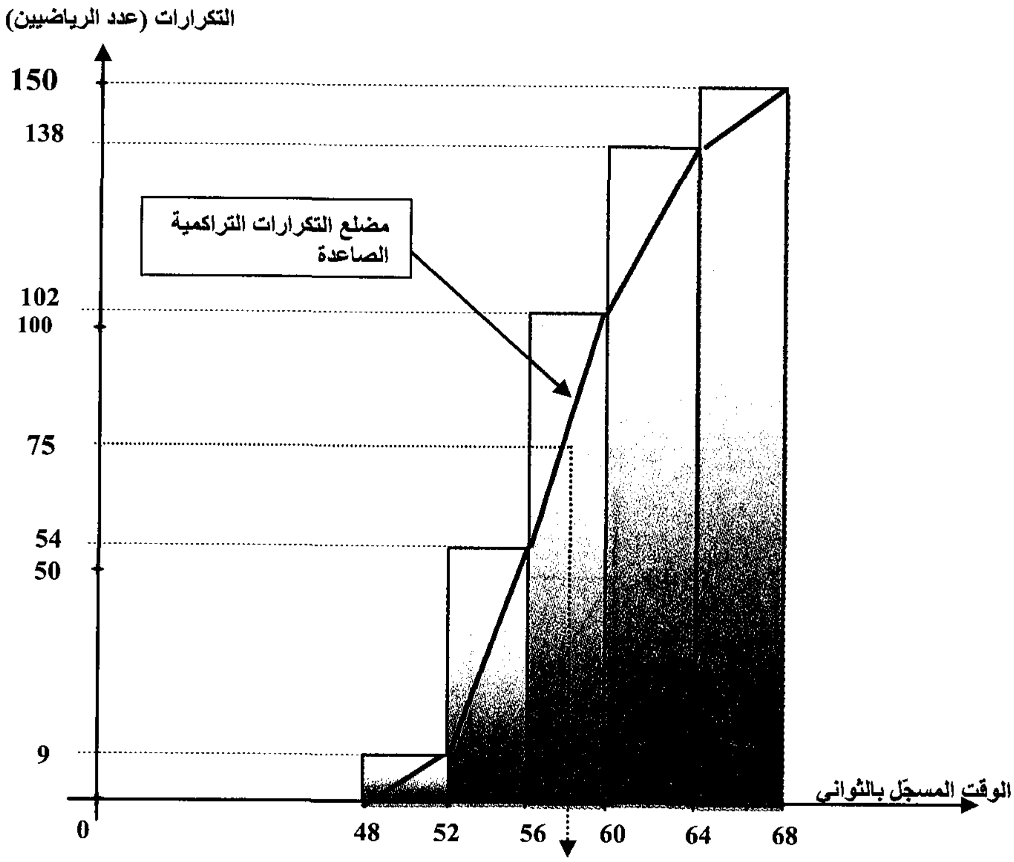
1) ميزة هذه السّلسلة هي : " **الوقت المسجّل بالثواني**" و خاصيتها كمية مسترسلة (متصلة)

2) عدد الرياضيين الذين سجلوا وقتا محصورا بين دقيقة و 48 ثانية هو :

$$\frac{150}{100}\times(32+30+6)=\frac{150}{100}\times 68=102$$

3) جدول التّكرارات التّراكمية الصّاعدة و المضلّع الموافق لها .

الفئة (الوقت المسجّل بالثواني)	$[48,52[$	$[52,56[$	$[56,60[$	$[60,64[$	$[64,68[$
النسبة المئوية	**6%**	**%30**	**32%**	**24%**	**8%**
التكرارات	$\frac{150}{100}\times 6=9$	45	48	36	12
التكرارات التراكمية الصاعدة	9	54	102	138	150



4) القيمة التقريبية لموسط هذه السلسلة هي :68 ثانية

تمرين 8

1) ثمن أكثر المحافظ رواجا في هذه المكتبة هو:14د (يعني منوال هذه السلسة هو 14د .)

2) جدول هذه السّلسلة الإحصائية.

الثمن بالدينار	10	12	13	14	15	17	18	20	25
التكرار	4	6	3	9	7	3	5	4	8

3) موسط هذه السلسلة هو : 15

4) جدول التواترات التّراكمية النّازلة لهذه السّلسلة. التكرار الجملي هو:48

الثمن بالدينار	10	12	13	14	15	17	18	20	25
التكرار	4	6	3	9	7	3	5	4	8
التكرار التراكمي النازل	49	45	39	36	27	20	17	12	8
التواترات التراكمية النازلة	1	0,91	0,79	0,73	0,55	0,40	0,34	0,24	0,16

تمرين 9

1) الجدول الإحصائيّ لهذه السّلسلة.

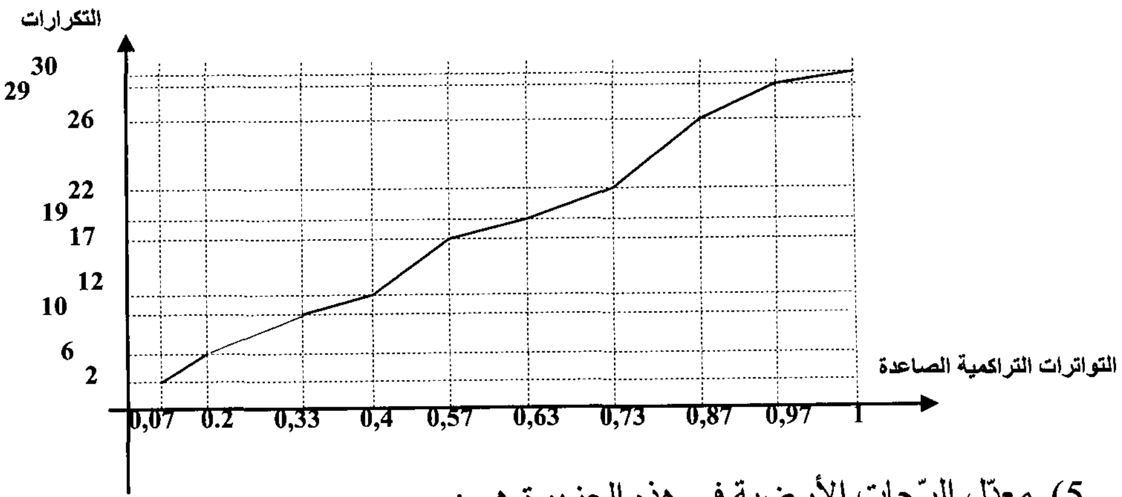
الدرجة(بمقياس رشتر)	4,1	4,2	4,3	4,5	4,6	4,7	5,2	5,3	5,4	5,6
التكرار	2	4	4	2	5	2	3	4	3	1

2) منوال هذه السّلسلة هو : 4,6.

3) النسبة المئوية لهذه الرّجات الأرضية الأقل من 5 درجات هي : $\frac{19\times100}{30}=63{,}33$

4) مخطّط التّوترات التّراكمية الصّاعدة لهذه السلسلة

الدرجة (بمقياس رشتر)	4,1	4,2	4,3	4,5	4,6	4,7	5,2	5,3	5,4	5,6
التكرار	2	4	4	2	5	2	3	4	3	1
التكرار التراكمي الصاعد	2	6	10	12	17	19	22	26	29	30
التواترات التراكمية الصاعدة	0,07	0,2	0,33	0,4	0,57	0,63	0,73	0,87	0,97	1



5) معدّل الرّجات الأرضية في هذه الجزيرة هو :

$$\frac{2\times4{,}1+4\times4{,}2+4\times4{,}3+2\times4{,}5+5\times4{,}6+2\times4{,}7+3\times5{,}2+4\times5{,}3+3\times5{,}4+1\times5{,}6}{30}=4{,}74$$

الإحتمالات

التمرين10:

إن كنت طرفا في اللعبة، أختار النرد الثاني لأن أرقام أوجهه أكبر من أرقام النرد الأول , بينما احتمال ظهور كل رقم متساوية .

التمرين 11:

1 - أ) الإمكانيات التي على إثرها، تتحصل على نتيجة تساوي 5 هي : (1,6) .

ب) الإمكانيات التي على إثرها، تتحصل على نتيجة تساوي 0 هي :

(1,1) و (2,2) و (3,3) و (4,4) و (5,5) و (6,6)

2- أ) مثالان من الأحداث المستحيلة لهذه التجربة هما :أن تتحصل على فرق يساوي 6 , أو أن تتحصل على فرق يساوي 5.

ب) مثالان من الأحداث الأكيدة لهذه التجربة هما : أن تتحصل على فرق يساوي عدد صحيح طبيعي , أو أن تتحصل على فرق أكبر أو يساوي 0.

3-)

النتيجة	0	1	2	3	4	5
عدد الإمكانيات	6	5	4	3	2	1
التواتر	0,28	0,24	0,19	0,14	0,10	0,05

4- أ) احتمال أن يكون النتيجة أكبر أو يساوي 4 هو : $\frac{15}{100} = 0,05 + 0,10 = 0,15$

ب) احتمال أن يكون النتيجة أصغر أو يساوي 3 هو : $\frac{85}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$

التمرين 12:

1 -أ) الحدث الأكثر احتمالا من بين هذه الأحداث هو الحدث 1 لأنه ممثل بالقطاع الأكبر.

ب) الحدث الأقل احتمالا من بين هذه الأحداث هو الحدث 3 لأنه ممثل بالقطاع الأصغر.

2 -) الحدث 2 أكثر احتمالا من الحدث 3 . لأنه ممثل بقطاعين مجموعهما أكبر من قطاع الحدث 2

3 - نعتبر أن وقوع السهم خارج الرقعة حدثا مستحيلا إذن :

احتمال الحدث 1 هو: $\frac{1}{3} = \frac{120}{360}$ ؛ احتمال الحدث 2 هو: $\frac{1}{4} = \frac{90}{360}$

احتمال الحدث 3 هو: $\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$ ؛ احتمال الحدث 4 هو: $\frac{1}{4} = \frac{90}{360}$

التمرين 13:(استعمال الحاسوب)

الرقم	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد المرات	8	5	18	10	9	7	12	9	10	12
التواتر بالنسبة المئوية	%8	%5	%18	%10	%9	%7	%12	%9	%10	%12

3- من خلال هذه التجربة، - احتمال الحصول على الرقم 0 هو : 0,08

- احتمال الحصول على الرقم 1 هو : 0,05
- احتمال الحصول على الرقم 2 هو : 0,18
- احتمال الحصول على الرقم 9 هو : 0,12

4- نلاحظ أن منوال هذه السلسلة الإحصائية هو : الرقم 2

(يعني الرقم الأكثر ظهورا على شبكة برنامج الإيكسال « Excel » خلال هذه التجربة العشوائية)

التمرين 14:

1) $\{(1,1,1), (1,1,2), (1,1,3), (1,1,4), (1,1,5), (1,1,6), (1,2,2), (1,2,3), (1,2,4), (1,2,5),$
$(1,2,6), (1,3,3), (1,3,4), (1,3,5), (1,3,6), (1,4,4), (1,4,5), (1,4,6), (1,5,5), (1,5,6),$
$(1,6,6), (2,2,2), (2,2,3), (2,2,4), (2,2,5), (2,2,6), (3,3,2), (3,3,3), (3,3,4), (3,3,5),$
$(3,3,6), (4,4,2), (4,4,3), (4,4,4), (4,4,5), (4,4,6), (5,5,2), (5,5,3), (5,5,4), (5,5,5),$
$(5,5,6), (6,6,2), (6,6,3), (6,6,4), (6,6,5), (6,6,6)\}$

2)

مجموع الأرقام الثلاثة الفوقية	3	4	5	6
عدد إمكانيات المجموع	1	1	2	3
تواتر إمكانيات المجموع	$\frac{1}{46}=0,022$	$\frac{1}{46}=0,022$	$\frac{2}{46}=0,043$	$\frac{3}{46}=0,065$

3) احتمال الحصول على مجموع يساوي 4 هو : 0,022

4) احتمال الحصول على مجموع أكبر أو مساوي لـ : 5 هو : $0,065 + 0,043 = 0,108$

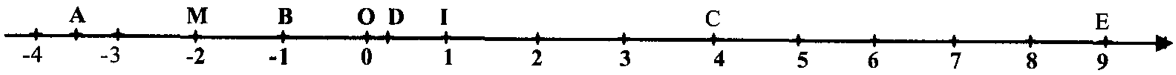
5) احتمال الحصول على مجموع مساوي لـ : 2 هو : صفر

6) احتمال الحصول على مجموع أكبر من 1 هو : 1

الدرس عدد 9: التعييـن في المستوي

التمرين1:

1)



البعد : AC هو : $AC = |x_A - x_C| = |\frac{-7}{2} - 4| = |\frac{-7}{2} - \frac{8}{2}| = |\frac{-15}{2}| = \frac{15}{2}$

2) D منتصف $[AC]$ يعني : $x_D = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{4 + \frac{-7}{2}}{2} = \frac{\frac{8}{2} + \frac{-7}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

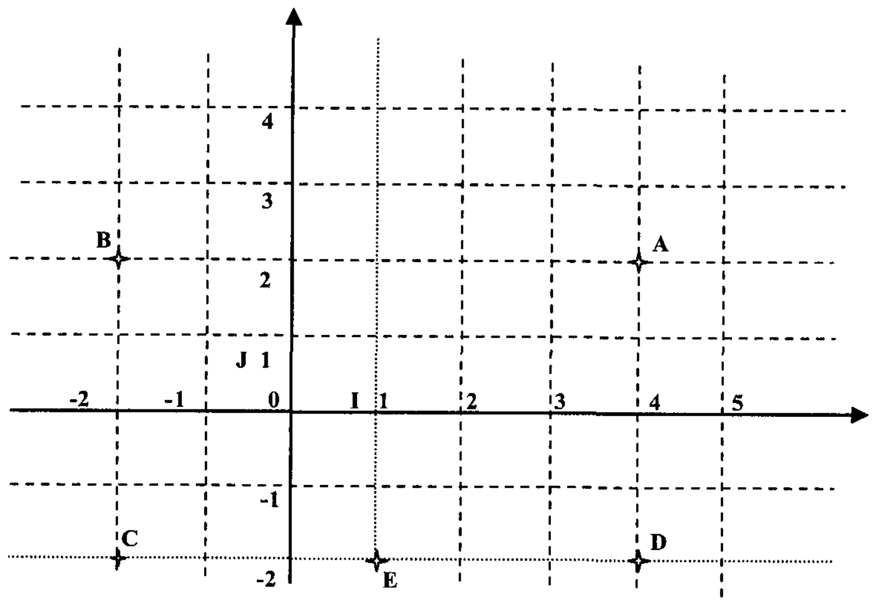
3) C منتصف $[EB]$ يعني : $x_C = \frac{x_E + x_B}{2}$ يعني : $x_E + x_B = 2x_C$ يعني : $x_E = 2x_C - x_B$

يعني : $x_E = 2 \times 4 - (-1) = 9$

4) $CM = 6$ و $x_M < 0$ يعني : $x_C - x_M = 6$ يعني : $x_M = x_C - 6$ يعني : $x_M = 4 - 6 = -2$

التمرين2:

1) (O,I,J) معين في المستوي.



2) الرباعي ABCD متوازي الأضلاع لأن $(CD)//(AB)//(OI)$ لأن : و A و B لهما نفس الترتيبة

و C و D لهما نفس الترتيبة

و كذلك : $(CB)//(AD)//(OJ)$ لأن : A و D لهما نفس الفاصلة و C و B لهما نفس الفاصلة

3) مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي فاصلاتها x تساوي 4 و ترتيبتها y تحقق $-2 \leq y \leq 2$

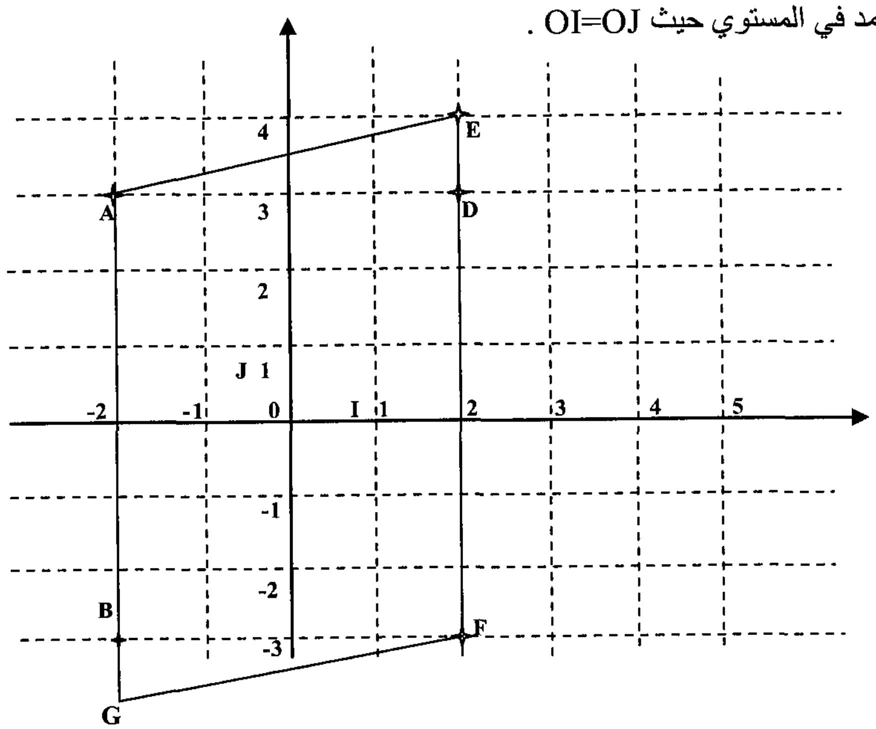
هي قطعة المستقيم $[AD]$ حيث : $[AD] = \{ M(x,y) :$ حيث $x = 4$ و $-2 \leq y \leq 2\}$

4) أ) إحداثيات النقطة E هي : $E(1, -2)$

ب) إحداثيات النقطة I في المعيّن (C,E,B) هي $I(1 , \frac{1}{2})$

التمرين3:

1) (O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث $OI=OJ$.



ب- النقطتان $A(-2,3)$ و $B(-2,-3)$ متناظرتان بالنسبة إلى المحور (OI) لأن لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان.

ج- بما أن النقطتين $A(-2,3)$ و $B(-2,-3)$ متناظرتان بالنسبة إلى المحور (OI) ، فإن (OI) هو الموسط العمودي للقطعة $[AB]$ و بالتالي $IB = IA$ يعني أن المثلث IAB متقايس الضلعين في I.

2) أ- انظر الرسم

ب- لكي يكون الرباعي AEFG متوازي الأضلاع يجب أن يكون :

<u>طريقة1</u> :

$y_F - y_E = y_G - y_A$ يعني $3 - y_G = -4 -3$ يعني $3 - y_G = -7$ يعني $4 - y_G$ يعني $G(-2,-4)$.

<u>طريقة2</u> :

G و E متناظرتان بالنسبة إلى O يعني احداثيات G و E متقابلة يعني $G(-2,-4)$

3) إحداثيات النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى النقطة O هي يعني $D(2,3)$.

4) أ- مجموعة النقاط $M(x,y)$ حيث $-2 \leq x \leq 2$ و $y=3$ هي القطعة $[AD]$

ب- ما هي مجموعة النقاط $N(x,y)$ حيث $x = -2$ و $y \geq -3$ هو نصف المستقيم $[BA)$

التمرين4:

(O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث $OI=OJ = 1\ cm$.

1) انظر الرسم

2) أ- G منتصف $[AB]$ إذا إحداثياتها في المعين (O,I,J) هي :

$G(-1, 0)$: يعني $x_G = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1$ و $y_G = 0$

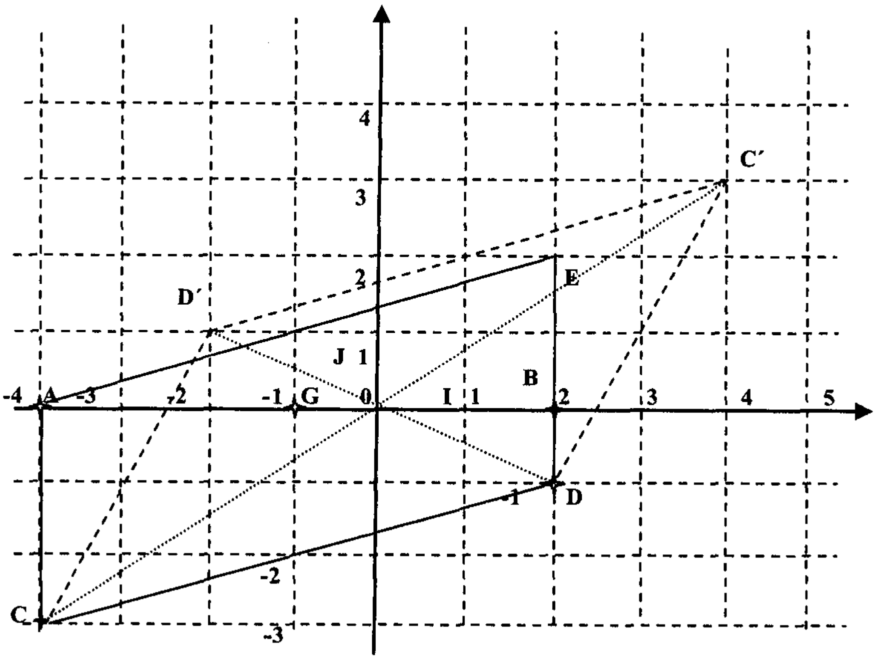
ب-) حساب البعد AB : $AB = |x_A - x_B| = |-4 - 2| = |-6| = 6$

3)- أ-) بما أن النقطتين A و C لهما نفس الفاصلة فإن المستقيم (AC) يوازي (OJ) .

ب) بما أن النقطتين B و D لهما نفس الفاصلة فإن المستقيم (BD) يوازي (OJ) و بالتالي المستقيم (AC) يوازي (BD) .

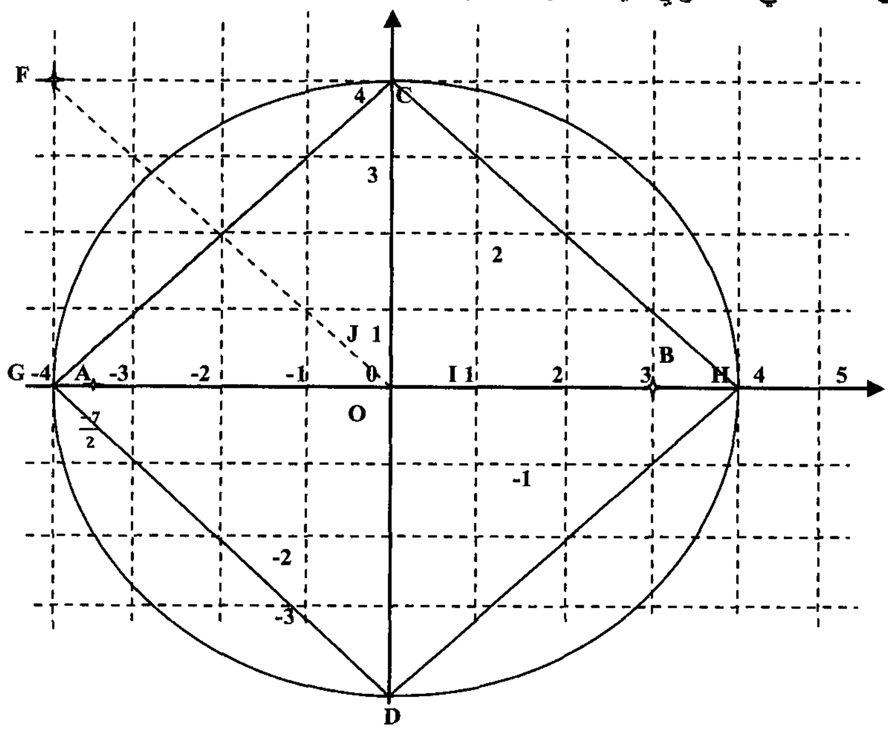
ج-) إحداثيات النقطة E هي : E(2,2) لأن : $x_E = x_D = 2$ و بما أن : $ED = AC = 3$ فإن :

$y_E - y_D = 3$ يعني : $y_E = 3 + y_D = 3 + (-1) = 2$



التمرين5:

(O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث OI=OJ = 1 cm .



1) انظر الرسم

أ) $AB = |x_A - x_B| = \left|\frac{-7}{2} - 3\right| = \left|\frac{-13}{2}\right| = \frac{13}{2} = 6,5$

$IA = |x_A - x_I| = \left|\frac{-7}{2} - 1\right| = \left|\frac{-9}{2}\right| = \frac{9}{2} = 4,5$

ب) E منتصف [AB] إذن : $x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\frac{-7}{2}+3}{2} = \frac{\frac{-1}{2}}{2} = \frac{-1}{4}$.

2) انظر الرسم .

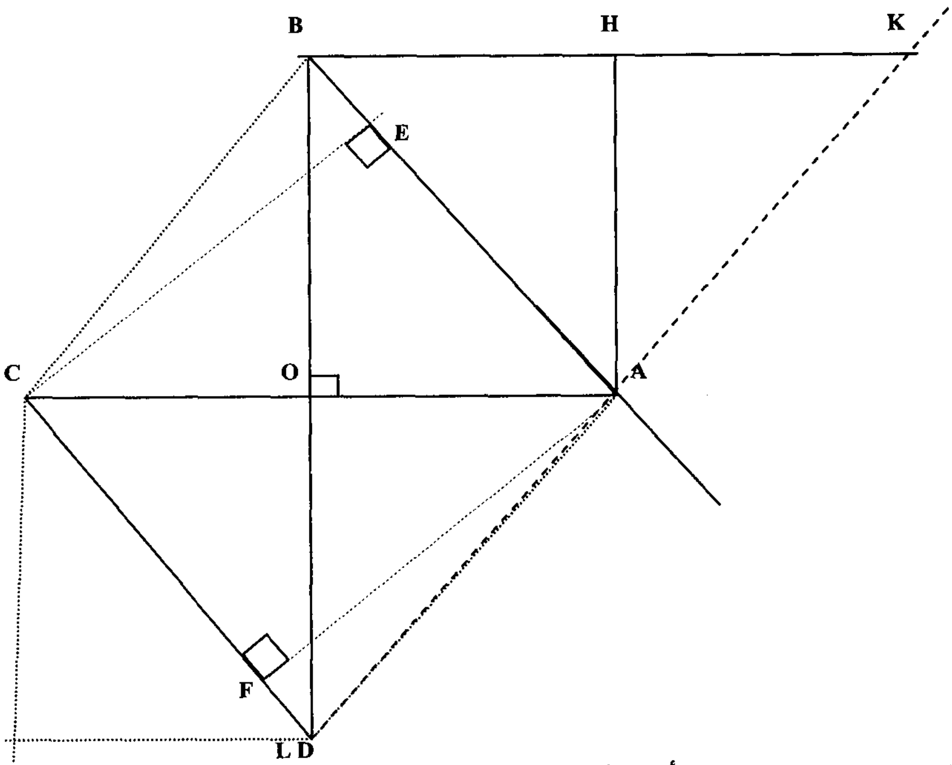
أ - الرباعي CGDH مستطيل لأن قطريه متقايسان ومتقاطعان في منتصفهما O .

ب -انظر الرسم .(أثبت أن المستقيمين (CG) و (OF) متعامدان)

المستقيمان (CG) و (OF) متعامدان لأنهما قطري المربع FGOC.

أ - إحداثيات C في المعين (O,I,J) هي : C(0,4) و إحداثيات G في المعين (O,I,J) هي : G(-4,0) إحداثيات F في المعين (O,I,J) هي : F(-4,4) و إحداثيات A في المعين (O,I,J) هي : $A(-\frac{7}{2}, 0)$

التمرين6:



1) الرباعي ABCD معين لأن قطريه متعامدان في منتصفهما O .

2) الرباعي AECF مستطيل لأن أضلاعه [EA] و [FC] و [EA] و [FC] متوازية مثنى- مثنى له زاويتان قائمتان .

3) بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن : (AD) // (BC) و AD = BC

بما أن (AC) // (BK) فإن ACBK متوازي أضلاع و بالتالي :

(AK)//(BC) و AK = BC وبالتالي : AD = AK إذن A منتصف [DK].

4) أ) إحداثيات A في المعين (O,A,B) هي : A(1,0)

و إحداثيات B في المعين (O,A,B) هي : B(0,1)

إحداثيات C في المعين (O,A,B) هي : C (-1,0)

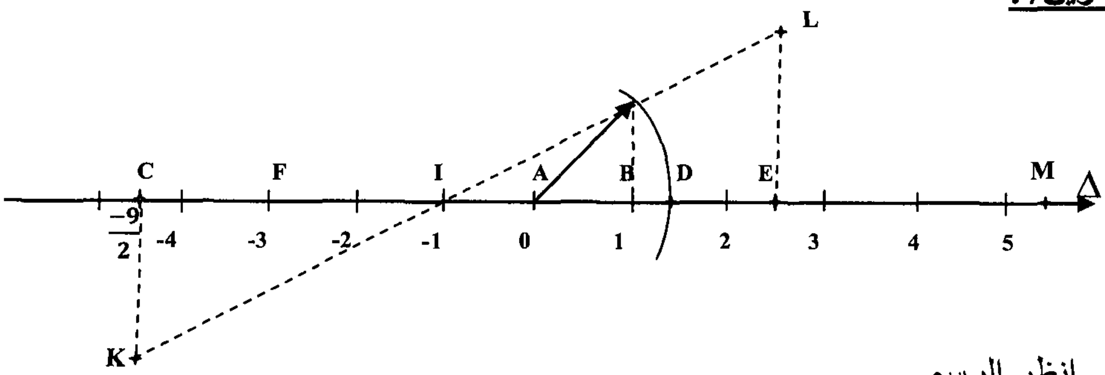
و إحداثيات D في المعين(O,A,B) هي : D(0,-1)

ب) (AH)//(OB) إذن A و H لهما نفس الفاصلة وبالتالي $x_H = 1$. و (AC)//(HB)

إذن B و H لهما نفس الترتيبة وبالتالي $y_H = 1$ إذن إحداثيات النقطة H في المعين (O,A,B) هي : H(1,1).

ج) النقطة L(-1,-1) إذا L و H متناظران بالنسبة إلى O و بالتالي الرباعي AHCL متوازي الأضلاع.

التمرين7:



1) - أ-) انظر الرسم

ب-) $CE = |x_E - x_C| = \left|\frac{5}{2} - \frac{-9}{2}\right| = \left|\frac{14}{2}\right| = \frac{14}{2} = 7$

و $EF = |x_E - x_F| = \left|\frac{5}{2} - (-3)\right| = \left|\frac{11}{2}\right| = \frac{11}{2} = 5{,}5$.

ج-) I منتصف [CE] إذن : $x_I = \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{\frac{-9}{2}+\frac{5}{2}}{2} = \frac{\frac{-4}{2}}{2} = \frac{-4}{4} = -1$

2) $x_M \geq 0$ و EM=3 إذن $EM = |x_E - x_M| = \left|\frac{5}{2} - x_M\right| = 3$

إذن : $\frac{5}{2} - x_M = 3$ أو $\frac{5}{2} - x_M = -3$

يعني :($\cancel{x_M = \frac{-1}{2}}$ تحذف لأن $x_M \geq 0$) أو $x_M = \frac{11}{2} = 5{,}5$

3. أ-) $(K \notin \Delta)$ بحيث C مسقطها العمودي على Δ. (انظر الرسم)

ب-) L مناظرة K بالنسبة إلى I. (انظر الرسم)

ج-) الرباعي EKCL متوازي أضلاع لأن قطريه [CE] و [KL] متقاطعان في منتصفهما I .

د-) المسقط العمودي للنقطة L على (AB) هي النقطة E لأن:

(KC) ⊥ (AB) و (LE) //(KC) و بالتالي: (LE) ⊥ (AB) في E .

التمرين8:

1)- انظر الرسم

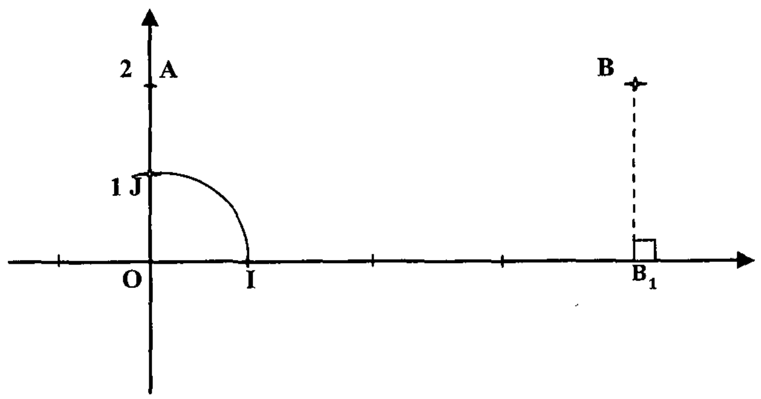
2)- أ) المستقيم (AB) موازي لمحور الفاصلات لأن A و B لهما نفس الترتيبة

ب) بما أن المستقيم (AB) موازي لمحور الفاصلات نعين أصل التدريج O

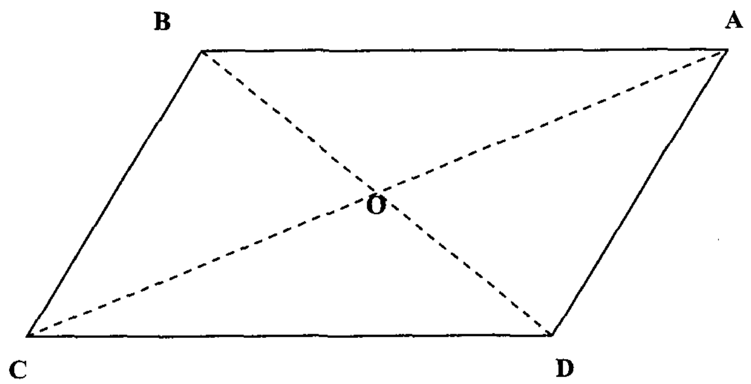
ثم نرسم الموازي لـ :(AB) المار من O

3) – ب) إحداثيات النقطة B_1 هي (4,0)

ج) لبناء النقطة الواحدية I نحدد E منتصف $[OB_1]$ ثم I منتصف $[OE]$



التمرين9:



1) مسقط A على (CD) وفقا لمنحى (AB) هي غير موجود

مسقط B على (CD) وفقا لمنحى (AB) هي غير موجود

مسقط C على (CD) وفقا لمنحى (AB) هي C

مسقط D على (CD) وفقا لمنحى (AB) هي D

2) بما أن المستقيمان (OB) و (OA) متقاطعان في O فإن (O,A,B) معيّن.

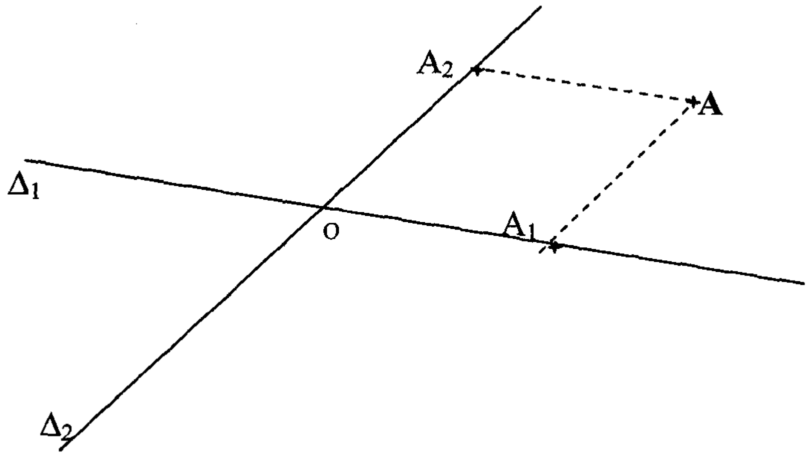
إحداثيات النقطة A في المعين (O,A,B) هي A(1,0).

إحداثيات النقطة B في المعين (O,A,B) هي B(0,1)

إحداثيات النقطة C في المعين (O,A,B) هي C(-1,0)

إحداثيات النقطة D في المعين (O,A,B) هي D(0 ,-1)

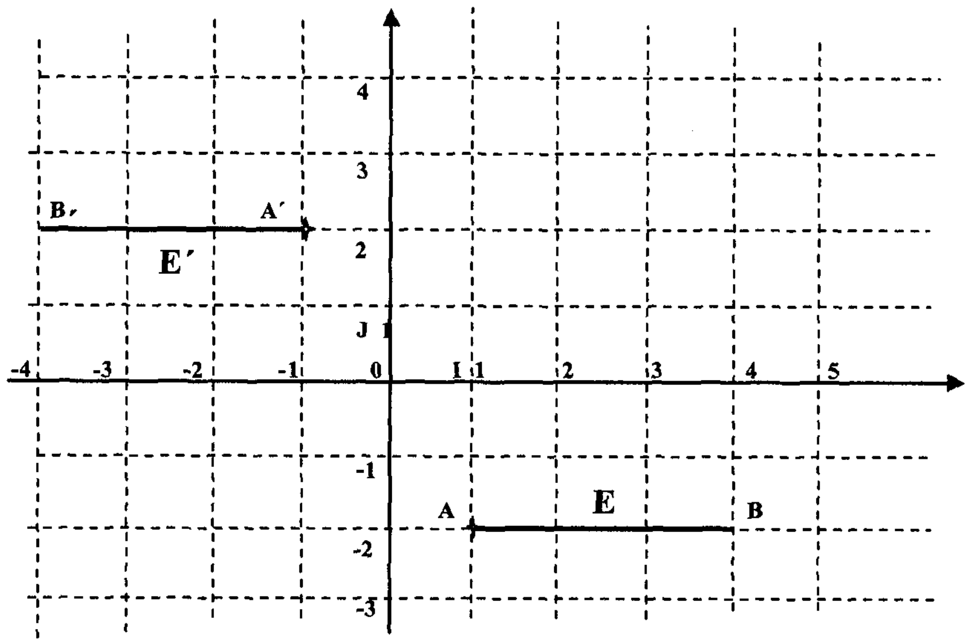
التمرين10:



2) طبيعة الرباعي OA_1AA_2 هو متوازي أضلاع لأن أضلاعه متوازية مثنى- مثنى

التمرين11:

1) (O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث $OI = OJ$.



1) أنظر الرسم

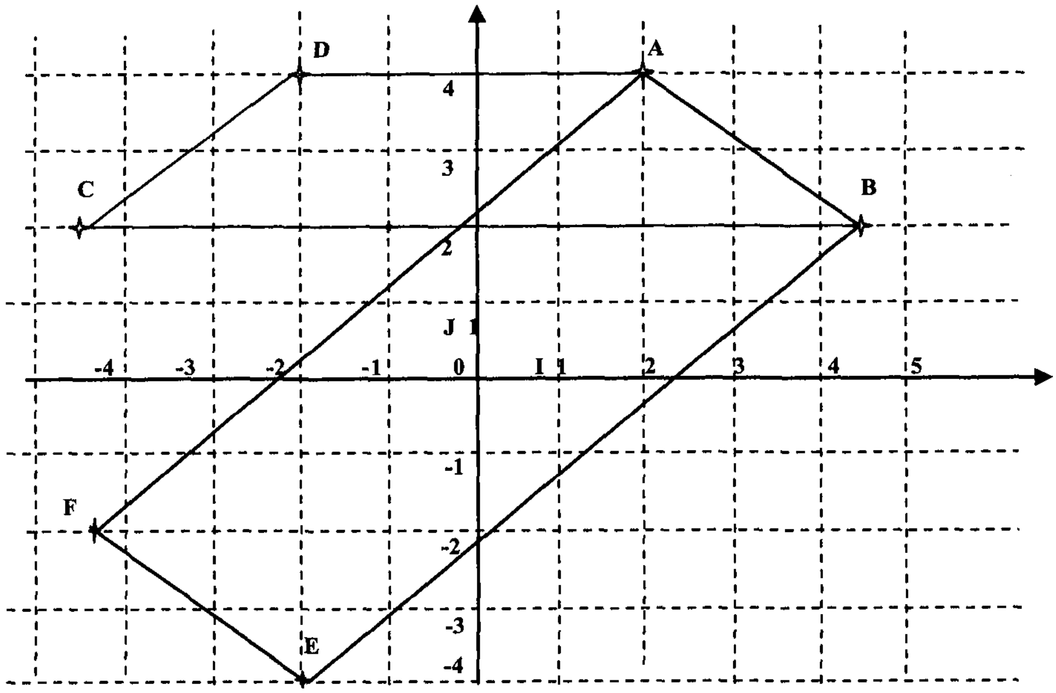
ج-) يمثل النقطتان $A(1,-2)$ و $B(4,-2)$ طرفي المجموعة E .

2)إحداثيات طرفي المجموعة E' هما $A'(-1,2)$ و $B'(-4,2)$

مناظرتي $A(1,-2)$ و $B(4,-2)$ بالنسبة إلى O.

التمرين12:

(O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث $OI = OJ$.



1) أنظر الرسم

ث) D هي مناظرة A بالنسبة إلى (OJ) إذن إحداثياتها هي : $D(-2\ ,\ 4)$

ث) C هي مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) لأن فاصلتاهما متقابلتان و بالتالي نستنتج أن القطعتين [AB] و [CD] متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) إذن $CD = AB$ و بالتالي الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

2) الرباعي ABEF متوازي الأضلاع إذن F و B متناظرتان بالنسبة إلى O وبالتالي فإن إحداثيتهما متقابلة , يعني إحداثيات النقطة F هي : $F(\frac{-9}{2}\ ,\ -2)$

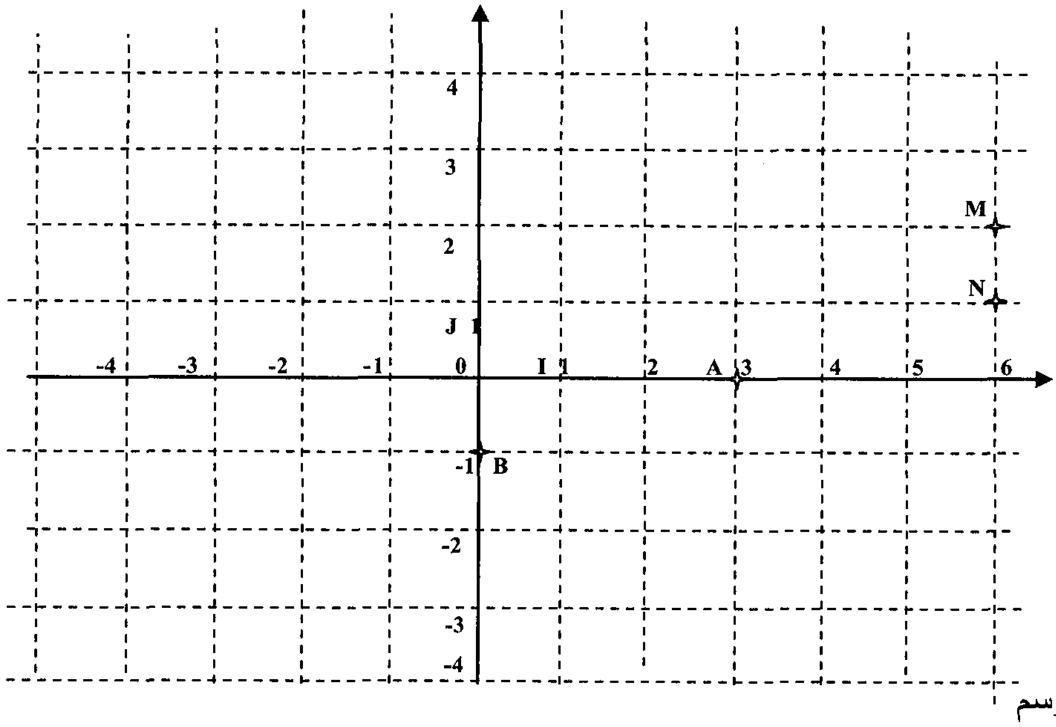
3) بما أن $CD = AB$ (حسب السؤال الأول)

و في المتوازي ABEF لدينا $EF = AB$ إذن $CD = EF$

4) بما أن D و E لهما نفس الفاصلة فإن (OJ)//(DE) وبما أن C و F لهما نفس الفاصلة فإن (OJ)//(CF) و بالتالي (CF)//(DE)

التمرين13:

(O,I,J) معين في المستوي حيث $OI = OJ$.

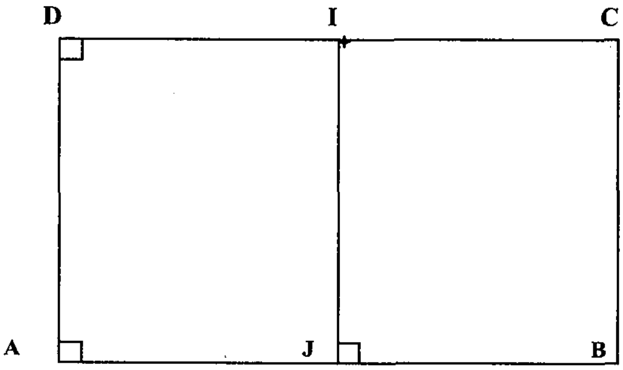


1) أنظر الرسم

2) إحداثيات النقطة M في المعيّن (O,A,B) هي : $M(2 , -2)$

3) النقطة $(2,-1)$ N في المعيّن (O,A,B) إذا إحداثياتها في المعيّن (O,I,J) هي : $N(6 , 1)$

التمرين14:



1) إحداثيات النقطة A في المعيّن (A,B,D) هي : $A(0,0)$.

إحداثيات النقطة B في المعيّن (A,B,D) هي : $B(1,0)$.

إحداثيات النقطة C في المعيّن (A,B,D) هي : $C(1,1)$.

إحداثيات النقطة D في المعيّن (A,B,D) هي : $D(0,1)$.

2) انظر الرسم

3) ADIJ مستطيل لأنه رباعي له ثلاث زوايا قائمة .

4) إحداثيات النقطة I في المعيّن (A,B,D) هي : $I(\frac{1}{2},1)$.

إحداثيات النقطة J في المعيّن (A,B,D) هي : $J(\frac{1}{2},0)$.

الدرس عدد 10: مبرهنة طالس و تطبيقاتها

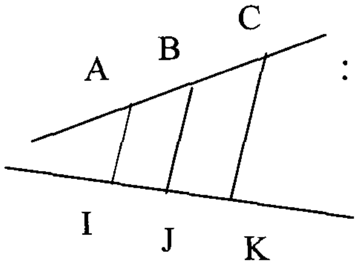
1) 1-) في مثلث ABC حيث I منتصف [AB] و J منتصف [AC] ، لنا:

$\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{2}$ **صحيح**

2-) مهما تكن النقاط A و B و C من المستوي حيث I منتصف [AB] و J منتصف [AC] ، لنا:

$IJ=\frac{1}{2}BC$ **خطأ**

3-) في الرسم المجاور حيث (IA)//(JB) و (JB)//(CK) لنا :



$\frac{AB}{AC}=\frac{IJ}{IK}$ **صحيح**

4-) إذا كان ABC مثلثا حيث AB=4 cm و AC=5 cm . وI نقطة من[AB]

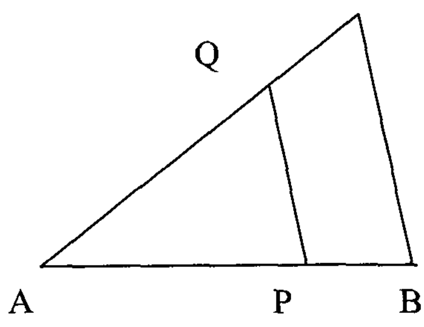
و J نقطة من [AC] حيث AI=AJ=3cm ،فإنّ : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$. **خطأ**

5-) لتحديد النقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{5}$ ،

نجزئ [AB] إلى ثلاثة أجزاء متقايسة **خطأ**

2) 1-) في الرسم المجاور، (PQ) // (BC) و AP=4cm

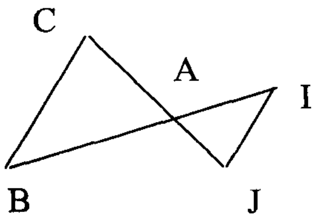
و AQ=5cm وAB=6cm . AC تساوي :



- ☐ 7
- ☒ $\frac{15}{2}$
- ☐ $\frac{4}{3}$

2 -) المستقيم المارّ من منتصفي ضلعين في مثلث هو :

- ☐ عمودي على الضلع الثالث
- ☒ موازِ للضلع الثالث
- ☐ قاطع للضلع الثالث



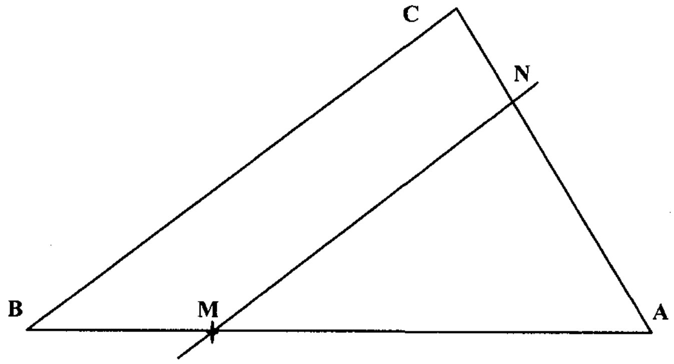
3-) (BC)//(IJ) و AB=3 وAC=2 وAI=x و AJ=y،

$x+2=y+3$ ☐　　$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ ☐　　$2x=3y$ ☒

4-) ليكن $ABCD$ شبه منحرف **قاعدتاه** $[AB]$ **و** $[CD]$ **حيث** DC=6cm و.لتكن I منتصف [AD] و J منتصف [BC]. إذا كان IJ=5cm، فإنّ :

AB=2cm ☐　　AB=4cm ☒　　AB=3cm ☐

3



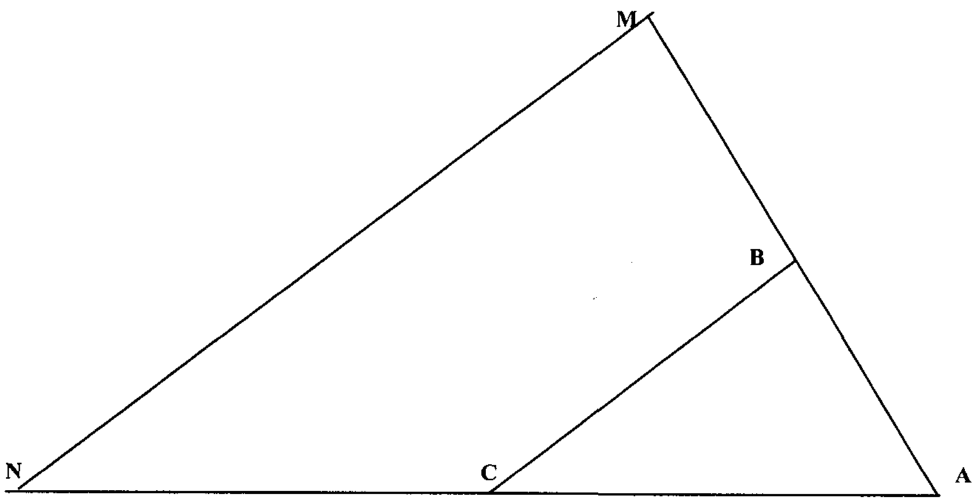
حسب نظرية طالس في المثلث ABC لدينا :

$\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ إذن $AB\times AN=AC\times AM$ وبالتالي : $AN=\frac{AC\times AM}{AB}=\frac{5\times5}{7}=\frac{25}{7}$

ونستنتج أن $CN=5-\frac{25}{7}=\frac{35}{7}-\frac{25}{7}=\frac{10}{7}$

لدينا : $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ إذن: $AB\times NM=CB\times AM$ وبالتالي: $NM=\frac{BC\times AM}{AB}=\frac{6\times5}{7}=\frac{30}{7}$

4



حسب نظرية طالس في المثلث ABC لدينا : $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ إذن: $AB\times AN=AC\times AM$

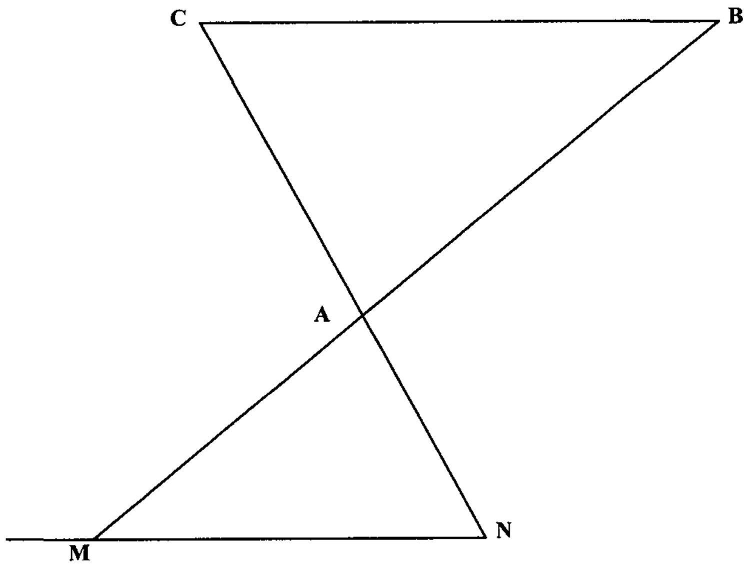
وبالتالي : $AN=\frac{AC\times AM}{AB}=\frac{4\times7}{3}=\frac{28}{3}=9{,}33\text{ cm}$

لدينا : $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ إذن: $AB\times MN=BC\times AM$

وبالتالي: $MN=\frac{BC\times AM}{AB}=\frac{3{,}5\times7}{3}=\frac{24{,}5}{3}=8{,}16\text{ cm}$

و بالتالي محيط المثلث AMN يساوي : $AM + MN + AN = 7 + \frac{24,5}{3} + \frac{28}{3} = 24,5\ cm$

5

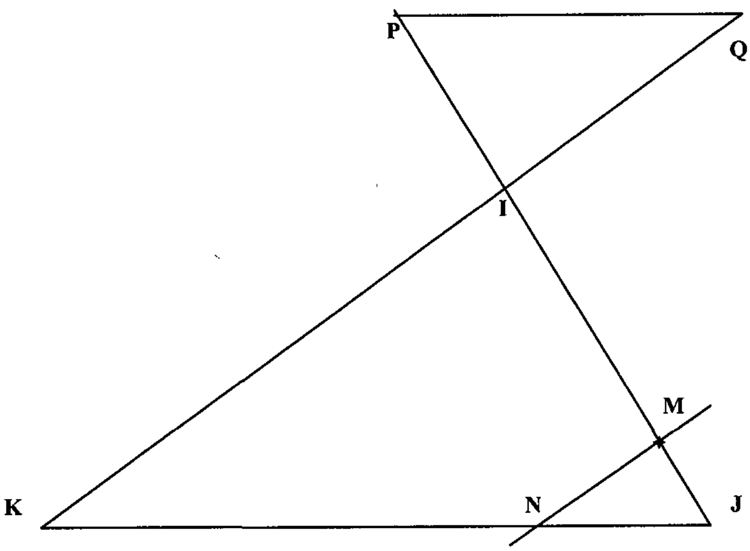


حسب نظرية طالس في المثلث AMN لدينا : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

إذن: $AB \times AN = AC \times AM$ وبالتالي : $AB = \frac{AC \times AM}{AN} = \frac{4\times2,5}{2} = 5\ cm$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$

يعني $AB \times MN = AM \times BC$ و بالتالي : $BC = \frac{AB \times NM}{AM} = \frac{5\times3}{2,5} = 6\ cm$

6



1) حسب نظرية طالس في المثلث IJK لدينا : $\frac{JM}{JI} = \frac{JN}{JK} = \frac{MN}{IK}$ إذا $JM \times JK = JN \times JI$ وبالتالي :

$JN = \frac{JK \times JM}{JI} = \frac{7\times1}{4} = \frac{7}{4}\ cm$ و $\frac{JM}{JI} = \frac{MN}{IK}$ يعني $JM \times IK = MN \times JI$ و بالتالي :

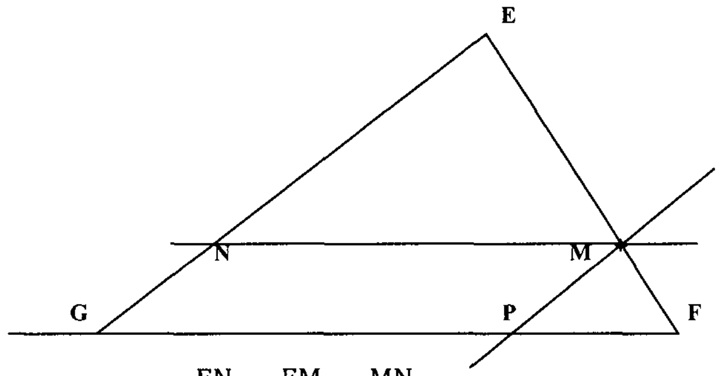
$$MN = \frac{IK \times JM}{JI} = \frac{5\times1}{4} = \frac{5}{4}\ cm$$

2) حسب نظرية طالس في المثلث IJK لدينا : $\frac{IP}{JI} = \frac{PQ}{JK} = \frac{IQ}{IK}$ إذا $IP \times IK = IQ \times JI$

وبالتالي : $IQ = \frac{IK \times IP}{JI} = \frac{5\times2}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5cm$

و $\frac{IP}{JI} = \frac{PQ}{JK}$ يعني $IP \times JK = PQ \times JI$ و بالتالي : $PQ = \frac{JK \times IP}{JI} = \frac{7\times2}{4} = \frac{7}{2} = 3{,}5cm$

7



1) حسب نظرية طالس في المثلث EFG لدينا : $\frac{EN}{EG} = \frac{EM}{EF} = \frac{MN}{FG}$

إذن: $EN\times EF = EG \times EM$ وبالتالي : $EN = \frac{EM \times EG}{EF} = \frac{3\times6}{4} = \frac{9}{2} = 4{,}5\ cm$

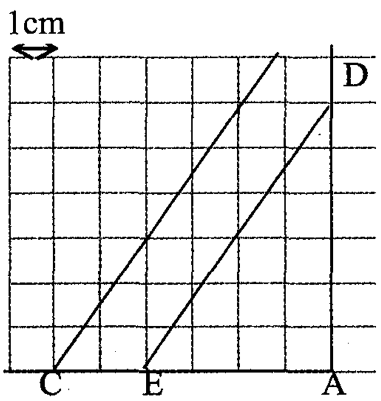
و $\frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}$ يعني $EN\times GF = EG \times MN$ و بالتالي :

$$MN = \frac{GF \times EN}{EG} = \frac{7\times4{,}5}{6} = 5{,}25\ cm$$

بما أن : MNGP متوازي أضلاع فإن $PG = MN$

وبالتالي : $FP = GF - MN = 7 - 5{,}25 = 1{,}75\ cm$

8

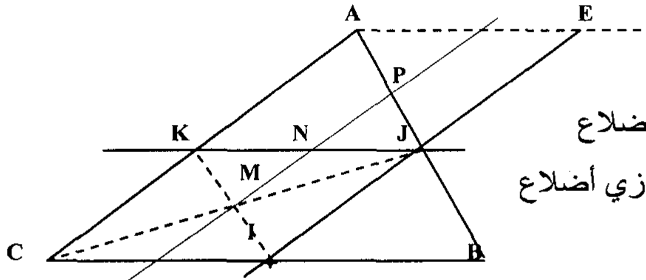


حسب نظرية طالس في المثلث ABC لدينا : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{ED}{BC}$ إذا :

$AD \times AC = AB \times AE$ وبالتالي :

$$AB = \frac{AC \times AD}{AE} = \frac{6\times6}{4} = 9\ cm$$

9



1) – أ) لتكن E نقطة من (IJ) بحيث AEIC متوازي أضلاع

إذن: (AE)// (IC) و AE = CI وبالتالي AEBI متوازي أضلاع

إذن: قطراه [EI] و [AB] يتقاطعان في منتصفهما J

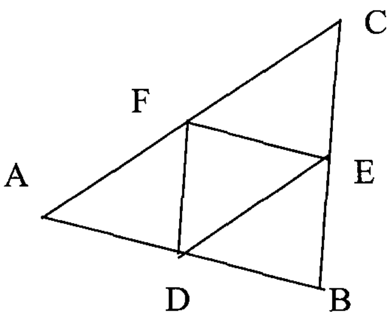
ب) بما أن AEIC متوازي أضلاع و (CI)//(KJ) فإن KCIJ متوازي أضلاع

إذن: $CK = IJ = \frac{AC}{2}$ و بالتالي K منتصف [AC]

ج) حسب نظرية طالس في المثلث AJK لدينا (PN)//(AK) و N منتصف [KJ]

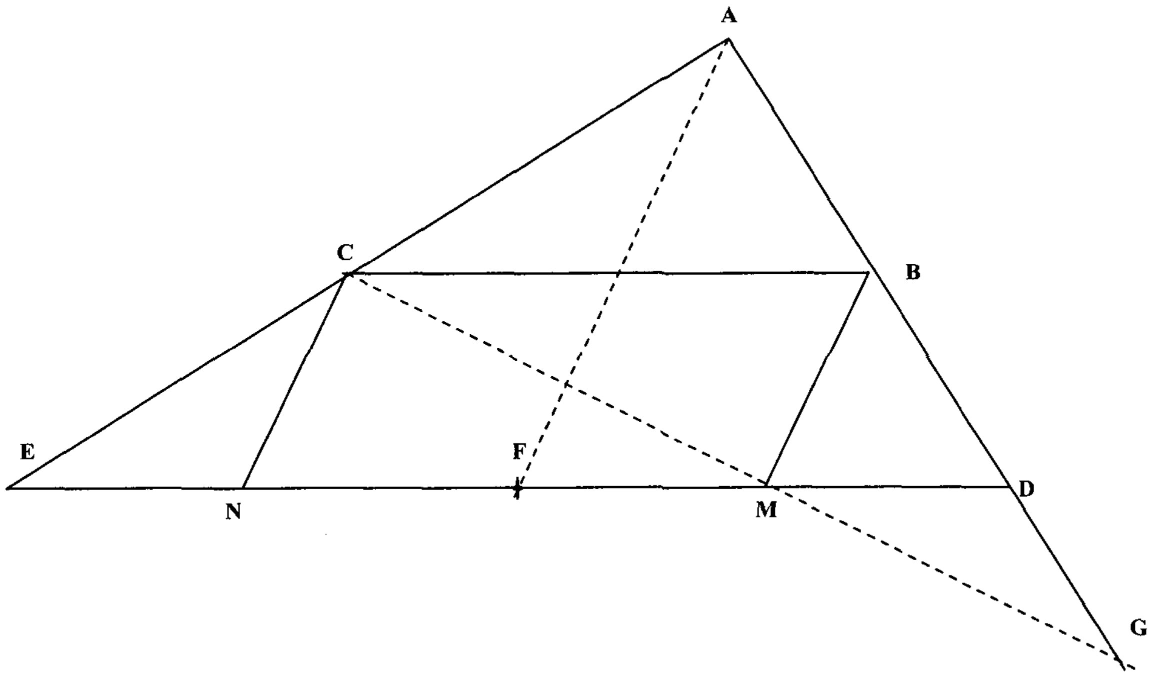
(لأن M منتصف [JC] و [KI]): إذن: $NP = \frac{AK}{2}$ و $AK = \frac{AC}{2}$ و بالتالي $NP = \frac{AC}{4}$.

10



في هذا الاقتراح على متوازيات الأضلاع التالية : EFDB و ECFD و AFED المتقايسة المساحة و حيث يمثل كل من المثلثات المتحصل عليها نصف أحد هذه المتوازيات و بالتالي يكون هذا المقترح صائبا.

11



1) في المثلث BCA لدينا (ED)//(BC) و B منتصف [AD]و C منتصف [AE] إذن: حسب نظرية طالس نتحصّل على : $\frac{1}{2} = \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$ و بالتالي DF = BC =7 cm .

2) المستقيم الذي يمر من منتصف ضلع في مثلث وموازيا لضلع ثان يمرّ من منتصف الضلع الثالث لهذا المثلث, و بالتالي M منتصف [DF] .

3) في المثلث CBG لدينا (MD)//(BC) و $DM = \frac{BC}{2}$ إذن: حسب نظرية طالس نتحصّل على :

$\frac{1}{2} = \frac{DM}{BC} = \frac{GM}{GC} = \frac{GD}{GB}$ و بالتالي M منتصف [GC] .

12

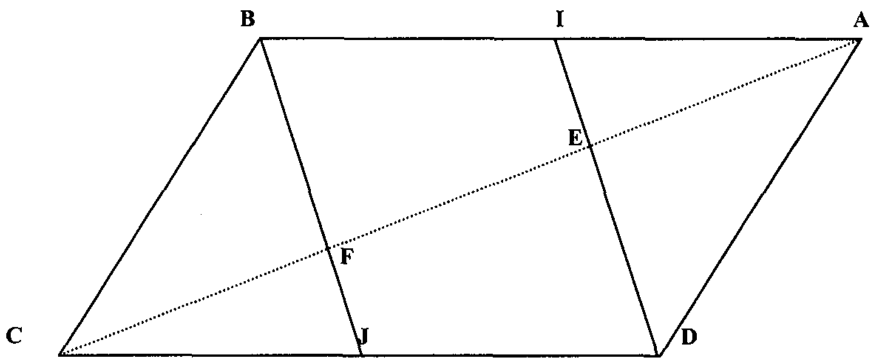
1) حسب نظرية طالس في المثلث ABC لدينا : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$ إذن : $AI \times BC = AB \times IJ$

وبالتالي :

$$BC = \frac{IJ \times AB}{IA} = \frac{1{,}5 \times 22{,}5}{7{,}5} = 4{,}5\ m$$

2) لدينا : : $\frac{AK}{AB} = \frac{1}{BC}$ إذن: $AK = \frac{AB}{BC} = \frac{22{,}5}{4{,}5} = 5m$ و بالتالي : $IK = 7{,}5 - 5 = 2{,}5$

13

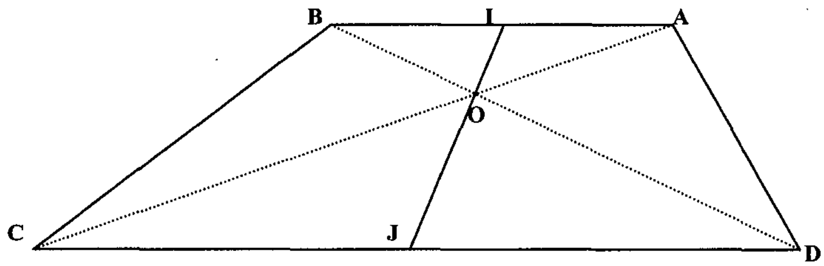


في المثلث ABF لدينا (IE)//(BF) و I منتصف [AB] إذن: E منتصف [AF] يعني $EF = AE$

و نفس الشيء في المثلث CED نحصل على F منتصف [CE] يعني $EF = CF$

و بالتالي: $EF = AE = CF$

14



لتكن K نقطة تقاطع (AD) و (BC) إذن: حسب نظرية طالس في المثلثين KCJ و KDJ نحصل على :

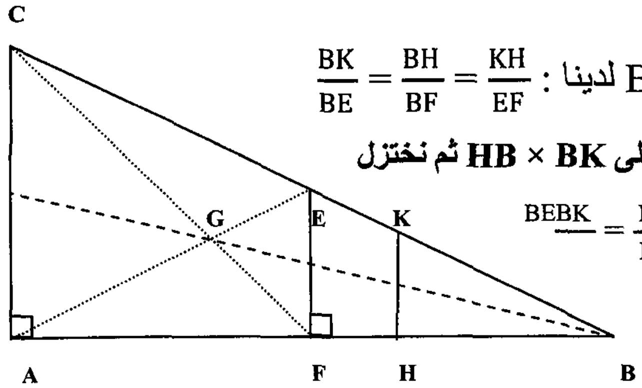
$\frac{AI}{DJ} = \frac{KI}{KJ}$ و $\frac{BI}{CJ} = \frac{KI}{KJ}$ و بالتالي : $DJ = \frac{AI \times KJ}{KI}$ و $CJ = \frac{BI \times KJ}{KI}$

و بما أن $BI = AI$ فإن $CJ = DJ$ يعني J منتصف [CD].

15

1) حسب نظرية طالس في المثلث ABC لدينا : $\frac{1}{2} = \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BA}$

إذن : F منتصف [AB] .



2) حسب نظرية طالس في المثلث BEF لدينا : $\frac{BK}{BE} = \frac{BH}{BF} = \frac{KH}{EF}$

إذن : $BK \times BF = BH \times BE$ ثم نقسم على $BK \times HB$ ثم نختزل

و نحصل على : $\frac{\cancel{BK} \times BF}{\cancel{BK} \times HB} = \frac{BH \times BEBK}{\times HB}$ يعني $\frac{BF}{HB} = \frac{BEBK}{}$

و بالتالي : $BK = \frac{EB \times HB}{BF} = \frac{4\times2}{3} = 2{,}66\,cm$

3) – أ) بما أن F منتصف [AB] و $(EF) \perp (AB)$ إذن : (EF) هو الموسط العمودي للقطعة [AB]

و بالتالي : $AE = EB = 4\ cm$

ب) $AG = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ و $GE = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$

ج) بما أن G هي مركز ثقل المثلث ABC (لأنها نقطة تقاطع الموسطين الصادرين من A و C)

إذن : (BG) هو المستقيم الحامل للموسط الصادر من B و بالتالي فهو يقطع [CA] في المنتصف

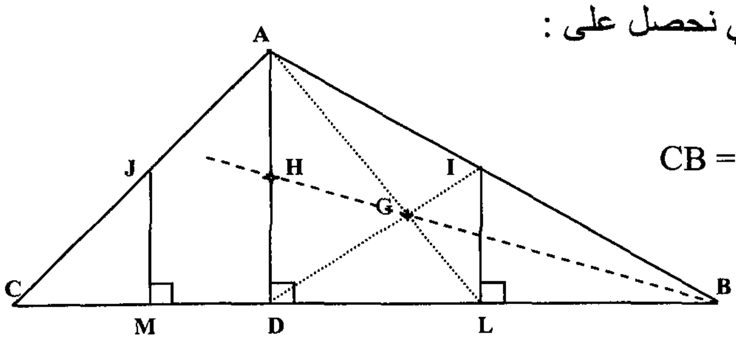
16

1) في المثلثين ABD و ACD لدينا نظرية طالس : M منتصف [DC]

و L منتصف [DB] و بالتالي نحصل على :

$2DM = CD$ و $2DL = BD$ إذن :

$CB = DC + BD = 2(DM + LD) = 2LM$

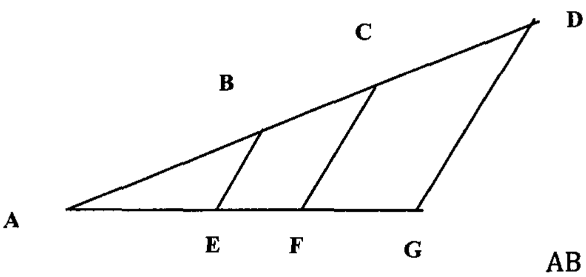


2) (تجدر الإشارة إلى صياغة السؤال كالتالي: بين أن النقاط I و J و H على استقامة واحدة)

بما أن H منتصف [DA] لأن [HB] هو الموسط الصادر من B في المثلثين ABD ,

و بالتالي : (HI)//(DB) و لدينا (JI)//(DB) يعني أن النقاط I و J و H على استقامة واحدة .

17

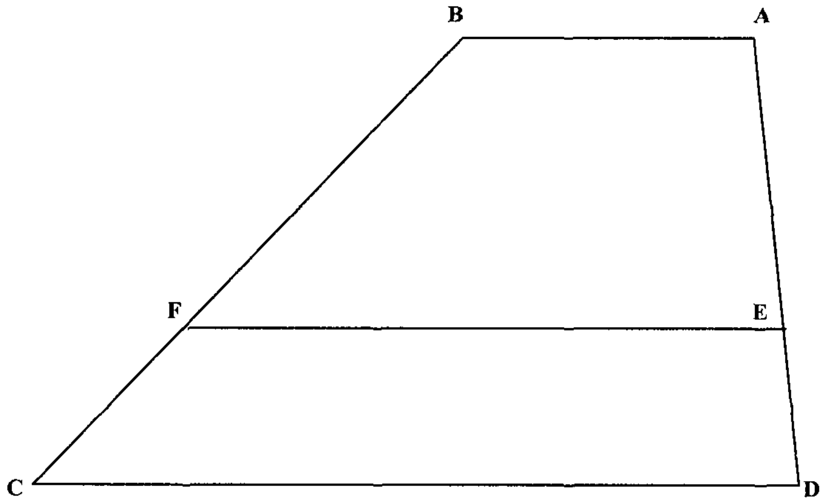


حسب نظرية طالس في المثلث AGD نحصل على : $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF}$

إذن : $AB \times EF = BC \times AE$ يعني: $BC = \frac{AB \times EF}{AE} = \frac{6\times4}{5} = 4{,}8\ cm$

و كذلك $\frac{CD}{FG} = \frac{AB}{AE}$ إذن: $AB \times GF = DC \times AE$ يعني $FG = \frac{AE \times DC}{AB} = \frac{5\times4{,}5}{6} = 3{,}75\ cm$

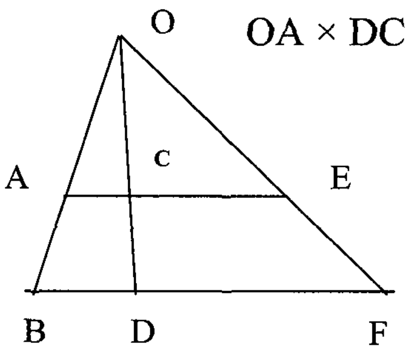
(18)



لدينا حسب نظرية طالس : $\frac{AD}{BC} = \frac{ED}{CF}$ إذن : $CF \times AD = ED \times BC$

يعني $CF = \frac{BC \times ED}{AD} = \frac{8\times2}{6} = 2,7\ cm$ و $BF = BC - CF = 8 - 2,7 = 5,3\ cm$

(19)



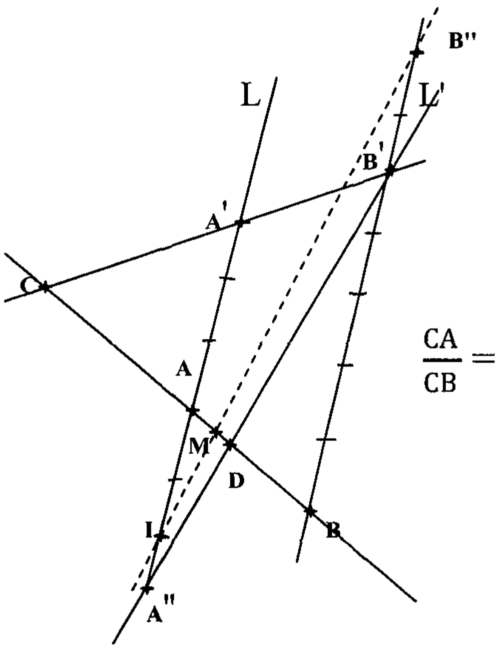
لدينا حسب نظرية طالس : $\frac{AB}{DC} = \frac{OA}{OC}$ إذن : $OA \times DC = OC \times AB$

يعني $OC = \frac{DC \times OA}{AB} = \frac{2\times3,5}{2,5} = 2,8\ cm$

و $\frac{AB}{EF} = \frac{OA}{OE}$ إذن : $OA \times EF = OE \times AB$

يعني $EF = \frac{AB \times OE}{AO} = \frac{2,5\times5}{3,5} = 3,57\ cm$

(20) 1-) انظر الرسم



2) لدينا (BB')//(AA'') إذن: حسب نظرية طالس

$\frac{DA}{DB} = \frac{AA''}{BB'} = \frac{3}{5}$ وفي المثلث B'CB لدينا $\frac{CA}{CB} = \frac{CA'}{BC'} = \frac{AA''}{BB'} = \frac{3}{5}$

و بالتالي : $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{3}{5}$

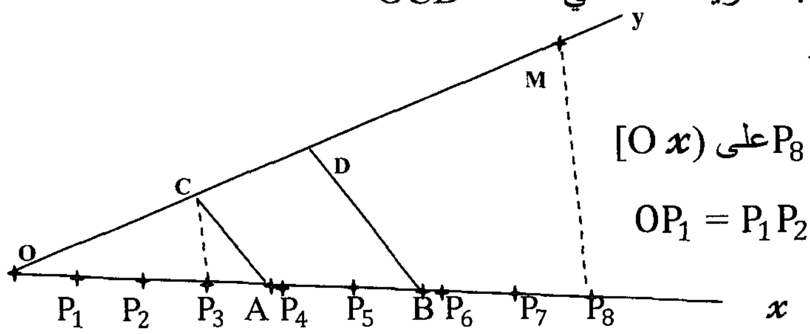
3) نعين نقطة B'' على (L') بحيث $BB'' = 7$

نقطة I على المستقيم (L) بحيث $IA = 2$ و $M = (BA)\cap(B''I)$

و بالتالي حسب نظرية طالس $BM''B$: $\frac{MA}{BM}=\frac{IA}{BB''}=\frac{2}{7}$

(21) -1) : $(AC)\ //\ (BD)$ إذن حسب نظرية طالس ، في المثلث OCD

نتحصل على: $\frac{AO}{AB}=\frac{CO}{CD}$



2) نعين 8 نقاط P_1 , P_2 , P_3 ..... و P_8 على $[O x)$

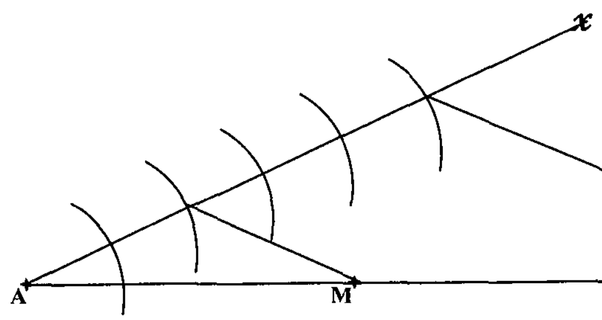
بحيث : $OP_1=P_1P_2=P_2P_3=P_3P_4=...=P_7P_8$

نصل P_3 بالنقطة C ثم نرسم الموازي لـ : (CP_3) و المار من P_8 الذي يقطع (Oy) في M

وبالتالي : $\frac{3}{5}=\frac{OC}{CM}$ يعني $CM=\frac{5}{3}OC$

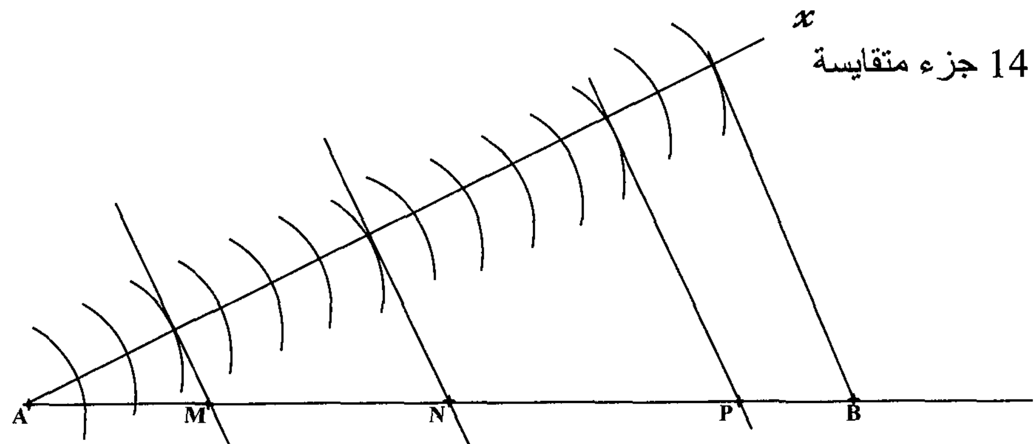
(22) $AM=\frac{2}{5}AB$.

إذن: $MB=\frac{3}{5}AB=\frac{3\times9}{5}=\frac{27}{5}=5,4\text{ cm}$



(23)

نجزئ $[A x)$ إلى 14 جزء متقايسة



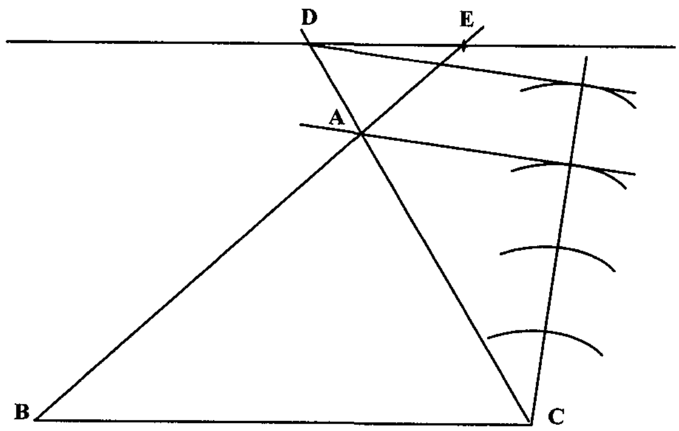
لدينا : $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{14}$ إذن : $14\times AM=3\times AB$ يعني $AM=\frac{3\times12}{14}=\frac{36}{14}=2,57\text{ cm}$

و $\frac{MN}{AB}=\frac{4}{14}$ إذن : $14\times MN=4\times AB$ يعني $MN=\frac{4\times12}{14}=\frac{48}{14}=3,42\text{ cm}$

و $\frac{NP}{AB}=\frac{5}{14}$ إذن : $14\times NP=5\times AB$ يعني $NP=\frac{5\times12}{14}=\frac{60}{14}=4,28\text{ cm}$

و $\frac{PB}{AB}=\frac{2}{14}$ إذن : $14\times PB=2\times AB$ يعني $PB=\frac{2\times12}{14}=\frac{24}{14}=1,7\text{ cm}$

24

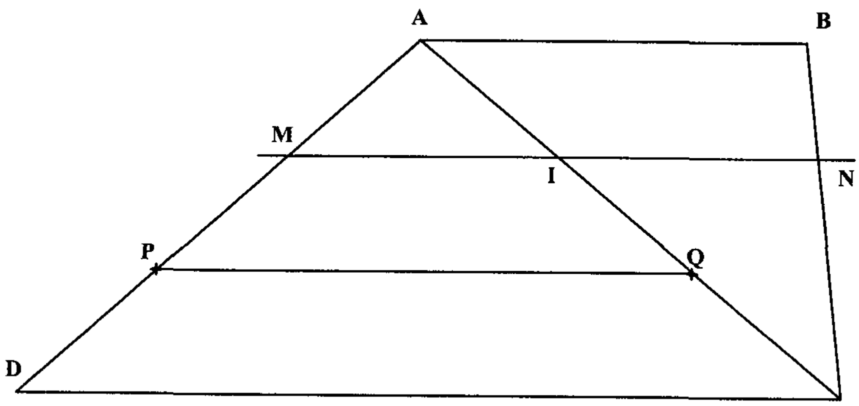


2) لدينا : $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ إذن : $AB = 3 \times AE$ يعني $EA = \frac{AB}{3} = \frac{4,5}{3} = 1,5\ cm$

و : $\frac{DE}{CB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$ إذن : $CB = 3 \times DE$ يعني $ED = \frac{BC}{3} = \frac{6}{3} = 2\ cm$

25

1-) انظر الرسم



2) - أ) لدينا في المثلث ACD حسب نظرية طالس : $\frac{AI}{AC} = \frac{AM}{AD} = \frac{MI}{DC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ب) $\frac{MI}{DC} = \frac{1}{3}$ إذن: $MI = \frac{DC}{3} = \frac{7,5}{3} = 2,5\ cm$

3) - أ) بما أن $\frac{AM}{AP} = \frac{AI}{AQ} = \frac{1}{2}$ إذن حسب عكس نظرية طالس (MI)//(PQ)

و بالتالي (CD)//(PQ)لأن(CD)//(MI) .

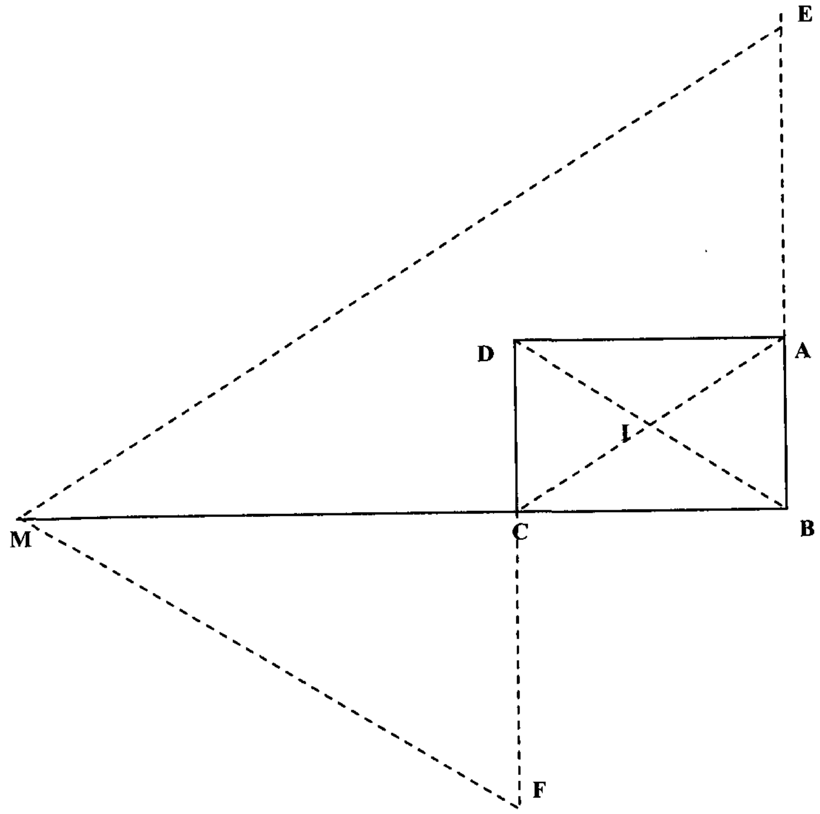
ب) و نستنتج أن $PQ = 2\ MI = 5$.

26

1) في المثلث EBM لدينا (ME)//(AC) إذن حسب نظرية طالس نحصل على :

$\frac{AB}{BE} = \frac{BC}{BM} = \frac{1}{3}$ إذن : $\frac{AB}{BE} = \frac{1}{3}$ يعني BE=3AB

ليكن *ABCD* مستطيلا مركزه I حيث AB=2cm و AD=3cm .



لتكن M نقطة من [BC] حيث BM=3BC .

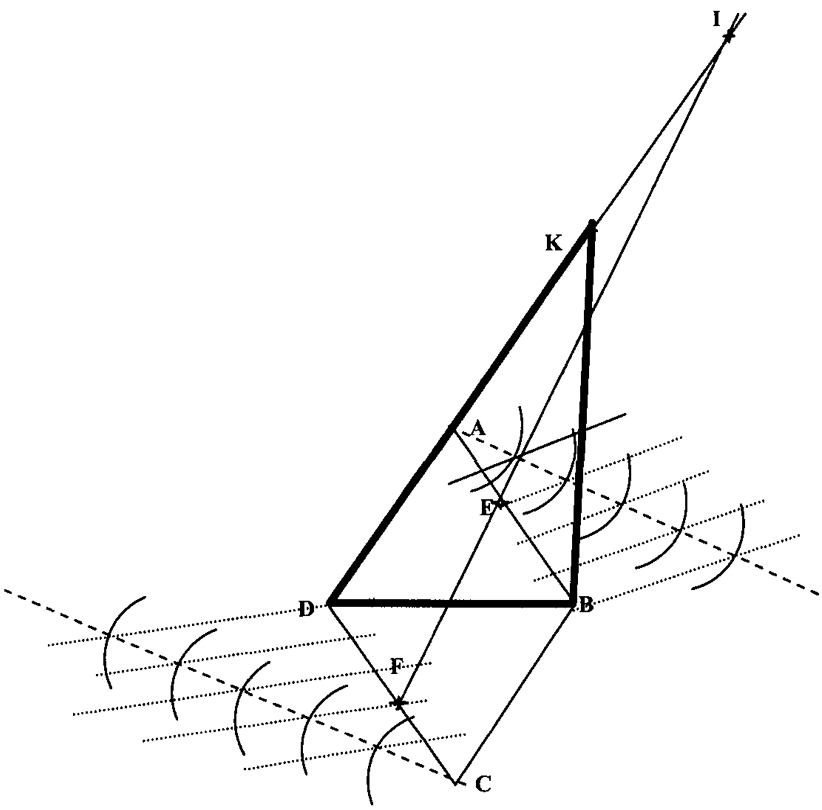
2) - أ) بما أن (MF)//(BD) و M∈(BC) وF∈(DC) إذن حسب نظرية طالس في المثلث BCD

نحصل على : $\frac{1}{2} = \frac{BC}{CM} = \frac{CD}{CF}$ يعني $2 = = \frac{CF}{CD}$

ب) BE=3BA و(CF = 2CD يعني DF = 3CD) و (DF)//(BE) إذن الرباعي BEDF متوازي أضلاع .

27

1) انظر الرسم



$2\times CD = 5\times CF$ و $2\times AB = 5\times AE$

2) نستنتج مما سبق أن : $AE = \frac{2}{5}AB$ و $CF = \frac{2}{5}CD$

و $DF = DC - CF = DC - \frac{2}{5}CD = \frac{3}{5}CD$ و بالتالي : $\frac{AE}{DF} = \frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{3}{5}CD} = \frac{2}{3}$

(نظرا لأن $AB = CD$)

3) في المثلث IDF لدينا $(DF)//(AE)$ و $A\in(DI)$ و $E\in(FI)$

إذن حسب نظرية طالس نحصل على : $\frac{IA}{ID} = \frac{IE}{IF} = \frac{AE}{DF} = \frac{2}{3}$ إذن $\frac{IA}{ID} = \frac{2}{3}$

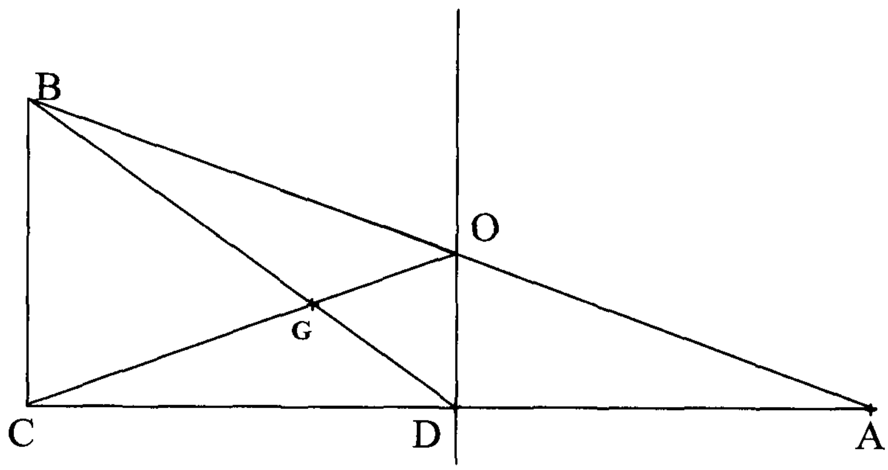
يعني $3IA = 2ID$ يعني $3IA = 2(AI + AD)$

يعني $3IA - 2AI = 2AD$ يعني $AI = 2AD$ يعني $IK = AD = AK$

4-) K منتصف $[AI]$ إذن $AK = IK = (AD = AB)$ و بالتالي KBD قائم الزاوية في B

(لأن منتصف أحد أضلاعه متقايس البعد عن رؤوسه الثلاث)

28



1) بما أن $AO = OB = OC$ و O منتصف $[AB]$ فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C

(لأن منتصف أحد أضلاعه متقايس البعد عن رؤوسه الثلاث)

2) بما أن $(CB)//(DO)$ و O منتصف $[AB]$ إذن حسب نظرية طالس: $\frac{AO}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$

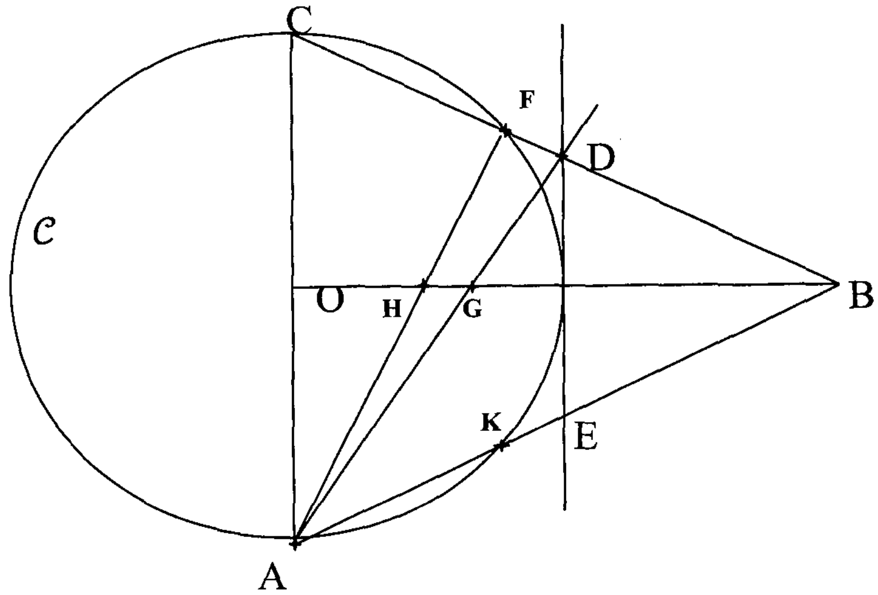
إذن : $AC = 2AD$ يعني D منتصف $[AC]$

3) – أ) بما أن $[CO]$ و $[DB]$ هما الموسطين الصادرين من B و C في المثلث ABC

إذن G هي مركز ثقل المثلث ABC

ب) بما أن G هي مركز ثقل المثلث ABC فإن : $GC = \frac{2}{3}\ OC = \frac{2}{3}\times 6 = 4$

29



1) - أ) انظر الرسم

ب) بماأن : $BO\ \frac{1}{3} = 6 \times \frac{1}{3} = 2 = GO$ إذن : G هي مركز ثقل المثلث ABC

ج) بماأن : G هي مركز ثقل المثلث ABC فإن [DA] هو الموسط الصادر من A في المثلث ABC
إذن D منتصف [BC]

2) - أ) بماأن $(DE)//(CA)$ و D منتصف [BC] إذن حسب نظرية طالس: $\frac{1}{2} = \frac{BE}{BA} = \frac{BD}{BC}$

إذن : $AB = 2AE$ يعني E منتصف [AB]

ب) حسب نظرية طالس: $\frac{1}{2} = \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BA} = \frac{BD}{BC}$ إذن: $DE = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$

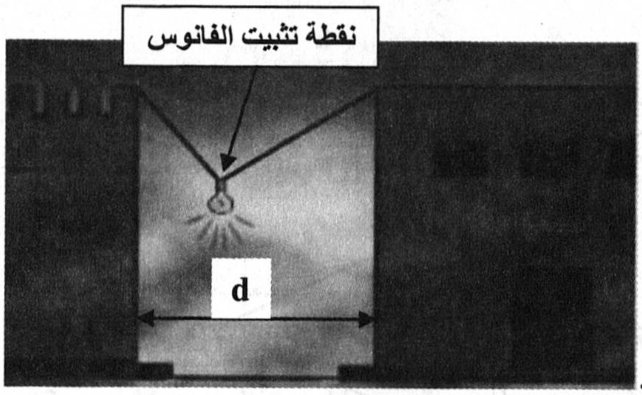
ج) بماأن E منتصف [AB] و G هي مركز ثقل المثلث ABC إذن [CE] هو الموسط الصادر من C في المثلث ABC فهو يمر من G و بالتالي النقاط C و G و E على استقامة واحدة

3) - أ) بماأن المثلث ACF يقبل الارتسام داخل الدائرة $\mathcal{C}$ و ضلعه [AC] قطر لها
إذن المثلث ABC ACF قائم الزاوية في F

ب) بماأن النقاط C و H و K هي مناظرات بالنسبة للمستقيم (OB) للنقاط على F و H و A التي هي على استقامة واحدة إذن النقاط C و H و K هي على استقامة واحدة لأن التناظر المحوري يحافظ على الاستقامة.

الدرس عدد 11: العلاقات القياسية في المثلث القائم

تمرين1

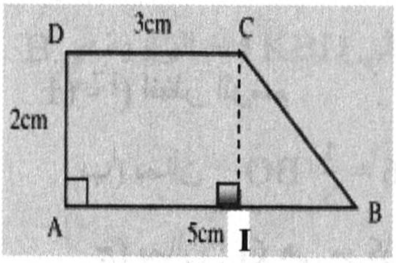


نرمز بالحرف : d إلى عرض الشّارع.

إذن حسب نظرية بيتاغور في المثلث القائم في نقطة تثبيت الفانوس نحصل على :

$d^2 = 10^2 + 12^2 = 100 + 144 = 244$ إذن: $d = \sqrt{244} = 15,62\ m$

تمرين2



في المثلث ADC القائم في A لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$\mathbf{AC^2} = \mathbf{AD^2} + \mathbf{CD^2} = 4 + 9 = 13$ إذا $\mathbf{AC} = \sqrt{\mathbf{13}} = 3,61\ cm$

و في المثلث ABD القائم في A لدينا :

$\mathbf{BD^2} = \mathbf{AD^2} + \mathbf{AB^2} = 4 + 25 = 29$ إذن $\mathbf{BD} = \sqrt{\mathbf{29}} = 5,39\ cm$

لتكن النقطة I المسقط العمودي للنقطة C على (AB) إذن نحصل على مثلث قائم CIB حيث :

$\mathbf{BC^2} = \mathbf{AD^2} + \mathbf{IB^2} = 4 + 4 = 8$ إذن $\mathbf{BC} = \sqrt{\mathbf{8}} = 2\sqrt{\mathbf{2}} = 2,84\ cm$

تمرين 3

نحسب ارتفاعه h حيث : $\mathbf{150^2} = \mathbf{h^2} + \mathbf{50^2}$ إذن:

$\mathbf{h^2} = \mathbf{150^2} - \mathbf{50^2} = 22500 - 2500 = 20000$

إذن: $h = \sqrt{20000} = 141,42\ m$

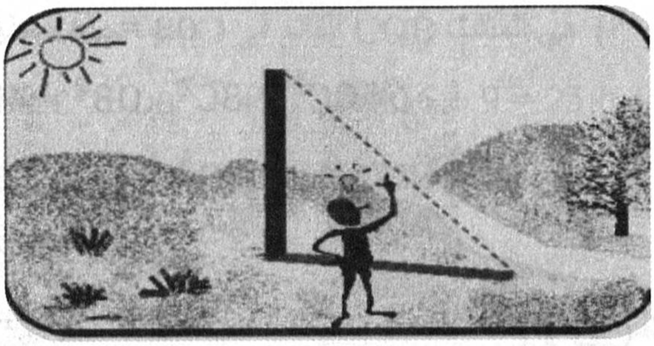
و بالتالي قيس مساحتها بالمتر المربّع هي : $S = \frac{\text{قاعدة}\times\text{ارتفاع}}{2} = \frac{100\times141,42}{2} = 7071\ m^2$

و مساحتها بالصنتمتر المربّع هي : $S = \frac{100\times14142}{2} = 7071\ m^2 = 7071 \times 10^{-6}\ cm^2$

تمرين 4

يتمّ استعمال هذا الحبل بتكوين مثلث أبعاده بالعقد 3 و 4 و 5

تمرين 5



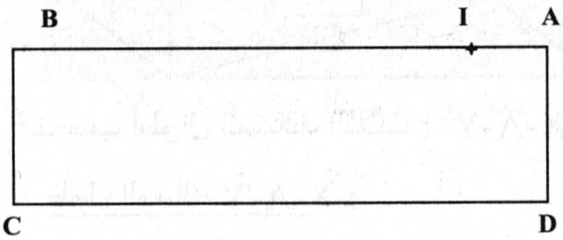
* نبدأ بالبحث على طول الظل يمثل 90% من طول العمود و نرمز له بالحرف b إذن :

$$b = \frac{3\times 90}{100} = 2{,}9 \text{ m}$$

إذن المسافة الفاصلة بين قمة العمود و طرف الظل و نرمز لها بالحرف L إذن :

$\mathbf{L^2} = \mathbf{3^2} + \mathbf{(2,9)^2} = 9 + 8{,}41 = 17{,}41$ و بالتالي: $\mathbf{L} = \sqrt{\mathbf{17,41}} = 4{,}17$ m

تمرين 6



أ) في المثلث CIB القائم في B لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$$IC^2 = BC^2 + IB^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

و بالتالي : $IC = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} = 3 \times 3{,}17 = 9{,}51$ m

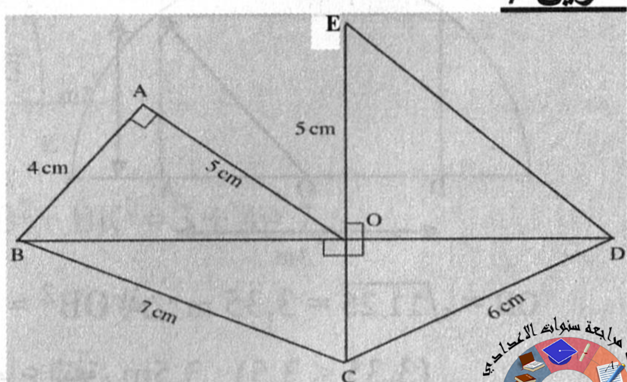
في المثلث AID القائم في A لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$ID^2 = AD^2 + IA^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$ إذن $ID = \sqrt{10} = 3{,}17$ cm

ب) بما أن : $IC^2 = 90$ و $ID^2 = 10$ إذن : $CD^2 = ID^2 + IC^2 = 10 + 90 = 100$

إذن حسب عكس نظرية بيتاغور المثلّث CID قائم الزّاوية في I

تمرين 7



نبدأ بحساب OB حيث في المثلث OAB و حسب نظرية بيتاغور :

$OB^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ إذن $OB = \sqrt{41} = 6,4$ cm

ثم نحسب OC حيث في المثلث OCB: $OC^2 = BC^2 - OB^2 = 49 - 41 = 8$ إذن

$OC = \sqrt{8} = 2,84$ cm

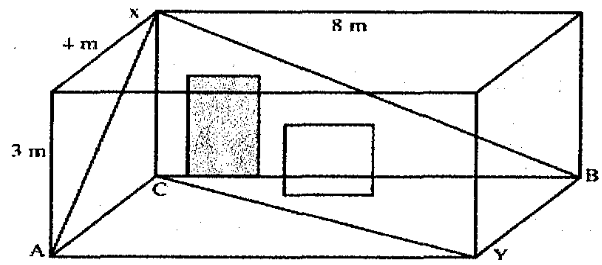
ثم نحسب OD حيث في المثلث OCD و حسب نظرية بيتاغور:

$OD^2 = DC^2 - OC^2 = 36 - 8 = 28$ إذن: $OD = \sqrt{28} = 5,3$ cm

وأخيرا نحسب OE حيث في المثلث OED و حسب نظرية بيتاغور:

$DE^2 = OE^2 + OD^2 = 25 + 28 = 53$ إذن: $DE = \sqrt{53} = 7,28$ cm

تمرين 8



نحسب أطوال المسالك الثلاث : X-A-Y أو X-B-Y أو X-C-Y

طول المسلك X-A-Y :

$$AY + XA = \sqrt{4^2 + 3^2} + \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{25} + \sqrt{73} = 5 + 8,5 = 13,5 \text{ m}$$

طول المسلك X-B- Y :

$$BY + XB = \sqrt{8^2 + 3^2} + 4 = \sqrt{73} + 4 = 8,54 + 4 = 12,54 \text{ m}$$

طول المسلك X-C-Y :

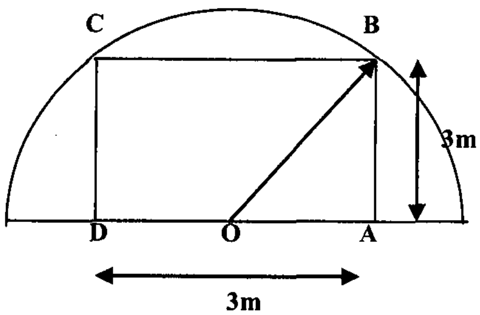
$$CY + XC = 3 + \sqrt{4^2 + 8^2} = 3 + \sqrt{80} = 3 + 8,95 = 11,95 \text{ m}$$

إذن المسلك الأقلّ تكلفة هو : X-C-Y لأنه أقل طولا.

تمرين 9

نمثل هذه الوضعية بالرسم التالي حيث نرمز للشاحنة بالمستطيل ABCD .

ونحسب البعد OB حيث :



حسب نظرية بيتاغور في المثلث BAO لدينا:

$OB^2 = AB^2 + OA^2 = 1,5^2 + 3^2 = 2,25 + 9 = 11,25$ إذن: $OB = \sqrt{11,25} = 3,35$ m

إذن يمكن لهذه الشاحنة العبور لأن البعد OB أقل من شعاع النفق 3,5m : $(3,35 < 3,5)$

تمرين 10

أ) في المثلث COB القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

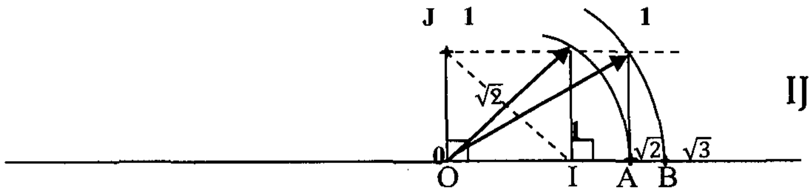
$BC^2 = OC^2 + OB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ إذن : $BC = \sqrt{25} = 5$ cm

ب) في المثلث COB القائم في O لدينا : $BC \times r = 4 \times 3 = 12$ حيث r هو شعاع الدائرة $\mathcal{C}$ إذن :

$5 \times r = 4 \times 3 = 12$ يعني $r = \frac{12}{5} = 2,4$

تمرين 11

أ)

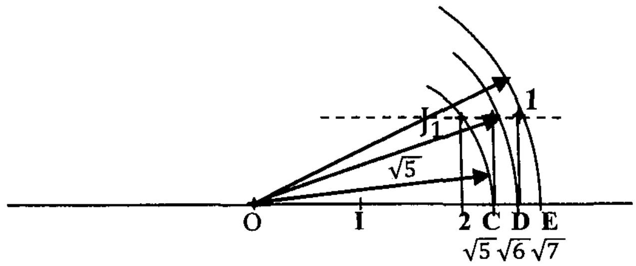


ب) $IJ^2 = OI^2 + OJ^2 = 1 + 1 = 2$

يعني $IJ = \sqrt{2} = OA$

ج) $AJ^2 = OA^2 + OJ^2 = 2 + 1 = 3$ إذن $AJ = \sqrt{3} = OB$

د)

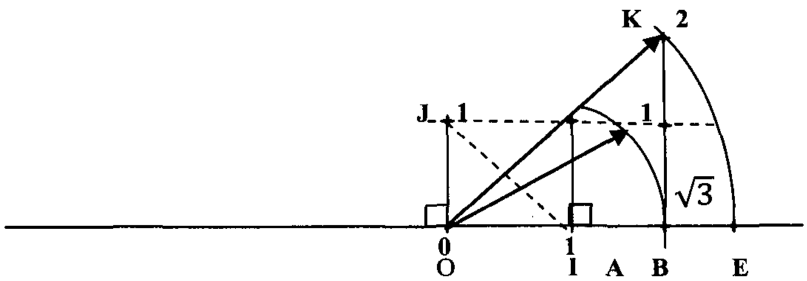


$CO^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$ إذن: $CO = \sqrt{5}$

$DO^2 = OJ^2 + OC^2 = 1 + 5 = 6$ إذن: $DO = \sqrt{6}$

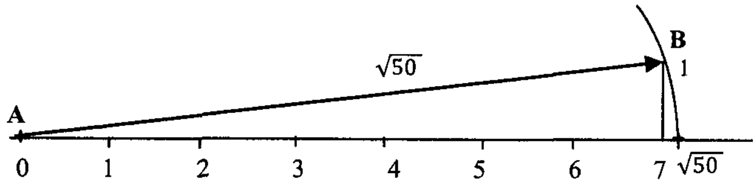
$EO^2 = OJ^2 + OD^2 = 1 + 6 = 7$ إذن: $EO = \sqrt{7}$

ه) نعم يمكن تعيين النقطة E اعتمادا على النقطة B مباشرة كالتالي :



$EO^2 = OB^2 + BK^2 = 3 + 4 = 7$ إذن: $EO = \sqrt{7}$

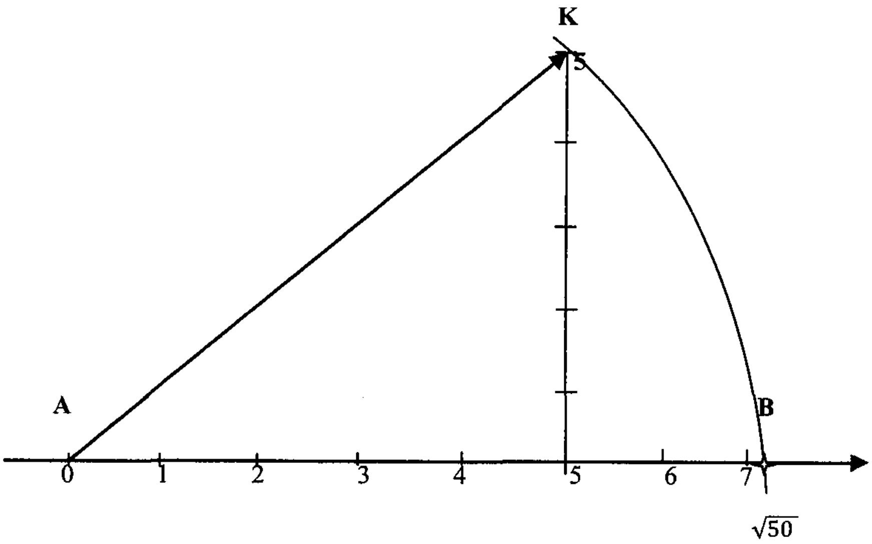
تمرين 12
طريقة أولى



$AB^2 = 7^2 + 1 = 50$

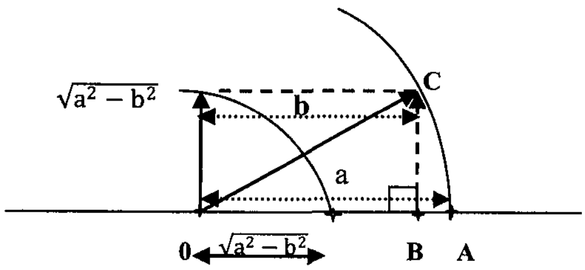
يعني $AB = \sqrt{50}$

طريقة ثانية



$KA^2 = AB^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ يعني $KA = AB = \sqrt{50}$

تمرين 13



نرسم مستطيلا قطره a و طوله b

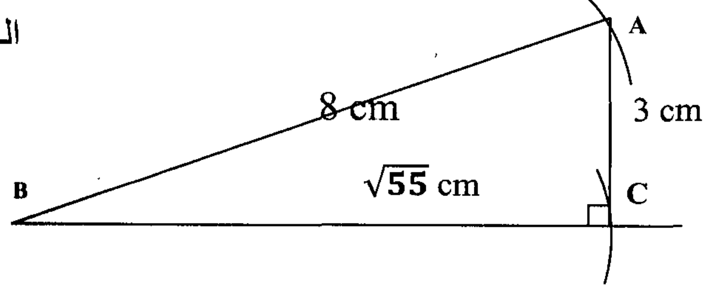
و عرضه $\ell = BC$

و نحصل على $a^2 = b^2 + \ell^2$

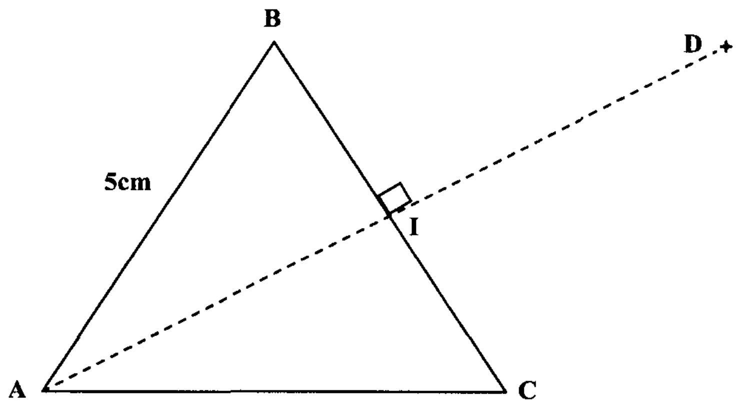
إذا على $\ell^2 = a^2 - b^2$ و بالتالي : $\ell = \sqrt{a^2 - b^2}$

تطبيق:

بما أن $8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$ إذن لبناء قطعة مستقيم طولها $\sqrt{55}$ بالصّنتمتر نرسم مثلثا قائما وتره 8 cm و أحد ضلعيه القائمين 3 cm و يكون طول الضلع الثالث $\sqrt{55}$ cm كالتالي : حيث C المسقط العمودي لـ : A على (BC)



تمرين 14



D مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى المستقيم (BC) ينتج عنه $(BC) \perp (AD)$

و $DC = BD = AB = 5cm$ (لأن مناظرة القطع [AB] بالنّسبة إلى المستقيم (BC) هي القطعة[BD])

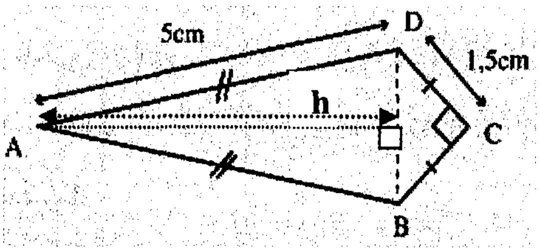
إذن الرّباعيّ ABDC معيّن (لأنه متعامد القطرين و متقايس الأضلاع)

و نحسب ارتفاع المثلث ABC كالتالي: $IA^2 = 5^2 - 2,5^2 = 25 - 6,25 = 18,75$

يعني : $IA = \sqrt{18,75} = 4,33 \text{ cm}$

إذا مساحته S هي : $S = \frac{5\times8,66}{2} = 5 \times 4,33 = 21,65 \text{ cm}^2$

تمرين 15



نقسم الشكل إلى مثلثين ADB و BDC:

مساحة BCD و نرمز لها بالحرف : S_1 إذا $S_1 = \frac{1,5\times1,5}{2} = 1,125 \text{ cm}^2$

مساحة ADB و نرمز لها بالحرف : S_2 ونبدأ بحساب البعد BD.

$BD^2 = 1,5^2 + 1,5^2 = 2,25 + 2,25 = 4,5$ و بالتالي: $BD = \sqrt{4,5} = 2,12 \text{ cm}$

ثم حساب h ارتفاع المثلث ABD حيث : $AD^2 = h^2 + \left(\frac{DB}{2}\right)^2 = h^2 + \frac{4,5}{4}$

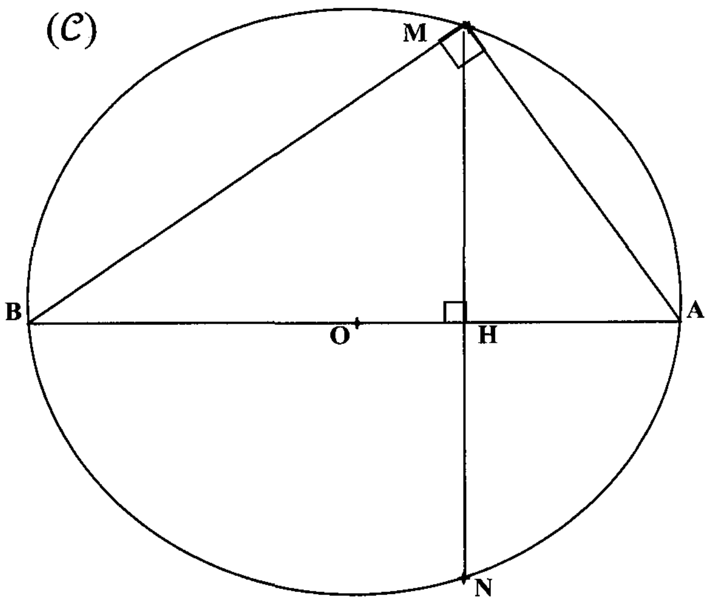
$$h^2 = AD^2 - \frac{4,5}{4} = 5^2 - 1,125 = 25 - 1,125 = 23,87$$

و بالتالي: $h = \sqrt{23,87} = 4,88 \text{ cm}$

إذن $S_2 = \frac{BD\times h}{2} = \frac{2,12\times4,88}{2} = 5,17 \text{ cm}^2$

وأخيرا مساحة الرّباعيّ ABCD و نرمز لها بـ: S حيث: $S = S_1 + S_2 = 1,13 + 5,17 = 6,30 \text{cm}^2$

تمرين 16



لتكن النقطة O منتصف [AB] و مركز الدائرة $\mathcal{C}$

مناظرة القطعة [OM] بالنسبة إلى المستقيم (AB) هي القطعة [ON] إذن: OM = ON

يعني N تنتمي إلى الدّائرة ($\mathcal{C}$)

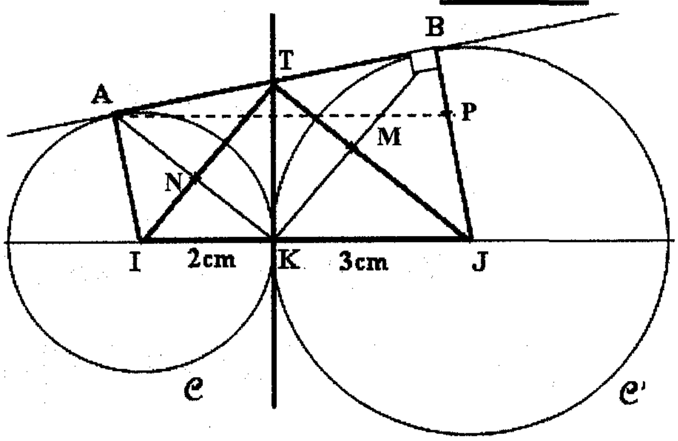
في المثلث MAB القائم في M لدينا : $MB^2 = AB^2 - AM^2 = 7,5^2 - 4,5^2 = 36$

يعني $BM = \sqrt{36} = 6$ cm

و بالتالي : $HM \times AB = BM \times AM$ إذن: $HM = \frac{AM \times BM}{AB} = \frac{4,5 \times 6}{7,5} = 3,6$ cm

يعني طول الحبل [MN] يساوي 7,2 cm

تمرين 17



أ) ليكن P مسقط A على (BJ) وفقا لمنحى (JI) إذن المثلث ABP قائم في B(لأن المماس لدائرة يكون عموديا على الشعاع في نقطة التماس) و بالتالي :

$AB^2 = AP^2 - BP^2 = 5^2 - 1^2 = 24$ إذن : $AB = \sqrt{24}$ (حيث BP هو الفرق بين الشعاعين)

ب) المثلثان IAT و IKT قائمان في A و K على التوالي و $\{IK = IA$ و $[IT]$ ضلع مشترك$\}$: متقايسان

ج) و ينتج عن تقايسهما تقايس العناصر النظيرة مثنى- مثنى و منها: $KT = AT$

و بنفس الطريقة في المثلثين JBT و JKT نتحصل على : $KT = BT$ و بالتالي: $BT = AT$

يعني T منتصف $[AB]$.

د) في المثلثين IAT و JBT القائمين في A و B على التوالي ، لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$IT^2 = IA^2 + AT^2 = 2^2 + \left(\frac{\sqrt{24}}{2}\right)^2 = 4 + 6 = 10 \text{ إذا } IT = \sqrt{10}$$

$$JT^2 = JB^2 + BT^2 = 3^2 + \left(\frac{\sqrt{24}}{2}\right)^2 = 9 + 6 = 15 \text{ إذا } JT = \sqrt{15}$$

و بالتالي : $IT^2 + JT^2 = 25 = IJ^2$ يعني أن المثلث ITJ قائم الزّاوية في T

ه) ينتج عن تقايس المثلثين IAT و IKT تقايس العناصر النظيرة مثنى – مثنى و منها :

$KT = AT$ و $IK = IA$ و بالتالي (IT) هو الموسط العمودي لـ : $[AK]$ إذن : $AN = \frac{AK}{2}$ ،

وفي المثلث القائم IAT نتحصل على : $TA \times IA = AN \times IT = \frac{AK}{2} \times IT$ و بالتالي :

$AK \times IT = 2(IA \times TA)$ يعني : $KA = \frac{2(IA \times TA)}{IT} = \frac{2\left(2 \times \frac{\sqrt{24}}{2}\right)}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{2{,}4}$

و) المثلث AKB قائم الزّاوية في K لأن : T منتصف $[AB]$ و $TA = BT = TK$

و حسب بيتاغور : $KB^2 = AB^2 - AK^2 = 24 - 4{,}8 = 19{,}2$ إذا $BK = \sqrt{19{,}2}$

ز) الرّباعيّ KMTN هو مستطيل لأن الزاويتين $\widehat{K}$ و $\widehat{T}$ متقابلتان و متقايستان و قيس كل منها 90^0

و$(KA)\perp(IT)$ (لأن : $AI = KI$ و $KT = TA$)

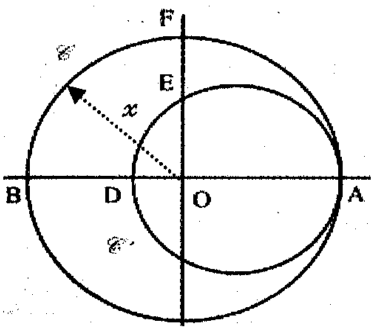
تمرين 18

$(OF) \perp (AB)$ و $OE = 20cm$ و $OD = 16cm$

أ) في المثلث DEO القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$ED^2 = DO^2 + OE^2 = 16^2 + 20^2$$
$$= 256 + 400 = 656$$

إذن : $ED = \sqrt{656} = 25{,}6$ cm



ب) في المثلث AEO القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$AE^2 = AO^2 + OE^2 = x^2 + 20^2 = x^2 + 400$$

إذن : $AE = \sqrt{x^2 + 400}$

حالة أولى: $AD = AO + OD = x + 16$

كتابة ثانية: $AD^2 = AE^2 + DE^2 = x^2 + 400 + 656 = x^2 + 1056$

يعني: $AD = \sqrt{1056 + x^2}$

ت) و نستنتج أن : شعاع الدائرة $\mathscr{C}$ هو : x حيث : $x + 16 = \sqrt{1056 + x^2}$

يعني : $(x + 16)^2 = 1056 + x^2$

يعني : $x^2 + 32x + 256 = 1056 + x^2$

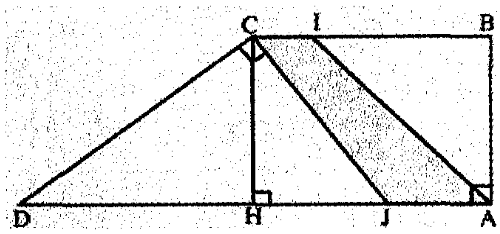
يعني : $32x = 1056 - 256 = 800$

يعني: $x = 25$ cm (و هو شعاع الدائرة $\mathscr{C}$)

و بالتالي شعاع الدائرة $\mathscr{C}'$ و نرمز له بالحرف y حيث :

$$y = \frac{x+16}{2} = \frac{25+16}{2} = \frac{41}{2} = 20{,}5\text{cm}$$

تمرين 19



أ) في المثلث ABI القائم في B لدينا : $AI^2 = AB^2 + IB^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

يعني $AI = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ cm

و في المثلث HCD القائم في H لدينا : $CD^2 = CH^2 + DH^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

يعني $DC = \sqrt{25} = 5$ cm

ب) **طريقة أولى:**

في المثلث DCJ القائم في C لدينا : $DJ^2 = DC^2 + CJ^2 = 5^2 + CJ^2$

يعني : $CJ^2 = DJ^2 - 5^2 = (4 + HJ)^2 - 5^2$

يعني : $CJ^2 = 4^2 + 8JH + HJ^2 - 25 = 8JH + HJ^2 - 9$

طريقة ثانية:

في المثلث HCJ القائم في H لدينا : $CJ^2 = HC^2 + HJ^2 = 9 + HJ^2$

ج) وبالتالي : $9 + HJ^2 = 8JH + HJ^2 - 9$ إذن : $8JH = 18$ يعني $JH = \frac{9}{4}$

و في المثلث CDJ القائم في C لدينا : $DJ \times HC = CD \times JC$ يعني :

$$CJ = \frac{CH \times DJ}{CD} = \frac{3\times(4+HJ)}{5} = \frac{12+3\,HJ}{5} = \frac{12+3\frac{9}{4}}{5} = \frac{\frac{48}{4}+\frac{27}{4}}{5} = \frac{\frac{75}{4}}{5} = \frac{75}{20} = \frac{15}{4}\ cm$$

وبالتالي : $DJ = HD + JH = 4 + \frac{15}{4} = \frac{31}{4}\ cm$ و $AJ = AH - HJ = 4 - \frac{15}{4} = \frac{1}{4}\ cm$

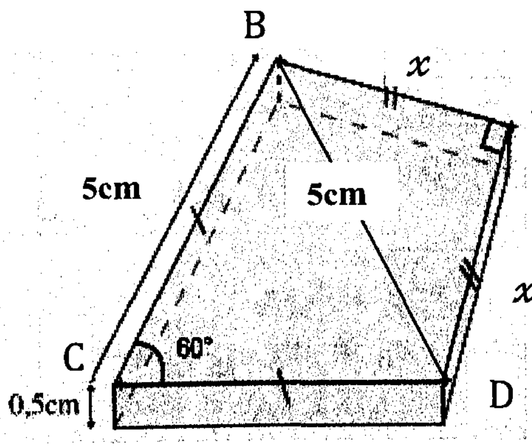
د) محيط الرّباعيّ AICJ و نرمز له بالحرف P هو :

$$P = AI + CJ + AJ + IC = 3\sqrt{2} + \frac{15}{4} + \frac{1}{4} + 1 = 3\sqrt{2} + 5\ \ cm$$

و مساحة الرّباعيّ AICJ و نرمز لها بالحرف S :

$$S = \frac{(CI+AJ)\times AB}{2} = \frac{\left(1+\frac{1}{4}\right)\times 3}{2} = \frac{\left(\frac{15}{4}\right)}{2} = \frac{15}{8}\ \ cm^2$$

تمرين 20



نحسب حجمها و نرمز له بالحرف V :

$V = S \times 0,5$ حيث S هي مساحة قاعدة هذا الموشور القائم

لحساب S نحسب القاعدة الصغرى ونرمز لها بالحرف x

(مع الملاحظة أن المثلث BCD متقايس الأضلاع

لأنه متقايس الضلعين إحدى زواياه 60^0)

إذن في المثلث ABD القائم في A لدينا حسب نظرية بيتا غور:

$5^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$ يعني $x^2 = \frac{25}{2}$ يعني $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$

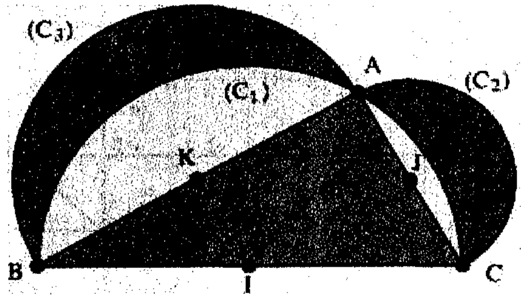
و بالتالي : $S = \frac{\left(5+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{5}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{\frac{25}{\sqrt{2}}+\frac{25}{4}}{2} = \frac{\frac{50\sqrt{2}}{4}+\frac{25}{4}}{2} = \frac{50\sqrt{2}+25}{8} = 11,96cm^2$

إذن $V = 11,96 \times 0,5 = 5,98\ cm^3$

وزنها ونرمز له بالحرف P إذن : $P = 19,3 \times 5,98 = 115,414\ g$

و أخيرا ثمنها هو : $115,414 \times 10 = 1154,14$ د

تمرين 21



أ) نبدأ بملاحظة أن المثلث ABC قائم في A لأنه يقبل الإرتسام داخل دائرة أحد أضلاعه قطرا لها و بالتالي :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

لنرمز لها بالحرف S_2 إلى مساحة نصف القرص الدّائري المحدود بـ$\mathcal{C}_2$ إذن: $S_2 = \frac{\pi\times(\frac{AC}{2})^2}{2} = \pi \times \frac{CA^2}{8}$

* و نرمز لها بالحرف S_3 إلى مساحة نصف القرص الدّائري المحدود بـ$\mathcal{C}_3$ إذن: $S_3 = \frac{\pi\times(\frac{AB}{2})^2}{2} = \pi \times\frac{BA^2}{8}$

* و نرمز لها بالحرف S_1 إلى مساحة نصف القرص الدّائري المحدود بـ$\mathcal{C}_1$ إذن: $S_1 = \frac{\pi\times(\frac{CB}{2})^2}{2} = \pi \times\frac{BC^2}{8}$

و بالتالي : $S_1 = \pi \times\frac{BC^2}{8} = \frac{\pi}{8} \times BC^2 = \frac{\pi}{8} \times (AC^2 + AB^2) = S_2 + S_3$

ب) مساحة المنطقة الملوّنة بالأزرق و نرمز لها بالحرف : s إذن : $s = (S_2 + S_3 + \frac{AC\times AB}{2}) - S_1$

و بما أن $S_1 = S_2 + S_3$ فإن : $s = (S_2 + S_3 + \frac{AC\times AB}{2}) - S_1 = S_1 + \frac{AC\times AB}{2} - S_1 = \frac{AC\times AB}{2}$

تمرين 22

أ) إذا كان $y_A = y_B$ فإن $(AB)//(OI)$ و $y_A - y_B = 0$ بالتالي :

$$AB = |x_B - x_A| = \sqrt{(x_B - x_A)^2}$$

ب) إذا كان $x_B = x_A$ فإن $(AB)//(OJ)$ و $x_B - x_A = 0$ بالتالي :

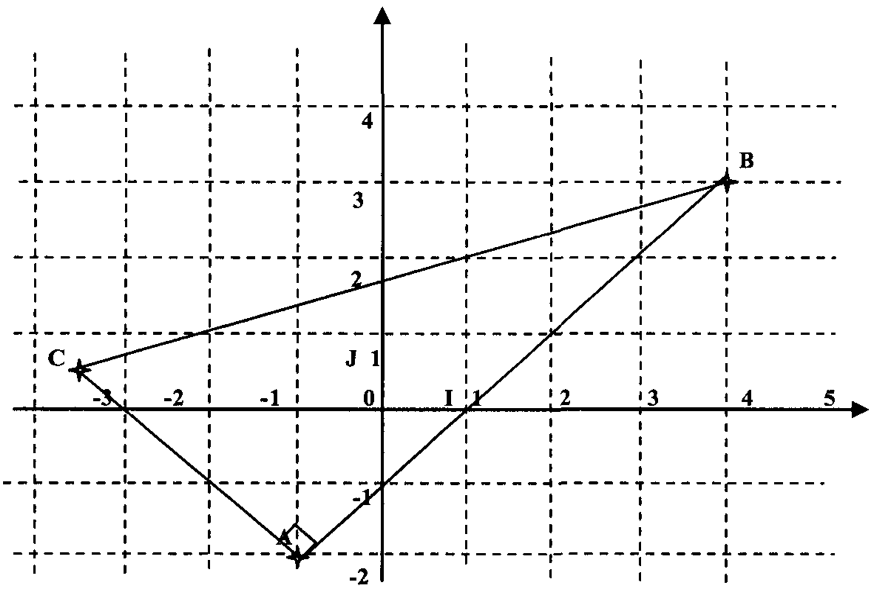
$$AB = |y_B - y_A| = \sqrt{(y_B - y_A)^2}$$

ت) إذا كان $x_B \neq x_A$ و $y_A \neq y_B$ و $C(x_A, y_B)$ فإن : $(AC)//(OJ)$ لأن A و C لهما نفس الفاصلة و$(BC)//(OI)$ لأن B و C لهما نفس الفاصلة إذن $(AC)\perp(BC)$ يعني المثلث ABC قائم في C

وبالتالي: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ يعني $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

تمرين 23

أ) انظر الرسم (O,I,J) معين متعامد في المستوي.



ب)
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (-2 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{\left(-\frac{7}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + 2\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{50}{4}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{\left(-\frac{7}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 3\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{7}{2} - \frac{8}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{6}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{-15}{2}\right)^2 + \left(\frac{-5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{250}{4}}$$

و بالتالي :
$$AC^2 + AB^2 = \frac{50}{4} + 50 = \frac{50}{4} + \frac{200}{4} = \frac{250}{4} = BC^2$$

إذن حسب عكس نظرية بيتاغور فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A

أنشطة حول رباعيات الأضلاع

درس عدد 12

مسائل تأليفية

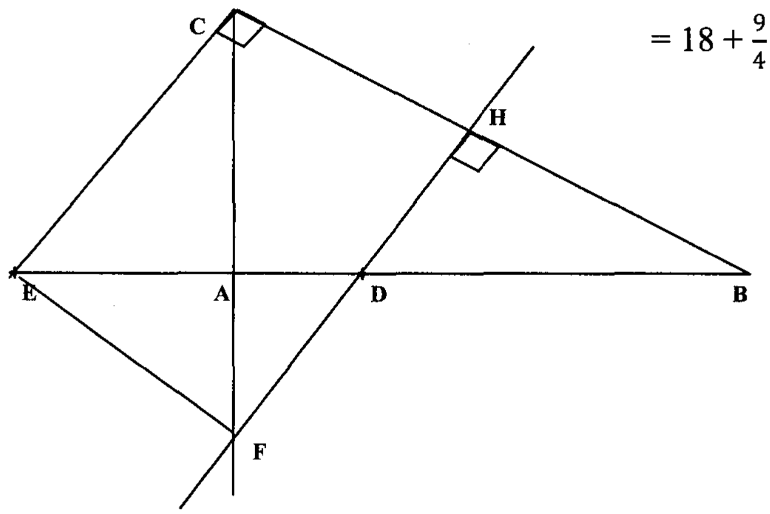
مسألة تأليفية عــدد 1

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1) – أ) و ب) انظر الرسم

ج) في المثلث ACD القائم في A لدينا : $CD^2 = AC^2 + AD^2 = (3\sqrt{2})^2 + (\frac{6}{4})^2$

$= 18 + \frac{9}{4} = \frac{72}{4} + \frac{9}{4} = \frac{81}{4}$



و بالتالي: $CD = \frac{9}{2}$

في المثلث ABC القائم في A لدينا : $CB^2 = AC^2 + AB^2 = (3\sqrt{2})^2 + 6^2 = 18 + 36 = 54$

و بالتالي : $CB = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

د) بما أن : $CD = \frac{9}{2} = 4,5$ و $BD = \frac{3}{4} AB = \frac{3}{4} \times 6 = 4,5$

و بالتالي فإن المثلثBDC متقايس الضلعين في D

2) بما أن : DC = DB = ED و D وB و E على استقامة واحدة

إذن D هي مركز دائرة مارّة من C وB و E حيث [DE] قطرا لها إذن المثلثBCE قائم الزاوية في C.

3) – أ) بما أن (DF)//(CE) إذا حسب نظرية طالس نحصل على : $\frac{FD}{CE} = \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2}$

ب) بما أن : $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ فإن $AC = 2AF$ يعني $AF = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

ج) بما أن : $\frac{FD}{CE} = \frac{1}{2}$ و بما أن (CE)//(HD) و D منتصف [BE] فإن :

$DF = HD$ يعني D منتصف [HF]

و بالتالي الرباعي EFBH متوازي الأضلاع (لأن قطريه يتقاطعان في منتصفهما).

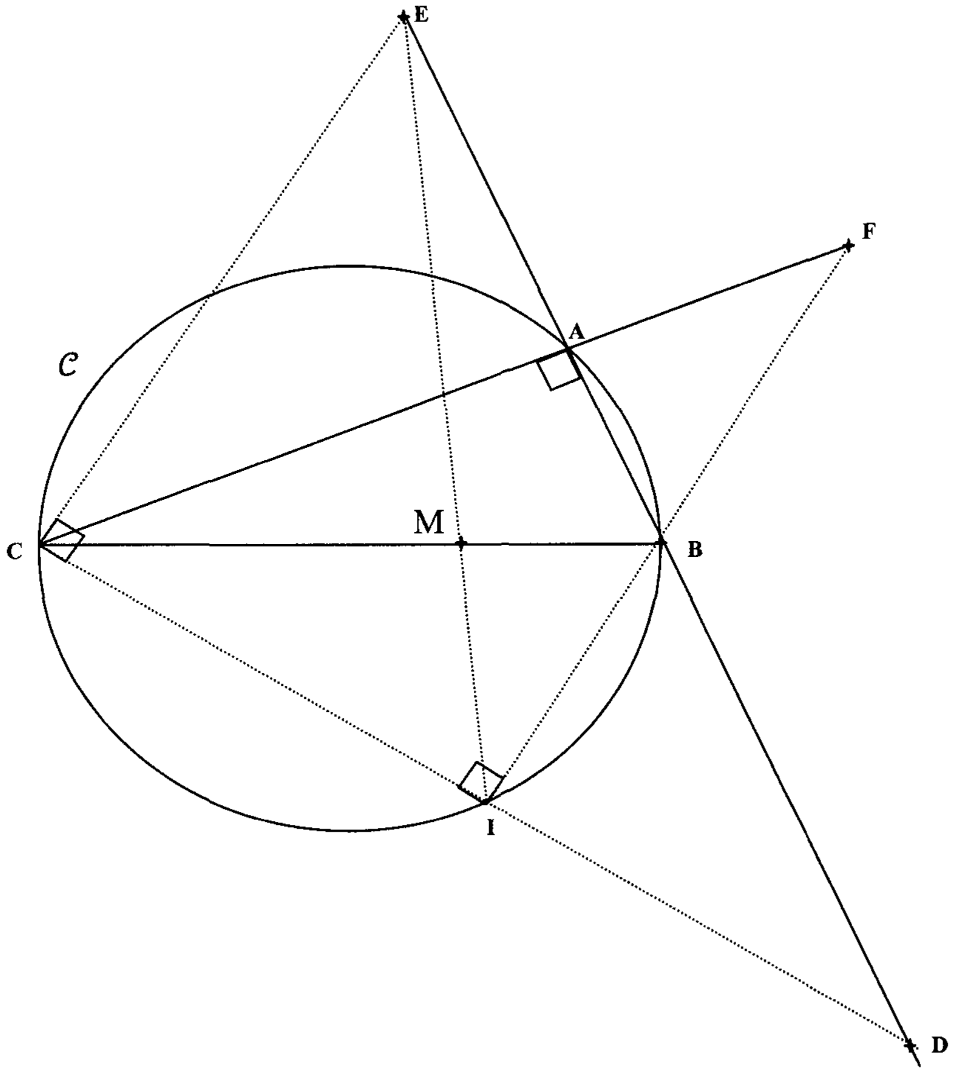
د) لدينا $DF = HD = \frac{AC}{2}$ (يعني $HF = AC$) و (CE)//(HD):

إذن الرباعي FHCE متوازي أضلاع له زاوية قائمة إذن فهو مستطيل .

مسألة تاليفية عــدد2

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1) – أ) انظر الرسم



ب) بما أن : $AC^2 + AB^2 = (4\sqrt{2})^2 + 2^2 = 32 + 4 = 36 = 6^2 = BC^2$

يعني: $AC^2 + AB^2 = BC^2$ و بالتالي المثلث DEC قائم الزاوية في C.

2) – أ) انظر الرسم

ب) بما أن النقطة B متقايسة البعد عن النقاط D و C و E و B منتصف [ED] فهي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ECD, حيث [DE] قطرا لها إذن المثلث DEC قائم الزاوية في C

ج) في المثلث ACE القائم في A لدينا : $CE^2 = AC^2 + AE^2 = (4\sqrt{2})^2 + 4^2 = 32 + 16 = 48$

إذن : $CE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

و في المثلث ECA القائم في A لدينا: $CD^2 = AC^2 + AD^2 = (4\sqrt{2})^2 + 8^2 = 32 + 64 = 96$

إذن: $CD = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

3) – أ) المثلث BCI مرتسم داخل الدائرة $\mathcal{C}$ حيث ضلعه [BC] قطرا لها :

إذن المثلث BCI قائم في I يعني $(CD)\perp(BI)$

و بالتالي (EC) // (BI) لأنهما يتعامدان على نفس المستقيم (CD)

ب) بما أن النقطة B منتصف [CE] و (EC) // (BI) :

إذن حسب نظرية طالس: I منتصف [DC] و $BI = \frac{CE}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

4)- أ) في المثلث AEC لدينا : $(BF)//(EC)$ و $B\in(AE)$ و $F\in(AC)$, إذن حسب نظرية طالس:

$\frac{AB}{AE} = \frac{BF}{EC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ إذن : $CE = 2BF$

ب) الرباعي EFDI متوازي أضلاع لأن قطريه [ED] و [FI] يتقاطعان في منتصفهما B .

ج) الرباعي EFIC مستطيل لأن ضلعيه [IF] و [CE] متقايسان و متوازيان (لأنهما متعامدان على نفس المستقيم (IC)) و له زاوية قائمة في I.

5) – أ) في المثلث CEM لدينا : (EC) // (BI) و $B\in(MC)$ و $I\in(ME)$, إذن حسب نظرية طالس :

$\frac{BI}{CE} = \frac{MB}{MC} = \frac{1}{2}$ (لأن في المثلث ECD : $(BI)//(EC)$ و I منتصف [DC])

و بالتالي $\frac{MB}{MC} = \frac{1}{2}$ ينتج عنه: $\frac{MB}{1} = \frac{MC}{2}$ إذن : $\frac{MB}{1} = \frac{MC}{2} = \frac{MB+MC}{3} = \frac{BC}{3} = \frac{6}{3} = 2$

و بالتالي: $MC = BC - MB = 6 - 2 = 4$.

ب) بما أن M هي مركز ثقل المثلث CDE لأنها نقطة تقاطع الموسطين [BC] و [EI] الصادرين من C و E و بالتالي المستقيم (DM) الحامل للموسط الصادر من D يقطع [EC] في المنتصف.

مسألة عـــــدد 3

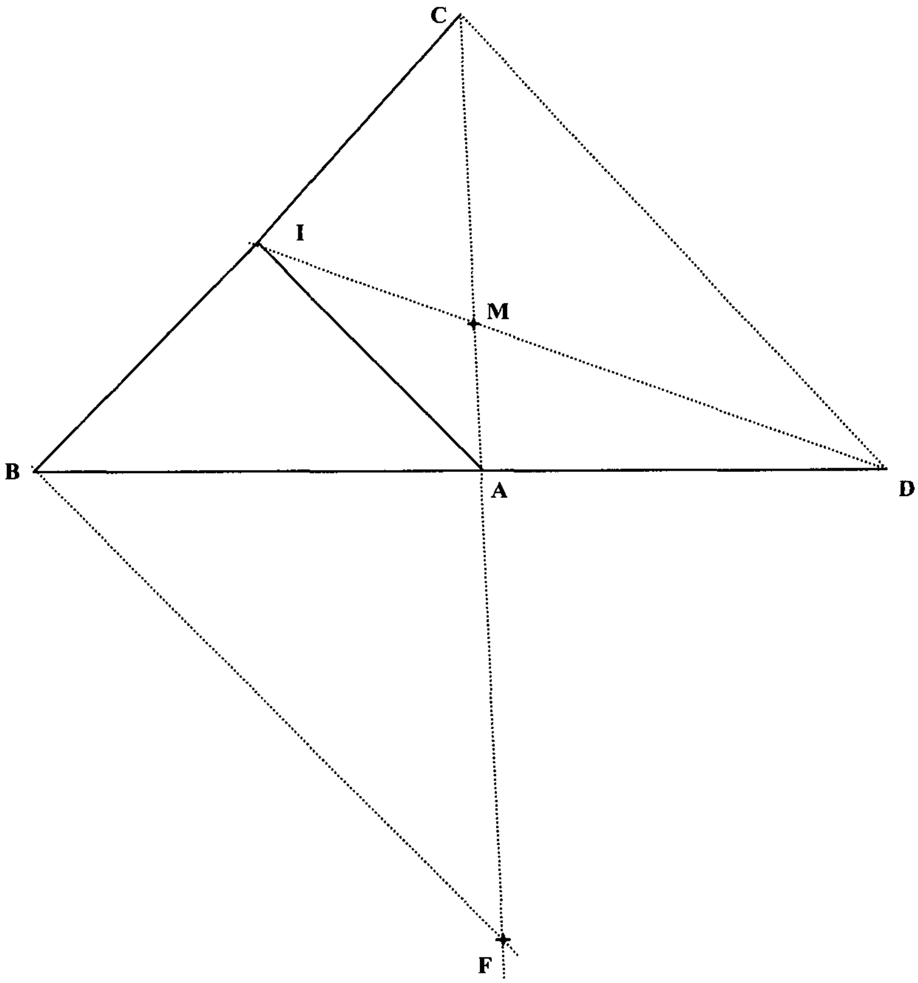
وحدة قيس الطول هي السنتمتر

1) IBA مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية I حيث :

IA =3 وAB= 4 وC مناظرة B بالنسبة إلى I

أ) انظر الرسم

ب) المثلث ABC قائم في A لأن : I منتصف[BC] و $IB = IC = IA = 3$



ج) في المثلث ABC القائم في A لدينا : $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (6)^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

و بالتالي : $AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2) ب) لدينا I منتصف [BC] و A منتصف [BC] إذن: $(CD)//(AI)$ و $\frac{BA}{BD} = \frac{BI}{BC} = \frac{AI}{CD} = \frac{1}{2}$

يعني $CD = 2AI = 6$

3) في المثلث ACD لدينا : $(BF) // (CD)$ و $B\epsilon(AD)$ و $F\epsilon(AC)$, إذن حسب نظرية طالس :

$\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BF} = 1$ إذن : $FB = CD$ و بما أن $(BF) // (CD)$ فإن الرباعي DFBC متوازي أضلاع . و بالإضافة إلى أن : $(BD) \perp (CF)$ فإن الرباعي DFBC معين لأنه متوازي أضلاع متعامد القطرين.

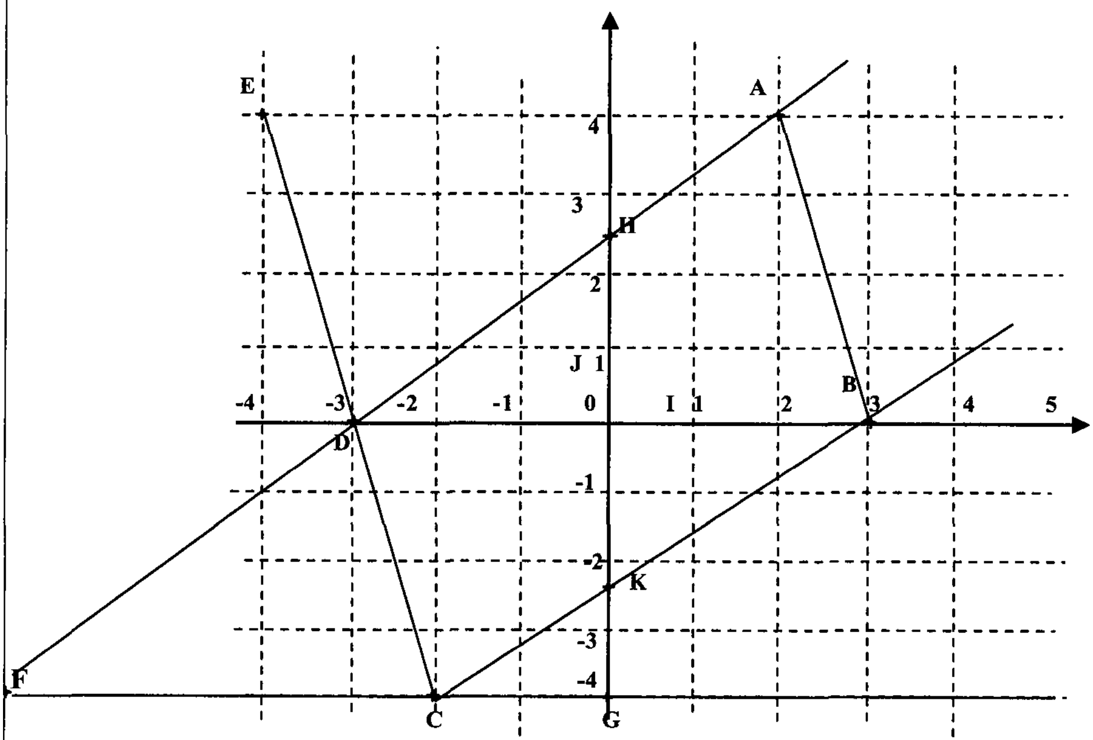
4) في المثلث CDM لدينا : $(AI) // (CD)$ و $A\epsilon(MC)$ و $I\epsilon(MD)$, إذن حسب نظرية طالس :

$\frac{CD}{AI} = \frac{MC}{MA} = 2$ إذن : $CM = 2\ MA$.

مسألة عـــــدد 4

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1- أ) انظر الرسم (O,I,J) معين متعامد في المستوي.



ب) المستقيمان (EA) و (OI) متوازيان لأن النقطتين A و E لهما نفس الترتيبة

2) - أ) بما أن C هي مناظرة A بالنسبة إلى O فإن إحداثيات C متقابلة مع إحداثيات A

يعني : C(-2,-4)

و بما أن D منتصف [EC] فإننا نتحصل على احداثيات D كالتالي :

$x_D = \frac{x_E + x_C}{2} = \frac{-4-2}{2} = -3$ و $y_D = \frac{y_E + y_C}{2} = \frac{4-4}{2} = 0$ يعني D(-3,0)

3) $AE = |x_A - x_E| = |2 - (-4)| = |2+4| = 6$

4) – أ) بما أن احداثيات B و D متقابلة إذن B و D متناظرتان بالنسبة إلى O

و احداثيات A و C متقابلة إذن A و C متناظرتان بالنسبة إلى O و بالتالي الرباعيABCD متوازي أضلاع , لأن قطريه متقاطعان في منتصفهما O .

ب) الرباعي AHCK متوازي أضلاع لأن قطريه متقاطعان في منتصفهما O .

5) - أ) الرباعي AEFC متوازي أضلاع لأن قطريه متقاطعان في منتصفهما D .

ب) المستقيم (FC) مواز لــ : (OI)إذن : $y_G = y_C = -4$

و(FC) يقطع (OJ) في النقطة G يعني $x_G = 0$ إذن : G(0 ,-4).

* و AEFC متوازي أضلاع إذن: $CF = AE = 6$ و F تنتمي إلى (CG) فإن :

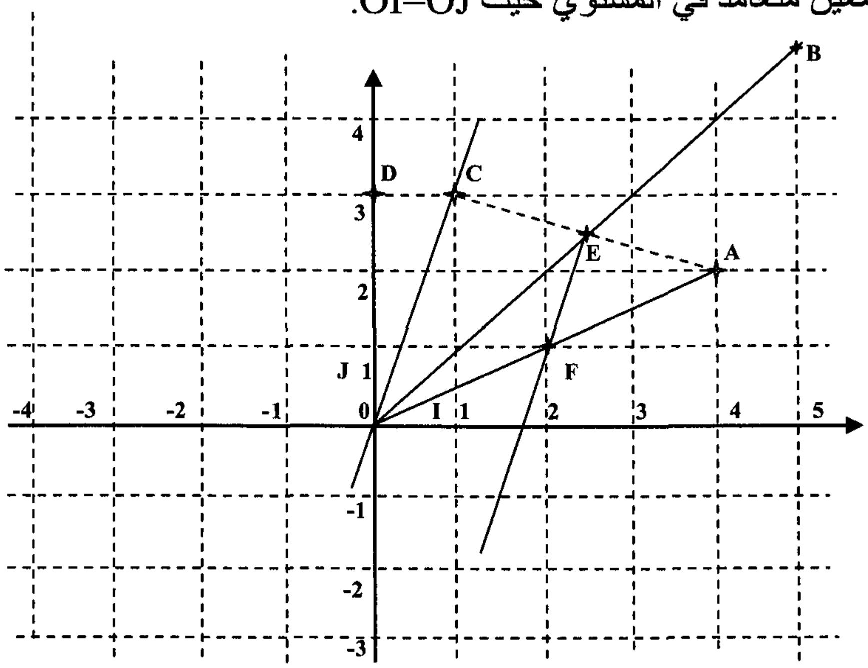
$y_F = y_C = -4$. و بما أن C و G و F على استقامة واحدة و $CF = 6$ فإن :

$x_F = x_C - 6$ يعني : $x_F = -2 - 6 = -8$ و بالتالي $F(-8 ,-4)$

مسألة تأليفية عـــدد5

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1) (O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث $OI=OJ$.



1) - أ) انظر الرسم

ب) المستقيمان (CD) و(OJ) متعامدان لأن النقطتين C و D نفس الترتيبة.

ج) $OC = \sqrt{(x_C - x_O)^2 + (y_C - y_O)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$

$= \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$

2) E منتصف $[AC]$ إذن : $x_E = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{1+4}{2} = 2{,}5$ و $y_E = \frac{y_C + y_A}{2} = \frac{3+2}{2} = 2{,}5$

3) – أ) B حيث E منتصف $[OB]$ إذن: $x_E = \frac{x_O + x_B}{2} = \frac{x_B}{2} = 2{,}5$ يعني $x_B = 5$

و $y_E = \frac{y_O + y_B}{2} = \frac{y_B}{2} = 2{,}5$ يعني $y_B = 5$

إذن إحداثيات B هي $B(5,5)$.

ب) الرباعي OABC متوازي أضلاع لأن قطريه $[OB]$ و $[AC]$ يتقاطعان في منتصفهما E

4) – أ) إحداثيات F : بما أن E منتصف [AC] و (EF)//(OC) إذن حسب نظرية طالس في المثلث ACO فإن: F منتصف [OA] و بالتالي :

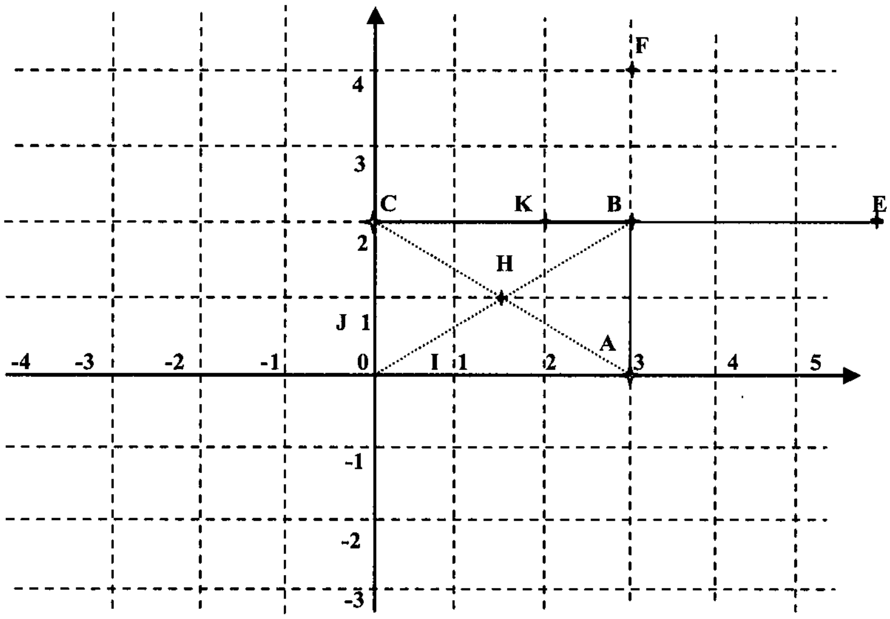
$x_F = \frac{x_O + x_A}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$ و $y_F = \frac{y_O + y_A}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$ يعني F(2 ,1)

ب) $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(0,5)^2 + (1,5)^2} = \sqrt{2,5}$

مسألة تأليفية عـــدد6

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1) (O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث OI = OJ .



1) - أ) و ب) انظر الرسم

ج) إحداثيات B هي:

بما أن CBOA مستطيل فإن : AC = BO إذن :

$|x_B - x_O| = |x_A - x_C| = |3 - 0| = 3$ إذن : $x_B - x_O = 3$ يعني $x_B - 0 = 3$

و $|y_B - y_O| = |y_A - y_C| = |0 - 2| = 2$ إذن : $y_B - y_O = 2$ يعني $y_B - 0 = 2$

و بالتالي : B(3 , 2)

2) – أ) النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى B إذن إحداثيات Eهي : E(6 , 2)

ب) بما أن BE = OA و (BE)//(OA) إذن الرباعي OAEB متوازي أضلاع

ج) B منتصف [CE] و (EC) ⊥ (AB) إذن AC = AE :

يعني المثلث ACE متقايس الضلعين في A

3) – أ) F مناظرة A بالنسبة إلى B يعني Bمنتصف [AF] إذن :

$x_F = 3$: و بالتالي $3 + x_F = 6$ يعني $x_B = \frac{x_A + x_F}{2} = \frac{3+x_F}{2} = 3$

و $y_B = \frac{y_A + y_F}{2} = \frac{0+y_F}{2} = 2$ يعني $y_F = 4$ و بالتالي : إحداثيات F هي : $F(3 , 4)$

ب) بما أن B هو منتصف مشترك للقطعتين [CE] و [AF] المتعامدتين

فإن الرباعي ACFE معيّن.

4) في المثلث ACF حيث [BC] و [FH] الموسطين الصادرين من C و F و حيث : $KC = \frac{2}{3}BC$

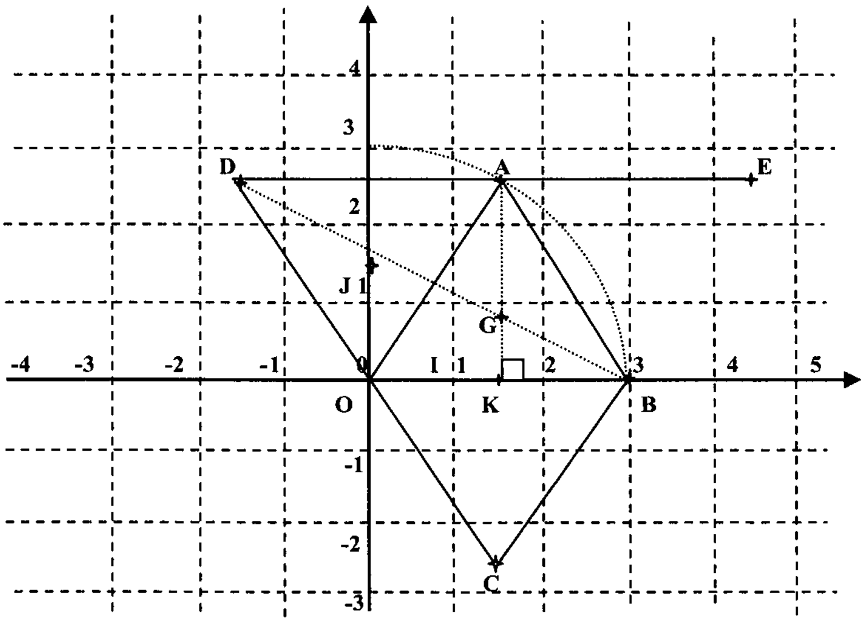
يعني K تمثل مركز ثقل المثلث ACF ؛

و بالتالي K ϵ[FH] يعني النقاط F وH و K على استقامة واحدة

مسألة تأليفية عـــدد7

وحدة قيس الطول ه ي السنتمتر

1) (O,I,J) معين متعامد في المستوي حيث OI = OJ .



أ) و ب) انظر الرسم

ج) K منتصف [OB] إذن : $y_K = \frac{y_O + y_B}{2} = \frac{0+0}{2} = 0$

و $x_K = \frac{x_O + x_B}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$ إذن إحداثيات K هي: $K(\frac{3}{2} ; 0)$

إحداثيات A : بما أن K هي المسقط العمودي لـ : A على (OI) إذن: $x_A = \frac{3}{2}$

و $y_A = AK$ وحسب نظرية بيتاغور في المثلث AOK القائم في K نحصل على :

$y_A{}^2 = 9 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{36}{4} - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$ إذن: $y_A = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

و بالتالي : $A(\frac{3}{2} , \frac{3}{2}\sqrt{3})$

2) – أ) C مناظرة A بالنسبة إلى المستقيم (OI) إذن A و C لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان يعني : إحداثيات C هي : $C(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\sqrt{3})$

ب) الرباعي ABCO هو معيّن لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان في منتصفهما K.

3) – أ) بما أن الرباعي ABCO هو معيّن فإن : (AB)//(CO) يعني (AB)//(CD)

و بالتالي الرباعي ABCD شبه منحرف و بما أن : AB = CO = DO

فإن الرباعي ABDO معين إذن AD = AB = CB

يعني الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين

ب) محيط شبه المنحرف ABCD و نرمز له بالحرف P إذن :

$$P = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}$$

و لحساب مساحته, نحسب أولا ارتفاعه و نرمز له بالحرف h حيث : $h = AK = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ (لأن المثلث OBA نتقايس الأضلاع)

و بالتالي مساحته : $S = \frac{6+3}{2} \times \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{9}{2} \times \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{27}{4}\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

4) – أ) E مناظرة D بالنسبة إلى A و(AD)//(OI) إذن E و D لهما نفس الترتيبة

يعني $y_E = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ و أما x_E: فهي تساوي : $x_E = 3 + x_A = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

و بالتالي إحداثيات E هي : $E(\frac{9}{2} ، \frac{3}{2}\sqrt{3})$

ب) المثلث EDC متقايس الأضلاع لأنه حسب نظرية طالس :

$EC = DC = ED = 2AO = 2AB = 2OB$.

ج) مساحة المثلث DEC هي : $S = \frac{AC \times DE}{2} = \frac{3\sqrt{3} \times 6}{2} = 9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

ومحيط المثلث DEC هو : $P = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}$

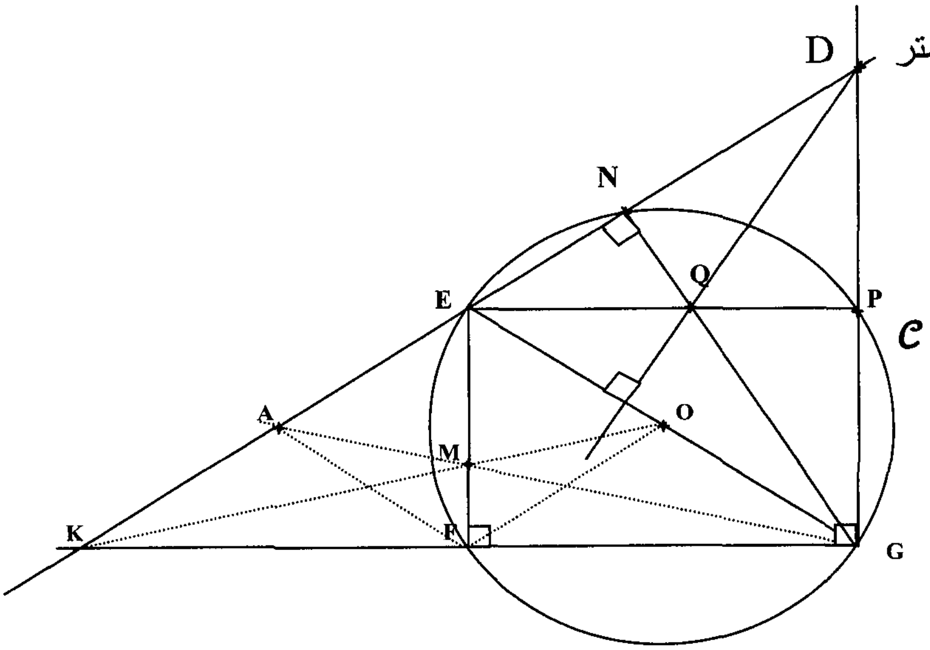
5) بما أن G هي مركز ثقل المثلث DEC لأنها نقطة تقاطع الموسطين الصادرين من C و D

إذن فهي تبعد عن كل رأس بـ: $\frac{2}{3}$ من طول الموسط, إذن :

$$DG = \frac{2}{3} BD = \frac{2}{3} AC = \frac{2}{3} 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

مسألة تأليفية عـــدد8

وحدة قيس الطول هـي السنتمتر



1) - أ) انظر الرسم

ب) حسب نظرية بيتاغور في المثلث EFG القائم في F لدينا :

$$GE^2 = EF^2 + FG^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

إذن : $GE = \sqrt{25} = 5$

ج) و بما أن منتصف الوتر في المثلث القائم هي نقطة متقايسة البعد عن رؤوس المثلث الثلاث

فإن : $FO = \frac{EG}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

2) المثلث EGK متقايس الضلعين لأنه حسب نظرية طالس :

(O منتصف [EG] و (EK)//(OF)) : $EK = 2OF = 5 = EG$

3 - أ) بما أن M هي مركز ثقل المثلث EGK لأنها نقطة تقاطع الموسطين الصادرين من E و K

إذن فهي تبعد عن كل رأس بـ: $\frac{2}{3}$ من طول الموسط, إذن :

$$EM = \frac{2}{3}\ EF = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

ب) بما أن M هي مركز ثقل المثلث EGK فإن المستقيم (GA) يحمل الموسط [GA]الصادر

من G إذن فهو يمر من منتصف الضلع [EK] المقابل لـ : G يعني A منتصف [EK].

ج) الرباعي EAFO معين لأنه متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان (بتطبيق نظرية

طالس في المثلث EGK)

4) النقطة F تنتمي إلى الدائرة $\mathcal{C}$ لأن: $OF = OG = OE$ (حسب السؤال الأول)

5) في المثلث KGD لدينا : $(GD)//(EF)$ و F منتصف [GK] إذن حسب عكس نظرية طالس E منتصف [DK]

(المستقيم الذي يمر من منتصف ضلع في مثلث و مواز لضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث)

6) – أ) بما أن المثلثين EPG و ENG مرتسمان داخل الدائرة $\mathcal{C}$ حيث ضلعهما المشترك [EG] هو قطرا لها إذن فهما مثلثان قائمان في P و N على التوالي و بالتالي يكون [EP] و [NG] الارتفاعين الصادرين من في المثلث EGD

ب) بما أن [EP] و [NG] ارتفاعين في المثلث EGD إذن: $ED \times GN = GD\times EP$

حيث: $GD = 2EF = 2 \times 3 = 6$ و $ED = EG = 5$ و $EP = FG = 4$

و بالتالي : $GN = \frac{EP \times GD}{ED} = \frac{4 \times 6}{5} = \frac{24}{5}$

ج) بما أن النقطة Q هي نقطة تقاطع الارتفاعين الصادرين من G و E في المثلث EGD فهي تمثل المركز القائم للمثلث EGD و بالتالي يكون المستقيم (DQ) حاملا للارتفاع الصادر من D يعني $(DQ) \perp (EG)$

درس عدد 13 التعامد في الفضاء

إصلاح تمارين(استحضر)

تمرين(1)

$B \notin (EFG)$, $I \in (ACG)$, $(JG) \subset (DCH)$, $(IC) \not\subset (BFC)$

$J \notin (CEA)$, $(EJ) \not\subset (CGD)$, $(AJ) \subset (HED)$, $(GI) \not\subset (CEA)$

تمرين (2)

1) (CA) و (DC) هما مستقيمان متقاطعان

2) (BA) و (DC) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

3) (NQ) و (MQ) هما مستقيمان متقاطعان

4) (CA) و (DB) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

5) (BC) و (MQ) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

6) (CA) و (MN) هما مستقيمان متوازيان

تمرين (3)

أ) النقطة K تنتمي إلى المستوي (JNI) لأن المستوي (JNI) يتطابق مع المستوي (JKI)

(لأن $M = (IN) \cap (KJ)$)

ب) بما أن $N \in (IM)$ و $(IM) \subset (MNO)$ إذن : $I \in (MNO)$

ج) النقاط M و N و K و O لا تنتمي إلى نفس المستوي لأن المستقيمين (KO) و (MN) ليسا في نفس المستوي لأنهما ليسا متوازيين ولا متقاطعين

تمرين (4)

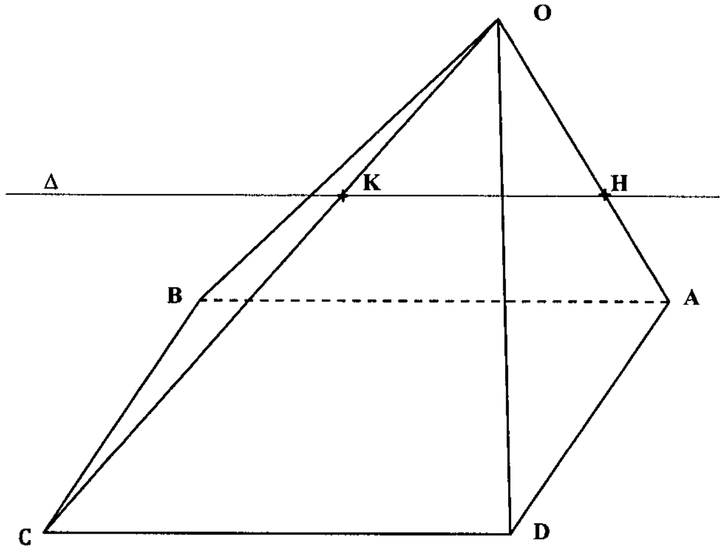
أ) النقاط A و B و C تنتمي إلى المستطيل DBCA و النقاط I و D و C تنتمي إلى المستطيل DBCA

إذن كلا المجموعتين من النقاط تمثل نفس المستوي.

ب) النقاط I و A و D و E لا تنتمي إلى نفس المستوي لأن المستقيمين (AE) و (ID) ليسا متقاطعين و لا متوازيين

ج) المستويان (DEB) و (CAE) يحويان المستقيم (EI)

تمرين (5)



أ) لدينا $\Delta \,//\, (CD)$ و $(BA) \,//(CD)$ إذا $\Delta \,//\, (BA)$

ب) لدينا و $(BA) \,//(HK)$ و $H \in (AO)$ و $K \in (OB)$ إذا حسب نظرية طالس نحصل على :

$$\frac{OB}{OK} = \frac{OA}{OH} = \frac{AB}{HK}$$

ج) بما أن : $\frac{AB}{HK} = \frac{OB}{OK}$ إذن $KO \times BA = HK \times OB$ و نقسم طرفي المسواة على $KO \times OB$

$\frac{AB \times \cancel{KO}}{\cancel{KO} \times OB} = \frac{\cancel{OB} \times HK}{\cancel{OB} \times OK}$ ثم نختزل و نحصل على $\frac{HK}{OK} = \frac{AB}{OB}$ و $DC = AB$ إذن $\frac{HK}{OK} = \frac{DC}{OB}$

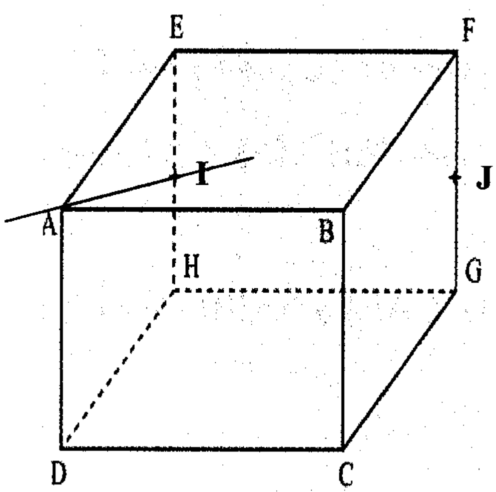
تمرين (6)

أ) إذا كان مستقيم مواز لمستوي فهو مواز لكل مستقيم محتو في هذا المستوي: خطأ

ب) إذا كان مستوي مواز لمستقيم فإن تقاطعهما إما نقطة أو المستقيم نفسه : خطأ

ج) إذا كان مستقيمان موازيين على التوالي لمستوي فإنهما متوازيان : خطأ

تمرين (7)

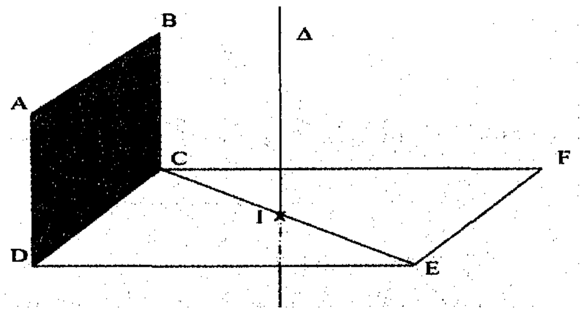


1) بما أن المستقيم $(JB)//(AI)$ فإن $(FGC)//(AI)$

2) بما أن $I \in (EFG)$ و $G \in (EFG)$ فإن $(GI) \subset (EFG)$

3) حجم مكعب طول حرفه a هو : $V = a^3$

تمرين (8)



الطريقة الأولى:

في متوازي الأضلاع ABCD لدينا : $(BA)//(CD)$ و$AB = CD$

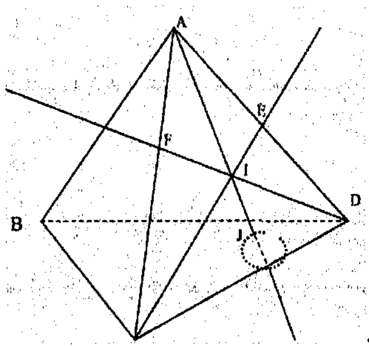
و في متوازي الأضلاع CDEF لدينا : $(CD)//(FE)$ و $CD = EF$

إذن : $(BA)//(FE)$ و$AB = EF$ يعني ABFE متوازي الأضلاع

الطريقة الثانية:

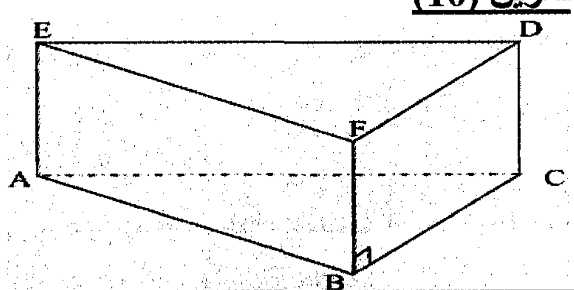
نستعمل تقايس المثلثين : ADE و BCF حيث نحصل على: $AE = BF$ و بالإضافة إلى$(BA)//(FE)$ و $AB = EF$ إذن ABFE متوازي الأضلاع

تمرين (9)



الخطأ الذي نلاحظه هو في وجود الخطوط المتقطعة بعد النقطة J

تمرين (10)



(1 $(BD) \cap (ABC) = \{B\}$ $(EF) \cap (ABC) = \{\ \}$ $(BD) \cap (DCF) = (BD)$	(2 – أ) الوضعية النسبية لـ: (FD) و (CB) متوازيان ب)الوضعية النسبية لـ: (AB) و (EB) متقاطعان في B ج)الوضعية النسبية لـ: (AE) و (DC) هما ليسا في نفس المستوي.

إصلاح التمارين

تمرين(1)

1) المستقيم (D'D) عمودي على المستوي (DBC) لأنه عمودي على المستقيمين (CD) و (AD) من المستوي (DBC)

2) المستقيم (C'C) عمودي على المستوي (D'B'A') لأنه عمودي على المستقيمين (C'D') و (B'C') من المستوي (D'B'A')

3) المستقيم (B'B) عمودي على المستوي (CAH) لأنه عمودي على المستقيمين (AH) و (HC) من المستوي (CAH)

تمرين(2)

الشكل الأول:

أ) المستقيم (IJ) موازي للمستقيم (BC) : خطأ لأنهما ليسا في نفس المستوي

ب) المستقيم (IJ) موازي للمستوي (BCD) : صحيح لأنه يوازي المستقيم (DC) من المستوي (BCD).

ج) المستقيم (IJ) موازي للمستوي (BAC) : خطأ لأن النقطة J لا تنتمي إلى المستوي (BAC)

الشكل الثاني:

أ- $IA = JB$: صحيح لأنهما يمثلان شعاع الإسطوانة

ب- المستقيم (AJ) عمودي على المستوي (JBC) : خطأ لأن (AJ) لا يتعامد مع أي مستقيم من (JBC)

ج- حجم الاسطوانة يساوي $20\Pi cm^3$: صحيح لأن الحجم يساوي جذاء مساحة القاعدة $(\pi\times2\times2)$ والارتفاع $(h = 5)$

الشكل الثالث:

أ- المستقيم (HF) عمودي على المستوي (DBF) : خطأ لأنه (BD)//(FH)

ب- حجم ا المتوازي يساوي $20\Pi cm^3$ $120cm^3$: صحيح لأن الحجم يساوي جذاء مساحة القاعدة والارتفاع

ج- المستقيم (GC) موازي للمستوي (DBF) : صحيح لأنه يوازي (FB) من المستوي (BFD)

الشكل الرابع:

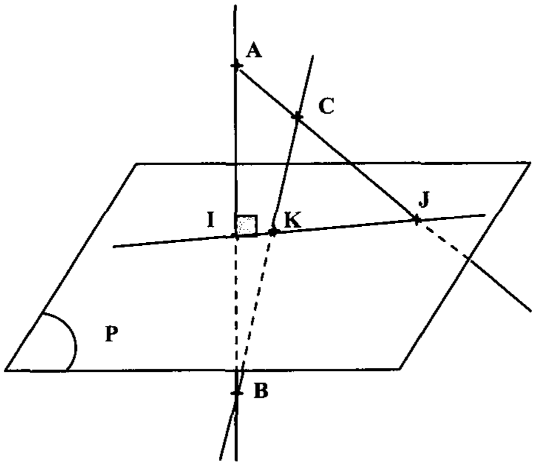
أ- $EA \succ EC$: خطأ لأن : $EC^2 = 5^2 + 5^2$ و $EA^2 = 5^2 + 3^2$

ب- المستقيم (AD) موازي للمستوي (EBC) : صحيح لأنه يوازي المستقيم (BC) من المستوي (ABC)

ج- المستقيم (ED) عمودي على المستوي (BCA) : صحيح لأنه عمودي على المستقيمين (DC) و (AD) من المستوي (CBA).

تمرين(3)

1) انظر الرسم



2) النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة فهي تمثل مستويا في الفضاء نرمز له بـ : (CBA)
بحيث يكون المستوي (CBA) قاطعا للمستوي P في مستقيم واحد هو (IJ) غير مواز لـلمستقيم (BC)
إذن النقاط K,J,I على استقامة واحدة.

تمرين(4)

1) المستقيمان (AD) و (EF) لا ينتميان إلى نفس المستوي لأنهما غير متوازيين و غير متقاطعين

2) الموسط العمودي لـ : [BA] المارّ من C و الموسط العمودي لـ : [ED] المارّ من F هما مستقيمان عموديان على المستوي (ABD)

3) المستويان (BCA) و (FDE) هما عموديان على المستقيم (BE)

تمرين(5)

1) HEI مثلث قائم الزاوية في I : خطأ لأن EFGH هو هرم منتظم قيس زواياه 60^0

2) KI=IE=HI : خطأ لأن EFGH هو هرم منتظم و حسب نظرية طالس في المثلث HGF
نحصل على: $KI = \frac{a}{2}$: بينما $EI = HI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (حسب نظرية بيتاغور).

3) (FG) عمودي على المستوي (EIH) : صحيح لأن المستقيم (FG) عمودي على المستقيمين (EI) و (IH) من المستوي (EIH) في النقطة I

4) $IJ = KH = a\sqrt{2}$: خطأ لأن $IJ = HK = \frac{a}{2}$

5) المستقيم (EI) عمودي على المستوي (FGH) : خطأ : لأن المستقيم (EI) لا يتعامد إلاّ على المستقيم (FG) من المستوي (FGH) .

تمرين(6)

1) $\Delta' \, // \, (AM)$ و $H \in \Delta'$ إذن المستقيمان: Δ' و (AM) هما في نفس المستوي (HMA)

2) بما أن : $(AH) \perp (D)$ لأن H المسقط العمودي لـ: A على (D), و $(MH) \perp (D)$
إذن $(HMA) \perp (D)$

تمرين(7)

أ) بما أن المستقيمين (IK) و (JK) يقطعان المستوي (EFD) في K

إذن المستويين (IJK) و (EFD) يتقاطعان في مستقيم Δ مار من K

ب) المستقيم Δ يوازي (DE) و K منتصف [FD] إذن حسب نظرية طالس Δ يقطع [FE] في منتصفها

ج) بما أن $(ABC)//(EFD)$ و $(KI)\perp(ABC)$ إذن $(KI)\perp(EFD)$ (لأن مستويين متوازيين , العمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر)

تمرين(8)

1) بما أن $(DC)//(IJ)$ و $(BE)//(DC)$ إذن $(BE)//(IJ)$

2) - أ) بما أن : $A\in(ACD)$ و $A\in(AEF)$ إذن (ACD) و (AEF) متقاطعان

ب) بما أن المستويين: (AEF) و (IJF) متقاطعان إذن (IJ) يقطع المستوي (AEF).

3) – أ- ب) بما أن K مناظرة I بالنسبة للنقطة J إذن $KI = 2IJ = EB$ و $(KI)//(EB)$ إذن KEBI متوازي أضلاع و بالتالي: $(EK)//(BI)$

تمرين (9)

1) المستقيم (AA') عمودي على المستوي (AEB) لأنه عمودي على مستقيمين منه : (BA) و (AD)

2)- أ) $B'F = 5$ و $EB = 5$ إذن الرباعيان 'FEBB و 'FEAA هما مستطيلان يشتركان في الضلع [EF] و محتويان في المستويين و $(BB'E)$ و $(AA'E)$ على التوالي، إذن المستويان $(AA'E)$ و $(BB'E)$ يتقاطعان وفق المستقيم (EF)

ب - حجم الشكل $AA'FB'BE$ و نرمز له بالحرف V_1 : $V_1 = \frac{15\times5}{2}\times 10 = 375$

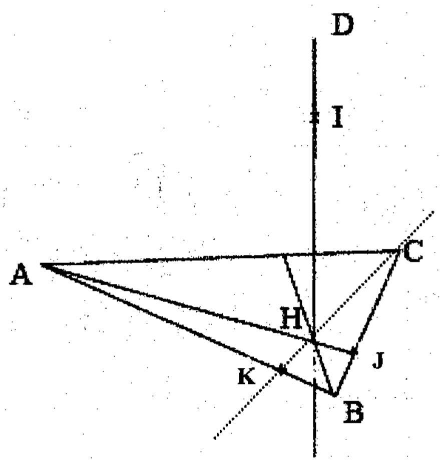
و حجم الشكل $AA'FECC'D'D$ و نرمز له بالحرف V_2 : $V_2 = 10\times15\times15 - 375 = 1875$

تمرين (10)

1) المستقيم Δ موازي لـ (D) و (D) عمودي على المستوي (AHC) إذا $\Delta\perp(HAC)$ (لأن مستقيمان متوازيان , العمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر)

2) المستقيم (BC) عمودي على المستوي (IHA) لأنه عمودي على مستقيمين منه ($(AH)\perp(CB)$ و $(IJ)\perp(CB)$)

3) بما أن : (AB) عمودي على (HC) في نقطة K و $(AB)\perp(KI)$ إذن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (IHC) (لأنه عمودي على مستقيمين منه)

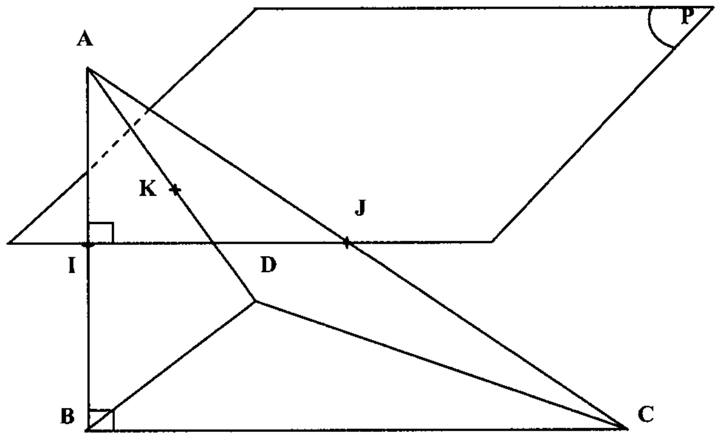


تمرين (11)

1) انظر الرسم

2) – أ) بما أن المستقيم (IJ) عمودي على (AB) في I إذن (IJ) محتو في المستوي P

ب) بما أن المستقيم (KI) // (BD) إذن (KI) ⊥ (AB) في I إذن K تنتمي إلى المستوي P



ت) النقاط I و J و K ليست على استقامة واحدة و منتمية إلى P إذن (IJK) = P

تمرين (12)

1)- بما أن (AC) ⊥ (AF) و (AC) ⊥ (AH) إذن (AC) عمودي على المستوي (HFB)

2)- المثلث HFA هو قائم و متقايس الضلعين في H لأن : AH = FH و(FH) ⊥ (AH)

3) – مساحة المثلث HFA و نرمز لها بالحرف S إذن :

$$S = \frac{AH \times HF}{2} = \frac{\sqrt{m^2+m^2} \times \sqrt{m^2+m^2}}{2} = m^2$$

تمرين (13)

1) المستقيمان (CD) و (BC) متقاطعان في C حيث : (CD) ⊥ Q و (BC) ⊥ P

إذن المستويان P و Q يتقاطعان في مستقيم Δ

2) بما أن Δ = P ∩ Q إذن Δ عمودي على مستقيم Δ_1 من P حيث $\Delta_1 \perp (BC)$

و آخر Δ_2 من Q حيث $\Delta_2 \perp (DC)$ ،

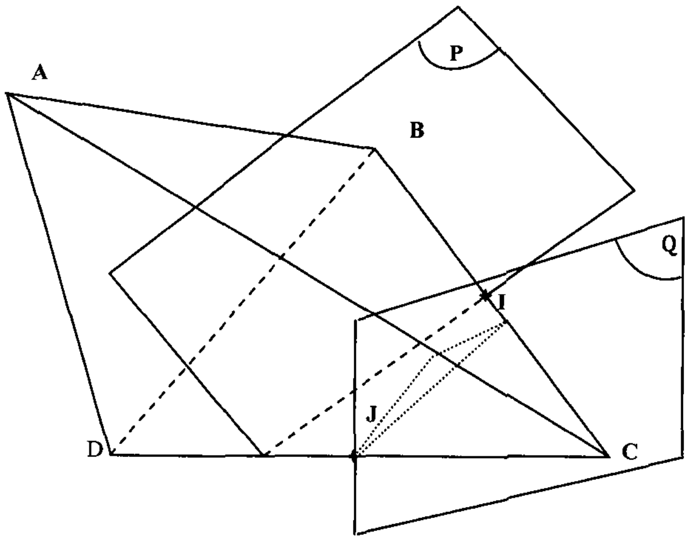
يعني Δ عمودي على المستوي (BCD) في نقطة $\Delta_2 \cap \Delta_1 = I'$ ؛

3) Δ_1 عمودي على (BC) في I (حيث I منتصف [BC])

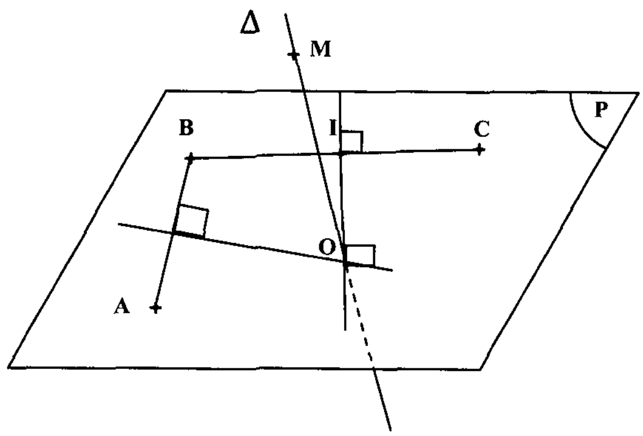
و Δ_2 عمودي على (DC) في J(حيث J منتصف [CD])

يعني Δ_1 و Δ_2 هما الموسطين العموديين لـ : [DC] و [BC]

إذن النقطة 'I متقايسة البعد عن B و C و D يعني 'I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCD



تمرين (14)



1) انظر الرسم

2) بما أن OC = OB و (OB) ⊥ (OM) و (OC) ⊥ (OM) إذن حسب نظرية بيتاغور :

$$MB = MC = \sqrt{OC^2 + MO^2}$$

3) بما أن (BC) ⊥ (OI) و (BC) ⊥ (MI) إذن المستقيم (BC) عمودي على المستوي (OMI) (لأنه عمودي على مستقيمين منه)

تمرين(15)

1) – أ) انظر الرسم

ب) ليكن DI الارتفاع الصادر من D في المثلث CDB إذن :

H) تمثل المركز القائم للمثلث CDB لأن في المثلث المتقايس الأضلاع يتطابق المركز القائم و مركز الثقل و...) و بالتالي : $HD = \frac{2}{3}DI$ حيث : $ID^2 = a^2 - (\frac{a}{2})^2 = \frac{3}{4}a^2$

يعني $DI = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ و بالتالي $HD = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

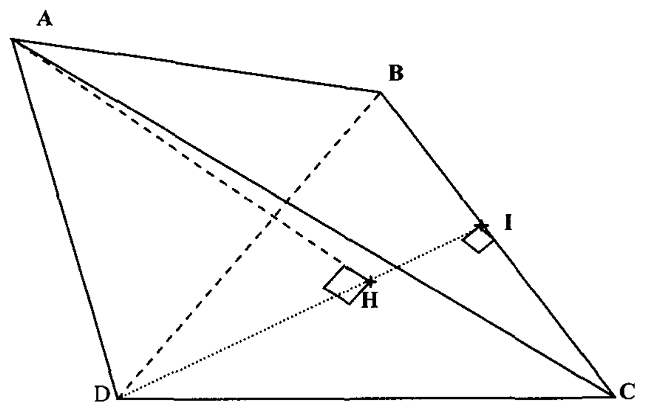
ج) في المثلث AHD القائم في H لدينا : $AD^2 = DH^2 + AH^2$ إذن:

$$AH^2 = AD^2 - DH^2 = a^2 - (\frac{a\sqrt{3}}{3})^2$$

يعني $HA^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3}$ يعني $AH = a\sqrt{\frac{2}{3}}$

2) بما أن $(BC) \perp (HD)$ في I و $(BC) \perp (AI)$ إذن المستقيم (BC) عمودي على المستوي (AHD)

(لأنه عمودي على مستقيمين مختلفين منه : هما(HD) و (AI))



3) مساحة المثلث CDB هي:

$$S = \frac{CB \times ID}{2} = \frac{a \times a\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = (2\sqrt{3})^2\frac{\sqrt{3}}{4} = 4\times3\frac{\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$

حجم الهرم CDBA هو جذا مساحة القاعدة في الارتفاع :

يعني $V = S\times h$ (حيث $h = AH$ ارتفاع الهرم)

إذن: $V = S\times AH = 3\sqrt{3}\times a\sqrt{\frac{2}{3}} = 3\sqrt{2}\times a = 3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

تمرين(16)

1) في المثلث ABD لدينا حسب نظرية طالس : $OI = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3\ cm$

2) في المثلث ABD القائم في A لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 6^2 + 4^2 = 52$$

يعني : $BD = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ و بالتالي : $OD = \sqrt{13}\ cm$

3) بما أن المستقيم (HD) عمودي على المستوي (ABD) في النقطة D فإن المستقيم (HD) عمودي على كل المستقيمات المحتواة في المستوي (ABD) و المارة من النقطة D إذن : $(DO) \perp (HD)$

و بالتالي يكون المثلث ODH قائم الزاوية في D.

و باستعمال نظرية بيتاغور في المثلث ODH نتحصل على :

$$OH^2 = OD^2 + DH^2 = \sqrt{13}^2 + 2\sqrt{3}^2 = 13 + 12 = 25$$

يعني : $OH = 5\ cm$

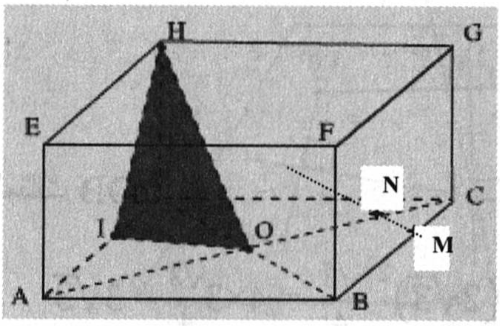
4) باستعمال نظرية بيتاغور في المثلث IDH نتحصل على :

$$IH^2 = ID^2 + DH^2 = 2^2 + 2\sqrt{3}^2 = 4 + 12 = 16$$

يعني : $IH = 4\ cm$

و بما أن : $5^2 = 3^2 + 4^2$ يعني $OH^2 = OI^2 + IH^2$ إذن المثلث OIH قائم الزاوية في I

(5



بتطبيق نظرية طالس في المثلث OBC نحصل على :

$\frac{CM}{CB} = \frac{MN}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ إذن $\frac{MN}{OB} = \frac{MN}{2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ يعني : $MN = \frac{2\sqrt{13} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{39}}{2}\ cm$

تمرين(17)

1) في المثلث ABD القائم في A لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

يعني : $BD = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ و بالتالي : $OB = 3\sqrt{2}$ cm

2) و في المثلث SBO القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$SB^2 = SO^2 + OB^2$ يعني: $SO^2 = SB^2 - OB^2 = 6^2 - 3\sqrt{2}^2$

$SO^2 = 36 - 18 = 18$ يعني : $SO = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

3) **مع الملاحظة** : تغيير السؤال كالتالي"لتكن H نقطة تقاطع ارتفاع المثلث **BSO** (عوض BAO)
الصادر من O مع المستقيم (BS)

(لأن المستقيم (BS) وارتفاع المثلث BAO الصادر من O ليسا في نفس المستوي)

و الجواب كالتالي:

في المثلث BSO القائم في O لدينا حسب العلاقة القياسية في المثلث القائم: $BS \times HO = SO \times OB$

يعني : $OH = \frac{OS \times OB}{BS} = \frac{3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{6} = 3$

4) في المثلث CKS القائم في K لدينا : $SC^2 = SK^2 + KC^2$ إذن:

$$SK^2 = SC^2 - KC^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$

يعني $SK = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

تمرين(18) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) في المثلث AHB القائم في H لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$AB^2 = BH^2 + AH^2$ يعني : $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{36}{4} - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$

يعني : $BH = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

و $BO = \frac{2}{3}\frac{3}{2}\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (لأن O هي مركز ثقل المثلث ABC)

2) في المثلث SOB القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

$$SB^2 = SO^2 + OB^2 = 5^2 + \sqrt{3}^2 = 25 + 3 = 28$$

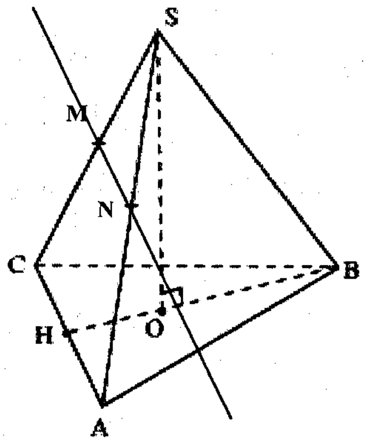
يعني : $SB = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

3) في المثلث SHB القائم في O لدينا حسب نظرية بيتاغور :

حيث : $SH^2 = SO^2 + OH^2$ ، $HO = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3}\frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

إذن : $SH^2 = 5^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 25 + \frac{3}{4} = \frac{100}{4} + \frac{3}{4} = \frac{103}{4}$

و بالتالي : $SH = \frac{1}{2}\sqrt{103}$



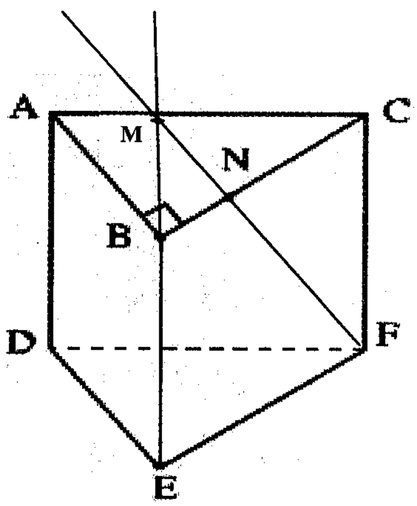
4) **مع الملاحظة** : تغيير السؤال كالتالي" لتكن M نقطة من [SC] حيث SM = 2 و N نقطة تقاطع المستقيم الموازي لـ **(AC)** (عوض: الموازي لـ (AB)) و المار من M و المستقيم (SA))

(لأن المستقيمين (AB) و (MN) ليسا في نفس المستوي)

و الجواب كالتالي:

بتطبيق نظرية طالس في المثلث SAC حيث (NM)//(AC) نحصل على :

$\frac{SM}{SC} = \frac{MN}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$ إذن : $\frac{MN}{AC} = \frac{MN}{3} = \frac{1}{\sqrt{7}}$ يعني : $MN = \frac{3}{\sqrt{7}}$



تمرين(19) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) بما أن: $(BC) \perp (AB)$ و $(CB) \perp (DB)$

فإن : $(BC) \perp (ABD)$

أ) بما أن النقطتين N و F تنتميان إلى المستوي (BCF)

إذن المستقيم (NF) محتوٍ في المستوي (BCF)

ب) بما أن المستقيمين (NF) و (BE) محتويان في نفس المستوي (BCF) و هما غير متوازيين إذن فهما متقاطعان

ج) بما أن المستقيمين (NF) و (BE) متقاطعان و (BE) محتو في المستوي (ABD)

إذن المستقيم(NF) و المستوي (ABD) متقاطعان في نقطة M.

2) نعتبر المثلث MEF حيث (FE) // (NB) إذن حسب نظرية طالس نحصل على :

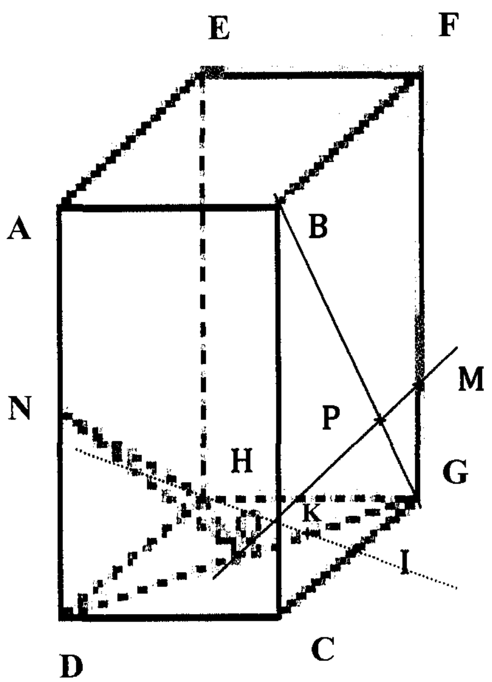
$\frac{NB}{EF} = \frac{MN}{MF} = \frac{MB}{ME}$ و بما أن $NB = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} EF$: فإن : $\frac{MB}{ME} = \frac{\frac{1}{3}BC}{BC}$

يعني : $\frac{MB}{ME} = \frac{1}{3}$ و بما أن : $ME = MB + BE$ إذن : $\frac{MB}{BE + MB} = \frac{1}{3}$

و بالتالي : $\frac{BE + MB}{MB} = 3$ يعني $\frac{BE}{MB} + \frac{MB}{MB} = 3$ يعني $\frac{BE}{MB} + 1 = 3$

يعني $\frac{BE}{MB} = 2$ يعني $MB = \frac{1}{2} BE$

تمرين(20) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)



1) بما أن: $(DH) \perp (AD)$ و $(AD) = (ND)$ فإن المثلث NDH قائم الزاوية في D ، إذن حسب نظرية بيتاغور نحصل على:

$$NH^2 = DN^2 + DH^2 = \left(\frac{AD}{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2$$

$$= 2^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4 + 8 = 12$$

و بالتالي : $NH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

2) حسب نظرية بيتاغور في المثلث DHC نحصل على:

$$CH^2 = DC^2 + DH^2 = \left(\frac{AD}{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2$$

$$= \left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8 + 8 = 16$$

و بالتالي : $CH = 4$ و $OH = 2$

3) بما أن $(ND) \perp (DHC)$ في النقطة D فهو عمودي على كل مستقيمات المستوي (DHC) المارة من D

إذن : $(ND) \perp (DO)$ ، و بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث القائم DNO نحصل على:

$$NO^2 = DO^2 + DN^2 = \left(\frac{CH}{2}\right)^2 + \left(\frac{AD}{2}\right)^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$$

و بالتالي : $NO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

4) بما أن : $HN^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$ و $HO^2 = 4$ و $NO^2 = 8$ إذن : $NH^2 = NO^2 + HO^2$

و حسب عكس نظرية بيتاغور فإن المثلث NOH قائم الزاوية في H

5) مساحة المثلث NOH و نرمز لها بالحرف S :

$$S = \frac{NH \times OH}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} = 2\sqrt{3}$$

6) نعتبر المثلث BGF حيث (EB) // (MP) إذن حسب نظرية طالس نحصل على :

$\frac{GM}{GF} = \frac{GP}{GB} = \frac{MP}{BF}$ و بما أن : $\frac{GM}{GF} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ فإن : $\frac{MP}{BF} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ يعني : $\frac{MP}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

و بالتالي : $MP = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{4} = 1$

و بما أن : $\frac{GP}{GB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ و $GB = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 4^2} = \sqrt{12 + 16} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

فإن : $\frac{GP}{GB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ يعني : $\frac{GP}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ و بالتالي : $GP = \frac{2\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{7}{2}}$

7) تمثل K مركز ثقل المثلث HGC لأنها نقطة تقاطع الموسطين الصادرين من G و H

إذن : $GK = \frac{2}{3} GO = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$

نماذج فروض لتلاميذ التاسعة أساسي

جبر: التعداد والحساب	**فرض مراقبة عدد1-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: التعيين في المستوي	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

117 يقبل القسمة على :	7	11	9	**معين في (O , I , J) المستوي أصل تدريجه هو**	**J**	**I**	**O**
باقي قسمة العدد 214 على 4 هو	2	3	4	**A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة إذا (BA) يوازي**	**(JO)**	**(BI)**	**(IO)**
العدد 2a1 يقبل القسمة على 3 إذا كان a يساوي :	3	5	6	**A(-1، -2) و B(3،2) إذا إحداثيات E منتصف [BA]**	**E(2،1)**	**E(1،0)**	**E(0،1)**
يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على12 إذا كان قابلا للقسمة على	2 و 3	4 و 3	5 و 3	**مناظرة النقطة A(-1،2) بالنسبة إلى O هي نقطة إحداثياتها**	**(-1، 2)**	**(1، -2)**	**(1، 2)**

تمرين عدد 2

1 – أ) بين أن العدد $2^{151} + 2^{149}$ قابل للقسمة على 5

ب) استنتج انه قابل للقسمة على 10

تمرين عدد 3

1) حدد الأرقام a و b و c في الحالات التالية :

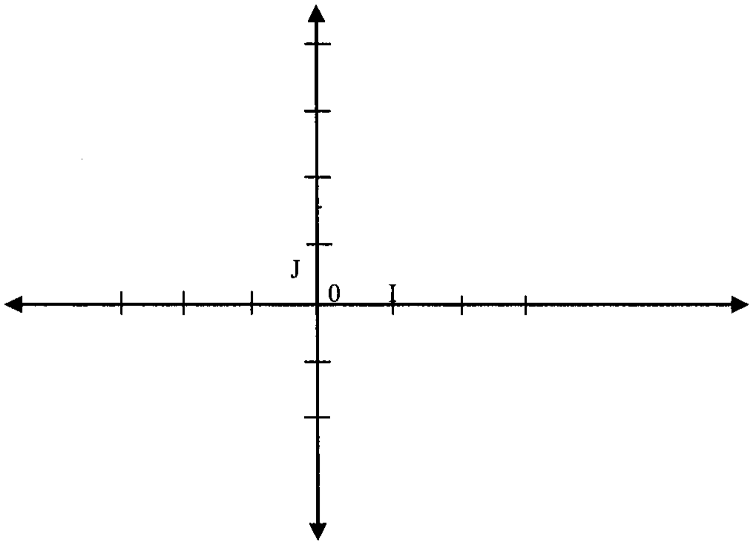
أ) العدد 23a4 يقبل القسمة على 3

ب) العدد 23b5c يقبل القسمة على 3 و على 5

2) أوجد العدد الصحيح الطبيعي n حيث $\frac{21}{n+5}$ عدد صحيح طبيعي

هندسة

- يمثل الرسم التالي معينا متعامدا (O , I , J)



1 – حدد إحداثيات النقاط O و I و J

2 – عين النقاط A و B و C التي فاصلاتها على التوالي (1 , 3) ؛ (1- , 2-) و (2 , 2)

3 – حدد إحداثيات K منتصف [BA]

4 – أوجد إحداثيات 'A و 'B و 'C مناظرات النقاط A و B و C بالنسبة إلى (O I)

5 – أ) أوجد إحداثيات E و F مناظرتي النقطتين B و C على التوالي بالنسبة إلى O

ب) استنتج طبيعة الرباعي EFCB

جبر: التعداد والحساب	**فرض مراقبة عدد1-2 في الرّياضيات**	التاريخ:
هندسة: التعيين في المستوي	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

العدد $3^{119}+3^{121}$ قابل للقسمة على:	9	10	11	(O, I, J) معين في المستوي إذا محور الفاصلات هو	(JO)	(BI)	(IO)
مجموع 3 أعداد صحيحة طبيعية متتالية هو مضاعف لـ :	2	3	4	A و B نقطتان لهما نفس الترتيبة إذا (BA) يوازي	(JO)	(BI)	(IO)
$\frac{21}{n+5}$ عدد صحيح طبيعي إذا n يساوي :	3	2	1	A(3، -2) و B(3،2) إذا البعد BA يساوي	0	4	2
كمّ مجموعة الأعداد ذات رقمين المكونة من الرقمين 1 و 2	4	5	6	مناظرة النقطة A(2،1) بالنسبة إلى (JO) هي نقطة إحداثياتها	(-1، 2)	(-2، 1)	(1، 2)

تمرين عدد 2

نعتبر العدد : $k = \overline{7b5a}$

1) أوجد الرقمين a و b بحيث يكون k قابلا للقسمة على 45

. . . .

2) هل يوجد رقمين a و b بحيث يكون k قابلا للقسمة على 20 ، علل جوابك

. . . .

تمرين عدد 3

. . . .

لتكن المجموعة A حيث $A = \{ 1 , 2 , 3 \}$
و لتكن A_1 هي مجموعة الأعداد المكوّنة من 3 أرقام مختلفة من A بحيث يكون رقم مآتها 1
A_2 هي مجموعة الأعداد المكوّنة من 3 أرقام مختلفة من A بحيث يكون رقم مآتها 2
A_3 هي مجموعة الأعداد المكوّنة من 4 أرقام مختلفة من A بحيث يكون رقم مآتها 3
باستعمال شجرة الإختيار حدّد عناصر المجموعات A_1 و A_2 و A_3 واستنتج كمّ كلّ منها.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة

ليكن Δ مستقيما مدرجا بمعين (O,I) والنقطتين M وN حيث : - = و =

1) أحسب : MO و NO و ماذا تمثّل O بالنسبة لـ :$[NM]$ معللا جوابك.

2) و ليكن (JO) المستقيم العمودي على Δ في O بحيث $JO = IO$

أ) عين النقاط $A(2,3)$ و $B(-2,1)$ و $C(-2,-3)$ في المعين (O,I,J).

ب) ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى O وحدد إحداثياتها.

ج) أثبت أنّ $(DA) // (CB)$ و $DA = CB$.

3) المستقيم (JO) يقطع (BA) في K و (DC) في L.

أ) حدد إحداثيات كلّ من : K و L و M و N في المعين (O,I,J).

ب) أحسب NM و LK.

ج) بين أنّ $LNKM$ معين.

جبر: مجموعة الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد2-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

القيمة المطلقة ل : $(-\frac{1}{5})$ يساوي	1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	I منصف [BA] و J منتصف [CA] في المثلث CBA إذا	(JI)//(CB)	(JI)//(CA)	(JI)//(AB)
$\sqrt{0,16}$ يساوي	4	0,4	0,04	I∈(AB) و (JI)//(CB) و J∈(CA) إذا	$\frac{AC}{AB}=\frac{AI}{AJ}$	$\frac{AC}{BC}=\frac{AI}{AJ}$	$\frac{AB}{AC}=\frac{AI}{AJ}$
في الكتابة ...7,1252525 الدور هو :	12	25	125	$\frac{AB}{AC}=\frac{AI}{AJ}$ يعني	$\frac{AJ}{AC}=\frac{AI}{AB}$	$\frac{AB}{AJ}=\frac{AI}{AC}$	CB =CA×AI
π هو عدد ينتمي إلى	IN	ID	IR	I منصف [BA] و J منتصف [CA] إذا	**CB = JI**	**CB = 2 JI**	**CB = 3 JI**

تمرين عدد 2

1) أكمل بما يناسب : $\sqrt{...}=7$ ؛ $\sqrt{...}=\frac{3}{5}$ ؛ $\sqrt{...}=2\times5^3$

2) أكتب بدون جذور : $\sqrt{\frac{12}{147}}$ ؛ $\sqrt{\frac{2}{50}}$ ؛ $\sqrt{\frac{8}{18}}$ ؛ $\sqrt{\frac{16}{49}}$

. . . .

3) أحسب و بسط ما يلي :

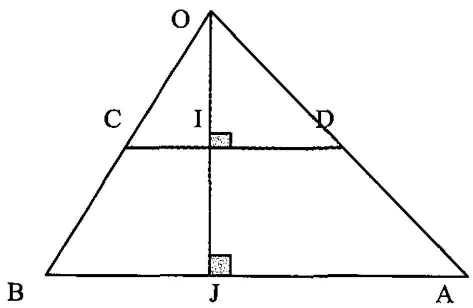
$A=3\sqrt{8}+\sqrt{32}-2\sqrt{50}$ و $B=\sqrt{25\times\sqrt{3}\times\sqrt{27}}$

. . . .

4) بسط الجذر التربيعي : $\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{4}}}}}$

. . . .
. . . .
. . . .

هندسة



ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

حيث : 15صم = AB و6 صم = CD و 3 صم = IJ.

1) باستعمال نظرية طالس بين أنّ :

= و = و =

2) ليكن : = OI استنتج أنّ : أ) =

ب) أحسب مساحة المثلث OCD

جبر: مجموعة الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد2-2 في الرّياضيات**	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

العدد الذي مربعه 2 هو	2	4	$\sqrt{2}$	$J\in[CA]$ و $I\in[BA]$ حيث $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ إذا	$(JI)//(CB)$	$(JI)//(CA)$	$(JI)//(AB)$
مربع العدد 0,2 يساوي	4	0,4	0,04	$I\in(AB)$ و $(JI)//(CB)$ و J منتصف $[CA]$ إذا	$BA = IA$	$BI = IA$	$BA = 2IA$
$3,7\underline{42}$ هي كتابة دورية دورها :	3	4	42	CBAD متوازي أضلاع مركزه O و I منتصف $[BA]$ إذا	$(IO)//(CB)$	$IO = IA$	$(IO)//(AB)$
$\sqrt{2}$ هو عدد ينتمي إلى	IN	ID	IR	I منصف $[BA]$ و J منتصف $[CA]$ إذا	**CB = JI**	**CB = 2 JI**	**CB = 3 JI**

تمرين عدد 2

1) أكمل بما يناسب :

$\sqrt{\ldots} = 5$ ؛ $\sqrt{\frac{4}{25}} = \ldots\ldots$ ؛ $\sqrt{\ldots} = 2\times 3$

2) أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية إن أمكن ذلك :

أ) $x^2 = 16$ ؛ ب) $x^2 = \frac{16}{25}$ ؛ ج) $x^2 = 7$ ؛ د) $x^2 + 1 = 0$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3) أ – أكتب بواسطة $\sqrt{2}$ الأعداد التالية : $\sqrt{72}$ و $\sqrt{32}$ و $\sqrt{50}$

ب) بسط العبارات التالية : $A = 2\sqrt{32} - \sqrt{72}$ و $B = \sqrt{50} - 3\sqrt{32} + \sqrt{72}$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة

تمرين عدد 1

ABCD متوازي أضلاع و M منتصف [AB] و N منتصف [CD]

المستقيمان (MD) و (NB) يقطعان القطر[AC] في E و F : بين أنّ : $FC = EF = AE$

. . . .

تمرين عدد 2

لتكن [AB] قطعة مستقيم طولها 10 صم

1) جزء [AB] إلى 7 أجزاء متقايسة

2) عين على [AB] النقطتين M و N حيث $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{1} = \frac{NB}{4}$

. . . .

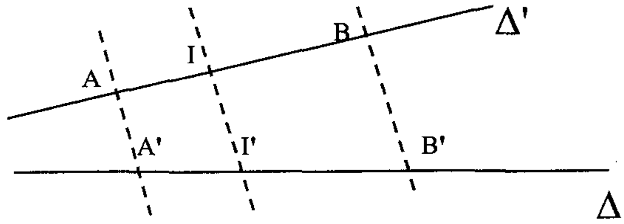
جبر: التعداد والحساب- مجموعة .أ.حقيقية	**فرض تأليفي عدد1-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس – العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد 1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

a و b متقابلان إذن $a + 11 + b$ يساوي	0	1	11

$\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$ هو عدد	أصم	صحيح	عشري

(AA')//(II') // (BB') ينتج عنه : 	$\frac{AI}{II'} = \frac{AI}{AB}$	$\frac{AI}{A'I'} = \frac{AI}{AB}$	$\frac{BI}{B'I'} = \frac{AI}{A'I'}$
إذا كان x هو طول ضلع مربّع فإن طول قطره يساوي:	$x\sqrt{2}$	$2x$	$2\sqrt{x}$

تمرين عدد 2

نعتبر العبارة $W = -(\frac{3}{2} - x) + [\frac{5}{4} + (1 + x)] - (x - \frac{3}{2})$ حيث x عدد حقيقي

1) اختصر العبارة W.

2) أحسب W في الحالتين التاليتين : $x = -\frac{9}{4}$ و $x = \frac{5}{2}$

3) أوجد x حيث $W = \frac{11}{2}$

تمرين عدد 3

جدْ كتابة مقامها عدد صحيح لكلّ عدد من الأعداد التّالية :

$m = \frac{10}{\sqrt{5}}$ ؛ $n = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$ ؛ $p = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة

تمرين عدد 2

ابن مثلّثABC قائم الزّاوية في A حيث BC=8cm و AC=6cm و H المسقط العمودي للنّقطة A على (BC) . احسب AB و AH و BH و CH

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

تمرين عدد 3

ليكن ABC مثلّثا قائم الزّاوية في A و H المسقط العموديّ للنّقطة A على المستقيم (BC)

بيّن أنّ $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

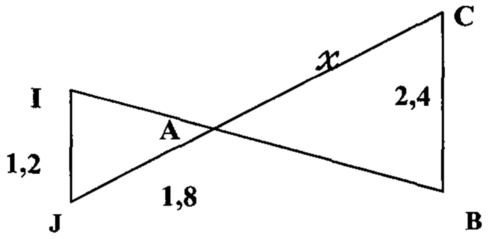
جبر: التعداد والحساب- مجموعة أ.حقيقية	**فرض تأليفي عدد1-2 في الرّياضيات**	التاريخ:
هندسة: التعيين في المستوي- مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد 1

1) اتمم الجدول التالي حيث x عدد حقيقي موجب

x	16		121	$\frac{1}{100}$		
$\sqrt{x}$		6			30	0 , 4

2) ضع علامة ($\times$) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

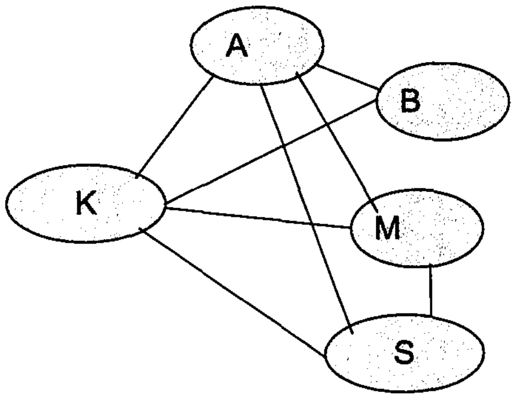
	4 أجزاء متقايسة	5أجزاء متقايسة	7أجزاء متقايسة
لتعيين نقطتين M و N على [AB] حيث $\frac{AM}{2}=\frac{MN}{1}=\frac{NB}{4}$ نقسم [AB] إلى :			
في الرسم التالي :(IJ)//(BC)، إذا x يساوي: 	2,8	3,6	4,2

تمرين عدد 2

لربط النقطة A بالنقطة S يمكننا إتباع المخطط التالي :

1) حول هذا المخطط إلى شجرة اختيار.

2) استنتج عدد الإمكانيات المتاحة حسب هذا الجدول.



تمرين عدد 3

بين أن : $9^{\frac{n+2}{2}} - 3^n$ من مضاعفات 8 مهما يكن n في NI

هندسة

- ليكن ABCD مستطيلا حيث BA = 5mc و DA = 3 mc .

1) عيّن النقطة E من [AB] والنقطة F من [CD] بحيث :

$2AB = 3AE$ و $2CD = 3CF$

2) بين أن : FC = EA

3) بين أن : $\frac{AE}{DF} = 2$

4) المستقيمان (AD) و (EF) يتقاطعان في I. بين أنّ $AI = 2 \times AD$

جبر: العمليات على الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد3-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	**الإسم و اللقب**	**9أساسي**

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

مقلوب 2 هو	0,5	$\sqrt{2}$	- 2
مقلوب $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ يساوي	$\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$	$2-\sqrt{2}$
القيمة المطلقة لـ: $\sqrt{2}$ تساوي	-$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2
القيمة المطلقة لـ: $\sqrt{2}$ -$\sqrt{3}$ تساوي	$\sqrt{3}$ -$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}+\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$ -$\sqrt{3}$

ACB مثلث حيث BA=6 و CA = 4 و I∈(BA) حيث IA=2 و (JI)//(CB) إذا $\frac{AJ}{AC}$ يساوي	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
CBA مثلث قائم حيث BA=3 و CA =4 إذا CB يساوي	7	6	5

تمرين عدد 2

1) أحسب واختصر العبارات التالية :

$$E=\sqrt{\frac{1}{7}}\times\sqrt{63} \quad ؛ \quad D=\sqrt{2}\times\sqrt{0,02}$$

. . . .

2) أوجد كتابة يكون مقامها عددا صحيحا طبيعيا.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}}\times\sqrt{2} \quad ؛ \quad \frac{5}{1-\sqrt{2}} \quad ؛ \quad \frac{-5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad ؛ \quad \frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}} \quad ؛ \quad \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3) بين أنّ : $\sqrt{7-3\sqrt{5}}\times\sqrt{7+3\sqrt{5}}=2$ و $\sqrt{\frac{3\sqrt{64}+1}{4\sqrt{49}-\sqrt{9}}}=1$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة

تمرين عدد 1

ليكن المثلث CBA قائم في A و حيث : $CA = BA = a$

1) بين أنّ $CB = a\sqrt{2}$.

2) نعتبر H المسقط العمودي لـ : A على CB ؛ أحسب HA

تمرين عدد 2

لتكن [FE] قطعة مستقيم طولها 8 صم

1) عين نقطة I على [FE] بحيث $IE = \frac{EF}{3}$

2) عين على [FE] النقطتين M و N حيث $\frac{EM}{2} = \frac{MN}{1} = \frac{NF}{4}$

جبر:العمليات على الأعداد الحقيقية	فرض مراقبة عدد3-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة:مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

1) إذا كان ABC مثلث قائم في A ؛ أكمل الجدول التالي.

CB	CA	BA
10		8
$2\sqrt{5}$	4	
10		$5\sqrt{2}$

2) اربط بسهم :

K منتصف [FE] و $GK = FK = EK$

* EFG قائم
* EFG الأضلاع متقايس
* K مركز ثقل الثلث GFE

3) ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$\lvert 1 - \sqrt{2} \rvert$ يساوي	$1 - \sqrt{2}$	$\sqrt{2} - 1$	$-1 - \sqrt{2}$
$\lvert 3 - \sqrt{7} \rvert$ يساوي	$3 - \sqrt{7}$	$3 + \sqrt{7}$	$-3 + \sqrt{7}$

تمرين عدد2

1) انشر واختصر الجذاءات التالية .

$$\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \;؛\; \sqrt{5}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{5}) \;؛\; (\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3)$$

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$$

2) حوّل المجاميع التالية إلى جذاءات . $25c + 10b - 5a$ ؛ $2 + \sqrt{2}$

$\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{25}$ ؛ $x + 1 + \sqrt{2}(x + 1)$ ؛ $(2x - \sqrt{5})(1 - x) + \sqrt{5}(x - 1)$

. . . .

هندسة

1) ارسم شبه منحرف DCBA قائم في A و D حيث: $BA = 4\ cm$ و $DA = 12\ cm$ و $CD = 9\ cm$

2) وليكن H المسقط العمودي لـ : B على (CD): بين أن $CH = 5\ cm$ و $CB = 13\ cm$

3) عين E منتصف [DA] : أ) أحسب BE و CE

ب) بين أن المثلث CEB قائم في E.

4) عين K المسقط العمودي لـ : E على (CB): أ) بين أن $KE = 6\ cm$ و $KB = 4\ \ cm$

ب) استنتج أن المثلث DKA قائم في K

ج) بين أن (EB) هو الموسط العمودي لـ : [KA]

5) وليكن $(EB) \cap (KA) = \{F\}$ و $(KD) \cap (CE) = \{L\}$

أ) بين أن الرباعي LKFE مستطيل .

ب) بين أن $LE = 12\frac{\sqrt{13}}{13}$

. . . .

جبر: العمليات – قوى و مقارنة	فرض مراقبة عدد4-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة

إذا كان ABC مثلث قائم في A و H المسقط العمودي لـ A : على (CB).

CA×HA = CB×BA	BA×HA =CB×CA	BA×CA =CB×HA
$\mathcal{C}$ دائرة قطرها [FE] و $H \in \mathcal{C}$ إذا HFE	مثلث قائم	مثلث متقايس الأضلاع

a و b متقابلان إذا a + b يساوي	0	1	2
a و b مقلوبان إذا a × b يساوي	0	1	2

تمرين عدد2

1) n و m عددان حقيقيان حيث : $n\sqrt{3} = m\sqrt{2}$ أوجد العدد الحقيقي $\frac{n}{m}$

2) أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية إن أمكن ذلك :

أ) $\sqrt{3}\,x = 0$

. . . .

ب) $\sqrt{5}(x - 1) = \sqrt{5}$

. . . .

ج) $\sqrt{(-x)^2} = 2$

. . . .

تمرين عدد3 1)– أختزل إلى أقصى حد :

$A = \frac{a^4 \times b^{-2} \times c^5}{a^6 \times b^{-2} \times c^3} =$ . . . .

. . . .

$B = \frac{(a^{-3} \times b^3)^2 \times a^5}{a^{-4} \times b^6} =$ . . . .

. . . .

2 – أحسب بأيسر طريقة :

$x = \frac{(7 \times 8^3)^4 \times 8^{10}}{(7 \times 8^5)^4 \times 8^2} =$ . . . .

. . . .

$y = \frac{3^4 \times 11^5}{(-66)^4} =$ . . . .

هندسة

تمرين عدد1 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) ارسم مستقيمين Δ و Δ' متقاطعين في A و عين نقطتين B و C على Δ بحيث $BA = 2$ و $CB = 3$
وليكن E نقطة من Δ' حيث $EA = 3$

2 أ) بين أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{3}$

ب) استنتج البعد : FA.

ج) بين أن : $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{2}{3}$

و استنتج البعد FE

تمرين عدد2

إذا كان DCBA مستطيلا ؛ بين أنّه مهما تكن النقطة M من المستوي فإنّ :

$BM^2 + DM^2 = CM^2 + AM^2$

جبر:العمليات – قوى و مقارنة	فرض مراقبة عدد4-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة:مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

1- أكمل بما يناسب المساواة التالية :

$$[(-\frac{11}{5})^{17}]^{\cdots}=1 \quad ؛ \quad (\frac{3}{5})^{7}\times(\frac{3}{5})^{\cdots}=(\frac{3}{5})^{12}$$

$$[(-\frac{11}{3})^{5}]^{4}=(-\frac{11}{3})^{\cdots} \quad ؛ \quad \frac{(-\frac{3}{4})^{2}}{(-\frac{3}{4})^{5}}=(-\frac{3}{4})^{\cdots} \quad ؛ \quad \frac{3\times10^{-2}}{3\times10^{-3}}=\ldots\times10^{\cdots}$$

2) ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

	قائم	متقايس الأضلاع	متقايس الضلعين
CBA مثلث حيث : $BA=2\sqrt{5}$ و $CA=\sqrt{7}$ و $CB=\sqrt{13}$ إذا CBA			
I تنتمي إلى [BA] و $C\notin[BA]$ حيث: $AI=BI=CI$ إذا CBA			

تمرين عدد2

1) قارن بين 1 و $\sqrt{3}$ ثمّ بين 2 و $\sqrt{3}$.

2) رتب تصاعديا الأعداد 2 ؛ 1 و $\sqrt{3}$.

3) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد -2 ؛ -1 و $-\sqrt{3}$.

4) نعتبر العبارتين A و B حيث $A=|2-\sqrt{3}|+|1-\sqrt{3}|$

و $B=2|\sqrt{3}-2|+3(-2+\sqrt{3})$.

أ) أحسب العبارتين A و B .

ب) قارن بين A و B .

. . . .

هندسة

تمرين عدد1

ليكن CBA مثلثا حيث : $BA = \sqrt{8}$ و $CA = (x - 2)$ و $CB = x$ حيث $x > 2$

حدد قيمة العدد x لكي يكون المثلث CBA قائم الزاوية في A

تمرين عدد2

1) ابن قطعة مستقيم طولها $\sqrt{21}$ صم ثم ابن مثلثا DCB حيث :

$\sqrt{21}$ صم DC و 2 صم = CB و 5صم = DB.

2) بين أن المثلث DCB قائم في C.

3) لتكن A المسقط العمودي لـ : C على (DB) ؛ أحسب CA.

جبر: قوى – مقارنة – جذاءات معتبرة	**فرض تأليفي عدد2-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس – العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد 1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

	0	1	2
$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^0$ يساوي			

	4	6	8
$\sqrt{33+\sqrt{8+\sqrt{1}}}$ يساوي			

	A(1,1)	A(1,0)	A(0,0)
إحداثيات النقطة A في المعين (A,B,C) هي :			
	$\sqrt{2}$	2	1
A(0,1) و B(1,0) إذا البعد BA يساوي			

تمرين عدد 2

1) أحسب ما يلي :

$\sqrt{81} =$ . . . . ؛ $\sqrt{144} =$ . . . . ؛ $\sqrt{10^{-6}} =$ . . . . .

$\left(\frac{-\sqrt{7}}{2}\right)^2 =$ . . . .

2) انشر واختصر :

$E = (3\sqrt{2}-2)^2$ . . . .

. . . .

$F = (\sqrt{15}+\sqrt{30})(\sqrt{15}-\sqrt{30})$ . . . .

3) أتمم $a + 4\sqrt{a} + 4 = (\ldots + \cdots)^2$ ، حيث $a \in NI$ ؛ $2\sqrt{3} + 4 = (1 + \cdots)^2$

4)

قارن مايلي:

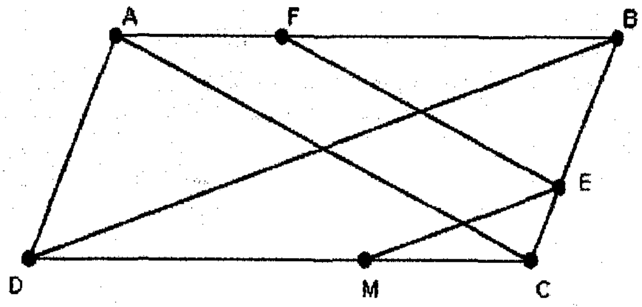
$5\sqrt{2}$ و $4\sqrt{3}$ ؛ $-6\sqrt{3}$ و $-3\sqrt{7}$ ؛ $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ؛ $3\sqrt{5}$ و $-17\sqrt{5}$ ؛ $5+\sqrt{6}$ و $5+\sqrt{7}$

. . . .

هندسة

$ABCD$ متوازي الأضلاع بحيث $AB=9$ و $BC=6$ $E\in[BC]$ بحيث $CE=2$

الموازي ل (BD) المار من E يقطع (DC) في M



1)احسب MC

2)احسب ME علما أن $BD=12$

3)لتكن F نقطة من $[AB]$ بحيث $BF=6$

بين أن $(AC)//(EF)$.

التاريخ:	فرض تأليفي عدد2-2 في الرّياضيات	**جبر:** قوى – مقارنة – جذاءات معتبرة
9أساسي	الإسم و اللقب	**هندسة:** مبرهنة طالس – العلاقات القياسية

تمرين عدد 1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$ يساوي	$\frac{1}{n(n+1)}$	$\frac{2}{n(n+1)}$	$\frac{n}{n(n+1)}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2}$ يساوي	$\frac{4}{9}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{9}{2}$

تمرين عدد 2

1) ليكن n عدد صحيح طبيعي ، بين أن : $\frac{25^{n+1}+25^{n}}{5^{2n+1}-5^{2n}} = \frac{13}{2}$

. . . .

2) نعتبر العددين L و K حيث : $L = \sqrt{2-\sqrt{2}}$ و $K = \sqrt{2+\sqrt{2}}$

أ) أحسب $(K+L)^2$ ثمّ استنتج $K+L$

. . . .

. . . .

ب) أحسب : $\frac{1}{K} + \frac{1}{L}$

. . . .

. . . .

3) بسط العبارة التالية حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$: $M = \frac{a^4b^{-2}(ab)^0a}{a^{-3}b^2a^5b}$

. . . .

4) قارن العددين الآتيين في كل حالة :

أ- $3\sqrt{7}$ و $2\sqrt{5}$ ؛ ب- $\sqrt{5}-\sqrt{7}$ و $2\sqrt{5}$

. . . .

ج- $\frac{\sqrt{8}}{5}$ و $\frac{5}{\sqrt{8}}$ ؛ د- $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{5}+1}$ و $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}+1}$

. . . .

. . . .

هندسة

ABCDشبه منحرف قائم الزاوية في A و D حيث:

$AB = 5$ و $AD = 4$ و$DC=8$ و E نقطة من [AB] حيث $AE=3$

1) احسب DE

2) عين I منتصف [ED] ثم احسب AI.

3) المستقيم المار من I والموازي للمستقيم (AB) يقطع المستقيم (BC) في نقطة J .

أ) بين أن J منتصف [BC] .

ب) احسب IJ .

ج) بين أن ABJI متوازي أضلاع.

4) احسب BC ثم استنتج طبيعة الرباعي EBCD.

جبر: قوى و مقارنة و جذاءات معتبرة	**فرض مراقبة عدد5-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: علاقات قياسية و رباعيات أضلاع	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$(2x-1)^2$ يساوي	$4x^2 - 1$	$4x^2 + 1$	$4x^2 - 4x + 1$
$(2x+1)^2 - 1$ يساوي	$4x^2 + 4x$	$(2x+1)(2x-1)$	$2x(2x-1)$
$2x(2x-3)$ يساوي :	$2x^2 - 6$	$4x^2 - 3$	$4x^2 - 6x$

مساحة مربع طول ضلعه x تساوي	x^2	$4x$	$2x$
ABCD متوازي أضلاع حيث $D\hat{A}B = 40^0$ إذا $A\hat{B}C$ يساوي	140^0	50^0	60^0

تمرين عدد2

1) بين أن $(b+a)^2 - (b-a)^2 = 4ba$ و $\frac{1}{a^2} + a^2 + 2 = (\frac{1}{a} + a)^2$.

2) اكتب في صيغة مربع ، كلا من العبارتين التاليتين :

$A = \frac{1}{a^2} + a^2 - 2$ و $B = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a} + 1$

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) – أ) ارسم مستطيلا $HGFE$ بعداه : $FE = 8$ و $HE = 6$

ب) احسب GE

2) - أ) ارسم نقطة I من $[FE]$ بحيث $GF = IF$

ب) أحسب IG

3) - أ) ارسم نقطة J من $[HG]$ بحيث $JG = IE$

ب) بين أن الرباعي $JGIE$ متوازي أضلاع.

4) – أ) ولتكن K المسقط العمودي لـ:F على $[GE]$

ب) أحسب KF

5) – أ) عين نقطة M بحيث تكون K منتصف $[MF]$

ب) استنتج MG و ME

جبر: قوى و مقارنة و جذاءات معتبرة	فرض مراقبة عدد5-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: علاقات قياسية و رباعيات أضلاع	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)$ يساوي	2	4	-2
$(1+\sqrt{3})^2$ يساوي	$4-2\sqrt{3}$	4	$4+2\sqrt{3}$
x^2+4x+4 يساوي :	$(2-x)^2$	$(2+x)^2$	$(4+x)^2$

محيط مربع طول ضلعه x هو	x^2	$4x$	$2x$
ABCD رباعي حيث [AC] و [BD] يتقاطعان في منتصفهما يعني ABCD	متوازي أضلاع	شبه منحرف	مربع

تمرين عدد2

نعتبر العبارة : $E(x) = 4x^2 + 5x + 1$

1) اكتب E(a) و E(b) ثم فكك إلى جذاء عاملين : $E(a) - E(b)$

2) إذا كان $0 \leq a \leq b$ بين أن : $4a + 4b > -5$

3) بين أن : $E(x) = \left(2x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$

4) استنتج تفكيكا لـ : $E(x)$

. . . .

هندسة

1) أرسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث $AB = 6$ و $CA = 2\sqrt{3}$

2) ارسم النقطة D من $[AB]$ حيث : $DA = \frac{1}{3} AB$

3) احسب DC و BC و استنتج أن المثلث BDC متقايس الضلعين.

4) لتكن النقطة E حيث D منتصف $[BE]$ ، أثبت أن المثلث BCE قائم الزاوية.

5) المستقيم المار من D والعمودي على (BC) يقطع (BC) في H ويقطع (AC) في F.

أ) بين أن $\frac{CE}{DF} = 1$ واستنتج البعد AF

ب) اثبت أن الرباعي $EFDC$ معين.

ج) استنتج طبيعة الرباعي $FHCE$.

جبر: معادلات – متراجحات و إحصاء	فرض مراقبة عدد1-6 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: رباعيات أضلاع وتعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

حل المعادلة $2n - 3 = 0$ في IR هو	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$
$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ هو حصر لـ $\sqrt{3}$ مداه	0 ,1	0,01	0,001
إذا $(t+1)(t-1) = 0$	$(t-1) = 0$	$(t -1)= 0$ أو $(t+1)=0$	$(t+1) = 0$

شكل الأوجه الجانبية لهرم رباعي منتظم	مثلث	مستطيل	شبه منحرف
حجم هرم مساحة قاعدته $5cm^2$ وارتفاعه 3 cm هو	$5\ cm^3$	$15\ cm^3$	$9\ cm^3$

تمرين عدد2

جمع أحمد في حصّالته مبلغا ماليا قدره : 53د بينما جمعت أخته سلمى مبلغا قدره : 13د
و بمناسبة العيد أهدى أبوهما لكلّ منهما نفس المبلغ فأصبح لسلمى نصف مبلغ أحمد.

1) حوّل هذه المسألة إلى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد (هو) واستنتج حلاّ لها.
2) أوجد المبلغ الذي أصبح لدى كلّ منهما.

. . . .

تمرين عدد3

لحساب معدل الرياضيات لثلاثي نسند للفرضين الأول والثاني الضارب 1 و 2 للفرض الثالث .

1) أحسب معدل أحمد إذا تحصل على 15 و 9 و 11 بالترتيب.
2) تحصل عمر على 8 و 9 و a أوجد a إذا علمت أن معدله 12

. . . .

هندسة

نعتبر الهرم SABCD قاعدته متوازي الأضلاع ABCD .و لتكن I و J وKمنتصفات القطع [SA] و[SB] و [CS] على التوالي.

1) بين أن المستقيمين (IJ) و (DC) متوازيين
2) بين أن المستقيم (DC) محتو في المستوي (CIJ)
3) حدد تقاطع المستويين (ABCD) و (CIJ)
4) حدد تقاطع المستويين (DSA) و (CIJ)

جبر: معادلات – متراجحات و إحصاء	**فرض مراقبة عدد6-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: رباعيات أضلاع وتعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

{ a و IR∋ b} هي مجموعة تساوي	$[a,b[$	$]a,b]$	$]a,b[$
$\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة	$n - 2 = 0$	$n + \sqrt{2} = 0$	$n - \sqrt{2} = 0$
$1 \leq y < 3$ يعني	$y \in [1 ، 3]$	$y \in [1 ، 3[$	$y \in]1 ، 3]$

شكل قاعدة هرم رباعي منتظم هو	مثلث	مربع	شبه منحرف
حجم مكعب طول حرفه 3cm يساوي	$9\ cm^3$	$24\ cm^3$	$27\ cm^3$

تمرين عدد2

يمثل الجدول التالي عدد الأهداف التي سجّلها فريق كرة القدم خلال 25 مقابلة.

عدد الأهداف المسجّلة(قيمة الميزة)	1	2	3	4	5	6
عدد المقابلات(التكرار)	5	8	3		2	y

1) إذا علمت أنّ التواتر التراكمي الموافق للقيمة 4 هو 0,88 بين أنّ 6 =

2) ما هو عدد المقابلات التي سجلت فيها 6 أهداف (أي أوجد y)

3) حدد موسط و المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية

. . . .

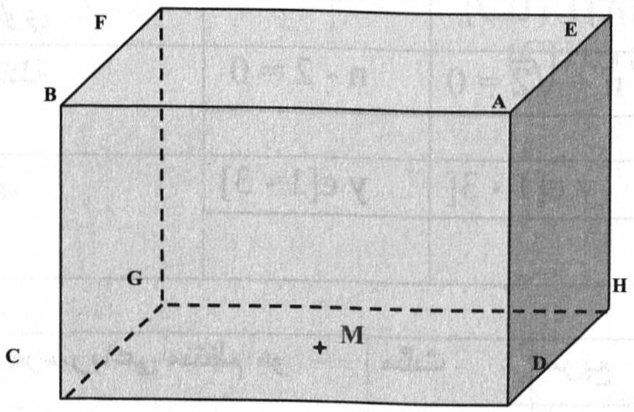
هندسة

نعتبر متوازي المستطيلات HFGABCDE حيث $AB = 7$ صم و $AD = 4$ صم و $AE = 3$ صم

1) أحسب حجمه V .

2) لتكن M نقطة من المستوي (DCH)

أ) عين K نقطة تقاطع المستقيمين (GM) و(DH).



ب - هل أن المستقيمين (GM) و(DK) في نفس المستوي و لماذا

ج - أذكر مستقيمين ليسا في نفس المستوي معللا جوابك

د - بين أن (AD) و (FG) هما في نفس المستوي

3- أكمل بما يناسب :

$(AB)\cap(DCH) =$ .... إذا الوضعية النسبية لهما (DCH)....(AB)

$(FM)\cap(DCH) =$ .... إذا الوضعية النسبية لهما: ....

$(ADC)\cap(ABF) =$ .... إذا الوضعية النسبية لهما: ....

التاريخ:	فرض تأليفي عدد3-1 في الرّياضيات	**جبر:** حصر و مجالات – معادلات و متراجحات – إحصاء احتمالات
9أساسي	الإسم و اللقب	**هندسة:** رباعيات أضلاع و تعامد في الفضاء

تمرين عدد 1

أكمل الجدول التالي :

المجال أو إتحاد مجالات	المتراجحة الموافقة	التمثيل على مستقيم	القيمة المطلقة
	$-2 < x < 2$		
$]-\infty\ ,3[\cup]5\ ,+\infty[$	$x < 3$ أو $x > 5$	______________	$\|x - 4\|$ 1

تمرين عدد 2

حلّ في IR المتراجحتين التاليتين : $2(x + 3) > 5x - 3$ و $\frac{2x+5}{2} \leq \frac{-5x-8}{4}$

تمرين عدد 3

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية :

قيمة الميزة	1	2	3	4
التكرار	14	4	10	2

1) أوجد مدى و منوال هذه السلسلة و أحسب التكرار الجملي.
2) أحسب المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية.
3) كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة .
4) حدد موسط هذه السلسلة الإحصائية .

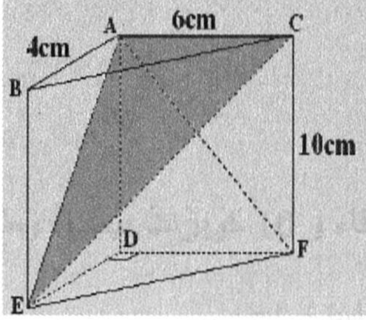
تمرين عدد 4

أنظر الشكل أمامك

ABCDEF موشور قائم قاعدته مثلث .

1 ـ أحسب AE^2 ؛ BC^2 و CE^2

2 ـ هل المثلث ACE قائم الزاوية؛ علل جوابك.



هندسة

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) – أ) ارسم مستطيلا DCBA مركزه O بحيث : 8 = BA و 6 = CB

و عين H المسقط العمودي لـ : A على (DB)

ب) أحسب DB ثم HA

ج) أحسب HO و HB

2) المستقيم (HA) يقطع (DC) في M و (CB) في N ؛ عين K المسقط العمودي لـ : C على (NA)

أ) أثبت أن H منتصف [KA]

ب) أحسب KC و بين أن 5 = KO

3) المستقيم (HC) يقطع (KO) في G

أ) ماذا تمثل G بالنسبة للمثلث KCA ؛ ب) أحسب GO

4) بين أن : $\frac{CK}{BH} = \frac{MC}{AB}$

جبر: حصر و مجالات – معادلات و متراجحات – إحصاء احتمالات	فرض تأليفي عدد3-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: رباعيات أضلاع و تعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	9أساسي

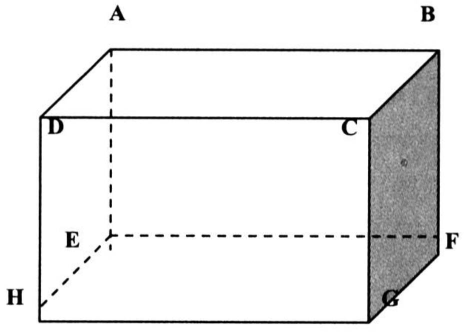
تمرين عدد 1

1) ضع كل حلّ من المجموعة التالية تحت المعادلة المناسبة : $\{-\frac{3}{7} ، 0 ، 1 ، \frac{7}{3}\}$

المعادلة	$x+\frac{3}{7}=0$	$x\times\frac{3}{7}=1$	$x-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$	$x+\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$
الحلّ				

2) أكمل الفراغات بما يناسب من المقترحات التالية :

متقاطعان ، متوازيان ، ليسا في نفس المستوي.



1) (CA) و (CD) هما مستقيمان ....

2) (BA) و (CD) هما مستقيمان ....

3) (FA) و (CD) هما مستقيمان ....

4) (FE) و (HD) هما مستقيمان ....

تمرين عدد 2

ليكن a و b و c أعدادا حقيقية حيث : $-5 \le a \le -2$ و $1 \le b \le 3$ و $\frac{1}{6} \le \frac{1}{c^2-3} \le 1$

1) أوجد حصرا لـ : $a+b$ و $a\times b$ و لـ : c^2-3

2) بين أن : $2 \le c \le 3$

. . . .

. . . .

. . . .

تمرين عدد 3

في كيس به كويرة صفراء و4 كويرات سوداء و 5 كويرات زرقاء و 10 كويرات بيضاء وطلب منك سحب كويرة واحدة من الكيس دون رؤيتها .

- أكتب في صيغة عدد كسري ثم في صيغة نسبة مائوية احتمال استخراج :

1) كويرة صفراء. 2) كويرة سوداء.

3) كويرة بيضاء. 4) كويرة زرقاء. 5) كويرة بيضاء أو زرقاء

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

هندسة (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

ABCDEFGH مكعب حيث : $HB = 7\sqrt{3}$ و $BA = a$

1) – أ) بين أن : $DB = a\sqrt{2}$.

ب) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (DB) و (HA).

2) – أ) بين أن المثلث HDB قائم الزاوية في D بطريقتين مختلفتين.

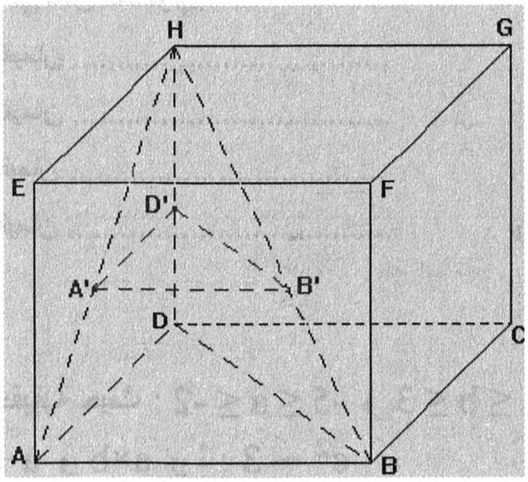
ب) استنتج أن : $HB = a\sqrt{3}$ و $a = 7$

3) ليكن المستوي (P) الموازي للمستوي (DBA) ،

المستوي (P) يقطع [HA] في 'A و [HB] في 'B و [HD] في 'D بحيث $DH' = 3$ ؛

أ) بين أن : $\frac{A'D'}{AD} = \frac{3}{7}$ ؛ ب) هل المثلث H'B'D' قائم الزاوية علل جوابك.

ج) أحسب حجم الهرم AH'B'D'.



. . . .

إصلاح نماذج فروض لتلاميذ التاسعة أساسي

جبر: التعداد والحساب	فرض مراقبة عدد1-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: التعيين في المستوي	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

117 يقبل القسمة على :	7	11	9	(O , I , J) معين في المستوي أصل تدريجه هو	J	I	O
			×				×
باقي قسمة العدد 214 على 4 هو	2	3	4	A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة إذا (BA) يوازي	(JO)	(BI)	(IO)
	×				×		
العدد 2a1 يقبل القسمة على 3 إذا كان a يساوي :	3	5	6	A(-1، -2) و B(3،2) إذا إحداثيات E منتصف [BA] هي :	E(0،1)	E(1،0)	E(0،1)
	×		×			×	
يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على12 إذا كان قابلا للقسمة على	2 و 3	4 و 3	5 و 3	مناظرة النقطة A(-1،2) بالنسبة إلى O هي نقطة إحداثياتها	(-1، 2)	(1، -2)	(1، 2)
		×				×	

تمرين عدد 2

1 – أ) العدد : $2^{149}+2^{151} = 2^{149}(1+2^2) = 2^{149}\times 5$ ؛ إذا فهو يقبل القسمة على 5

ب) $2^{149}+2^{151} = 2^{149}\times 5 = 2^{148}\times 2\times 5$ ؛ إذا فهو يقبل القسمة على 10

تمرين عدد 3

11) - أ) العدد 23a4 يقبل القسمة على 3 يعني $a \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7، 8, 9\}$

و $2+3+a+4 = a+9$ يقبل القسمة على 3 إذا $a \in \{0, 3, 6, 9\}$

ج) العدد 23b5c يقبل القسمة على 3 و على 5 يعني $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7، 8, 9\}$

و $c \in \{0, 5\}$ و $10+b+c$ يقبل القسمة على 3

* $c = 0$ إذا $10+b+c$ يقبل القسمة على 3 يعني $b = 2$ أو $b = 5$ أو $b = 8$

* $c = 5$ إذا $10+b+c$ يقبل القسمة على 3 يعني $b = 0$ أو $b = 3$ أو $b = 6$ أو $b = 9$

2) يكون العدد $\frac{21}{n+5}$ صحيحا طبيعيا إذا كان $n+5$ من قواسم 21

و بما أن مجموعة قواسم العدد 21 هي : $\{1,3,7,21\} =$ إذن :

$n+5 = 1$ يعني $n = -4$ غير طبيعي ؛ $n+5 = 3$ يعني $n = -2$ غير طبيعي ؛

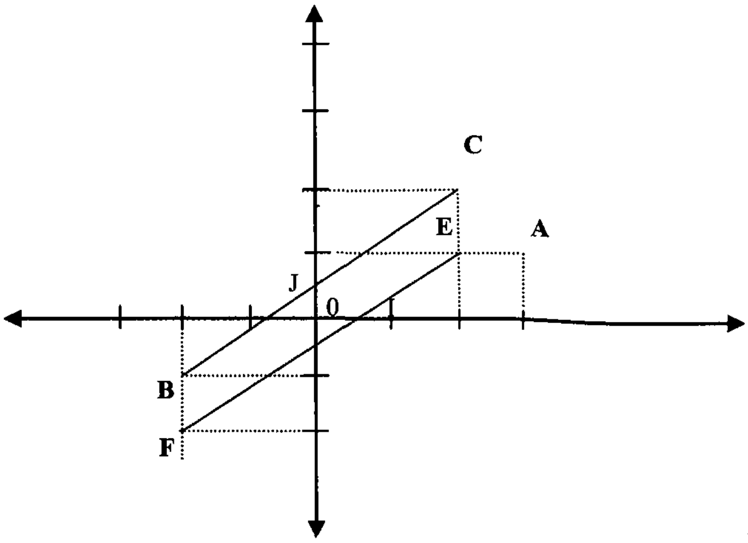
$n+5 = 7$ يعني $n = 2$ ؛ $n+5 = 21$ يعني $n = 16$ ؛

إذا ليكون العدد $\frac{21}{n+5}$ صحيحا طبيعيا يجب أن يكون الرقم n ضمن المجموعة

$n \in \{2, 16\}$

هندسة

- يمثل الرسم التالي معينا متعامدا (O , I , J)



1 – O (0,0) و I(1,0) و J(0,1)

2 – انظر الرسم

3 – إحداثيات K منتصف [BA] : $x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}$ و $y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = 0$

4 – A'(3 , -1) و B'(-2 , 1) و C' (2 , -2)

5 – أ) E(2 , 1) و F(-2 , -2)

ب) الرباعي FECB متوازي أضلاع لأن (EC)//(JO) و (FB)//(JO)

. . . .

. . . .

. . . .

جبر: التعداد والحساب	**فرض مراقبة عدد1-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: التعيين في المستوي	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

العدد $3^{121}+3^{119}$ قابل للقسمة على:	9	10	11	(O , I , J) معين في المستوي إذا محور الفاصلات هو	(JO)	(BI)	(IO)
	×	×					×
مجموع 3 أعداد صحيحة طبيعية متتالية هو مضاعف لـ :	2	3	4	A و B نقطتان لهما نفس الترتيبة إذا (BA) يوازي	(JO)	(BI)	(IO)
		×					×
$\frac{21}{n+5}$ عدد صحيح طبيعي إذا n يساوي :	3	2	1	B(3،2) و A(3، -2) إذا البعد BA يساوي	0	4	2
		×				×	
كمّ مجموعة الأعداد ذات رقمين المكونة من الرقمين 1 و 2	4	5	6	مناظرة النقطة A(2،1) بالنسبة إلى (JO) هي نقطة إحداثياتها	(-1، 2)	(-2، 1)	(1، 2)
	×					×	

تمرين عدد 2

1) حتى يكون $k = 7b5a$ قابلا للقسمة على 45 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 5 و مجموع أرقامه من مضاعفات 9 ؛ و ليكون قابلا للقسمة على 5 يجب أن يكون الرقم a مساو لـ : 0 أو 5

إذا $\underline{a = 0}$ $18 = 12 + b$ يعني $b = 6$ أو $\underline{a = 5}$ إذا $11 = 12 + b$ يعني $b = 1$

2) ليكون k قابلا للقسمة على 20 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 5 و 5a مضاعفا لـ: 4

و ليكون قابلا للقسمة على 5 يجب أن يكون الرقم a مساو لـ : 0 أو 5 و بالتالي : $5a = 50$ أو $5a = 55$

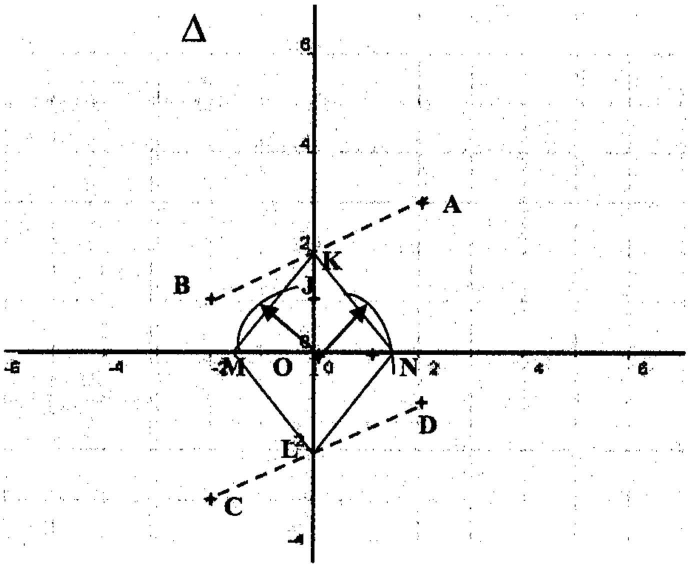
و 50 و 55 كلاهما ليس مضاعفا لـ: 4 إذا لا يوجد رقمين a و b بحيث يكون k قابلا للقسمة على 20

تمرين عدد 3

العدد	رقم الآحاد	رقم العشرات	رقم المآت	المجموعة
123 132	3 2	2 3	1	A_1
213 231	3 1	1 3	2	A_2
312 321	2 1	1 2	3	A_3

هندسة

إصلاح تمرين عدد 16



1) $= -$ يعني $= |- \quad - 0| = MO$ و $=$ يعني $= |\quad - 0| = ON$

إذا O هي منتصف [MN]

2) – أ) انظر الرسم

ب) النقطتان A و D لهما نفس الفاصلة إذا (DA) // Δ و كذلك النقطتان B و C لهما نفس الفاصلة إذا (CB) // Δ و بالتالي (CB) // (DA) و $CB = DA = 4$

3) – أ) إحداثيات K في المعين (O,I,J) هي (0 , 2) و إحداثيات L في المعين (O,I,J) هي (0 , -2)

إحداثيات M في المعين (O,I,J) هي (0 , -) و إحداثيات N في المعين (O,I,J) هي (0 ,)

ب) $NM = |- \quad - \quad | = 2$ و $LK = |2 + 2| = 4$

ج) LNKM معين لأن قطريه متعامدان في منتصفهما.

جبر: مجموعة الأعداد الحقيقية	فرض مراقبة عدد2-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

القيمة المطلقة ل : $\left(-\frac{1}{5}\right)$ يساوي	1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$
		×	
$\sqrt{0,16}$ يساوي	4	0,4	0,04
		×	
في الكتابة ...7,1252525 الدور هو :	12	25	125
		×	
π هو عدد ينتمي إلى	IN	ID	IR
			×

I منتصف [BA] و J منتصف [CA] في المثلث CBA إذا	(JI)//(CB)	(JI)//(CA)	(JI)//(AB)
I∈(AB) و (JI)//(CB) و J∈(CA) إذا	$\frac{AI}{AJ}=\frac{AC}{AB}$	$\frac{AI}{AJ}=\frac{AC}{BC}$	$\frac{AI}{AJ}=\frac{AB}{AC}$
			×
$\frac{AB}{AC}=\frac{AI}{AJ}$ يعني	$\frac{AJ}{AC}=\frac{AI}{AB}$	$\frac{AB}{AJ}=\frac{AI}{AC}$	CB =CA×AI
	×		
I منتصف [BA] و J منتصف [CA] إذا	**CB = JI**	**CB = 2 JI**	**CB = 3 JI**
		×	

تمرين عدد 2

(1 $\sqrt{49}=7$ ؛ $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$ ؛ $\sqrt{(5^3\times 2)^2}=2\times 5^3$

(2 $\sqrt{\frac{12}{147}}=\sqrt{\frac{4}{49}}=\frac{2}{7}$ ؛ $\sqrt{\frac{2}{50}}=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$ ؛ $\sqrt{\frac{8}{18}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ ؛ $\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7}$

(3

$$A = 3\sqrt{8}+\sqrt{32}-2\sqrt{50} = 3\times2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\times5\sqrt{2} = 6\sqrt{2}+4\sqrt{2}-10\sqrt{2} = 0$$

$$B=\sqrt{25\times\sqrt{3}\times\sqrt{27}}=\sqrt{25\times\sqrt{3}\times3\sqrt{3}}=\sqrt{25\times9}\ \text{و}\ 5\times3=15$$

. . . .

. . . .

(4

$$\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{4}}}}}=\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{6+\sqrt{7+2}}}}$$

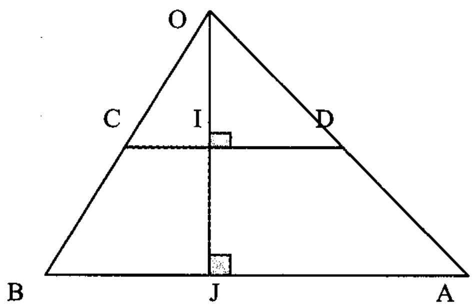
$$=\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{6+\sqrt{9}}}}=\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{6+3}}}$$

$$=\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{9}}}=\sqrt{21+\sqrt{13+3}}=\sqrt{21+\sqrt{16}}$$

$$=\sqrt{21+4}=\sqrt{25}=5$$

. . . .

هندسة



ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

حيث : AB = 15صم و6 صم = CD و 3 صم = IJ.

1) بما أن : (AB) //(CD) و (OA)   D و (OB)   C و (OJ)   I

إذا حسب نظرية طالس في المثلث OAB نتحصل على :   =   =

و في المثلث OAJ نتحصل على :   =   =

إذا :   =   و   =   يعني :   =

2) ليكن :   = OI إذا 3 +   = OJ و   =   تعني :   =

3) لحساب مساحة المثلث OCD لدينا 6 صم = CD و   = IO:

نحسب : لدينا   =   يعني 15 = 6 × (3 +   ) يعني 15 = 18 +   6

يعني 18 =   9 يعني

إذا : مساحة المثلث OCD هي 6 صم^2 =   =   S =

جبر: مجموعة الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد2-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

العدد الذي مربعه 2 هو	2	4	$\sqrt{2}$	$J\in[CA]$ و $I\in[BA]$ حيث $\frac{AJ}{AC}=\frac{AI}{AB}$ إذا	(JI)//(CB)	(JI)//(CA)	(JI)//(AB)
			×		×		
مربع العدد 0,2 يساوي	4	0,4	0,04	(JI)//(CB) و $I\in(AB)$ و J منتصف [CA] إذا	BA = IA	BI = IA	BA = 2IA
			×			×	×
$3,7\underline{42}$ هي كتابة دورية دورها :	3	4	42	CBAD متوازي أضلاع مركزه O و I منتصف [BA] إذا	(IO)//(CB)	IO = IA	(IO))//(AB)
			×		×		
$\sqrt{2}$ هو عدد ينتمي إلى	IN	ID	IR	I منتصف [BA] و J منتصف [CA] إذا	**CB = JI**	**CB = 2 JI**	**CB = 3 JI**
			×			×	

تمرين عدد 2

1) $2^2 = 4$ إذا العدد الذي مربعه 4 هو 2 , نسمي العدد 2 الجذر التربيعي لـ : 4

$\sqrt{25} = 5$ ؛ $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ ؛ $\sqrt{36} = \sqrt{4\times 9} = 2\times 3$

2) أ) $x^2 = 16$ يعني $x = 4$ أو $x = -4$ ؛

ب) $x^2 = \frac{16}{25}$ يعني $x = \frac{4}{5}$ أو $x = -\frac{4}{5}$ ؛

ج) $x^2 = 7$ يعني $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$ ؛

د) $x^2 + 1 = 0$ يعني $x^2 = -1$ غير ممكن لأن مربع عدد حقيقي موجب

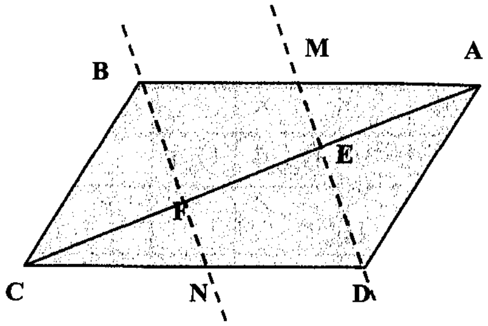
3) – أ) $\sqrt{72} = \sqrt{36\times 2} = 6\sqrt{2}$ ؛ $\sqrt{32} = \sqrt{16\times 2} = 4\sqrt{2}$ ؛ $\sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$

ب) $A = 2\sqrt{32} - \sqrt{72} = 2\times 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$B = \sqrt{50} - 3\sqrt{32} + \sqrt{72} = 5\sqrt{2} - 3\times 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

هندسة

تمرين عدد 1



M منتصف [AB] و N منتصف [CD]

يعني MB = ND إذا (BN) // (MD)

و حسب نظرية طالس في المثلث ABF لدينا :

E منتصف [AF] يعني EF = AE

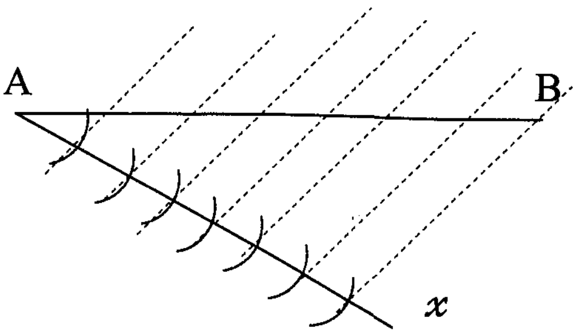
وفي المثلث CDE لدينا حسب نظرية طالس :

F منتصف [CE] يعني EF = CF و بالتالي : FC = EF = AE

. . . .

. . . .

تمرين عدد 2



2) لدينا :

$$\frac{AM}{2} = \frac{MN}{1} = \frac{NB}{4}$$

نرسم نصف مستقيم [A x) و نعين عليه 7 أبعاد متقايسة ثم نصل النقطة السابعة بالطرف B

و نعين النقطتين M و N كما هو مبين في الرسم و حسب مبرهنة طالس

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

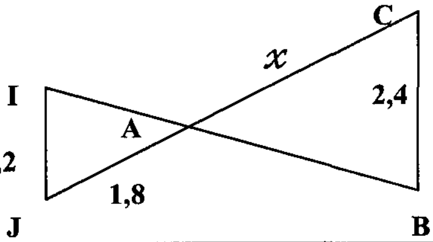
جبر: التعداد والحساب- مجموعة أ.حقيقية	# فرض تأليفي عدد1-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: التعيين في المستوي- مبرهنة طالس	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد 1

1) x عدد حقيقي موجب

x	16	36	121	$\frac{1}{100}$	900	0,16
$\sqrt{x}$	4	6	11	$\frac{1}{10}$	30	0 , 4

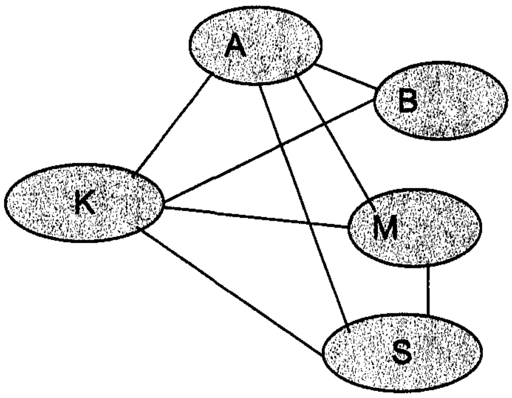
2) علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

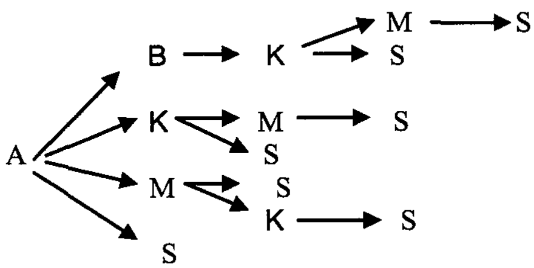
لتعيين نقطتين M و N على [AB] حيث $\frac{NB}{4}=\frac{MN}{1}=\frac{AM}{2}$ نقسم [AB] إلى :	4 أجزاء متقايسة	5أجزاء متقايسة	7أجزاء متقايسة
			×
في الرسم التالي :(IJ)//(BC) ، إذا x يساوي: 	2,8	3,6	4,2
		×	

تمرين عدد 2

1)

2) عدد الإمكانيات المتاحة حسب هذا الجدول هو 7.





تمرين عدد 3

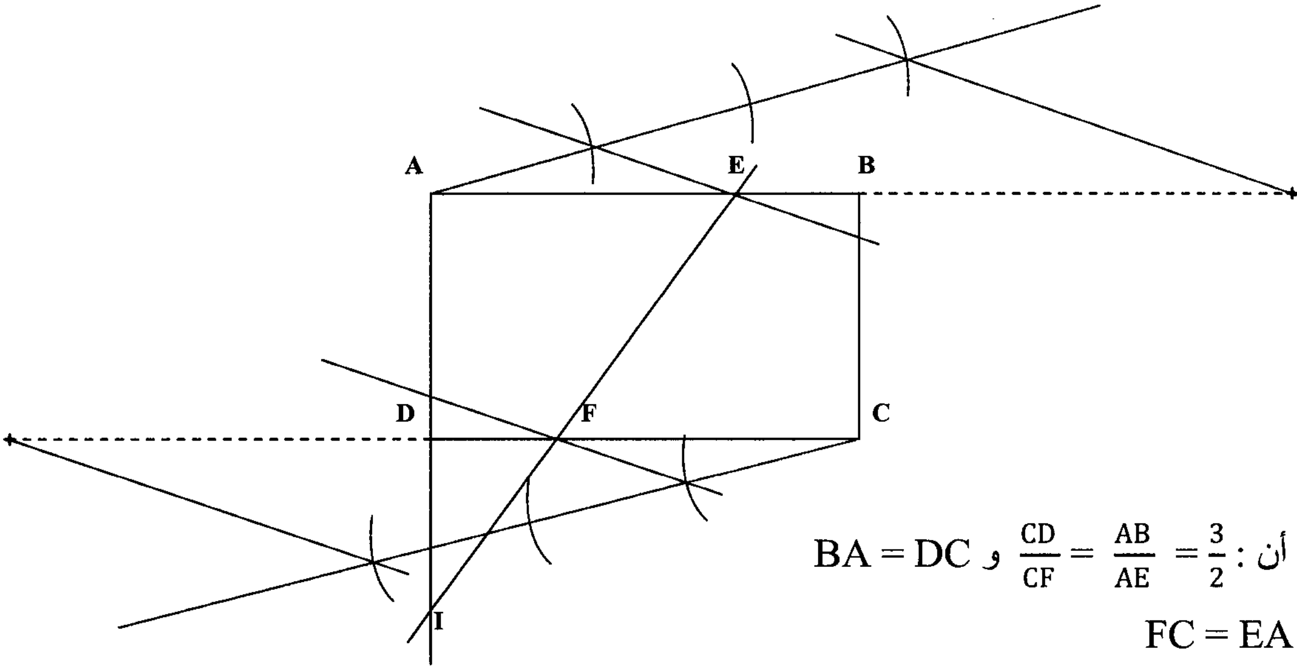
$$3^{2n}-2^{n}=9^{n}-2^{n}=(9-2)(9^{n-1}+9^{n-2}.2+9^{n-3}.2^{2}+....+2^{n-1})=7.(9^{n-1}+9^{n-2}.2+.....+2^{n-1})$$

اذن : $3^{2n}-2^{n}$ **من مضاعفات 7** مهما يكن n في NI

هندسة

ABCD مستطيل حيث BA = 5mc و DA = 3 mc .

1) $2AB = 3AE$ يعني $\frac{AB}{AE} = \frac{3}{2}$ و $2CD = 3CF$ يعني $\frac{CD}{CF} = \frac{3}{2}$



2) بما أن : $\frac{3}{2} = \frac{AB}{AE} = \frac{CD}{CF}$ و $BA = DC$

فإن : $FC = EA$

3) $2AB = 3AE$ يعني $EA = \frac{2}{3}BA$

و $2CD = 3CF$ يعني $FC = \frac{2}{3}DC = \frac{2}{3}BA$ يعني $FD = \frac{1}{3}BA$

و بالتالي : $2 = \frac{\frac{2}{3}BA}{\frac{1}{3}BA} = \frac{AE}{DF}$

4) حسب نظرية طالس في المثلث EIA نحصل على : $\frac{1}{2} = \frac{DF}{DE} = \frac{ID}{IA}$ أو $2 = \frac{AI}{AD} = \frac{AE}{DF}$

و بالتالي : $AI = 2 \times AD$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

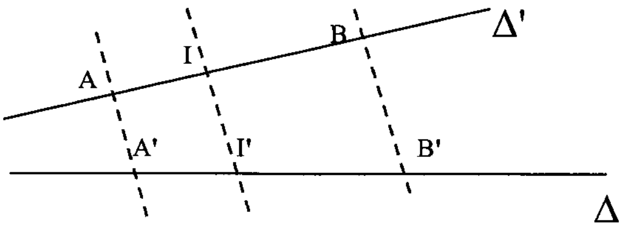
جبر: التعداد والحساب- مجموعة أ.حقيقية	**فرض تأليفي عدد1-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس – العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد 1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

a و b متقابلان إذن a + 11 + b يساوي	0	1	11
			×

$\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$ هو عدد	أصم	صحيح	عشري
	×		

(AA')//(II') // (BB') ينتج عنه : 	$\frac{AI}{AB}=\frac{AI}{II'}$	$\frac{AI}{AB}=\frac{AI}{A'I'}$	$\frac{AI}{A'I'}=\frac{BI}{B'I'}$
			×
إذا كان x هو طول ضلع مربّع فإن طول قطره يساوي:	$x\sqrt{2}$	$2x$	$2\sqrt{x}$
	×		

تمرين عدد 2

1) أ) اختصار العبارة: W

$$W = -(\frac{3}{2} - x) + [\frac{5}{4} + (1 + x)] - (x - \frac{3}{2}) = -\frac{3}{2} + x + [\frac{5}{4} + 1 + x] - x + \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{3}{2} + x + \frac{5}{4} + 1 + x - x + \frac{3}{2} = x + \frac{5}{4} + 1 = x + \frac{5}{4} + \frac{4}{4} = x + \frac{9}{4}$$

ب) الحالة الاولى : $x = -\frac{9}{4}$ فان $W = x + \frac{9}{4} = (-\frac{9}{4}) + \frac{9}{4} = 0$

الحالة الثانية : $x = \frac{5}{2}$ فان $W = x + \frac{9}{4} = \frac{5}{2} + \frac{9}{4} = \frac{10}{4} + \frac{9}{4} = \frac{19}{4}$

أ) البحث عن x حيث $W = \frac{11}{2}$

$W = \frac{11}{2}$ يعني $x + \frac{9}{4} = \frac{11}{2}$ يعني $x = \frac{11}{2} - \frac{9}{4} = \frac{22}{4} - \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$

تمرين عدد 3

جدْ كتابة مقامها عدد صحيح لكلّ عدد من الأعداد التّالية :

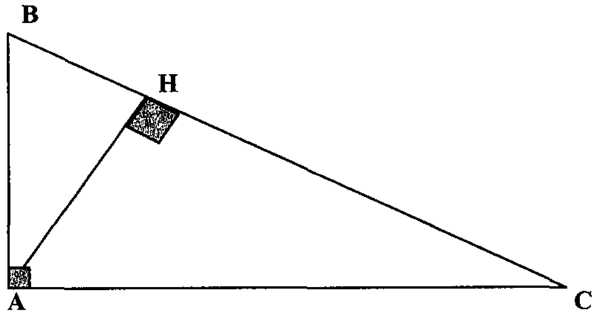
$$m = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5}$$

$$n = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)(1+\sqrt{5})} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4}$$

$$p = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{2-3} = -(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$$

هندسة

تمرين عدد 1



حسب نظرية بيتاغور في المثلث CBA القائم في A نتحصل على : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذا : $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 8^2 - 6^2 = 84 - 36 = 48$

إذا $BA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

وبما أن: $CB \times HA = CA \times BA$ إذا $HA = \dfrac{BA \times CA}{CB} = \dfrac{4\sqrt{3} \times 6}{8} = 3\sqrt{3}$

حسب نظرية بيتاغور في المثلث HBA القائم في H نتحصل على : $AB^2 = AH^2 + BH^2$

إذا : $BH^2 = AB^2 - AH^2 = (4\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 48 - 27 = 21$

إذا $BH = \sqrt{21}$

و بالتالي : $HC = CB - BH = 8 - \sqrt{21}$

تمرين عدد 2

بما أن: $CB \times HA = CA \times BA$ يعني $HA = \dfrac{BA \times CA}{CB}$ إذا $\dfrac{1}{HA} = \dfrac{CB}{CA \times BA}$

إذا : $\dfrac{1}{HA^2} = \dfrac{CB^2}{CA^2 \times AB^2} = \dfrac{CA^2 + AB^2}{CA^2 \times AB^2} = \dfrac{AB^2}{AC^2 \times AB^2} + \dfrac{CA^2}{CA^2 \times AB^2} = \dfrac{1}{CA^2} + \dfrac{1}{AB^2}$

. . . .

. . . .

. . . .

جبر: العمليات على الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد3-1 في الرّياضيات**	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

مقلوب 2 هو	0,5	$\sqrt{2}$	- 2
	×		
مقلوب $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ يساوي	$\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$	$2-\sqrt{2}$
		×	
القيمة المطلقة لـ: $(-\sqrt{2})$ تساوي	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2
		×	
القيمة المطلقة لـ: $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ تساوي	$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}+\sqrt{3}$	$\sqrt{2}-\sqrt{3}$
	×		

CB مثلث حيث BA = 6 و CA =4 و I∈(BA) حيث IA=2 و (JI)//(CB) إذا $\frac{AJ}{AC}$ يساوي	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
		×	
CBA مثلث قائم حيث BA=3 و CA =4 إذا CB يساوي	7	6	5
			×

تمرين عدد 2

(1

$$E=\sqrt{\frac{1}{7}}\times\sqrt{63}=\sqrt{\frac{1}{7}}\times\sqrt{9\times7}=\sqrt{\frac{9\times7}{7}}=\sqrt{9}=3$$

$$D=\sqrt{2}\times\sqrt{0{,}02}=\sqrt{0{,}04}=0{,}02$$

(2

$$*\quad \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$$

$$*\quad \frac{5}{1-\sqrt{2}}=\frac{5(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=\frac{5(1+\sqrt{2})}{-1}=\frac{-5(1+\sqrt{2})}{1}$$

$$*\quad \frac{-5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{1}$$

$$*\quad \frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}=\frac{5(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{7})(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}=\frac{5(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}{8-7}=\frac{5(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}{1}$$

$$*\quad \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(1-\sqrt{2})}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(1-\sqrt{2})}{5}$$

(3

$$\sqrt{7-3\sqrt{5}}\times\sqrt{7+3\sqrt{5}}=\sqrt{(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5})}=\sqrt{7^2-(3\sqrt{5})^2}$$

$$=\sqrt{49-45}=\sqrt{4}=2$$

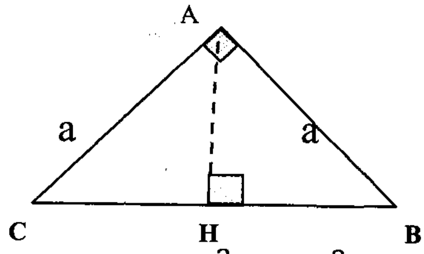
$$\sqrt{\frac{3\sqrt{64}+1}{4\sqrt{49}-\sqrt{9}}}=\sqrt{\frac{3\times8+1}{4\times7-3}}=\sqrt{\frac{25}{25}}=1$$

تمرين عدد 1

1) في المثلث القائم CBA لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad = a^2 + a^2 \quad = \ 2\,a^2$

يعني : $CB = a\,\sqrt{2}$



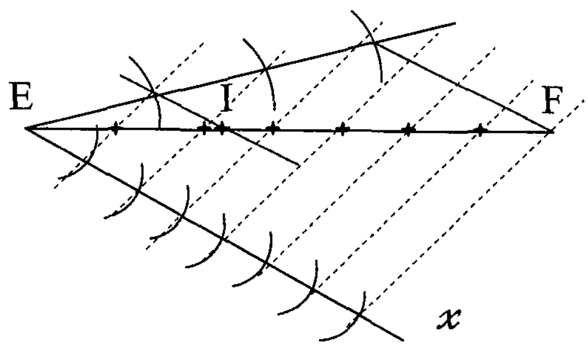
2) في المثلث القائم CBA لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$AB^2 = AH^2 + HB^2 \quad = a^2 + a^2 \quad = \ 2\,a^2$ يعني $AH^2 = AB^2 - HB^2$

يعني $AH^2 = a^2 - \left(\frac{a^2}{2}\right) = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

$HA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

تمرين عدد 2



2) لدينا :

$$\frac{EM}{2} = \frac{MN}{1} = \frac{NF}{4}$$

نرسم نصف مستقيم $[E\,x)$ و نعين عليه 7 أبعاد متقايسة ثم نصل النقطة السابعة بالطرف F

و نعين النقطتين M و N كما هو مبين في الرسم و حسب مبرهنة طالس

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

جبر: العمليات على الأعداد الحقيقية	**فرض مراقبة عدد3-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: مبرهنة طالس و العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

1) إذا كان ABC مثلث قائم في A ؛

BA	CA	CB
8	6	10
2	4	$2\sqrt{5}$
$5\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$	10

(2

K منتصف [FE] و GK = FK = EK	* EFG قائم * EFG الأضلاع متقايس * K مركز ثقل الثلث GFE

3) ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$\|1 - \sqrt{2}\|$ يساوي	$1 - \sqrt{2}$	$\sqrt{2} - 1$	$-1 - \sqrt{2}$
		×	
$\|3 - \sqrt{7}\|$ يساوي	$3 - \sqrt{7}$	$3 + \sqrt{7}$	$-3 + \sqrt{7}$
	×		

تمرين عدد2

(1

* $\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 3 - \sqrt{3}$

* $\sqrt{5}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{5}) = \sqrt{5} \times 1 + \sqrt{5}\times\sqrt{2} - \sqrt{5}\times\sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{10} - 5$

* $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3) = \sqrt{2} \times\sqrt{2} + \sqrt{2}\times 3 - 3\times\sqrt{2} - 3\times 3 = 2 - 9 = -7$

* $(2\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \times\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\times 3\sqrt{3} + \sqrt{3}\times\sqrt{2} - 3\times 3$

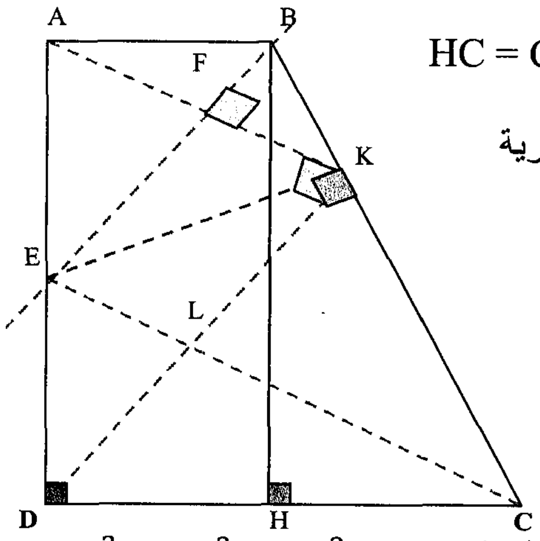
$$= 4 - 6\sqrt{6} + \sqrt{6} - 9 = -5 - 5\sqrt{6}$$

(2

* $25c + 10b - 5a = 5(5c + 2b - a)$
* $2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$
* $\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{25} = \sqrt{5}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{5})$
* $x + 1 + \sqrt{2}(x + 1) = (x + 1)(1 + \sqrt{2})$
* $(2x - \sqrt{5})(1 - x) + \sqrt{5}(x - 1) = (\sqrt{5} - 2x)(x - 1) + \sqrt{5}(x - 1)$

$= (x - 1)(\sqrt{5} - 2x + \sqrt{5}) = -2x(x - 1)$

هندسة



2) – أ) بما أن $HD = BA$ فإن : $HC = CD - BA$

$HC = 9 - 4 = 5$ صم

ب) في المثلث القائم HCB لدينا حسب نظرية بيتاغور: $BC^2 = BH^2 + CH^2$

$BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

يعني $CB = \sqrt{169} = 13$

3) – أ) في المثلث القائم HCB لدينا حسب نظرية بيتاغور: $BE^2 = AB^2 + AE^2$

$BE^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52 = 4 \times 13$ إذا $EB = 2\sqrt{13}$

حسب نظرية بيتاغور في المثلث CDE نتحصل على : $EC^2 = ED^2 + DC^2$

$EC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117 = 9 \times 13$ إذا $CE = 3\sqrt{13}$

ب) بما أن : $BC^2 = 169$ و $BE^2 = 52$ و $EC^2 = 117$ فإن :

$BC^2 = EC^2 + BE^2$ يعني أن المثلث CEB قائم في E

4) – أ) في المثلث القائم CEB لدينا العلاقة القياسية : $CE \times EB = CB \times KE$ إذا $KE = \frac{EC \times BE}{BC}$

يعني : $KE = \frac{3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13}}{13} = 6$

و في المثلث القائم KEB لدينا حسب نظرية بيتاغور: $BE^2 = EK^2 + BK^2$

يعني $BK^2 = BE^2 - EK^2$ يعني $BK^2 = 52 - 6^2$ يعني $BK^2 = 52 - 36 = 16$

يعني $KB = 4$

ب) لدينا في المثلث DAK : $AE = DE = KE$ إذا E متقايسة البعد عن رؤوس المثلث DAK

(فهي منتصف وتره) يعني أن المثلث DAK قائم في K

ج) (EB) هو الموسط العمودي لـ : [KA] لأن $AE = KE$ و $AB = KB$

5) أ) الرباعي LKFE مستطيل لأنه رباعي له 3 زوايا قائمة وهي: $\widehat{DKA}$ و $\widehat{CEB}$ و $\widehat{EFK}$

ب) لدينا في المثلث القائم LEK : $EK^2 = EL^2 + LK^2$ يعني $EL^2 = EK^2 - LK^2$

$EL^2 = 36 - (\frac{KD}{2})^2$ يعني $EL^2 = 36 - (\frac{KD}{2})^2$ حيث : $DK^2 = AD^2 - AK^2$

ج) في المثلث CEB لدينا (LK) // (EB) إذا حسب نظرية طالس: $\frac{KL}{EB} = \frac{CK}{CB}$ يعني $\frac{KL}{2\sqrt{13}} = \frac{9}{13}$

يعني $LK = \frac{9 \times 2\sqrt{13}}{13} = \frac{9 \times 2}{\sqrt{13}}$

و يعني $EL^2 = EK^2 - KL^2$ يعني $EL^2 = 36 - (\frac{9 \times 2}{\sqrt{13}})^2$ يعني $EL^2 = 9 \times 4 \times \frac{13}{13} - \frac{9 \times 9 \times 4}{13}$

يعني $EL^2 = \frac{9 \times 4}{13}(13 - 9) = \frac{9 \times 4 \times 4}{13}$ يعني $LE = \frac{3 \times 4}{\sqrt{13}} = 12\frac{\sqrt{13}}{13}$

التاريخ:	فرض مراقبة عدد4-1 في الرّياضيات	**جبر:** العمليات – قوى و مقارنة
9أساسي	الإسم و اللقب	**هندسة:** مبرهنة طالس و العلاقات القياسية

تمرين عدد1

ضع علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة

إذا كان ABC مثلث قائم في A و H المسقط العمودي لـ : A على (CB).

CA×HA = CB×BA	BA×HA =CB×CA	BA×CA =CB×HA
		×
$\mathcal{C}$ دائرة قطرها [FE] و $H\in\mathcal{C}$ إذا HFE	مثلث قائم	مثلث متقايس الأضلاع
	×	

a و b متقابلان إذا a + b يساوي	0	1	2
	×		
a و b مقلوبان إذا a × b يساوي	0	1	2
		×	

تمرين عدد2

1) n و m عددان حقيقيان حيث : $n\sqrt{3} = m\sqrt{2}$ إذا $\frac{n}{m} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(2

أ) $\sqrt{3}\,x = 0$ يعني $x = 0$

ب) $\sqrt{5}(x-1) = \sqrt{5}$ يعني $x\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$ يعني $x\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ يعني $x = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$

ج) $\sqrt{(-x)^2} = 2$ يعني $(-x)^2 = 4$ يعني $x^2 = 4$ يعني $x = 2$ أو $x = -2$

تمرين عدد3 (1

$$A = \frac{a^4\times b^{-2}\times c^5}{a^6\times b^{-2}\times c^3} = \frac{c^2}{a^2} = a^{-2}\times c^2$$

$$B = \frac{(a^{-3}\times b^3)^2\times a^5}{a^{-4}\times b^6} = \frac{a^{-6}\times b^6\times a^5}{a^{-4}\times b^6} = a^{-2}\times a^5$$

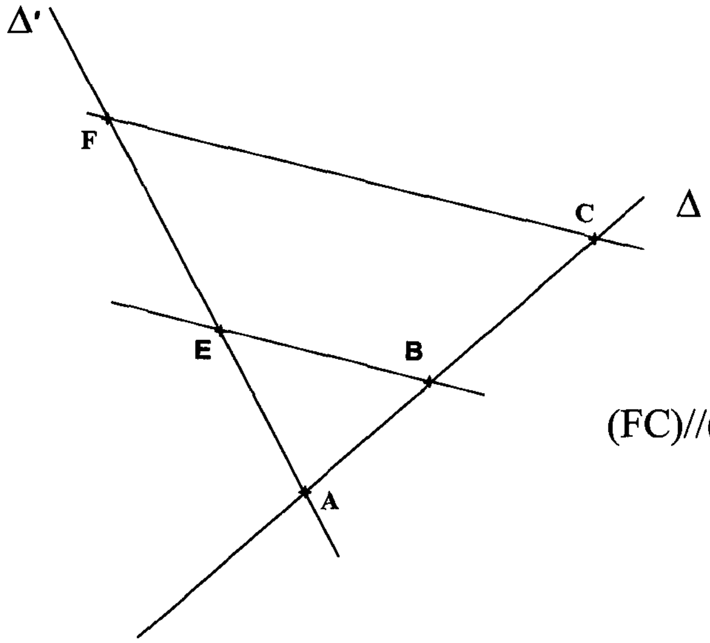
(2

$$x = \frac{(7\times 8^3)^4\times 8^{10}}{(7\times 8^5)^4\times 8^2} = \frac{7^4\times 8^{12}\times 8^{10}}{7^4\times 8^{20}\times 8^2} = \frac{7^4\times 8^{22}}{7^4\times 8^{22}} = 1$$

$$y = \frac{3^4\times 11^5}{(-66)^4} = \frac{3^4\times 11^5}{(-3)^4\times 11^4\times 2^4} = \frac{11}{2^4} = \frac{11}{16}$$

هندسة

تمرين عدد1 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)



1) انظر الرسم

أ) بما أن A و B و C على استقامة واحدة

و A و E و F على استقامة واحدة حيث $(FC)//(EB)$

إذا حسب نظرية طالس نتحصّل على :

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AF}=\frac{BE}{EC}=\frac{2}{3}$$

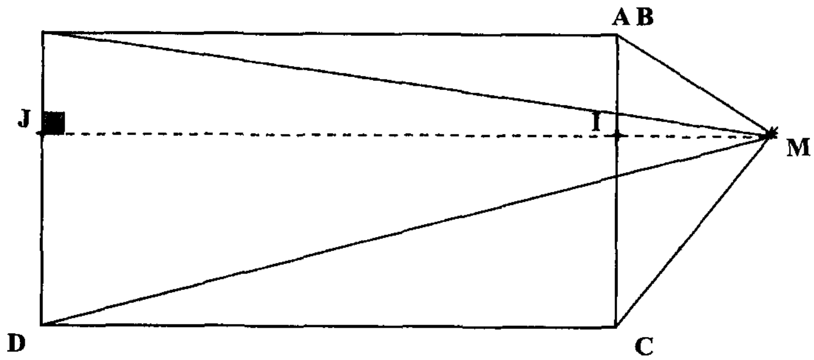
ب) $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AF}$ يعني $CA\times EA=FA\times BA$ يعني $FA=\frac{AC\times AE}{AB}=\frac{5\times3}{2}=\frac{15}{2}$

ج) و $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AF}$ يعني $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AE+EF}$ يعني $\frac{AC}{AB}=\frac{AE+EF}{AE}$ يعني $\frac{AC}{AB}=1+\frac{EF}{AE}$ إذا $\frac{AC}{AB}-1=\frac{EF}{AE}$

إذا $\frac{AC}{AB}-\frac{AB}{AB}=\frac{EF}{AE}$ إذا $\frac{BC}{AB}=\frac{EF}{AE}$ يعني $\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{EF}=\frac{2}{3}$

و بالتالي : $2\times FE=3\times CB$ يعني $FE=\frac{CB\times 3}{2}=\frac{3\times 3}{2}=\frac{9}{2}$

تمرين عدد2



لتكن I المسقط العمودي لـ : M على (CB) و J المسقط العمودي لـ : M على (DA)

إذا حسب نظرية بيتاغور نتحصل على :

$MB^2=MI^2+IB^2$ و $CM^2=CI^2+IM^2$ و

$MA^2=MJ^2+JA^2$ و $DM^2=DJ^2+JM^2$, و $JD=IC$ و $JA=IB$

$$BM^2+DM^2=CM^2+AM^2$$

التاريخ:	فرض مراقبة عدد4-2 في الرّياضيات	جبر: العمليات – قوى و مقارنة
9أساسي	الإسم و اللقب	هندسة: مبرهنة طالس و العلاقات القياسية

تمرين عدد1

-1

$$(\frac{3}{5})^7 \times (\frac{3}{5})^5 = (\frac{3}{5})^{12} \quad ؛ \quad [(-\frac{11}{5})^{17}]^0 = 1$$

$$\frac{3\times10^{-2}}{3\times10^{-3}} = 1\times10^1 = 10 \quad ؛ \quad \frac{(-\frac{3}{4})^2}{(-\frac{3}{4})^5} = (-\frac{3}{4})^{-3} \quad ؛ \quad [(-\frac{11}{3})^5]^4 = (-\frac{11}{3})^{20}$$

(2

متقايس الضلعين	متقايس الأضلاع	قائم	CBA مثلث حيث : $BA = 2\sqrt{5}$ و $CA = \sqrt{7}$ و $CB = \sqrt{13}$ إذا CBA
		×	
متقايس الضلعين	متقايس الأضلاع	قائم	I تنتمي إلى [BA] و$C\notin[BA]$ حيث: $CI = BI = AI$ إذا CBA
		×	

تمرين عدد2

(1 $\sqrt{3} > 1$ لأن $\sqrt{3}^2 > 1^2$

(2 $\sqrt{3} < 2$ لأن $\sqrt{3}^2 < 4$

(3 $2 > \sqrt{3} > 1$

(4 $-1 > -\sqrt{3} > -2$.

(5 - أ) $A = |2-\sqrt{3}| + |1-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1 = 1$

لأن $2-\sqrt{3}$ موجب وبالتالي $|2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$

و $1-\sqrt{3}$ سالب و بالتالي $|1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1$

$B = 2|\sqrt{3}-2| + 3(-2+\sqrt{3}) = 2(2-\sqrt{3}) + 3(-2+\sqrt{3})$

$= -2+\sqrt{3}$

(لأن $(2-\sqrt{3})$ و $(-2+\sqrt{3})$ متقابلان فمجموعهما صفر)

ب) بما أن $A = 1$ و $B = -2+\sqrt{3}$ إذا $B < A$

هندسة

تمرين عدد1

ليكون المثلث CBA قائم الزاوية في A يجب أن يحقق مساواة بيتاغور التالية :

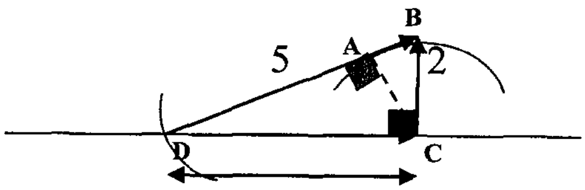
$CB^2 = CA^2 + BA^2$ يعني $x^2 = (x-2)^2 + 8$ حيث $x > 2$

$x^2 = x^2 - 2\times 2\times x + 4 + 8$ يعني $x^2 - x^2 + 4x - 12 = 0$

يعني $4x - 12 = 0$ يعني $4x = 12$ يعني $x = 3$

تمرين عدد2

(1



(2 $DC^2 = \sqrt{21}^2 = 21$ و $CB^2 = 2^2 = 4$ و $DB^2 = 5^2 = 25$.

$DB^2 = DC^2 + CB^2$ إذا حسب عكس نظرية بيتاغور فإن المثلث DCB قائم في C

(3 حسب العلاقة القياسية في المثلث القائم : $DC \times BC = BD \times CA$

إذا $CA = \frac{CD \times CB}{DB} = \frac{2\sqrt{21}}{5}$

جبر: قوى – مقارنة – جذاءات معتبرة	فرض تأليفي عدد2-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس – العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد 1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

	0	1	2
$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^0$ يساوي		×	

	4	6	8
$\sqrt{33+\sqrt{8+\sqrt{1}}}$ يساوي		×	

	A(1,1)	A(1,0)	A(0,0)
إحداثيات النقطة A في المعين (A,B,C)هي :			×
A(0,1) و B(1,0) إذا البعد BA يساوي	$\sqrt{2}$	2	1
	×		

تمرين عدد 2

(1

$\sqrt{81}=9$ ؛ $\sqrt{144}=12$ ؛ $\sqrt{10^{-6}}=10^{-3}$ ؛ $\left(\frac{-\sqrt{7}}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$

(2

$E=(3\sqrt{2}-2)^2=(3\sqrt{2})^2+2^2-2\times2\ 3\sqrt{2}=18+4-12\sqrt{2}=22-12\sqrt{2}$

$F=(\sqrt{15}+\sqrt{30})(\sqrt{15}-\sqrt{30})=(\sqrt{15})^2-(\sqrt{30})^2=15-30=-15$

(3 $a+4\sqrt{a}+4=(\sqrt{a}+2)^2$ ، حيث $a\in\mathbb{N}$ ؛ $2\sqrt{3}+4=(1+\sqrt{3})^2$

(4 $5\sqrt{2}>4\sqrt{3}$ لأن : $(5\sqrt{2})^2=50>(4\sqrt{3})^2=48$

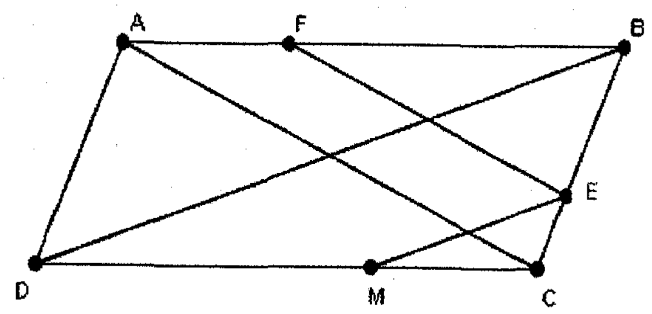
$-6\sqrt{3}<-3\sqrt{7}$ لأن : $(-3\sqrt{7})^2=63$ > $(-6\sqrt{3})^2=108$ مع الملاحظ ($-3\sqrt{7}$ و $-6\sqrt{3}$ سالب)

بما أن : $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$ لأن : $(2\sqrt{3})^2=12$ > $(3\sqrt{2})^2=18$ إذا : $\frac{1}{3\sqrt{2}}<\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$3\sqrt{5}>-17\sqrt{5}$ (لأن كل عدد موجب أكبر من أي عدد سالب)

$5+\sqrt{6}<5+\sqrt{7}$ لأن : $\sqrt{6}<\sqrt{7}$

هندسة



1) حسب نظرية طالس في المثلث CDB لدينا : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{CM}{CD} = \frac{CE}{CB}$ إذا : $MC = \frac{CD}{3} = \frac{9}{3} = 3$

2) بما أن : $\frac{1}{3} = \frac{ME}{BD} = \frac{CM}{CD} = \frac{CE}{CB}$ إذا : $EM = \frac{BD}{3} = \frac{12}{3} = 4$

3) بما أن : $\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{BF}{BA}$ و $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{BE}{BC}$ إذا حسب عكس نظرية طالس في المثلث CBA نتحصل على : (CA)//(FE)

جبر: قوى – مقارنة – جذاءات معتبرة	فرض تأليفي عدد2-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: مبرهنة طالس – العلاقات القياسية	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد 1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$\frac{n}{n(n+1)}$	$\frac{2}{n(n+1)}$	$\frac{1}{n(n+1)}$	$\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$ يساوي
		×	

$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2}$ يساوي
×			

تمرين عدد 2

(1 $\frac{25^{n+1}+25^n}{5^{2n+1}-5^{2n}}=\frac{5^{2n+2}+5^{2n}}{5^{2n+1}-5^{2n}}=\frac{5^{2n}(5^2+1)}{5^{2n}(5^1-1)}=\frac{(5^2+1)}{(5^1-1)}=\frac{26}{4}=\frac{13}{2}$

(2 $K=\sqrt{2+\sqrt{2}}$ و $L=\sqrt{2-\sqrt{2}}$

أ) $(K+L)^2=\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2$

$$=\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2+\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2+2\sqrt{2-\sqrt{2}}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

$$=2-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}+2(\sqrt{4-2})=4+2\sqrt{2}$$

إذا : $K+L=\sqrt{4+2\sqrt{2}}$

ب) $\frac{1}{L}+\frac{1}{K}=\frac{K+L}{K\times L}=\frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2+\sqrt{2}}$

(3 $M=\frac{a^4b^{-2}(ab)^0a}{a^{-3}b^2a^5b}=a^{4+1+3+5}b^{-2-2-1}=a^{13}b^{-5}$

(4-أ) $2\sqrt{5}<3\sqrt{7}$ لأن : $\left(2\sqrt{5}\right)^2=20<\left(3\sqrt{7}\right)^2=63$

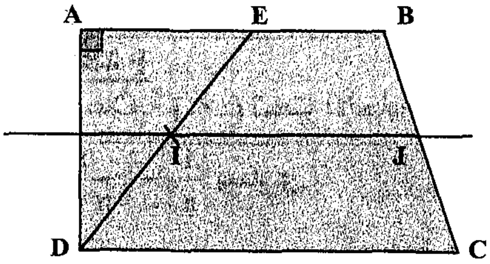
ب) $\sqrt{5}$ - $\sqrt{7}$ سالب و $2\sqrt{5}$ موجب إذا : $2\sqrt{5}>\sqrt{5}-\sqrt{7}$

ج) $\frac{5}{\sqrt{8}}>\frac{\sqrt{8}}{5}$ لأن : $\left(\frac{5}{\sqrt{8}}\right)^2=\frac{25}{8}>\left(\frac{\sqrt{8}}{5}\right)^2=\frac{8}{25}$

د) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{5}+1}=\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{3}+1)}-\frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{5}+1)}=\frac{5-1-(3-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{5}+1)}=\frac{2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{5}+1)}>0$

إذا : $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{5}+1}>0$

هندسة



1) في المثلث القائم EDA لدينا و حسب نظرية بيتاغور:

$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 16 + 9 = 25$

يعني $ED = 5$

3) - أ) بما أنّ I منتصف [ED] و (AB) // (IJ) إذا حسب نظرية طالس في شبه المنحرف DCBE فإنّ J منتصف [BC]

ب) $JI = \frac{2+8}{2} = 5$

ج) بما أن (AB) // (IJ) و $AB = 5 = JI$ فإن ABJI متوازي أضلاع

4) $CB = 2JB$ و $IA = JB$ و في المثلث القائم EDA منتصف الوتر I متقايسة البعد عن رؤوسه الثلاث ، يعني : $IE = ID = IA = \frac{DE}{2} = \frac{5}{2}$ وبالتالي : $CB = 2JB = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

إذا DCBE هو شبه منحرف متقايس الضلعين

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

جبر: قوى و مقارنة و جذاءات معتبرة	**فرض مراقبة عدد5-1 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: علاقات قياسية و رباعيات أضلاع	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

$(2x-1)^2$ يساوي	$4x^2-1$	$4x^2+1$	$4x^2-4x+1$
			×
$(2x+1)^2-1$ يساوي	$4x^2+4x$	$(2x+1)(2x-1)$	$2x(2x-1)$
	×		
$2x(2x-3)$ يساوي :	$2x^2-6$	$4x^2-3$	$4x^2-6x$
			×

مساحة مربع طول ضلعه x تساوي	x^2	$4x$	$2x$
	×		
ABCD متوازي أضلاع حيث $D\hat{A}B=40^0$ إذا $A\hat{B}C$ يساوي	140^0	50^0	60^0
	×		

تمرين عدد2

1) $(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+b^2+2ba-a^2-b^2+2ba=4ba$

2) $(\frac{1}{a}+a)^2=\frac{1}{a^2}+a^2+2\times\frac{1}{a}\times a=\frac{1}{a^2}+a^2+2$

3) اكتب في صيغة مربع ، كلا من العبارتين التاليتين :

$$A=\frac{1}{a^2}+a^2-2=(\frac{1}{a}-a)^2$$

$$B=\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a}+1=\frac{1}{a^2}+2\times\frac{1}{a}\times1+1^2=(\frac{1}{a}+1)^2$$

هندسة (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) – أ) انظر الرسم

ب) $GE^2 = FE^2 + HE^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

إذا $GE = \sqrt{100} = 10$

2) - أ) $IG^2 = IF^2 + GF^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$

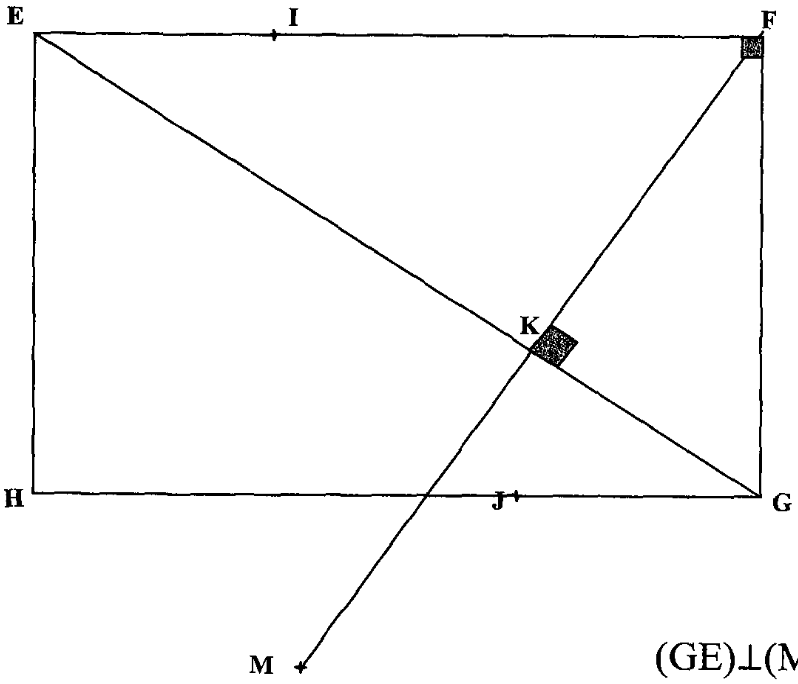
$IG = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

3) - أ) بما أن $JG = IE$ و $(JG)//(IE)$ إذا الرباعي JGIE متوازي أضلاع.

4) – أ)

ب) $GF \times FE = KF \times GE$ إذا $KF = \frac{FE \times GF}{GE} = \frac{8 \times 6}{10} = 5,6$

5) – أ)



ب) K منتصف [MF] و $(GE) \perp (MF)$

إذا (GE) هو الموسط العمودي لـ : [MF] و بالتالي $MG = GF = 6$ و $EG = EF = 8$

جبر: قوى و مقارنة و جذاءات معتبرة	**فرض مراقبة عدد5-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: علاقات قياسية و رباعيات أضلاع	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

$(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)$ يساوي	2	4	-2
			×
$(1+\sqrt{3})^2$ يساوي	$4-2\sqrt{3}$	4	$4+2\sqrt{3}$
			×
x^2+4x+4 يساوي :	$(2-x)^2$	$(2+x)^2$	$(4+x)^2$
		×	

محيط مربع طول ضلعه x هو	x^2	$4x$	$2x$
		×	
ABCD رباعي حيث [AC] و [BD] يتقاطعان في منتصفهما يعنيABCD	متوازي أضلاع	شبه منحرف	مربع
	×		

تمرين عدد2

نعتبر العبارة : $E(x) = 4x^2 + 5x + 1$

1) $E(a) = 4a^2 + 5a + 1$ و $E(b) = 4b^2 + 5b + 1$ إذا :

$$E(a) - E(b) = 4a^2 + 5a + 1 - 4b^2 - 5b - 1 = 4(a^2-b^2) + 5(a-b)$$

$$= 4(a-b)(a+b) + 5(a-b) = (a-b)[4(a+b)+5]$$

2) إذا كان $0 \le a \le b$ يعني و $a - b < 0$ و $E(a) < E(b)$ إذا $E(a) - E(b) < 0$ يعني :

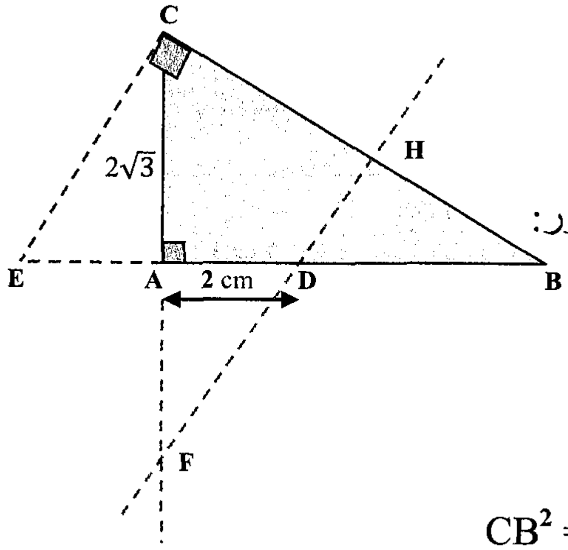
$(a-b)[4(a+b)+5] < 0$ إذا $4(a+b)+5 > 0$ يعني $4a+4b > -5$

3) بين أن : $E(x) = \left(2x+\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 4x^2 + \frac{25}{16} + \frac{4x\times5}{4} - \frac{9}{16} = 4x^2 + 1 + 5x$

4) $$E(x) = \left(2x+\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = \left(2x+\frac{5}{4}+\frac{3}{4}\right)\left(2x+\frac{5}{4}-\frac{3}{4}\right)$$

$$= (2x+2)\left(2x+\frac{1}{2}\right)$$

هندسة



1) و 2) (أنظر الرسم)

3) في المثلث القائم ADC لدينا و حسب نظرية بيتاغور:

$$DC^2 = AC^2 + DA^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 12 + 4$$

$CD^2 = 16$ إذا $DC = 4$

في المثلث القائم ABC لدينا و حسب نظرية بيتاغور:

$$CB^2 = AC^2 + BA^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 12 + 36 = 48$$

إذا $CB = 4\sqrt{3}$

المثلث BCD متقايس الضلعين لأن: $DC = BD = 4$ cm

4) في المثلث BCE لدينا : $BE^2 = 8^2 = 64$ و $BC^2 = 48$ و $DC^2 = EC^2 = 16$

إذا حسب عكس نظرية بيتاغورفإن المثلث BCE قائم الزاوية في C

5) – أ) لدينا في المثلث ACE حيث : A وE و D على استقامة واحدة و A وF و C على استقامة واحدة

و (EC) // (FD) (لأنهما يتعامدان على نفس المستقيم (BC))

إذا حسب نظرية طالس في المثلث ACE :

$$\frac{CE}{DF} = \frac{AC}{AF} = \frac{AE}{AD} = 1$$

و نستنتج أن : $FA = AC = 2\sqrt{3}$

ب) بما أن: DFE مثلث متقايس الضلعين في F فإن $FE = FD$ إذا: $FE = FD = CE$

و (FD) // (CE) و بالتالي EFDC (متوازي أضلاع له ضلعين متتاليين و متقايسين) فهو معين

ج) الرباعي FHCE هو شبه منحرف قائم الزاوية.

جبر: معادلات – متراجحات و إحصاء	فرض مراقبة عدد6-1 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: رباعيات أضلاع وتعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

حل المعادلة $2n - 3 = 0$ في IR هو	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$
			×
$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ هو حصر لـ $\sqrt{3}$ مداه	0 ,1	0,01	0,001
		×	
$(t+1)(t-1) = 0$ يعني	$(t-1) = 0$	$(t-1) = 0$ أو $(t+1) = 0$	$(t+1) = 0$
		×	

شكل الأوجه الجانبية لهرم رباعي منتظم	مثلث	مستطيل	شبه منحرف
	×		
حجم هرم مساحة قاعدته $5cm^2$ وارتفاعه $3\ cm$ هو	$5\ cm^3$	$15\ cm^3$	$9\ cm^3$
		×	

تمرين عدد2

(1 $53 + \quad = 2(13 + \quad)$ يعني $53 + \quad = 26 + 2$

$= 53 - 26 = 27$

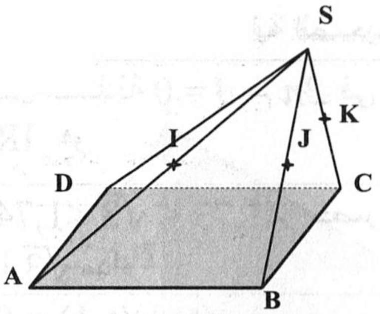
(2 المبلغ الذي أصبح لدى أحمد : $13 + 27 = 40$

المبلغ الذي أصبح لدى أحمد : $53 + 27 = 80$

تمرين عدد3

(1 معدل أحمد: $\frac{15+9+2\times11}{4} = \frac{46}{4} = 11,5$

(2 $\frac{48}{4} = 12 = \frac{8+9+2\times a}{4}$ إذا $8 + 9 + 2 \times a = 48$ يعني $2a = 31$ يعني : $a = 15,5$



1) في المثلث SAB :
المستقيم (JI) يمر من منتصفي ضلعيه [SA] و[BS]
إذا (IJ) //(AB)

و بما أن (AB) //(DC) (لأن DCBA متوازي الأضلاع)

إذا (JI)// (CD)
2) بما أن (IJ) //(DC) فإن (DC) محتو في المستوي (CIJ)
3) لدينا (DC) محتو في المستوي (CIJ) و (DC) محتو في المستوي (ABCD) يعني :
(DC) محتو في المستويين (CIJ) و(ABCD) و بما أن A هي نقطة من (ABCD) و لا تنتمي إلى (CIJ) فإن المستويين (CIJ) و(ABCD) مختلفان و بالتالي فهما متقاطعان في المستقيم (DC)

و نكتب : $(DC)\cap(CIJ) = (ABCD)$.
4) لدينا : I منتصف [SA] و [SA] محتو في (SAD) إذا I تنتمي إلى المستوي (DAS) و بالتالي (ID) محتو في المستوي (DAS).
و بما أن (DC) محتو في المستوي (CIJ) (حسب السؤال 2) إذا (ID) محتو في المستوي (JIC).
و بالتالي : (ID) محتو في المستوي (SAD) و(ID) محتو في المستوي (JIC).
يعني : (ID) محتو في المستويين المختلفين (SAD) و (JIC).
يعني : $(DI) = (JIC)\cap(DAS)$.

جبر: معادلات – متراجحات و إحصاء	فرض مراقبة عدد6-2 في الرّياضيات	التاريخ:
هندسة: رباعيات أضلاع وتعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	9أساسي

تمرين عدد1

علامة (×) تحت الإجابة الصحيحة في الجدول التالي :

{ $\in IR$ و a b} هي مجموعة تساوي	[a,b[	]a,b]	]a,b[
	×		
$\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة	$n - 2 = 0$	$n + \sqrt{2} = 0$	$n - \sqrt{2} = 0$
			×
$1 \leq y < 3$ يعني	$y \in [1 ، 3]$	$y \in [1 ، 3[$	$y \in]1 ، 3]$
		×	

شكل قاعدة هرم رباعي منتظم هو	مثلث	مربع	شبه منحرف
		×	
حجم مكعب طول حرفه 3cm يساوي	$9\ cm^3$	$24\ cm^3$	$27\ cm^3$
			×

تمرين عدد2

يمثل الجدول التالي عدد الأهداف التي سجّلها فريق كرة القدم خلال 25 مقابلة.

عدد الأهداف المسجّلة(قيمة الميزة)	1	2	3	4	5	6
عدد المقابلات(التكرار)	5	8	3		2	y

1) التواتر التراكمي الموافق للقيمة 4 هو 0,88 يعني $= 0,88 =$ $=$ يعني

$= 22$ يعني $6 = 22 -$

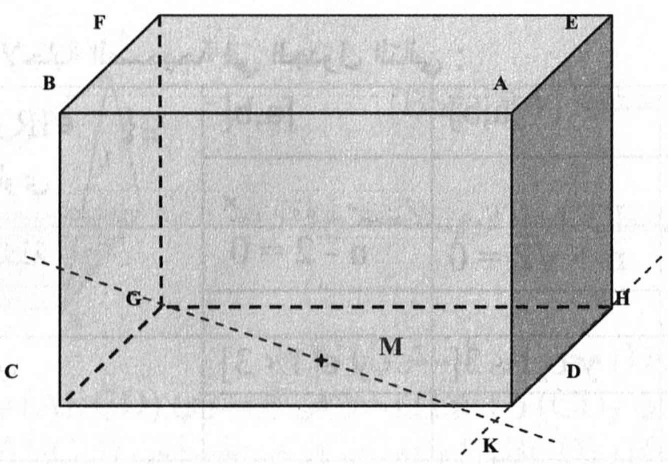
2) عدد المقابلات التي سجلت فيها 6 أهداف يعني +: $y = 25 - (2 + 6 + 3 + 8 + 5) = 1$

3) الموسط هو :8 (الموافق للمقابلة عدد 13)

والمعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو : $= 2,8$

هندسة

HFGABCDE متوازي المستطيلات حيث AB = 7 صم و AD = 4 صم و AE = 3 صم



1) - أ) حجم هذا الموشور : $V = 7 \times 4 \times 3 = 84cm^3$

2) - ب) المستقيمان (GM) و(DK) في نفس المستوي لأنهما متقاطعان في النقطة K

ج) (AD) و (HG) ليسا في نفس المستوي لأنهما غير متقاطعين ولا متوازيين.

د) (AD) و (FG) هما في نفس المستوي لأنهما متوازيان.

3) $(AB) \cap (DCH) = \phi$ إذا الوضعية النسبية لهما : $(DCH) \,//\, (AB)$

$(FM) \cap (DCH) = \{ M \}$ إذا الوضعية النسبية لهما : متقاطعان

$(ABF) \cap (ADC) = (BA)$ إذا الوضعية النسبية لهما : متقاطعان

التاريخ:	فرض تأليفي عدد3-1 في الرّياضيات	**جبر:** حصر و مجالات – معادلات و متراجحات – إحصاء احتمالات
9أساسي	الإسم و اللقب	**هندسة:** رباعيات أضلاع و تعامد في الفضاء

تمرين عدد 1

أكمل الجدول التالي :

المجال أو إتحاد مجالات	المتراجحة الموافقة	التمثيل على مستقيم	القيمة المطلقة
]-2 , 2[	$-2 < x < 2$	-2] 0 [2	$\|x\| < 2$
]-∞ ,3[U]5 ,+∞[	$x < 3$ أو $x > 5$	0 3] [5	$\|x - 4\| > 1$

تمرين عدد 2

أ) $2(x + 3) > 5x - 3$ يعني $2x + 6 > 5x - 3$ يعني $9 > 3x$ يعني $3 > x$

و بالتالي : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty , 3[$

ب) $\frac{-5x-8}{4} \le \frac{2x+5}{2}$ يعني $\frac{-5x-8}{4} \le \frac{4x+10}{4}$ يعني $4x + 10 \le -5x - 8$

يعني $9x \le -18$ يعني $x \le -2$ و بالتالي : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty , -2[$

تمرين عدد 3

1) مدى هذه السلسلة الإحصائية هو: 4 و منوالها هو : 1
والتكرار الجملي هو : $14 + 4 + 10 + 2 = 30$

2) المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو: $2 = \frac{60}{30} = \frac{2\times4+3\times10+2\times4+1\times14}{30}$

3) جدول التكرارات التراكمية الصاعدة .

قيمة الميزة	1	2	3	4
التكرار	14	4	10	2
التكرارات التراكمية الصاعدة	14	18	28	30

4) موسط هذه السلسلة الإحصائية هو : 2

تمرين عدد 4

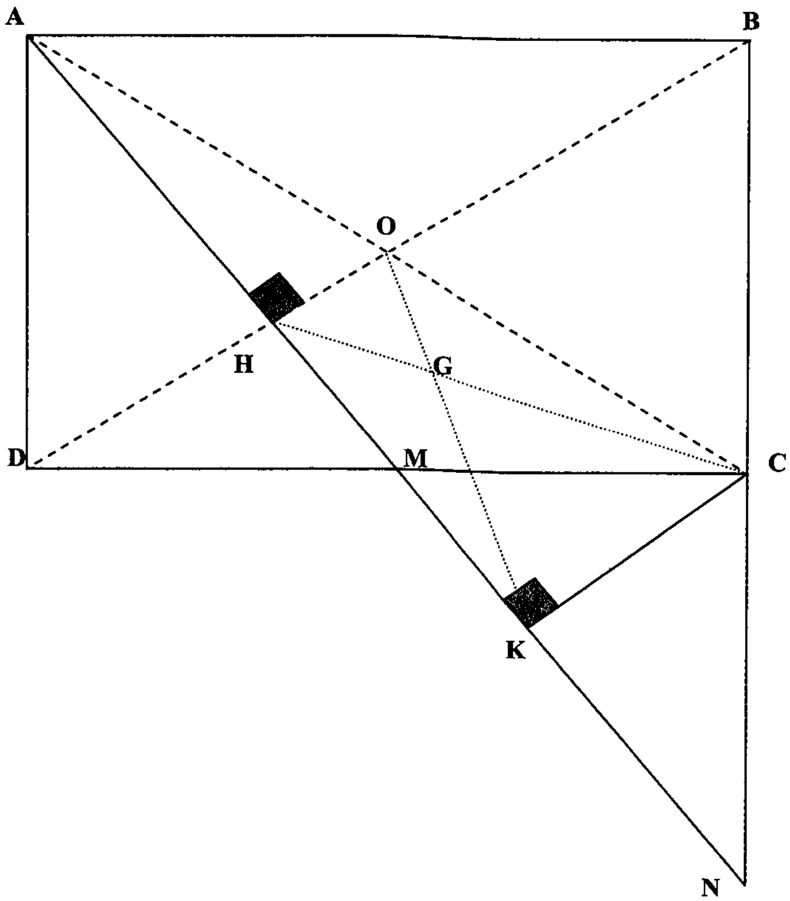
$$AE^2 = AB^2 + AD^2 = 4^2 + 10^2 = 16 + 100 = 116$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$CE^2 = CF^2 + FE^2 = 10^2 + 52 = 152$$

2) المثلث ECA قائم في A لأن : $CE^2 = AC^2 + AE^2 = 6^2 + 116 = 152$

هندسة



1) – ب) $100 = 36 + 64 = 6^2 + 8^2 = AB^2 + AD^2 = BD^2$ إذا : $DB = 10$

و بما أن : $HA \times BD = DA \times BA$ إذا : $HA = \frac{BA \times DA}{BD} = \frac{8 \times 6}{10} = 4{,}8$

ج) و بما أن : $AO^2 = AH^2 + OH^2$

إذا : $OH^2 = AO^2 - AH^2 = 5^2 - (4{,}8)^2 = 25 - 23 = 2$ إذا : $HO = \sqrt{2}$

و $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 8^2 - (4{,}8)^2 = 41$ إذا : $HB = \sqrt{41}$

2)- أ) في المثلث KCA لدينا :(KC)//(HO) وO منتصف [CA] إذا حسب طالس H منتصف [KA]

ب) و نستنتج أن : $CK = 2HO = 2\sqrt{2}$

و بما أن : O منتصف الوتر [CA] في المثلث القائم KCA إذا O متقايسة البعد عن رؤوس المثلث الثلاث و بالتالي : $KO = CO = AO = 5$

3)- أ) G هي مركز ثقل المثلث KCA لأنها تقاطع موسطيه [KO] و [HC]

ب) و بالتالي : $GO = \frac{OK}{3} = \frac{5}{3}$

4) في المثلث HBN لدينا حسب نظرية طالس : $\frac{NC}{NB} = \frac{CK}{BH}$

و في المثلث NBA لدينا حسب نظرية طالس : $\frac{NC}{NB} = \frac{MC}{AB}$ و بالتالي : $\frac{CK}{BH} = \frac{MC}{AB}$

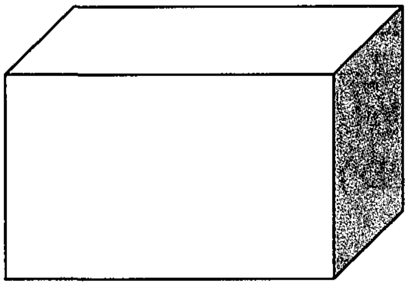
جبر: حصر و مجالات – معادلات و متراجحات – إحصاء احتمالات	**فرض تأليفي عدد3-2 في الرّياضيات**	**التاريخ:**
هندسة: رباعيات أضلاع و تعامد في الفضاء	الإسم و اللقب	**9أساسي**

تمرين عدد 1

1)

المعادلة	$x+\frac{3}{7}=0$	$x\times\frac{3}{7}=1$	$x-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$	$x+\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$
الحلّ	$-\frac{3}{7}$	$\frac{7}{3}$	1	0

2)



أ) (CA) و (CD) هما مستقيمان متقاطعان

ب) (BA) و (CD) هما مستقيمان متوازيان

ج) (FA) و (CD) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

د) (FE) و (HD) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

تمرين عدد 2

1) a و b و c أعدادا حقيقية حيث :* $-5 \leq a \leq -2$ و $1 \leq b \leq 3$ إذا : $-4 \leq a+b \leq 1$

* و $2 \leq -a \leq 5$ و بالتالي $2 \leq -a \times b \leq 15$ إذا : $-15 \leq a \times b \leq -2$

* و $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{c^2-3} \leq 1$ إذا : $1 \leq c^2-3 \leq 6$

2) $4 \leq c^2 \leq 9$ إذا : $2 \leq c \leq 3$ (إذا كان c موجب)

تمرين عدد 3

1) احتمال استخراج كويرة لونها أصفر هو : يعني 5

2) احتمال استخراج كويرة لونها أبيض هو : يعني50

3) احتمال استخراج كويرة لونها أزرق هو : يعني 25

4) احتمال استخراج كويرة لونها أبيض أو أزرق هو : + = + = يعني 75

هندسة (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) – أ) $BD^2 = AB^2 + AD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ إذا : $DB = a\sqrt{2}$

ب) (DB) و (HA) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي

2) – أ) : **طريقة1**

HDB قائم الزاوية في D لأن المستقيم (HD) عمودي على المستوي (DBA) في النقطة D

طريقة2

$BH^2 = BC^2 + CG^2 + GH^2 = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$

و $BD^2 = 2a^2$ و $DH^2 = a^2$ و بالتالي $BH^2 = DH^2 + DB^2$ إذا المثلث HDB قائم الزاوية في D

ب) بما أن : $BH^2 = 3a^2$ إذا $HB = a\sqrt{3}$ و $HB = 7\sqrt{3}$ يعني $a = 7$

3) – أ) في المثلث HDA لدينا $(A'D')//(AD)$ إذا حسب نظرية طالس نحصل على :

$$\frac{HD'}{HD} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{3}{7}$$

ب) $\frac{A'D'}{AD} = \frac{3}{7}$ إذا $A'D' = 3$ و بنفس الطريقة : $A'B' = 3$ و $\frac{B'D'}{BD} = \frac{3}{7}$ يعني : $B'D' = 3\sqrt{2}$

يعني المثلث H'B'D' قائم الزاوية في A'

ج) حجم الهرم AH'B'D' و نرمز له ب: V

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{A'B' \times A'D'}{2}\right) \times 3 = \frac{A'B' \times A'D'}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^3$$

الجمهورية التونسية **وزارة التربية و التكوين** *** **امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام** *** دورة 2009 ***	**الإختبار : الرياضيات** **الحصّة: ساعتان** **الضارب:2**

التمرين الأوّل:(4 نقاط)

يلي كلّ سؤال من هذا التمرين ثلاث إجابات ؛ إحداها صحيحة .
أكتب على ورقة تحريرك؛ في كلّ مرّة ؛ رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له .

1) في معيّن متعامد (O,I,J)من المستوي ؛ النقطتان $A(-2,\sqrt{2}-1)$ و $B(2,1-\sqrt{2})$ متناظرتان بالنسبة إلى:

أ- النقطة O ب- المستقيم (OI) ج- المستقيم (OJ)

2) إذا كان x عددا حقيقيا بحيث $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x}{\sqrt{2}}$ فإنّ :

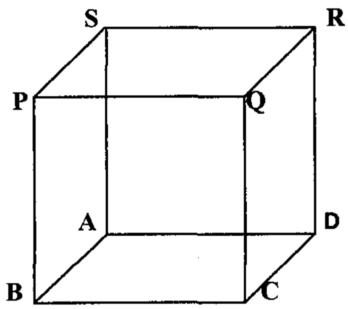
أ- $x=\frac{1}{2}$ ؛ ب- $x=\sqrt{2}$ ؛ ج- $x=1$

3) العدد 11133557796 قابل للقسمة على :

أ- 9 ؛ ب- 12 ؛ ج- 15

4) يمثّل الشكل المقابل مكعبا RQPSDCBA ؛
المستقيم (DB) عمودي على المستوي :

أ- (QCB) ب- (SAB) ج- (QCA)



التمرين الثاني:(4 نقاط)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=5\sqrt{2}-7$

أ – قارن بين العددين 7 و $5\sqrt{2}$

ب- استنتج علامة العدد a

2) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$

أ- بين أن $b=5\sqrt{2}+7$

ب- بين أن b هو مقلوب العدد a

ج- بين أن العددين b و $b(a-1)-1$ متقابلان.

التمرين الثالث:(4 نقاط)

نعتبر العبارة $A = 3x^2 + 2$ حيث x عدد حقيقي.

1) أحسب القيمة العددية للعبارة A في كلّ من الحالتين التاليتين : $x = 0$ و $x = -\sqrt{2}$

2) أ) بين أن : $A - 1202 = 3(x - 20)(x + 20)$

ب) استنتج العدد الصحيح الطبيعي x حيث $A = 1202$

3) أ) بين أن : $A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$

ب) استنتج ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية متتالية مجموع مربعاتها يساوي العدد 1202.

التمرين الرابع:(4 نقاط)

يقدم الجدول التالي إحصاء لعدد الهواتف المحمولة لدى 100 عائلة بأحد الأحياء السكنية :

عدد الهواتف	0	1	2	3	4	5
عدد العائلات	2	8	12	30	33	15

1) أ- ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

ب- حدد موسط هذه السلسلة الإحصائية.

2) كون جدول التكرارات التراكمية الصاعدة و مثل هذا الجدول بمضلّع.

3) إذا اخترنا ، بصفة عشوائية ، عائلة من بين هذه العائلات .

فما هو احتمال أن يكون لها أكثر من ثلاثة هواتف محمولة؟

التمرين الخامس:(4 نقاط) : (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

لتكن [CB] قطعة مستقيم منتصفها O و قيس طولها 6 ، و $\mathcal{C}$ الدائرة التي قطرها[CB] .

1)- أ) ارسم نقطة A من الدائرة حيث $AB = OB$

ب) بين أن المثلث BAO متقايس الأضلاع.

2) المماس للدائرة $\mathcal{C}$ في النقطة B يقطع (AO) في نقطة E

أ) بين أن المثلث EBA متقايس الضلعين.

ب) استنتج أن A منتصف [EO].

ج) بين أن $BE = 3\sqrt{3}$

3) لتكن D مناظرة A بالنسبة للنقطة O ؛ الموسط العمودي لـ : [CB] يقطع (DB) في نقطة I

و يقطع (CA) في نقطة J

أ) احسب IO

ب) بين أن الرباعي BICJ معين ثم احسب مساحته.

إصلاح إمتحان شهادة ختم التعليم الأساسي - 2009-

التمرين الأوّل:(4 نقاط)

في معيّن متعامد (O,I,J)من المستوي ؛ النقطتان $A(-2\text{،}\sqrt{2}-1)$ و $B(2,1-\sqrt{2})$ متناظرتان بالنسبة إلى: أ- النقطة O

إذا كان x عددا حقيقيا بحيث $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x}{\sqrt{2}}$ فإنّ : ج- $x=1$

3) العدد 11133557796 قابل للقسمة على : ب- 12

4) يمثّل الشكل المقابل مكعبا ABCDSPQR ؛

المستقيم (BD) عمودي على المستوي : ج- (QCA)

التمرين الثاني:(4 نقاط)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=5\sqrt{2}-7$

أ – $(5\sqrt{2})^2=50$ و $7^2=49$ إذا $5\sqrt{2}>7$

ب- $5\sqrt{2}>7$ يعني $5\sqrt{2}-7>0$ يعني العدد a موجب

2) أ- $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}=10\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7=5\sqrt{2}+7$

ب $b\times a=(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)=(5\sqrt{2})^2-49=1$ إذا b هو مقلوب العدد a

ج- $b(a-1)-1+b-1=(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7-1)+(5\sqrt{2}+7)-1$

$=(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-8)+(5\sqrt{2}+7)-1$

$=5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}-40\sqrt{2}+35\sqrt{2}-56+5\sqrt{2}+7-1=50-0-49-1=0$

إذا a و b متقابلان.

التمرين الثالث:(4 نقاط)

(1 إذا $x=0$ $A=3x^2+2=3\times0+2=2$

إذا $x=-\sqrt{2}$ $A=3(-\sqrt{2})^2+2=3\times2+2=8$

(2 أ- $A-1202=3x^2+2-1202=3x^2-1200=3x^2-3\times400=3(x^2-400)$

$=3(x^2-20^2)=3(x-20)(x+20)$

ب) $A=1202$ يعني $A-1202=0$ يعني $3(x-20)(x+20)=0$

يعني $(x+20)=0$ أو $(x-20)=0$ يعني $x=20$

(نحذف الحل : $x=-20$ لأن x صحيح طبيعي)

(3 أ) $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=x^2+1-2x+x^2+x^2+1+2x=3x^2+2=A$

ب) لدينا $A=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$ و $A-1202=0$ حيث $x=20$

يعني $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=1202=A$ حيث $x=20$

إذا الأعداد هي : $(x+1)$ و x و $x-1$ حيث $x=20$ يعني : 21 و 20 و 19

$(19)^2+20^2+(21)^2=361+400+441=1202)$

التمرين الرابع:(4 نقاط)

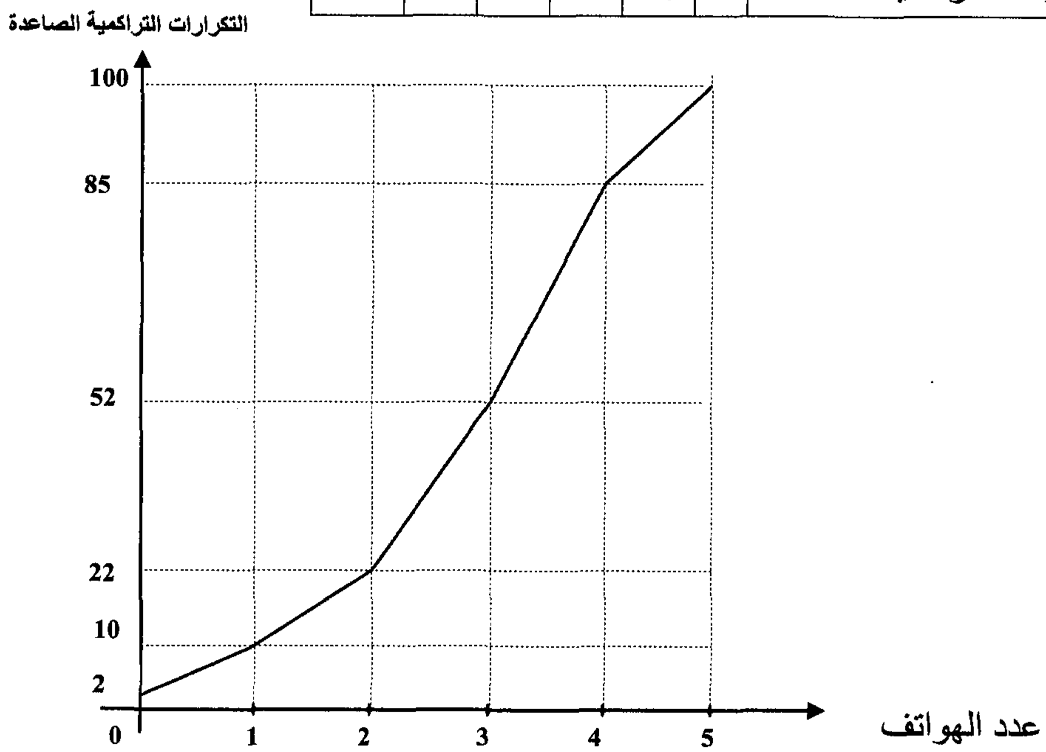
1) أ- منوال هذه السلسلة الإحصائية هو قيمة الميزة الموافقة لأكبر تكرار وهو إذا : 4

ب- موسط هذه السلسلة الإحصائية هو 3

(المعدل الحسابي للقيمة الموافقة للرتبة 50 و 51 وهي : $3 = \frac{3+3}{2}$)

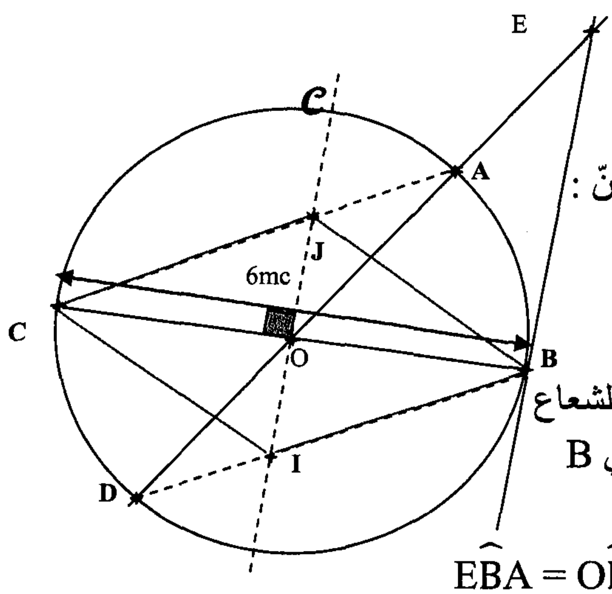
2) جدول التكرارات التراكمية الصاعدة

عدد الهواتف	0	1	2	3	4	5
عدد العائلات	2	8	12	30	33	15
التكرارات التراكمية الصاعدة	2	10	22	52	85	100



3) إذا اخترنا ، بصفة عشوائية ، عائلة من بين هذه العائلات فإن: احتمال أن يكون لها أكثر من ثلاثة هواتف محمولة هو : $0{,}48 = \frac{15+33}{100}$

التمرين الخامس:(5 نقاط) :



1)- أ) انظر الرسم

ب) المثلث OAB متقايس الأضلاع لأنّ :

$AB = OB = AO$ (يساوي شعاع الدائرة)

2)- أ)

بما أن المماس للدائرة يكون عموديا على الشعاع في نقطة التماس فإن المثلث EBO قائم في B

إذا : $\widehat{EBA} = \widehat{OBE} - \widehat{OBA} = 90^0 - 60^0 = 30^0$

و $\widehat{BEA} = \widehat{OBE} - \widehat{BOA} = 90^0 - 60^0 = 30^0$ و بالتالي المثلث ABE متقايس الضلعين في A (لأنه متقايس الزاويتين)

ب) بما أن المثلث ABE متقايس الضلعين في A فإن : BA = EA (= OA) إذا A منتصف [OE].

ج) حسب نظرية بيتاغور في المثلث EBO لدينا:

$EB^2 = OE^2 - OB^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 = 9 \times 3$ يعني $BE = 3\sqrt{\mathbf{3}}$

3) - أ) حسب نظرية طالس في المثلث BDE حيث (IO)//(BE) نتحصل على :

$\frac{DO}{DE} = \frac{OI}{BE} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ إذا $IO = \frac{BE}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\mathbf{3}}$

ب) الرباعي JCIB قطراه [JI] و [BC] متعامدان في منتصفهما إذا فهو معين

مساحته هي : $S = \frac{6\times2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\ cm^2$

إصلاح مناظرة ختم 9أساسي- رياضيات- 2013

تمرين عـ1ـدد

رقم السؤال	1	2	3
الإجابة الصحيحة	ب) a=2 و b=0	أ) : 39	ج) : 40%

تمرين عـ2ـدد

أ) $a + b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

ب) $a \times b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}^2-1^2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$a \times b = 1$ يعني : a و b مقلوبان

2) – أ) CBI مثلث قائم الزاوية في B إذن حسب نظرية بيتاغور لدينا:

$BC = 1$ لأن ABCD مربع و : $BI = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}$ (لأن I منتصف [AB])

$$IC^2 = BI^2 + BC^2 = \frac{1}{2} + 1^2 = \frac{1}{4} + \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

و بالتالي : $IC = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

ب) بما أن : $IE = IC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ فإن :

$$AE = AI + IE = \frac{AB}{2} + IC = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$BE = IE - IB = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

تمرين عـ3ـدد

1) – أ)

$$A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x - \frac{7}{3} = x - \frac{2}{3} + 2x - \frac{7}{3} = 3x - \frac{9}{3} = 3x - 3$$

ب) $3x - 3 \geq 0$ يعني $3x \geq 3$ يعني $x \geq 1$

يعني $S_{\mathbb{R}} = [1 , +\infty[$

2) – أ)

$$B = \sqrt{2}^2 - (1 + \sqrt{2})\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 0$$

ب) $B = x^2 - x - \sqrt{2}\,x + \sqrt{2} = x(x-1) - \sqrt{2}(x-1)$

$= (x-1)(x-\sqrt{2})$

3) – أ) $B - A = (x-1)(x-\sqrt{2}) - (3x-3)$

$= (x-1)(x-\sqrt{2}) - 3(x-1) = (x-1)(x-\sqrt{2}-3)$

ب) $B - A = 0$ يعني $B = A$ يعني $(x-1)(x-\sqrt{2}-3) = 0$

يعني $(x-\sqrt{2}-3) = 0$ أو $(x-1) = 0$

يعني $x = \sqrt{2} + 3$ أو $x = 1$

<u>تمرين عــ4ــدد</u>

1) بما أن : [CB] الموسط الصادر من B في المثلث ABD لأن C منتصف [AD] و [DO] الموسط الصادر من D في المثلث ABD لأن O منتصف [AB] و $G = [DO] \cap [CB]$ إذن G مركز ثقل المثلث ABD

2) – أ) بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن (AG) هو المستقيم الحامل للموسط الصادر من A إذن E منتصف [BD]

ب) في المثلث ABD لدينا : C منتصف [AD] و CA= CD = CB (لأن C نقطة من الموسط العمودي لـ: [AB]) إذن المثلث ABD قائم الزاوية في B و بالتالي $(AB) \perp (BD)$.

و بما أن : O منتصف [AB] و (OC) // (BD) إذن حسب نظرية طالس في المثلث ABD : $BD = 2 \times OC = 2 \times 3 = 6$

ج) في المثلث القائم ABE لدينا حسب نظرية بيتاغور:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

و بالتالي : $AE = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

و بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن :

$$AG = \frac{2}{3} AE = \frac{2}{3}\, 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

3) – أ) في المثلث ABD لدينا : O منتصف [AB] و C منتصف [AD] إذن حسب نظرية طالس :(المستقيم الذي يمر من منتصفيْ ضلعين في

مثلث يكون موازيا للضلع الثالث و طول القطعة التي تربط بين المنتصفين هي نصف طول الضلع الثالث) يعني : (OC) // (BD) و $ED = \frac{BD}{2} = OC$

إذن الرباعي OEDC متوازي أضلاع

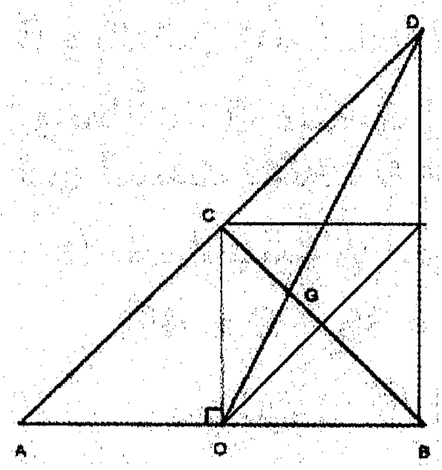
و بما أن الرباعي OEDC متوازي أضلاع فإن قطريه [OD] و [EC] يتقاطعان في منتصفهما يعني (OD) يمرّ من منتصف[EC] يعني (OG) يمرّ من منتصف[EC] و ب التالي (OG) حامل للموسط الصادر من O في المثلث OEC

ب) و بما أن الرباعي OEDC متوازي أضلاع فإن:

(OE) // (CD) و $OE = DC$ و بما أن : $OE = CD = AC$

فإن الرباعي OECA متوازي أضلاع.

و بما أن الرباعي OECA متوازي أضلاع فإن قطريه [OC] و [EA]يتقاطعان في منتصفهما و بالتالي (EG) هو المستقيم الحامل للموسط الصادر من E في المثلث OEC



ج) و بما أن الرباعي OBEC متوازي أضلاع فإن قطريه [BC] و [EO]يتقاطعان في منتصفهما و بالتالي (CG) هو المستقيم الحامل للموسط الصادر من C في المثلث OEC؛

إذن G هي نقطة تقاطع المستقيمين الحاملين للموسطين الصادرين من E و C في المثلث OEC يعني G هي مركز ثقل المثلث OEC

تمرين عـ5ـدد

1) – أ) بما أن : (SA) ⊥ (AB) و (SA) ⊥ (AD) حيث : (AB)∩(AD) ={A}

و (AD)⊂ (ABD) و (AB)⊂ (ABD) إذن : (SA) ⊥ (ABD)

ب) بما أن $(SA) \perp (ABD)$: إذن (SA) عمودي على كل مستقيمات المستوي (ABD) المارة من A و بالتالي : $(SA) \perp (AC)$ يعني المثلث SAC قائم الزاوية في A

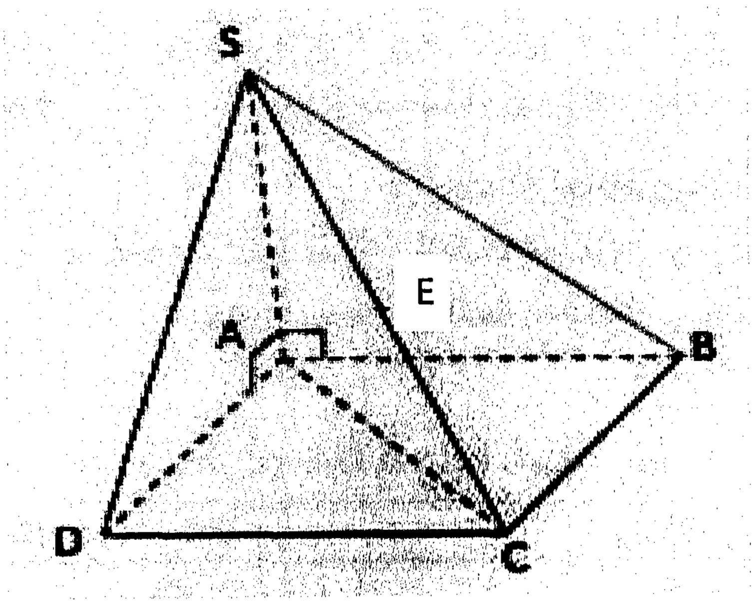
2) - أ) في المثلث SAC القائم الزاوية في A لدينا حسب نظرية بيتاغور: $SC^2 = AS^2 + AC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + AC^2$ حيث :

$AC^2 = 2\times AB^2 = 2\times\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 2\times 8 = 16$ إذن : $AC = \sqrt{16} = 4$

ب) و بالتالي : $SC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + AC^2 = 20 + 16 = 36$

إذن : $SC = \sqrt{36} = 6$

3) بما أن المثلث SAC القائم الزاوية في A فإن منتصف وتره $[SC]$ هي نقطة متقايسة البعد عن رؤوس المثلث الثلاث يعني: $EC = SE = AE = 3$



الاختبار : الرياضيات	الجمهورية التونسية وزارة التربية
الحصة : ساعتان	امتحان شهادة ختم التعلّم الأساسي العام دورة جوان 2014
الضارب : 2	

التمرين الأول (3 نقاط) :

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.

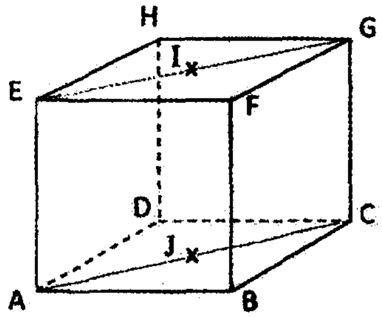
انقل، في كلّ مرة، على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) عدد الأعداد الصحيحة الطبيعيّة الزوجيّة ذات ثلاثة أرقام مختلفة من بين 4 و 5 و 6 و 7 هو :

أ) 6 ب) 12 ج) 24

2) x عدد حقيقيّ حيث $|x-3|<4$. مدى حصر العدد x هو :

أ) 4 ب) 7 ج) 8



3) في الرّسم المقابل، لدينا : ABCDEFGH مكعّب حيث I منتصف [EG] و J منتصف [AC].

المستقيم (FH) عموديّ على المستوي :

أ) (ADH) ب) (EGC) ج) (HIJ)

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين : $a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b=(1+\sqrt{3})^2$

1) بيّنْ أنّ $a=4-2\sqrt{3}$ و $b=4+2\sqrt{3}$

2) قارن بيْن $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

3) أ) بيّنْ أنّ $a\times b=4$

ب) إستنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=2-\sqrt{3}$

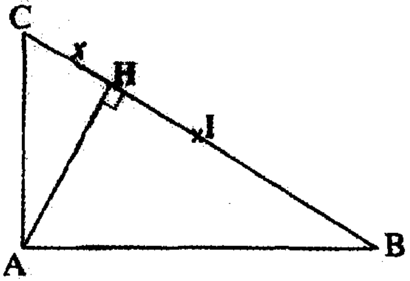
4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

أ) بيّنْ أنّ العدد c سالب.

ب) أحسب c^2 ثم إستنتج c.

التمرين الثالث : (3.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)



في الرّسم المقابل لدينا :

- ABC مثلث قائم في A و I منتصف [BC]
- H المسقط العموديّ للنقطة A على (BC)
- $BC=6$ و $AH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و $CH=x$ حيث x عدد حقيقي موجب.

1) بيّنْ أنّ $AH^2=x(6-x)$ ثمّ إستنتج أنّ العدد الحقيقي x يحقّق المساواة : $x^2-6x+\frac{27}{4}=0$

2) بيّنْ أنّ $x^2-6x+\frac{27}{4}=\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{9}{2}\right)$

3) إستنتج CH ثمّ احسب AB.

التمرين الرابع : (5.5 نقاط) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ) أرسم معينا متعامدا في المستوي (O,I,J) حيث $OI = OJ = 1$ و عيّن النقاط $A(4\ ,\ 0)$ و $B(0\ ,\ 2)$.

ب) بيّنْ أنّ $AB = 2\sqrt{5}$

2) أ) عيّنْ النقطة $M(-2\ ,\ 0)$ ثمّ إبْنِ النقطة C مناظرة B بالنسبة إلى M .

ب) بيّنْ أنّ إحداثيات النقطة C في المعيّن (O,I,J) هي $(-4, -2)$.

3) أ) تحقّق من أنّ $\dfrac{AO}{AM} = \dfrac{2}{3}$

ب) لتكن G مركز ثقل المثلث ABC.

بيّنْ أنّ $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3}$ ثمّ إستنتج أنّ النقطتين O و G متطابقتان.

4) المستقيم (CO) يقطع الضلع $[AB]$ في النقطة N .

أ) بيّنْ أنّ N منتصف $[AB]$ ثمّ إستنتج أنّ $ON = \dfrac{AB}{2}$.

ب) إستنتج البعد CN.

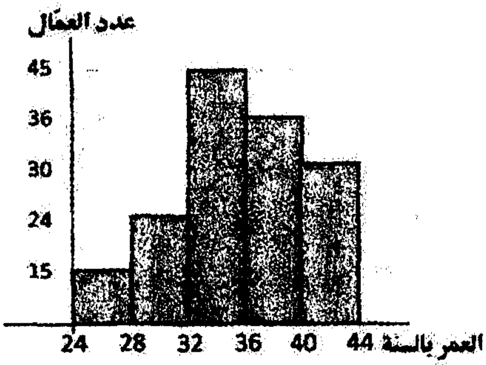
5) المستقيم المارّ من O والموازي لـ (AB) يقطع الضلع $[BC]$ في E ويقطع الضلع $[AC]$ في F.

أ) بيّنْ أنّ $\dfrac{CO}{CN} = \dfrac{OE}{NB}$ و $\dfrac{CO}{CN} = \dfrac{OF}{NA}$

ب) إستنتج أنّ O منتصف $[EF]$.

التمرين الخامس (4 نقاط) :

نُقدّم من خلال المخطّط التالي توزيعا لـ 150 عاملا بإحدى المؤسّسات الصناعيّة حسب أعمارهم.



1) أُنقل الجدول التالي ثمّ أكمله بما يناسب:

العمر بالسنة	[24 ; 28[	[28 ; 32[	[32 ; 36[	[36 ; 40[	[40 ; 44[
مركز الفئة	26				
التكرار (عدد العمّال)				36	
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية			56 %		

2) أُحسب معدّل أعمار العمّال بهذه المؤسسة الصناعية.

3) أ) أُرسم مضلّع التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية .

ب) إستنتج قيمة تقريبيّة لـمُوسّط هذه السلسلة.

4) تَصْرِف إدارة هذه المؤسّسة منحة خصوصيّة للعمّال الذين تجاوز سنّهم 36 سنة.

إذا اخترنا بصفة عشوائيّة عاملا من هذه المؤسّسة. فما هو احتمال أنّ تشمله هذه المنحة ؟

إصلاح مناظرة ختم التعليم الأساسي – 2014

التمرين الأول : (3 نقاط)

1- 12 أو (ب)	2- 8 أو (ج)	3- (EGC) أو (ب)

التمرين الثاني : (4 نقاط)

1 - $a = 4-3\sqrt{12}+\sqrt{48} = 4-3\sqrt{4}\times\sqrt{3}+\sqrt{16}\times\sqrt{3} = 4-6\sqrt{3}+4\sqrt{3} = 4-2\sqrt{3}$

$b=\left(1+\sqrt{3}\right)^2 = 1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times1\times\sqrt{3} = 1+3+2\sqrt{3} = 4+2\sqrt{3}$

2- لدينا $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$ و $4^2=16$ إذن $4^2 > \left(2\sqrt{3}\right)^2$ يعني $4>2\sqrt{3}$ لأنهما موجبان

$4>2\sqrt{3}$ إذن $4-2\sqrt{3}>0$ أي $a>0$ يعني علامة a موجبة

3 - أ) $a\times b = \left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right) = 4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 16-12 = 4$

ب) لنا : $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \sqrt{\dfrac{a\times a}{a\times b}} = \sqrt{\dfrac{a^2}{a\times b}} = \dfrac{|a|}{\sqrt{4}} = \dfrac{a}{2} = \dfrac{\cancel{2}\times\left(2-\sqrt{3}\right)}{\cancel{2}} = 2-\sqrt{3}$

4 - أ) $c=\sqrt{a}-\sqrt{b} = \sqrt{b}\times\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-1\right) = \sqrt{b}\times\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}-1\right) = \sqrt{b}\times\left(2-\sqrt{3}-1\right) = \sqrt{b}\times\left(1-\sqrt{3}\right)<0$

لأن $\sqrt{b}>0$ و $\left(1-\sqrt{3}\right)<0$ و بالتالي $c<0$ يعني علامتها سالبة

طريقة ثانية : بما أن $a-b = \cancel{4}-2\sqrt{3}-\cancel{4}-2\sqrt{3} = -4\sqrt{3}<0$ فإن $a<b$ و a و b موجبان إذن

$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ و بالتالي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}<0$ يعني علامتها سالبة

ب) لنا :

$c^2 = \left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 = a+b-2\sqrt{a}\times\sqrt{b} = a+b-2\sqrt{a\times b} = 4-2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}-2\times2 = 8-4 = 4$

يعني $c^2=4$ اذن $|c|=2$ و c عدد سالب اذن $c=-2$

2-ب) بما أن C مناظرة B بالنسبة إلى النقطة M فإن : $x_M = \frac{x_C + x_B}{2}$ يعني $x_C = 2x_M - x_B$ أي

$x_C = 2\times(-2) - 0 = -4$

كذلك بنفس الطريقة نحصل على : $y_C = 2y_M - y_B$ أي $y_C = 2\times0 - 2 = -2$ و بالتالي احداثيات C هي :

$C(-4,-2)$

3- أ) لدينا : $OA = 2$ و $OI = |-2-4| = 6$ إذن $AM = |x_M - x_A|$: $\frac{AO}{AM} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ب) G هي مركز ثقل المثلث ABC و M منتصف الضلع $[BC]$ يعني $[AM]$ يمثل الموسط الصادر من A

و بالتالي يحقق : $AM = \frac{2}{3}AG$ يعني : $\frac{AM}{AG} = \frac{2}{3}$ و حيث $\frac{AO}{AG} = \frac{2}{3}$ فإن $\frac{AO}{AM} = \frac{AG}{AM}$ و منه فإن :

$AO = AG$ و $G \in [AM]$ و $O \in [AM]$ إذن : G و O متطابقتان

4- أ) في المثلث ABC المستقيم (CO) يصل بين الرأس C و يمر من مركز الثقل O إذن فهو حامل للموسط الصادر من C و بالتالي يقطع الضلع المقابل $[AB]$ في منتصفه N .

في المثلث ABO القائم في O لدينا $[ON]$ هو الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة إذن : $ON = \frac{AB}{2}$

ب) لدينا : $ON = \frac{1}{3}CN$ يعني $CN = 3ON = 3\times\frac{AB}{2} = 3\times\frac{\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{5}$

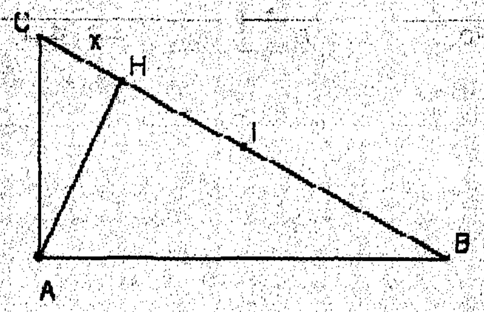
5- أ) بتطبيق نظرية طالس في المثلث CNB حيث $(OE)//(NB)$، نحصل على $\frac{CO}{CN} = \frac{OE}{NB}$

و بتطبيق نظرية طالس في المثلث CNA حيث $(OF)//(NA)$، نحصل على $\frac{CO}{CN} = \frac{OF}{NA}$

ب) حسب النتيجتين السابقتين نحصل على : $\frac{OE}{NB} = \frac{OF}{NA}$ و بما أن N منتصف $[AB]$ فإن : $NA = NB$ و

منه فإن : $OE = OF$ و O و E و F على استقامة واحدة إذن : O منتصف $[EF]$

التمرين الثالث : (3,5 نقاط)



ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[BC]$

H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

$BC=6$ و $AH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و $CH=x$ حيث x عدد حقيقي موجب

1- باستعمل علاقة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A نتحصل على :

$AH^2=CH\times HB=x\times(BC-CH)=x(6-x)$ و بالتالي $x(6-x)=\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$ يعني

$6x-x^2=\frac{27}{4}$ و بالتالي العدد الحقيقي x يحقق المساواة : $x^2-6x+\frac{27}{4}=0$

2- لنا : $\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{9}{2}\right)=x^2-\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}x+\frac{27}{4}=x^2-\frac{12}{2}x+\frac{27}{4}=x^2-6x+\frac{27}{4}$

3- لدينا : $CH=x$ و هي تحقق المساواة $\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{9}{2}\right)=0$ يعني $x=\frac{3}{2}$ أو $x=\frac{9}{2}$ و بما أن

$CH=x<CI=\frac{BC}{2}=\frac{6}{2}=3$ يعني $x<3$ و بالتالي $CH=x=\frac{3}{2}$ و منه $BH=6-\frac{3}{2}=\frac{12}{2}-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABH القائم في H نتحصل على :

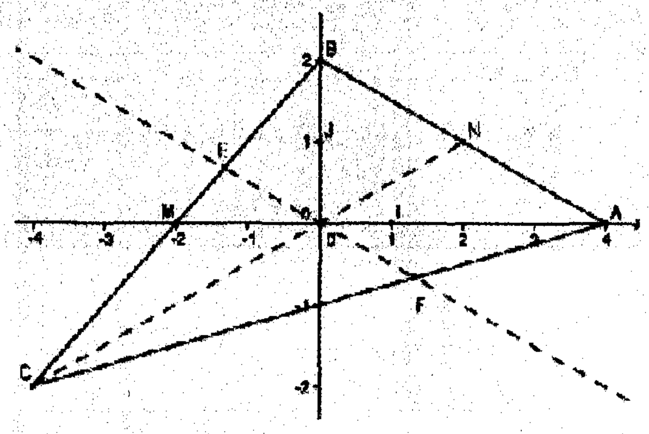
$AB^2=AH^2+HB^2=\frac{27}{4}+\frac{81}{4}=\frac{108}{4}$ و بالتالي $AB=\sqrt{\frac{108}{4}}=\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{3}}{2}=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

التمرين الرابع : (5,5 نقاط)

1- أ) رسم النقاط $A(4,0)$; $B(0,2)$

2- أ) تعيين النقطة $M(-2,0)$ و بناء

النقطة $C=S_M(B)$



ب) لنا $(OJ)//(OB)$ و $(OI)//(OA)$ وحيث $(OI)\perp(OJ)$ فإن $(OA)\perp(OB)$

و $OA=2$ و $OB=4$ و بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث OAB القائم في O نتحصل على :

$AB^2=OB^2+OA^2=4+16=20$ إذن $AB=\sqrt{20}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

التمرين الخامس : (4 نقاط)

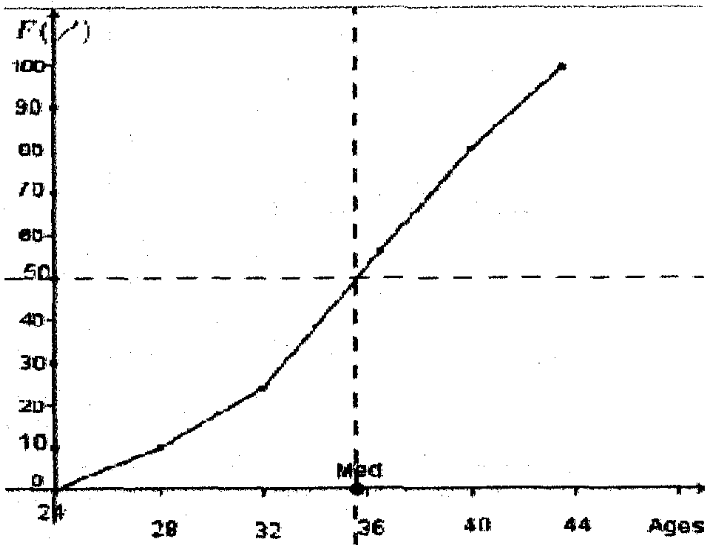
1- تعمير الجدول :

العمر بالسنة	[24; 28[	[28;32[	[32;36[	[36;40[	[40;44[
مركز الفئة	26	30	34	38	42
التكرار (عدد العمال)	15	24	45	36	30
التكرار التراكمي الصاعد	15	39	84	120	150
التواتر التراكمي الصاعد %	10%	26%	56%	80%	100%

2- معدل أعمار العمال بهذه المؤسسة الصناعية :

$$\overline{X} = \frac{26\times15+30\times24+34\times45+38\times36+42\times30}{150} = \frac{5268}{150} = 35,12$$

3- أ) مضلع التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية :



ب) القيمة التقريبية لموسط هذه السلسلة هي : $M_e \simeq 35$

4- احتمال أن تشمل العامل الذي وقع اختياره بصفة عشوائية هذه المنحة هو :

$$\frac{36+30}{150} = \frac{66}{150} = 0,44 = 44\%$$

الفهرس

سلسلة

CMS

سنة7 - سنة8 - سنة9

1 ère - 2 ème - 3 ème - 4 ème

الثمن : 7500

I.S.B.N : 978-9938-808-07-0