الرياضيات بالتدرج

تمارين بحلولها

جديد

جمال المنيف
أستاذ تعليم ثانوي

خديجة كعنيش بن مسعود
متفقدة أولى للتعليم الثانوي

فيصل الزواري
أستاذ تعليم ثانوي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعداد والحساب

1* نعتبر الأعداد : 1002 ، 3436 ، 5760 ، 7875 ، 19800 . حدد من بينها ما يقبل القسمة
أ) على 2 ، ب) على 3 ، ج) على 4 ، د) على 5 ، هـ) على 8 ، و) على 9 ، ز) على 25

2* نعتبر العدد $x = 57a2$ حيث a رقم عشراته . أوجد القيم الممكنة لـ a ليكون العدد x قابلا للقسمة
أ) على 2 ب) على 3 ج) على 4 د) على 9 هـ) على 8 .

3* نعتبر العدد $y = 1924ab$ حيث a رقم عشراته و b هو رقم آحاده .
أوجد القيم الممكنة لكل من a و bليكون العدد y قابلا للقسمة
أ) على 5 و 9 ب) على 3 و 25 ج) على 5 و 8 .

4* نعتبر العدد a 4 5 c.
أنجز شجرة الاختيار للرقمين a و c ليكون العدد قابلا للقسمة على 15.

5* نعتبر العدد a b 3 c.
أنجز شجرة الاختيار للأرقام a و b و c ليكون العدد قابلا للقسمة على 5 و 9 في نفس الوقت .

6* نعتبر العدد ab04 .
أنجز شجرة الاختيار للرقمين a و b ليكون العدد قابلا للقسمة على 4 و 9 في نفس الوقت .

7* يختار مترشّح لإحدى المناظرات مادتين يُسأل فيهما تكون الأولى من بين المواد : جغرافيا ، إعلامية .
والثانية من بين اللّغات : ألمانية ، إسبانية ، إيطالية . أوجد عدد الاختيارات الممكنة للمترشّح .

8* أ) أعط كل الأعداد الأولية المحصورة بين 100 و 150 والتي رقم آحادها 7 ثم التي رقم آحادها 3 .
ب) أعط كل الأعداد الأولية المحصورة بين 150 و 200 والتي رقم آحادها 1 .

9** عدد y= a b c متكون من 3 أرقام a و b و cحيث رقم عشراته b ضعف رقم مئاته a. لو بادلنا رقم العشرات برقم المئات يزيد العدد 270 . أوجد العدد y إذا علمت أنه قابل للقسمة على 9 و 5 ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

10 a و b و c أعداد صحيحة طبيعية .

أ) بيّن أنّ إذا كان a قابلا للقسمة على b و b قابلا للقسمة على c ، فإنّ a قابلا للقسمة على c .

ب) بيّن أنّ إذا كان a قابلا للقسمة على c و b قابلا للقسمة على c ، فإنّ a+b قابلا للقسمة على c .

ج) بيّن أنّ العدد $5^{123}+15$ قابلا للقسمة على 5 .

11 x و y و z أعداد صحيحة طبيعية متتالية بحيث $x<y<z$.

أ) بيّن أنّ إذا كان x و y غير قابلين للقسمة على 3 فإنّ z قابل للقسمة على 3 .

ب) بيّن أن الجذاء (xyz) قابل للقسمة على 6 .

12 ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

أ) 1565 قابلا للقسمة على
- ☐ 5
- ☐ 3
- ☐ 15

ب) 3564 قابلا للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

ج) 4664 قابلا للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

د) 7245 قابلا للقسمة على
- ☐ 7
- ☐ 3
- ☐ 21

هـ) 1764 قابلا للقسمة على
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 24

و) 1776 قابلا للقسمة على
- ☐ 4
- ☐ 6
- ☐ 24

13 ضع علامة "X" أمام كل مقترح سليم .

أ) 29629442962944 قابل للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

ب) 39629442962944 قابل للقسمة على
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 12

14 بإحدى المدارس يمكن تقسيم مجموع التلاميذ إلى فرق تضم الواحدة 5 تلاميذ أو إلى فرق تضم الواحدة 7 تلاميذ ويبقى 4 تلاميذ في كل مرة .إذا علمت أنّ عدد تلاميذ المدرسة محصور بين 450 و 490 .

ما هو عدد الفرق ذات 5 تلاميذ و عدد الفرق ذات 7 تلاميذ التي يمكن تكوينها ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

15 نعتبر المجموعتين $A=\{a , b , c\}$ و $B=\{1 , 2 , 3 , 4\}$

1) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بأخذ أحد عنصريها من A والآخر من B.

2) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بعنصرين مختلفين من A .

3) أوجد عدد الثنائيات التي يمكن تكوينها بعنصرين مختلفين من B .

4) أوجد عدد الأزواج التي يمكن تكوينها بحدين ينتميان إلى A .

16 أ) ما أكبر عدد ذو أربعة أرقام يقبل القسمة على 3 و 7 .

ب) ما أصغر عدد ذو أربعة أرقام يقبل القسمة على 3 و 5 .

17 أ) أكمل الجدول التالي

العدد	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9
رقم آحاده									

ب) ما هو رقم آحاد كلاّ من الأعداد 2^{19} ، 2^{201} ، 2^{2008} .

18 أ) ما هو كمّ كلاّ من المجموعات التالية : D_2 ، $D_{(2^2)}$ ، $D_{(2^3)}$ ، $D_{(2^4)}$ ، $D_{(2^5)}$ ، $D_{(2^{70})}$

ب) ما هو كمّ كلاّ من المجموعات التالية : $D_{(3^3)}$ ، $D_{(5^4)}$ ، $D_{(7^2)}$ ، $D_{(6^2)}$.

19 لأحمد حقيبة تفتح بعدد سرّي ذي 3 أرقام من بين الأرقام 0، 1 ، 2 ، 3.

نسي العدد المناسب لفتح الحقيبة . أوجد عدد المحاولات الممكن القيام بها لفتح الحقيبة .

20 ما هو كمّ كلّ مجموعة من المجموعات التالية :

A هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الفردية الأصغر من 28 القابلة للقسمة على 3 .

B هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الزوجية الأصغر من 30.

C هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الفردية الأصغر من 30.

D هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية مضاعفات 5 المحصورة بين 21 و 50 .

E هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الأولية الزوجية الأكبر من 5.

F هي مجموعة قواسم العدد 24 و قوى للعدد 2 .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

21* نعتبر المجموعة التالية : $E=\{452 ; 738 ; 614 ; 820 ; 936 ; 237 ; 315 ; 732\}$

أ) حدد كمّ كلاّ من المجموعات التالية : A مجموعة عناصر E من مضاعفات 5 .

B مجموعة عناصر E والتي تقبل القسمة على 3 .

C مجموعة عناصر E والتي تقبل القسمة على 6 .

$A\cup B$ ، $A\cap B$ ، $A\cup C$ ، $A\cap C$

22* التقى 6 أصدقاء ، محمد، مراد ، أحمد ، علاء ، حامد ، منجي . فقرروا أن ينقسموا إلى فريقين يضمّ كلّ منهما 3 لاعبين . كم إمكانية لتكوين فريقين ؟

23* 6 تلاميذ يريدون تكوين فريق كرة سلة (5 لاعبين) . كم من إمكانية لذلك ؟

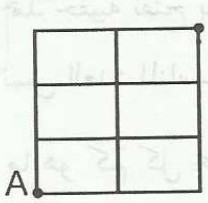
24* ثلاثة أصدقاء يقطنون نفس المسكن لهم أحذية بنفس المقاس ونفس النوع ، وبألوان مختلفة (أسود – بنّي – قرمزي) عند خروج أحدهم ليلا انطفأ الضوء فلبس زوج حذاء دون التثبت من لونه . ما عدد إمكانيات لون زوج الحذاء الذي لبسه ؟

25** عند عودته من عمله إلى المترل يمرّ لسعد بثلاث إشارات ضوئية وفي كل إشارة توجد ثلاثة أضواء أحمر (R) وبرتقالي (O) وأخضر (V) .

أوجد عدد الحالات الممكنة لألوان أضواء الإشارات الثلاث التي يمرّ بها لسعد .

26** كم مسلكا يمكن إتباعه للذهاب من A إلى B

متبعا خطوط الشبكة وأقصر مسافة ممكنة .



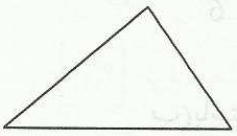
ملاحظة : يمكن ترميز خطوة إلى اليمين بـــ (ي) وخطوة إلى أعلى بـــ (أ)

27** يرمى إسماعيل نردين أحدهما مكعّب أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 و الآخر هرم أوجهه مثلثات متقايسة الأضلاع تحمل الأحرف من a إلى d ويكتب ما يقرؤه في الوجه العلوي للمكعب والوجه السفلي للهرم في شكل زوج ، مثال (4 , a) أوجد جميع الأزواج التي يمكن لإسماعيل الحصول عليها .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

28 لسلوى 4 كريّات حمراء في كيس مرقّمة من 1 إلى 4 و 5 كريات خـضراء في كـيس آخـر مرقّمـة من1 إلى 5. تسحب سلوى كريّة من كل كيس وتكتب رقميهما على شكل زوج (1,2) حيث 1 رقـم الكرية الحمراء و 2 رقم الكرية الخضراء . أوجد جميع الأزواج الممكنة التي يمكن لسلوى الحصول عليها .

29 نعتبر المثلث EFG المقابل أوجد كل احتمالات مواقع النقاط E ، F ، G على الرسم .



30 لياسين 3 أقلام و حافظة أقلام بها 3 أجزاء يمكن تسميتها a ، b ، c .

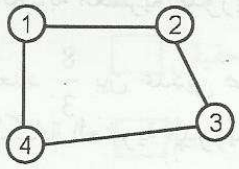
يضع ياسين في أي جزء قلما أو قلمين أو ثلاثة ،أوجد عدد الوضعيات

التي يضع حسبها ياسين أقلامه بالحافظة .

(يمكن أن نعبر عن وضع قلمين بالجزء a وصفر قلم بالجزء b وقلم واحد بالجزء c كالتالي (2a,0b,1c) .

31 أوجد عدد الإمكانيات لوضع الأحرف A و B و C و D

على قمم الرباعي المقابل عوضا عن الأرقام



32 1) كم عدد المستقيمات المارّة من نقطتين مختلفتين ؟

2) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم مثلث ؟

3) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم رباعي ؟

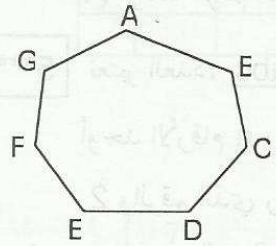
4) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم سداسي ؟

5) كم عدد المستقيمات المارّ كل منها من قمتين من قمم مضلع له 20 قمة ؟

33 1) يمثل الشكل المقابل سباعي محدّب . كم له من قطر ؟

2) ما عدد أقطار مضلّع محدّب له 10 قمم ؟

3) ما عدد أقطار مضلّع محدّب له 20 قمّة ؟



COLLEGE.MOURAJAA.COM

مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

1* أ) أعط الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد التالية:

$\frac{25}{6}$ ، $-\frac{64}{11}$ ، $\frac{35}{8}$ ، $\frac{1457}{333}$ ، $1+\frac{25}{6}$ ، $\frac{64}{11}-3$ ، $1-\frac{1}{\frac{3}{4}}$

ب)باستعمال الآلة الحاسبة قارن بين $\frac{35}{8}$ و $\frac{1457}{333}$. ثمّ بين $-\frac{64}{11}$ و $-5,81$

2* أ) أوجد الكتابة العشرية الدورية لـ $\frac{25}{6}$.

ب) احسب $1-\frac{25}{6}$ و $2-\frac{25}{6}$ و $1+\frac{25}{6}$

ج) استنتج الكتابة العشريّة الدوريّة للأعداد $\frac{19}{6}$ ، $\frac{13}{6}$ ، $\frac{31}{6}$

3* أ) أحصر العدد $\frac{8}{3}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

ب) أوجد الكتابة العشرية الدوريّة للعدد $\frac{8}{3}$.

ج)أوجد قيمة تقريبية بالنقصان للعدد $\frac{8}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

د) أوجد قيمة تقريبية بالزيادة للعدد $\frac{8}{3}$ برقمين بعد الفاصل.

4** 1) أوجد الرقم الذي رتبته 7 بعد الفاصل في الكتابة $13,\underline{651}$

2) أوجد الرقم الذي رتبته 2008 بعد الفاصل في الكتابة $13,\underline{651}$.

3) أوجد الرقم الذي رتبته 147 بعد الفاصل في الكتابة $3,\underline{67}$.

4) أوجد الرقم الذي رتبته 5000 بعد الفاصل في الكتابة $7,\underline{123}$.

5*** نعتبر العدد: $29,\underline{abc}$ حيث a و b و c 3 أرقام.

أوجد الأرقام a و b و c إذا علمت أن الرقم الذي رتبته 315 بعد الفاصل هو7 والرقم الذي رتبته 413 هو 2 والرقم الذي رتبته 502 هو 3.

الأعداد الحقيقية:

6* انقل على كراسك كل جملة صحيحة من الجمل التالية :

* كلّ عدد حقيقي هو عدد أصمّ. * كلّ عدد أصمّ هو عدد حقيقي.

* كلّ عدد له كتابة عشرية لا متناهية هو عدد أصمّ. * كلّ عدد عشري هو عدد كسري.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

7* a عدد صحيح طبيعي

1) إذا كان باقي قسمة a على 3 يساوي 1 ، فكم يساوي باقي قسمة a^2 على 3 .

2) إذا كان باقي قسمة a على 3 يساوي 2 ، فكم يساوي باقي قسمة a^2 على 3 .

3) استنتج أن إذا كان 3 قاسما لـ a^2 فإن 3 قاسم لـ a .

4) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين بحيث $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 3$.

أ) بين أن 3 يقسم a و يقسم b .

ب) استنتج أن $\sqrt{3}$ عدد غير كسري .

8* ضع علامة "X" أمام كل مقترح سليم .

أ) 3.14 هو عدد أصمّ ☐ كسري ☐ حقيقي ☐ .

ب) $\sqrt{0.81}$ هو عدد عشري ☐ أصمّ ☐ حقيقي ☐

ج) $\sqrt{8.1}$ هو عدد عشري ☐ أصمّ ☐ حقيقي ☐

د) $\sqrt{\frac{50}{18}}$ هو عدد كسري ☐ عشري ☐ أصمّ ☐

9* أكمل الجدول المقابل بما يناسب من الرمزين $\in$ أو $\notin$

العدد / المجموعة	3,14	$\frac{10}{5}$	$\frac{7}{4}$	$\sqrt{7}$	$-\sqrt{9}$	$-\frac{5}{3}$	3,14	$-\pi$
$\mathbb{R}_+$								
$\mathbb{R}_-$								
$\mathbb{Q}$								
$\mathbb{D}$								
$\mathbb{Z}$								
$\mathbb{N}$								

10* أكمل بما يناسب من الرموز $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$:

$1{,}25 \cdots \mathbb{Q}$ ، $-1{,}25 \cdots \mathbb{D}$ ، $\{\sqrt{2}, 2\} \cdots \mathbb{Q}$ ، $\frac{3}{7} \cdots \mathbb{R}$ ، $\left\{-\frac{7}{2}; 3; -9{,}8; 3{,}14\right\} \cdots \mathbb{Q}$

$\left\{-11; \frac{7}{4}; -\frac{15}{3}; -\pi\right\} \cdots \mathbb{R}$ ، $-\sqrt{\frac{9}{4}} \cdots \mathbb{Q}_-$ ، $\frac{\pi}{2} \cdots \mathbb{D}$ ، $-\sqrt{225} \cdots \mathbb{Z}$

11* نعتبر المجموعة $A = \left\{-\frac{8}{3}; \frac{7}{5}; \pi; -\sqrt{3}; \frac{\sqrt{9}}{3}; 3{,}14; -\frac{\pi}{5}; \sqrt{0{,}09}; 1{,}25\right\}$

أوجد عناصر المجموعات التالية $A \cap \mathbb{D}$ ، $A \cap \mathbb{Q}$ ، $A \cap \mathbb{Z}$ ، $A \cap \mathbb{R}$ ، $A \cap \mathbb{I}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

12* 1) رتّب تصاعديّا الأعداد التالية π , $3,14$, $3,\underline{14}$, $\frac{22}{7}$

2) رتّب تنازليّا الأعداد التالية $-1,732$, $-1,\underline{732}$, $-\sqrt{3}$, $-\frac{347}{200}$

تدريج مستقيم بالأعداد الحقيقية:

13* ارسم مستقيما مدرّجا بمعيّن (O, I).

1) عيّن عليه النقاط A و B و C و D التي فاصلاتها على التوالي $-\frac{7}{2}$ و $\frac{9}{4}$ و -1 و 0.75

2) احسب الأبعاد AB و AC و BD و BI

3) عيّن نقطة M على (OI) بحيث $AM = 2$ ثم اذكر فاصلتها (اذكر كلّ الحالات)

4) عيّن نقطة N على (OI) بحيث تكون فاصلتها موجبة و $BN = 3$. ماهي فاصلتها ؟

5) عيّن نقطة P على (OI) بحيث $DP = 4$ و $P \in [OD]$ ثم اذكر فاصلتها.

14* ارسم مستقيما مدرّجا وفق معيّن (O, I) .

1) ضع النقطة A فاصلتها $\sqrt{2}$.

2) استنتج بناء النقاط E و F و G و H التي فاصلاتها على التوالي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\sqrt{2}+3$ ، $2\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-5$.

15** ارسم مستقيما Δ مدرّجا وفق معيّن (O, I) .

عيّن على Δ النقط A فاصلتها $\sqrt{2}$ و النقطة B مناظرة A بالنسبة إلى O والنقطة J منتصف $[OI]$.

1) ما هي فاصلة النقطتين B و J حسب (O,I).

2) أ) أوجد فاصلة I إذا كانت O هي أصل التدريج و J هي النقطة الواحدية.

ب) استنتج فاصلتي A و B حسب (O,J).

الجذر التربيعي لعدد حقيقي موجب :

16* احسب: $\sqrt{81}$ ، $\sqrt{0,81}$ ، $-\sqrt{36}$ ، $\sqrt{\frac{81}{36}}$ ، $\sqrt{1+\frac{9}{16}}$ ، $\sqrt{625}$.

17* احسب: $-\sqrt{121}$ ، $\sqrt{1,21}$ ، $\sqrt{1-\frac{72}{121}}$ ، $1-\sqrt{\frac{50}{32}}$ ، $\sqrt{0,09}+\sqrt{0,01}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

18** احسب: $\sqrt{(-5)^2}$ ، $\sqrt{7^2-(\sqrt{3})^2}$ ، $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}-\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2$ ، $4\times\sqrt{\frac{9}{4}}$ ، $\sqrt{\frac{100}{36}}\times\sqrt{\frac{16}{25}}$ ، $-\frac{7}{4}\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}$

19** 1) أكمل الجدول التالي بما يناسب من أعداد .

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2										
رقم آحاد a^2										

2) يوجد من بين الأعداد التالية مربّع كامل ، حدّده مع تعليل الجواب .

$a = 709345234009832$ و $b = 935789426683568$

و $c = 1033911786712610687401$.

20** احسب $\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ في الحالات التالية:

أ) $x = 2$ ب) $x = \frac{3}{4}$ ج) $x = -\frac{2}{9}$ د) $x = \sqrt{\frac{576}{16}}$

21** احسب ، $\sqrt{-5+\sqrt{36}}$ ، $\sqrt{\frac{21}{2}+\sqrt{\frac{121}{4}}}$ ، $\sqrt{\frac{11}{4}+\sqrt{\frac{25}{16}}}$ ، $\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{4}}}$

22** احسب a و b ثمّ قارن بينهما في كلّ حالة من الحالات التالية

أ) $a = \sqrt{\frac{81}{4}}$ و $b = \frac{\sqrt{81}}{4}$ ب) $a = \sqrt{9}+\sqrt{49}$ و $b = \sqrt{9+\sqrt{49}}$ ج) $a = \sqrt{\frac{25}{36}}+\sqrt{\frac{4}{9}}$ و $b = \sqrt{\frac{25}{36}+\sqrt{\frac{4}{9}}}$

23** ضع علامة "X" أمام كل إجابة صحيحة من الإجابات التالية حيث x عدد حقيقي موجب .

أ) ☐ $\sqrt{36} = 18$ ☐ $\sqrt{6^2} = \left(\sqrt{6}\right)^2$ ☐ $\sqrt{(-6)^2} = (-6)$

ب) $x^2 = 7$ ☐ $x = \sqrt{49}$ إذن ☐ $x = 7^2$ إذن $x^2 = 7$ ☐ $x = \sqrt{7}$ إذن $x^2 = 7$

ج) $x \in \mathbb{R}$ ☐ $x^2 = 9$ إذن $x = 3$ ☐ $x^2 = 9$ إذن $x = \sqrt{9}$ ☐ $x^2 = 9$ إذن $x = 81$

24** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية

أ) $\sqrt{x} = 17$ ب) $\sqrt{x} = 22$ ج) $\sqrt{x+3} = 4$ د) $\sqrt{x-2} = 3$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

25** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية:

أ) $x^2 = 25$ ب) $x^2 = 4$ ج) $x^2 = 1$

د) $x^2 = 3$ هـ) $x^2 = \sqrt{81}$ و) $(x+1)^2 = 36$

26** 1) أعط قيمة تقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ V حجم مخروط دوراني شعاعه 4cm وارتفاعه 5cm

2) أعط جبرا بالعشرات لـ V' حجم كرة شعاعها 6 cm . (نأخذ $\pi = 3,14$).

27** أكمل الجدول التالي بالأعداد المناسبة

المساحة بـ cm^2			169
طول ضلع مربّع بـ cm	10		
طول قطر مربّع بـ cm		$\sqrt{18}$	

COLLEGE.MOURAJAA.COM

العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$

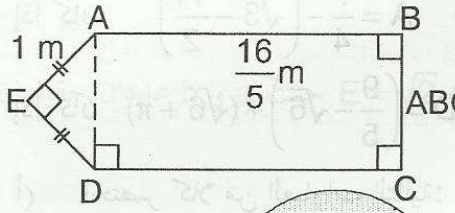
الجمع و الطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

1* احسب المجاميع التالية .

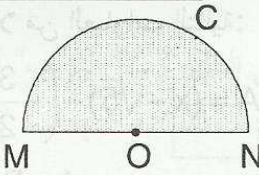
$1+\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}-3$ ، $-\frac{5}{4}+\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}-\frac{3}{5}$ ، $-1{,}2+\frac{2}{5}$ $-4-\frac{1}{4}$ ، $-\frac{18}{12}-\left(-\frac{49}{14}\right)$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{\frac{25}{16}}$

2* احسب $a=-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ ، $b=-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$ ، $c=1{,}2-\frac{1}{5}+\frac{1}{12}$

3* أ) احسب قيس محيط كلّ من المثلث ADE و الخماسي ABCDE في الشكل المقابل .



ب) احسب قيس محيط نصف القرص الدائري حيث $OM = 2\ m$



4* نعتبر العبارة $a=-\frac{3}{5}+x+(-\sqrt{3})$. ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

أ) إذا كان $x=\sqrt{3}$ فإنّ ☐ $a=-\frac{3}{5}$ ، ☐ $a=-\frac{11}{10}$ ، ☐ $a=-\sqrt{3}$

ب) إذا كان $x=\frac{3}{5}$ فإنّ ☐ $a=-\frac{3}{5}+\sqrt{3}$ ، ☐ $a=\pi$ ، ☐ $a=-\sqrt{3}$

ج) أكمل بأحد الأعداد التالية : $-\sqrt{3}$ ، 0 ، $-\frac{3}{5}$ ، $-\frac{3}{5}-\sqrt{3}$.

إذا كان x و $\left(-\sqrt{3}\right)$ عددان متقابلان فإنّ $a=\ldots\ldots\ldots$

5** اختصر كلاّ من المجاميع التالية:

$A=\sqrt{\frac{16}{9}}+\left(-\frac{5}{6}\right)+\sqrt{3}$ ، $B=-\frac{2}{5}+(-\sqrt{2})+\left(\sqrt{2}+\frac{1}{3}\right)$

$C=\sqrt{9+16}+\left(-\sqrt{1+\frac{17}{64}}\right)$ ، $D=\frac{17}{3}-\sqrt{7}-\frac{1}{3}$

$E=-\sqrt{\frac{9}{100}}+0{,}75$ ، $F=\sqrt{5}-\pi+\left(-\frac{8}{5}\right)+\pi$

$G=\sqrt{\frac{49}{4}}-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}+\frac{1}{3}$ ، $H=-5-(-\sqrt{2})-\sqrt{2}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

6** احسب العبارة $\left(a-b-\frac{6}{7}\right)$ في كلّ من الحالات التالية:

أ) $a=-\frac{1}{2}$ و $b=-\sqrt{2}$ ب) $a=-\sqrt{3}$ $b=-\frac{1}{4}$

ج) $a=b$ د) $a=-b=-\frac{6}{5}$

7* ضع علامة "X" أمام المقترح السليم.

إذا كان $A=\frac{7}{4}-\left(\sqrt{3}-\frac{11}{2}\right)$ فإنّ ☐ $A=\sqrt{3}$ ، ☐ $A=\frac{29}{4}-\sqrt{3}$ ، ☐ $A=\frac{9}{4}$

إذا كان $D=\left(\frac{9}{5}-\sqrt{6}\right)+(\sqrt{6}+\pi)$ فإنّ ☐ $D=\frac{9}{5}$ ، ☐ $D=\pi+\frac{9}{5}$ ، ☐ $D=\frac{9+\pi}{5}$

8* أ) اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$A=(x-\sqrt{5})-\left(-\frac{3}{2}+x-y\right)$ ، $B=\left(\frac{2}{5}+y\right)-\left[y-(\sqrt{5}-x)\right]$

ب) اختصر $A+B$.

ج) احسب $A+B$ إذا علمت أنّ $x-y=\frac{7}{3}$

9** اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$E=-3{,}14-(\sqrt{2}-1)+\sqrt{2}-\left[\frac{1}{4}+(0{,}75-\pi)\right]$

$G=\pi-\left[-\sqrt{5}-\left(\frac{1}{5}-\pi\right)\right]-\left[0{,}5+\left(\pi+\sqrt{5}+\frac{7}{10}\right)\right]$

$H=\sqrt{7}-\left[\sqrt{\frac{5}{3}}+(1+\sqrt{7})\right]+\left[3-\left(\sqrt{7}+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right]-\sqrt{7}+2$

10** احسب كلا من العبارات التالية إذا علمت أن $a-b=-\frac{3}{4}$

$M=a-\left(b+\frac{3}{4}\right)$ ، $N=b-a$ ، $P=-(a-\sqrt{2}+1)+(b-5-\sqrt{2})$

11*** 1) اختصر كلاّ من العبارتين E و F حيث a و b عددان حقيقيان

$E=\left[\sqrt{5}-\left(a+\frac{3}{4}\right)\right]-\left[(a+\sqrt{5}-\sqrt{3})-a\right]$ ، $F=|\,5-\sqrt{3}\,|+|\,1-\pi\,|-|\,\pi+4\,|$

2) أوجد العدد الحقيقي a بحيث يكون E و F عددين متقابلين.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

12* ,** لتكن العبارتين: $A = x - \left(\frac{1}{4} + \sqrt{2}\right) + \left(-x - \frac{1}{2}\right) - (x - 0{,}75)$

$B = \sqrt{3} - \left[a + (1 + \sqrt{3})\right] - 2 + [b - (\pi - 3)]$

أ) اختصر العبارة A وبين أن $B = -a + b - \pi$.

ب) احسب A إذا علمت أن $x = 1 - \sqrt{2}$.

ج) احسب B إذا علمت أن $a - b = 2 - \pi$.

13* ,** نعتبر العبارة $E = \sqrt{2} + \frac{1}{2} - \left[\sqrt{2} - (a + 1)\right] - \left[0{,}5 - (-b + \sqrt{2})\right]$ حيث a و b عددان حقيقيان:

1) بين أن $E = a - b + \sqrt{2} + 1$

2) إذا علمت أن $b - a = \sqrt{2} - 2$ أكمل كلاّ من الجمل التالية بـــ " صواب" أو " خطأ "

$E = \sqrt{2} + 1$ ☐ ، $E = 3$ ☐ ، $E = \sqrt{2}$ ☐

3) احسب $|E|$ في كلّ من الحالتين:

أ) $b = \sqrt{2}$ و $a = \sqrt{3}$

ب) $a = -\sqrt{2}$ و $b = \sqrt{5}$

4) أوجد $a - b$ إذا كان $E = 0$.

14* ,** لتكن العبارتين: $A = \sqrt{3} - \left[\sqrt{2} - (5 + x)\right] - \left[\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 5)\right] + (\sqrt{3} - 1 + \pi)$

$B = \sqrt{2} - (\pi + y) - \left[\sqrt{3} - (1 - \sqrt{2})\right]$

1) أثبت أن $A = \sqrt{3} + x - 1 + \pi$ وأن $B = 1 - \pi - y - \sqrt{3}$

2) بيّن أنه إذا كان $x = y$ فإنّ A و B متقابلان.

3) احسب A إذا علمت أن $x = 1 - \pi$

4) أوجد y إذا علمت أن B و $\sqrt{3} - 1$ عددان متقابلان.

الضـــرب والقسمة في مجموعـــة الأعـــداد الحقيقية

15 ** أحسب العبارات التالية إذا علمت أن $ab = 4$ و $a \in \mathbb{R}_+$ و $b \in \mathbb{R}_+$

$A = \frac{1}{2}a \times (-3b)$ ، $B = (-2a\sqrt{2}) \times (-b\sqrt{2})$ ، $C = \frac{1}{2}\sqrt{a} \times \frac{3}{4}\sqrt{b}$

$D = a\sqrt{b} \times b\sqrt{a}$ ، $E = \sqrt{8a} \times \sqrt{2b}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

16** احسب العبارات التالية:

$a=\sqrt{6}\sqrt{14}\left(-\sqrt{6}\right)$ ، $b=\sqrt{5}\sqrt{7}\sqrt{5}$

$c=-7\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}$ ، $d=\left(-\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)$ ، $e=\frac{3}{4}\sqrt{5}\times\left(-\frac{4}{5}\sqrt{5}\right)$

مقلوب عدد حقيقي ، النشر و التفكيك

17* بيّن أن العدد a هو مقلوب العدد b في الحالات التالية:

أ) $a=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ و $b=\sqrt{2}$

ب) $b=\frac{1}{3}\sqrt{2}$ و $a=1{,}5\sqrt{2}$

18* نعتبر الأعداد التالية: $a=\sqrt{10}-3$ ، $b=\sqrt{10}+3$ ، $c=3-\sqrt{10}$ و $d=-\sqrt{10}-3$

ضع علامة " X " أمام المقترح الصحيح .

أ) a و b متقابلان ☐ . ب) c هو مقلوب a ☐ . ج) d و c متقابلان ☐ .

د) d و b متقابلان ☐ . هـ) b هو مقلوب d ☐ . و) b هو مقلوب a ☐ .

19** أ) بيّن أن $(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=1$

ب) احسب $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}\times\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}-\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$

20** في أية حالة من الحالات التالية يكون العدد x هو مقلوب العدد y .

أ) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ و $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

ب) $x=\sqrt{5}-2$ و $y=\sqrt{5}+\sqrt{4}$

ج) $x=3-2\sqrt{2}$ و $y=3+2\sqrt{2}$

د) $x=\sqrt{7}+\sqrt{6}$ و $y=\sqrt{7}-\sqrt{6}$

21* انشر واختصر العبارات التالية:

$a=\sqrt{3}\ (\sqrt{3}+1)$ ، $b=\sqrt{2}\ (\sqrt{2}-2)$ ، $c=\left(\frac{4}{5}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}$ ، $d=2\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})$

22* اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$A=\sqrt{2}+\sqrt{2}$ ، $B=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ، $C=\sqrt{3}+\sqrt{2}-4\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ ، $E=\sqrt{5}+5-7\sqrt{5}-7$

$G=-2\pi+5\pi-\pi$ ، $H=-4\sqrt{7}+7\sqrt{9}-3\sqrt{7}-5+\sqrt{7}$ ، $K=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{7}}-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{5}{7}}$

23* انشر واختصر:

$m=(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+1)$ $\quad$ $n=(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+5)$

$p=(\sqrt{5}-5)\left(\sqrt{5}-\frac{1}{5}\right)$ $\quad$ $k=(-\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

24* فكك إلى جذاء عوامل: $A=2\pi+2\sqrt{2}$ ، $B=\pi\sqrt{3}-3$ ، $C=15+5\sqrt{2}$ ، $D=7\sqrt{7}+14$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

25* فكك إلى جذاء عوامل

$I = x\sqrt{2} + 3x - x\sqrt{3}$ ، $J = x\sqrt{3} + 3$ ، $K = x^2 - x\sqrt{2}$

$L = 4xy + 12x - 8x^2$ ، $M = (x+1)\sqrt{7} - 2(x+1)$ ، $N = \pi(\pi - 1) + (\pi - 1)$

26* انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية

$A = 3\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2) - 5(3 - \sqrt{5})$ ، $B = 2 - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - 2(\sqrt{2} + 1)$

$C = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{3}\right)$ ، $D = (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

$E = -3 + \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{2} + 1)(2 - \sqrt{2})$ ، $F = (2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 2) - (2\sqrt{2} - 2)(2 + 2\sqrt{2})$

$G = 2\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) - 3\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$ ، $H = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$

27* فكك إلى جذاء عوامل كلاّ من العبارات التالية حيث x عدد حقيقي

$A = 3x(2x - 1) + 5(2x - 1)$ ، $B = (2x - 3)(x + 1) + (2x - 3)(x + 3)$

$C = (3x - 4)(2x - 5) - (4 - 3x)(2x + 5)$ ، $D = (2x + 1)(x - 3) + (-2x - 1)(3x + 2)$

28* انشر واختصر العبارات التالية حيث x عدد حقيقي

$M = (x + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) + (1 - \sqrt{2})$ ، $N = -\sqrt{3}(x + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(x - \sqrt{3})$

$P = \frac{1}{2}(x - 3) - \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$ ، $Q = 7 - 3x(x - 2) + 5 + 2(x - 3)x$

29* أ) احسب $x(\sqrt{2} - 3)$ إذا علمت أن $x = 0$

ب) احسب $(y - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$ إذا علمت أن $y = \sqrt{3}$

ج) احسب $3(\sqrt{3} + 1)(1 - z + \sqrt{3})$ إذا علمت أن $z = \sqrt{3} - 1$

القيمة المطلقة لعدد حقيقي :

30* ارسم مستقيما Δ مقترنا بمعيّن (O,I) بحيث $OI = 1\,cm$.

1) عين النقط A و B و C و D على Δ فاصلاتها على التوالي $-\frac{5}{3}$ و 3 و $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$

2) احسب OA و OB و OC و OI و CD .

3) ما هي مناظرة C بالنسبة إلى O ؟

4) عين النقطة M مناظرة I بالنسبة إلى B . ما هي فاصلة M ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

31* احسب

$|-2|-|\sqrt{3}|$ ، $|-2-\sqrt{3}|$ ، $|\sqrt{5}-\sqrt{3}|$ ، $|3+\sqrt{2}|$ ، $|1-\sqrt{2}|$

$|\sqrt{3}-2|$ ، $|-\pi+3|$ ، $|2-\sqrt{2}|$ ، $|\sqrt{5}-\sqrt{7}|$ ، $|-\sqrt{25}+\sqrt{6}|$ ، $|\pi-4|$

32** اختصر كلا من الكتابات التالية:

$A=\left|\frac{7}{3}+\pi\right|-\left|\frac{16}{3}+\pi\right|$ $\quad$ $B=|2+\sqrt{2}|-\left|-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right|$

$C=|3-\sqrt{6}|-|1-\sqrt{5}|+|\sqrt{5}-\sqrt{6}|$ $\quad$ $D=|\sqrt{7}+\pi|-|-\pi+4|$

33** أوجد العدد الحقيقي x في كلّ من الحالات التالية:

$|x|=\sqrt{11}$ ، $|x|=\pi+\frac{1}{2}$ ، $|x|=3-\sqrt{5}$ ، $\left|x+\frac{5}{2}\right|=0$ ، $|x-\sqrt{10}|=0$

34** 1) احسب

$x=|5-\sqrt{5}|$ ، $y=|3-\pi|$ ، $z=|\sqrt{5}-2|$

2) احسب $|x+y+z|$

3) أثبت أن $|x+y|=|z-\pi|$

35** احسب:

$a=|\sqrt{2}-1|\times|\sqrt{2}-2|$ $\quad$ $b=|\pi-2|\times|3-\pi|$

$c=|(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-4)|$ $\quad$ $d=|(-\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})|$

36*** أ) أوجد $|x|$ إذا علمت أن $|x+\sqrt{2}x|=1$

ب) أوجد $|y|$ إذا علمت أن $\left|-\frac{3}{2}y\right|=5$

ج) أوجد $|z-\sqrt{5}|$ إذا علمت أن $|z\sqrt{5}-5|=\sqrt{5}$

37* أوجد $|x|$ ثم استنتج x في كل من الحالات التالية:

أ) $\left|\frac{x}{4}\right|=\frac{1}{3}$ $\quad$ ب) $\left|\frac{x}{\sqrt{3}}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ ج) $\left|-\frac{x}{5}\right|=\frac{6}{7}$

د) $\left|\frac{x}{\sqrt{2}+1}\right|=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ $\quad$ هـ) $\left|\frac{x}{-7}\right|=\frac{2}{21\sqrt{7}}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

38* أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية:

أ) $x^2 = 25$ ب) $x^2 = 4$ ج) $x^2 = 1$

د) $x^2 = 3$ هـ) $x^2 = \sqrt{81}$

39** ضع علامة " X " أمام المقترح الصحيح .

أ) $\sqrt{x^2} = 7$ إذن $x = 49$ ☐ ، $x = 7$ ☐ أو $x = -7$ ☐ ، $x = 7$ ☐

ب) $\sqrt{x^2} = \sqrt{3}$ إذن $x = -3$ ☐ ، $x = -\sqrt{3}$ أو $x = \sqrt{3}$ ☐ ،

$x = \sqrt{3}$ ☐

40** اختصر كلاّ من العبارات التالية:

$a = 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$ $b = 3\sqrt{12} + 2\sqrt{48}$

$c = 3\sqrt{5} + 7\sqrt{20} - \sqrt{125}$ $d = \sqrt{50} - \sqrt{32} + 3\sqrt{2}$

$e = 2\sqrt{27} + \sqrt{50} - 5\sqrt{3} - \sqrt{32}$ $f = 2\sqrt{72} - 3\sqrt{63} + 7\sqrt{7} - 4\sqrt{18}$

مسائل

41* نعتبر العددين $x = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ و $y = \frac{5}{3}\sqrt{3}$.

1) اكتب x و y في صيغة $\sqrt{a}$ حيث a عدد كسري موجب.

2) بيّن أن $x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = 0$

3) بيّن أن $x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 10$

42** نعتبر العبارة: $A = (5-2x)(3x+6) + (2x-5)(x+1)$

1) بيّن أن $A = (2x+5)(5-2x)$.

2) أ) احسب العبارة A إذا علمت أن $x = \sqrt{6}$

ب) استنتج أن $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} = 5 - 2\sqrt{6}$

43** نعتبر العبارتين التاليتين: $E = 1+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}+2)(1-\sqrt{2})$ و $F = \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{9} - \sqrt{32}$

1) بيّن أن $E = 3 + 2\sqrt{2}$ وأن $F = 3 - 2\sqrt{2}$

2) بيّن أن E هو مقلوب F

3) احسب $\frac{1}{E} - \frac{1}{F}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

44** نعتبر العبارتين: $E = x\sqrt{7} + \sqrt{63}$ و $F = (x+3)(2x-7) + 4x + 12$

1) فكك كل من العبارتين E و F إلى جذاء عوامل.

2) بيّن أن $F - E = (x+3)(2x-3-\sqrt{7})$.

45*** نعتبر العبارة: $M = 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{15})$

1) بيّن أن $M = 2+\sqrt{3}$

2) احسب $M(2-\sqrt{3})$ ثم استنتج مقلوب M.

3) بيّن أن $\sqrt{3} \times \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}+3$

46*** نعتبر العبارة: $A = \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right) + (2x-1)\left(x+\frac{1}{8}\right)$

1) بيّن أن $A = \left(x-\frac{1}{2}\right)(3x+1)$

2) احسب A في كل من الحالات التالية :

أ) $x = -\frac{1}{3}$ ب) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3) احسب $|A|$ إذا علمت أن $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

47*** أ) احسب العددين $a = \frac{3}{2}\sqrt{12} \times \frac{1}{3}\sqrt{3}$ و $b = \frac{3}{2}\sqrt{12} + \frac{1}{3}\sqrt{3}$

ب) احسب الأعداد: $c = b + a\sqrt{3}$ ، $d = a - b\sqrt{3}$ ، $e = b + \sqrt{a}$

$f = (a+b)(a-b)$ ، $g = |d-ab|$ ، $h = b - \frac{1}{a}\sqrt{a}$

48* احسب $\sqrt{3}\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}\sqrt{5}$ ، $\sqrt{8}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{2}\sqrt{18}$ ، $\sqrt{32}\sqrt{2}$

$\sqrt{\frac{3}{5}}\sqrt{\frac{3}{5}}$ ، $\sqrt{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{10}{9}}$ ، $\sqrt{\frac{175}{49}}\sqrt{\frac{28}{25}}$ ، $\sqrt{\frac{50}{3}}\sqrt{\frac{2}{27}}$ ، $\sqrt{50}\sqrt{\frac{1}{2}}$ ، $\sqrt{2,5}\sqrt{0,9}$

49* أكتب الأعداد التالية في صيغة $a\sqrt{b}$ حيث $a \in \mathbb{N}$ و $b \in \mathbb{N}$

$\sqrt{8}$ ، $\sqrt{12}$ ، $\sqrt{27}$ ، $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{24}$ ، $\sqrt{40}$ ، $\sqrt{50}$ ، $\sqrt{125}$ ، $\sqrt{98}$

$\sqrt{18}$ ، $\sqrt{45}$ ، $\sqrt{54}$ ، $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{48}$ ، $\sqrt{80}$ ، $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{72}$ ، $\sqrt{147}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

50** أكتب الأعداد التالية في صيغة $\sqrt{a}$ حيث $a \in \mathbb{N}$

$5\sqrt{7}$ ، $\sqrt{16}\sqrt{2}$ ، $\sqrt{25}\sqrt{7}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{3}$ ، $5\sqrt{2}$ ، $4\sqrt{7}$

$7\sqrt{5}$ ، $5\sqrt{5}$ ، $2\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{5}$ ، $5\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{5}$ ، $10\sqrt{10}$

51* اختصر كلاّ من الكتابات التالية:

$\sqrt{\frac{16}{5}}$ ، $\sqrt{\frac{135}{20}}$ ، $\sqrt{\frac{12}{100}}$ ، $\sqrt{\frac{48}{8}}$ ، $\sqrt{\frac{121}{9}}$ ، $\sqrt{\frac{17}{9}}$ ، $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{25}}$ ، $\sqrt{\frac{56}{162}}$ ، $\sqrt{\frac{96}{80}}$ ، $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{72}}$

خارج قسمة عدد حقيقي على آخر مخالف للصفر

52* احسب: $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{9}{104}}$ ، $\frac{-\frac{2}{3}+1}{2}$ ، $\frac{\frac{7}{3}+\frac{1}{3}}{-\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{-\frac{3}{4}}-\frac{5}{3}$ ، $\frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{7}}$ ، $\frac{-\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}}{-\sqrt{\frac{27}{2}}}$

مقلوب جداء عددين حقيقيين مخالفين للصفر وجداء خارجي قسمة:

53* احسب : $\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{\frac{1}{4}}{5}\times\frac{\frac{1}{25}}{2}$ ، $\frac{1}{-\frac{5}{\sqrt{7}}}\times\frac{1}{-\frac{7}{10}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$ ، $-\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{2}\times\frac{1}{\frac{12}{\sqrt{5}}}$

54* اختزل كلاّ من الكتابات التالية:

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ ، $\frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{3\pi-12}{9-3\pi}$ ، $\frac{2\sqrt{28}+\sqrt{63}}{\sqrt{7}}$ ، $\frac{2\sqrt{5}+5}{\sqrt{20}}$

55* احسب: $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}}\times\frac{5}{\sqrt{22}}$ ، $\sqrt{\frac{50}{27}}\times\sqrt{\frac{3}{20}}$ ، $-\frac{7}{\sqrt{10}}\times\left(-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$ ، $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{18}}{7}$

56** احسب: $-\frac{\sqrt{7}}{6-\sqrt{5}}\times\frac{2}{6+\sqrt{5}}$ ، $\frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{5}}$ ، $\frac{4\sqrt{5}}{2+\sqrt{3}}\times\frac{5+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}$

مقلوب خارج قسمة وخارج قسمة خارجي قسمة

57*** احسب $\frac{a}{b}$ في كلّ من الحالات التالية:

أ) $a=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ ، $b=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

ب) $a=\frac{3\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ ، $b=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{45}}$

ج) $a=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$ ، $b=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مجموع خارجي قسمة الفرق بين خارجي قسمة:

58* احسب: $\frac{2\sqrt{3}}{5}+\frac{3\sqrt{3}}{5}$ ، $-\frac{\sqrt{7}}{4}-\frac{3\sqrt{7}}{4}$ ، $\frac{3}{4\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}$ ، $-\frac{7\sqrt{3}}{3}+\frac{5}{\sqrt{3}}$

59* احسب: $\frac{\sqrt{2}}{7}-\frac{5}{2}$ ، $\frac{9\sqrt{2}}{2}-\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ، $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{7}}$

$-\frac{13\sqrt{3}}{\sqrt{5}}-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ ، $-\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

60** احسب: $\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ ، $\frac{7+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}-2}{3}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}+\frac{1}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}$ ، $\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$

التناسب:

61* أثبت أن العددين $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$ متناسبان مع العددين $\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}$

62* أوجد العدد الحقيقي a لتكون الأعداد $-\sqrt{15}$ و a و $2\sqrt{5}$ و $-4\sqrt{2}$ متناسبة.

63* أوجد العدد x في كل من الحالات التالية:

أ) $\frac{x}{3}=\frac{2}{7}$ ب) $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

ج) $\frac{\sqrt{5}}{x}=\frac{-10}{2\sqrt{5}}$ د) $\frac{-4}{\sqrt{3}}=\frac{x}{2\sqrt{3}}$

هـ) $\frac{x}{1+\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ و) $\frac{\sqrt{5}-2}{x}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}$

64** أوجد العدد الحقيقي $\frac{x}{y}$ في كلّ من الحالات التالية.

أ) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}$ ب) $\frac{2}{y}=\frac{2}{x}$ ج) $\frac{-3}{x}=\frac{4}{y}$

د) $\frac{-x}{\sqrt{3}}=\frac{y}{2}$ هـ) $\frac{y}{x}=-\frac{3}{5}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

65* نعتبر العددين $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ و $y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

1) احسب $x+y$ و $x-y$.

2) احسب xy واستنتج أنّ x هو مقلوب y .

3) احسب $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ و $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$.

4) احسب $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}$ و $\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{y}{\sqrt{3}}$.

66* أ) أثبت أنّ $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}=1$.

ب) هل أنّ العدد $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}$ هو مقلوب العدد $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ؟ علّل جوابك .

67* نعتبر الأعداد التالية: $a=\frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ ، $b=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{32}-\sqrt{24}}$ ، $x=\frac{\sqrt{32}+\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$ و $y=\frac{a}{b}$

1) اختزل a و بيّن أنّ $b=\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$.

2) بيّن أن $x=2+\sqrt{3}$ وأن: $y=2-\sqrt{3}$

3) أثبت أن $x=\frac{1}{y}$

4) احسب $x+\frac{1}{y}$ و $y-\frac{1}{x}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

القـــــوى في مجموعة الأعـــداد الحقيقية

1* احسب

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 \quad ، \quad \left(\frac{5}{4}\right)^3 \quad ، \quad (-1)^7 \quad ، \quad -1^7 \quad ، \quad -2^4 \quad ، \quad (-2)^4$$

$$-5^0 \quad ، \quad (-5)^0 \quad ، \quad (-10)^3 \quad ، \quad -10^3 \quad ، \quad (-10)^2 \quad ، \quad -10^2$$

2* احسب

أ) 2^{-3} ، 3^{-2} ، $(-5)^{-2}$ ، $(-7)^{-1}$ ، -6^{-3} ، 5^{-1} ، $(-1)^{-3}$ ، 1^{-5} ، -1^{-4}

ب) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ، $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ ، $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}$ ، $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-1}$ ، $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$ ، $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

ج) 10^{-1} ، 10^{-2} ، 10^{-3} ، 10^{-4} ، $(-10)^{-2}$ ، $(-10)^{-3}$ ، -10^{-4} ، $(-0,01)^2$ ، $(0,1)^{-2}$ ، $(0,1)^3$

قوة عدد حقيقي دليلها صحيح نسبي

3* احسب $(\sqrt{2})^2$ ، $(-\sqrt{5})^2$ ، $(-\sqrt{3})^2$ ، $(\sqrt{3})^3$ ، $\sqrt{5}^3$ ، $(-\sqrt{5})^3$ ، $(2\sqrt{2})^4$ ، $(-2\sqrt{3})^3$

$(\sqrt{2})^{-6}$ ، $(-\sqrt{3})^{-4}$ ، $(-\sqrt{5})^{-2}$ ، $-\sqrt{7}^{-3}$ ، $\sqrt{2}^{-10}$ ، $(2\sqrt{3})^{-2}$ ، $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-4}$ ، π^{-2}

$\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2$ ، $\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$ ، $\left(-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^0$ ، $(-\pi)^2$ ، π^0 ، $\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2$

4** احسب العبارات التالية:

$$E = -5(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{2})^2 \qquad F = -9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2$$

$$G = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 10^1 \qquad H = -2 + 2\sqrt{2}^3 + \sqrt{2}^2 - (-\sqrt{2})^3 \qquad I = \sqrt{3}^3 - \sqrt{3}$$

5** احسب العبارات التالية:

$$A = (\sqrt{3})^{-4} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \qquad B = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-1} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$C = 5 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-1} \qquad D = (3\sqrt{3})^{-2} - 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3$$

$$E = \sqrt{2}^4 \times 2^{-2} + \sqrt{2}^{-2} \times \sqrt{6}^2 - 3^{-3} \times \sqrt{3}^2 \qquad F = -2^{-2} - (-2)^2 - 2^{-2} - (-2)^{-2}$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

6 احسب

$$G=\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}+(\sqrt{2})^{-2}\times(\sqrt{5})^{2} \qquad H=\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}\times(-\sqrt{3})^{6}-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$$

$$I=5(\sqrt{5})^{-4}-3(\sqrt{5})^{-2}-\left(-\frac{5}{2}\right)^{-1} \qquad J=\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-2}+\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{2}-(3\sqrt{3})^{2}$$

7 اكتب في صيغة $a\times10^{n}$ حيث a و n عددان صحيحان نسبيان

3000 ، -50000 ، $0,007$ ، $-0,25$ ، $0,0121$ ، $2,3$ ، $-29,145$

8 أعط الكتابة العلمية للأعداد التالية

$257,63.10^{-5}$; $147,24\times10^{7}$; $0,00512\times10^{-14}$

$0,00274\times10^{15}$; $6,02\times10^{-34}$; $25,987.10^{-26}$

9 اكتب في صيغة $a\times10^{n}$ حيث a و n عددان صحيحان نسبيان ثم اعط الكتابة العلمية للأعداد التالية

$0,00000000512\times0,00003125$; $0,00000000125\times8\times10^{24}$

$8963\times10^{11}\times0,011\times10^{-2}$; $0,000416\times10^{15}\times0,0025\times10^{-14}$

10 أبعد كواكب المجموعة الشمسية هو بلوتون ويبعد عنها 39,5 وحدة فلكية . إذا علمت أن الوحدة الفلكية تساوي 150 مليون كيلومتر أعط الكتابة العلمية بالكيلومتر لبعد بلوتون عن الشمس.

$\sqrt{a^{n}}=\sqrt{a}^{n}$ حيث a عدد حقيقي موجب

11 1) احسب $\sqrt{2^{-2}\times3^{2}\times5^{4}}$ ، $\sqrt{2^{4}\times3^{6}}$ ، $\sqrt{5^{2}\times7^{4}\times11^{2}}$ ، $\sqrt{2^{-3}\times3^{3}\times7}$ ،

$$\sqrt{\frac{3^{6}\times5^{2}}{7^{-4}\times9^{4}}}$$

2) أ) فكّك إلى جذاء عوامل أولية الأعداد التالية

20736 ; 5625 ; 1764 ; 8712

ب) استنتج حساب كلّ من الأعداد التالية

$\sqrt{20736}$. $\sqrt{5625}$. $\sqrt{1764}$. $\sqrt{\frac{8712}{5625}}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

خاصيات القوى

قـوة جـــداء $(ab)^n = a^n b^n$

12** اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي ثم اختصر

$(-\sqrt{3})^3 \times (2\sqrt{3})^3$ ، $(\sqrt{2})^{-11} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-11}$ ، $\left(\frac{3}{5}\right)^{-7} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-7}$ ، $\sqrt{6}^4 \times \sqrt{3}^4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$ ، $(0,02)^{-4} \times 50^{-4}$

قـوة قـوة $(a^n)^p = a^{n \times p}$

13* اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي:

$\left[(-\sqrt{2})^3\right]^2$ ، $\left[(\sqrt{5})^{-2}\right]^{-4}$ ؛ $(\pi^3)^5$ ، $\left[\left(-\frac{7}{2}\right)^{-2}\right]^2$ ، $\left(\sqrt{13}^{-2}\right)^3 \times \left(\sqrt{13}^{-4}\right)^{-2}$

14** اكتب في صيغة قوة عدد صحيح طبيعي ثم احسب

أ) $\sqrt{7}^6$ ، $\sqrt{2}^{10}$ ، $\sqrt{5}^4$ ، $(-\sqrt{3})^8$ ، $\sqrt{2}^{12}$ ، $(0,01)^{-3}$

ب) بيّن أن $\sqrt{a}^{2n} = a^n$ حيث a عدد حقيقي موجب و n عدد صحيح طبيعي .

15** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب

$\left[\left(\frac{7}{4}\right)^2\right]^{\cdots} = \left(\frac{7}{4}\right)^{12}$. $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{\cdots} = \left(\frac{3}{5}\right)^6$. $\left[\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^{\cdots}\right]^8 = \left(\frac{7}{2}\right)^{16}$

$\left[\left(\frac{4}{9}\right)^{\cdots}\right]^3 = \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^6$. $\left[\left(-\frac{5}{2}\right)^{\cdots}\right]^{-4} = \left(\frac{2}{5}\right)^{12}$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\cdots} = 2^3$

16** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب

$\sqrt{2}^{\cdots} \times 5^{12} = 10^{12}$ ، $8^{\cdots} \times \sqrt{5}^{\cdots} = 10^{12}$ ، $\sqrt{2}^{\cdots} \times \sqrt{5}^{\cdots} = 10^5$ ، $\sqrt{\frac{2}{3}}^{12} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{\cdots} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\cdots}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

جداء قوتين لنفس العدد $a^n a^p = a^{n+p}$

17* اكتب في شكل قوة عدد حقيقي $\sqrt{2}^5\sqrt{2}^3$ ، $\left(\frac{4}{3}\right)^7 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$ ، $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-8} \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^7 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ، $\sqrt{3}^{-3} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$ ، $\left(\frac{5}{3}\right)^{-4}\sqrt{\frac{3}{5}}^{10}$ ، $\sqrt{8}^2\sqrt{5}^6$ ، $\sqrt{27}^{-3} \times \sqrt{2}^{-9}$

18** أكمل كلّ فراغ بالعدد الصحيح المناسب .

$\left(\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{\cdots} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ ، $\left(\frac{7}{5}\right)^{-9} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{\cdots} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-3}$ ، $\left(\frac{10}{3}\right)^4 \times \left(\frac{10}{3}\right)^{\cdots} = \frac{1000}{27}$ ، $\sqrt{2}^7 \times 2^{\cdots} = \sqrt{2}^{11}$

$\sqrt{5}^{\cdots} \times 125 = 5^{-5}$ ، $3^{\cdots} \times 3^{-7} = \sqrt{3}^{-10}$ ، $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{\cdots} \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^9$

$\left(\sqrt{\frac{9}{11}}\right)^{\cdots} = \left(\frac{9}{11}\right)^{-4}$ ، $\left(\sqrt{\frac{4}{11}}\right)^6 \times \left(\frac{9}{11}\right)^{\cdots} = \left(\frac{9}{11}\right)^{-4}$

$\left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^{\cdots} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-4} = \frac{25}{16}$ ،

19** أ) بيّن أنّ حجم موشور قائم ارتفاعه $2a$ وقاعدته مثلث قائم ومتقايس الضلعين طول ضلعه القائم a يساوي حجم مكعّب طول حرفه a .

ب) بيّن أنّ حجم مخروط دوراني ارتفاعه $3R$ وشعاعه R يساوي $\frac{3}{4}$ حجم كرة شعاعها R

ج) احسب بدلالة b ارتفاع هرم حجمه b^3 وقاعدته مربّع طول ضلعه b

قوة خارج قسمة $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

20** اختصر:

$\frac{6^{-7}}{15^{-7}}$ ، $\frac{(8\pi)^5}{(2\pi)^5}$ ، $\frac{(\sqrt{32})^{-6}}{(\sqrt{8})^{-6}}$ ، $\frac{(-2\sqrt{14})^{-10}}{(\sqrt{28})^{-10}}$ ، $\frac{10^{-6}}{125^{-2}}$ ، $\frac{(0{,}01)^{-3}}{20^6}$ ، $\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{-3}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}}$ ، $\frac{\left(-\frac{16}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

قوة خارج قسمة دليلها سالب $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

21** اكتب في صيغة a^n حيث a عدد حقيقي و n عدد صحيح طبيعي ثم اختصر

$\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^{-9}\times\left(\frac{15}{8}\right)^{9}$ ، $\left(\frac{3\pi}{4}\right)^{7}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-7}$ ، $\left(\frac{2}{3}\right)^{-8}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-8}$ ، $\left(\frac{2}{7}\right)^{-11}$ ، $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ ، $\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}$

22** احسب $a=\frac{2\times10^{-7}\times5\times10^{3}}{10^{-2}\times(0,01)^{-1}}$ ، $b=\frac{\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^{-2}}$ ، $c=\frac{\sqrt{3}\sqrt{27}^{3}}{3^{4}}$ ، $d=\frac{(0,02)^{-3}\times5^{-3}}{(0,5)^{2}\times\sqrt{2}^{4}}$

$e=\frac{(0,5)^{-4}\times20^{-4}}{5^{-6}\times\sqrt{2^{-12}}}$ ، $f=\frac{3\times10^{-5}\times5000}{0,003\times10^{-3}}$ ، $g=\frac{0,0015\times(0,01)^{-2}}{0,0003\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-1}}$

23** نعتبر العبارة $E=\left(\frac{a}{b}\right)^{2}$ ، احسب E في كلّ حالة من الحالات التالية

أ) $a=\frac{2}{3}$ و $b=-\frac{2}{3}$ ب) $a=\sqrt{2}$ و $b=-\sqrt{3}$ ج) $a=0,01$ و $b=\frac{1}{1000}$

24*** احسب

$e=\frac{(-0,001)^{2}\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-2}}{(0,01)^{-3}\times(10^{4})^{-1}}$ ، $f=\frac{75^{-2}\times\sqrt{2}^{10}\times4^{-2}}{(3^{2})^{-1}\times5^{-4}}$ ، $g=\frac{5^{-4}+5^{-4}+5^{4}+5^{-4}+5^{-4}}{(0,01)^{2}}$

$h=2^{-3}\times(\sqrt{2})^{18}\times\frac{\sqrt{5}^{6}}{5^{-3}}\times(10^{-2})^{3}$ ، $k=\frac{\left(\sqrt{18}-\sqrt{2}\right)^{4}}{\sqrt{2^{10}}}$ ، $l=\frac{2^{-7}\times\sqrt{5^{16}}}{\sqrt{2}^{-20}\times5^{5}}$

خارج قسمة قوتين لنفس العدد $\frac{a^{n}}{a^{p}}=a^{n-p}$:

25* اكتب في صيغة قوة عدد حقيقي ثم احسب

$\frac{5^{4}}{5^{2}}$ ، $\frac{3^{-1}}{3^{2}}$ ، $\frac{\pi^{-1}}{\pi^{-2}}$ ، $\frac{\sqrt{2}^{7}}{\sqrt{2}^{4}}$ ، $\frac{(2\sqrt{3})^{-7}}{(2\sqrt{3})^{-5}}$ ، $\frac{10^{-4}}{10^{-6}}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

مقارنة عددين حقيقيين:

1* قارن بين a و b في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $a=-\frac{8}{3}$ و $b=\frac{7}{5}$ ب) $a=1,4$ و $b=\sqrt{2}$ ج) $a=-1,4$ و $b=-\sqrt{2}$

2* قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=-\frac{4}{3}$ و $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}$ ب) $x=3\sqrt{5}$ و $y=-7\sqrt{7}$

ج) $x=\frac{11}{6}$ و $y=\frac{\sqrt{3}}{6}$ د) $x=-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ و $y=\frac{-2\sqrt{3}}{7}$

3** قارن بين a و b في كل حالة من الحالات:

أ) $a=\frac{1+\sqrt{2}}{11}$ و $b=\frac{1+\sqrt{2}}{5}$ ب) $a=-2-\sqrt{5}$ و $b=5+\sqrt{3}$

ج) $a=\frac{\sqrt{2}}{6+\sqrt{10}}$ و $b=\frac{1}{6+\sqrt{10}}$ د) $a=\frac{-5}{2-\sqrt{3}}$ و $b=\frac{-11}{2-\sqrt{3}}$

هـ) $a=\frac{-11}{\sqrt{5}}$ و $b=\frac{11}{\sqrt{5}+3}$ و) $a=-\frac{6}{3}\times(-1-\sqrt{5})$ و $b=-\sqrt{5}$

المقارنة بحساب الفارق:

4* أكمل الجدول التالي بوضع علامة "X" في الخانة المناسبة

	a < b	a > b		a < b	a > b
$a-b=-\frac{17}{5}$			$b=a-4\sqrt{3}$		
$a-b=1+\sqrt{2}$			$-b-(2+\sqrt{3})=-a$		
$a-b=-2-\sqrt{5}$			$a-\left(b+\frac{1}{4}\right)=0$		
$a-\sqrt{7}=b$			$-b+a=-\frac{5\sqrt{6}}{3}$		

5** لرابح مبلغ (x) من المال ولأخيه فرج مبلغ(y) بحيث $x<y$ ، استثمرا هما فتضاعف مبلغ كل منهما ثلاث مرات لكن فرج أنفق منه ضعف المبلغ الذي كان عند رابح بينما أنفق رابح ضعف المبلغ الذي كان عند فرج. من أصبح مبلغه أكبر من مبلغ الآخر ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

6** قارن بين x و y إذا علمت أن $a-b=2-\sqrt{2}$

أ) $x=a-\frac{1}{2}$ و $y=b-\sqrt{2}$ ب) $x=\sqrt{3}-a$ و $y=-2-b$

ج) $x=-b+2\sqrt{2}$ و $y=-\frac{1}{3}-a$ د) $x=a-\sqrt{2}$ و $y=b-\sqrt{2}$

7** a و b عددان حقيقيان بحيث $a\le b$. قارن بين:

أ) $5a-8b$ و $8a-11b$ ب) $\frac{8}{5}a+b$ و $\frac{3}{5}a+2b$

ج) $\frac{3a}{2}\sqrt{5}-\frac{b\sqrt{5}}{4}$ و $a\sqrt{5}+\frac{b}{4}\sqrt{5}$ د) $\frac{5}{6}a+3b$ و $-\frac{1}{6}a+4b$

8** قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $x=\sqrt{7}-\frac{2}{5}$ و $y=-\frac{7}{6}+\sqrt{7}$ ب) $x=\frac{14}{3}-\sqrt{6}$ و $y=\frac{5}{2}-\sqrt{6}$

ج) $x=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ و $y=\frac{1-\sqrt{2}}{3}$ د) $x=\frac{5+\sqrt{3}}{3}$ و $y=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

الترتيب والجمع:

9* نعتبر x عددا حقيقيا

1) رتب الأعداد التالية x و $x-1$ و $x+1$.

2) بيّن أن $x\le x+a$ وأن $x-a\le x$ مهما يكن العدد الحقيقي الموجب a.

3) بيّن أن $x\ge x+b$ وأن $x-b\ge x$ مهما يكن العدد الحقيقي السالب b.

10* x و y عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $x\le y$

قارن بين أ) $x+\sqrt{2}$ و $y+\sqrt{3}$ ب) $x-\frac{\sqrt{3}}{5}$ و $y+\frac{\sqrt{6}}{3}$

11** قارن بين a و b في كل من الحالات التالية:

أ) $a=2-\sqrt{10}$ و $b=3-\sqrt{5}$ ب) $a=2\sqrt{5}-6$ و $b=8\sqrt{5}-4$

ج) $a=\sqrt{17}+\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{15}-\sqrt{11}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

الترتيب والضرب:

12* نعتبر عددين حقيقيين a و b بحيث $a \leq b$. قارن بين:

أ) $a\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $b\frac{\sqrt{3}}{2}$ ب) $-a\sqrt{55}$ و $-b\sqrt{55}$

ج) $a(1-\sqrt{2})$ و $b(1-\sqrt{2})$ د) $\frac{a}{3}(\sqrt{3}-1)$ و $\frac{b}{3}(\sqrt{3}-1)$

13* x و y عددان حقيقيان موجبان بحيث $x \leq y$. قارن بين:

أ) $2x$ و $3y$ ، ج) $x\sqrt{5}$ و $y\sqrt{7}$ ، هـ) $3x+1$ و $5y+2$

ب) $2y$ و $x\sqrt{3}$ ، د) $4y\sqrt{3}$ و $3x\sqrt{5}$ ، و) $-4y+1$ و $-4x+\sqrt{2}$

14** x و y عددان حقيقيان. قارن بين x و y في الحالات التالية:

أ) $-2x \geq -2y$ ب) $\sqrt{3}-x \geq -y+\sqrt{3}$

ج) $8y-5 \leq 8x-5$ د) $4x < 4y-\sqrt{5}$

15** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $x+y<5$ و $x-y<2$. بيّن أن $x<\frac{7}{2}$

16** أ) a و b عددان حقيقيان بحيث $5 \leq a+b$ و $a-b \leq -3$ بين أن $a \leq 1$

ب) بين أنه إذا كان $a+b>4$ و $b<-1$ فإنّ $a>5$

مقارنة مقلوبي عددين حقيقيين مخالفين للصفر

17** قارن بين a و b واستنتج مقارنة بين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $a=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}$ و $b=4(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ب) $a=\sqrt{2}-\sqrt{27}$ و $b=\sqrt{8}-\sqrt{12}$

ج) $a=\frac{1+\sqrt{5}}{3}$ و $b=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ د) $a=\frac{\sqrt{3}}{2}+2$ و $b=\frac{\sqrt{3}}{3}+1$

مقارنة مربّعي عددين حقيقيين - مقارنة جذور تربيعية

18** قارن بين m و n في كل حالة من الحالات التالية:

أ) $m=\sqrt{7}$ و $n=\sqrt{9}$ ب) $m=\frac{\sqrt{11}}{3}$ و $n=\frac{7}{2}$ ج) $m=-\frac{4}{5}$ و $n=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $m=7\sqrt{3}$ و $n=6\sqrt{5}$ هـ) $m=-3\sqrt{6}$ و $n=-5\sqrt{2}$ و) $m=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ و $n=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

19** أ) قارن بين $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{4}$ واستنتج أن $\frac{3}{4}\sqrt{2} < \frac{5}{6}\sqrt{3}$

ب) قارن بين 3 و $\sqrt{7}$ واستنتج أن $2(1+\sqrt{7}) < 8$

ج) بيّن أن $\frac{3}{4}\sqrt{10} - 1 < \frac{4}{5}\sqrt{11} + 1$

د) بيّن أن $1 - 2\sqrt{5} < 3 - 2\sqrt{3}$

20** نعتبر العددين $x = \sqrt{9} - \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{\frac{28}{9}}$ و $y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} - \frac{3}{\sqrt{3}-2}$

أ) بيّن أن $x = 3 + 3\sqrt{7}$ و $y = 3 + 5\sqrt{3}$

ب) قارن بين x و y ثم استنتج مقارنة بين $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$

21** نعتبر العددين $a = 2 - \sqrt{3}$ و $b = 1 - \sqrt{6}$

1) قارن بين a و b. 2) قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{6}$ 3) قارن بين a^2 و b^2.

22** احسب: $A = \left|2 - 3\sqrt{2}\right| + \frac{7}{2}$ $\quad B = \left|3 - \sqrt{5}\right| + \left(\sqrt{5} - \frac{6}{5}\right)$

$C = \left|\frac{5}{3} - \sqrt{3}\right| - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\quad D = \left|7 - 3\sqrt{6}\right| - \left|-\sqrt{6}\right|$

23** احسب: $a = \left|\sqrt{7} - 3\right| - \left|\sqrt{5} - 2\right|$ $\quad b = \left|2\sqrt{3} - 1\right| + \left|11 - 2\sqrt{3}\right|$

$c = \left|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right| + \left|21 - 3\sqrt{2}\right| - \left|7 - 5\sqrt{3}\right|$ $\quad d = \left|3\sqrt{5} - 2\sqrt{6}\right| + \left|-\sqrt{5} - 6\right| - \left|\sqrt{6} + 4\right|$

$e = \left|\sqrt{6} - 3\sqrt{2}\right| - \left|\sqrt{3} - 2\right| - \left|\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\right|$ $\quad f = \sqrt{(5\sqrt{5} - 4\sqrt{7})^2} - \sqrt{(2\sqrt{7} - 3\sqrt{5})^2}$

مسائل إدماجية:

24** a و b و x و y أربعة أعدد حقيقية .

1) بيّن أنّ إذا كان $\frac{2}{3}x - 3 < \frac{1}{3}$ فإنّ $x < 5$.

2) بين أنّ إذا كان $a + b > 5$ و $a - b > 2$ فإنّ $a^2 - b^2 > 10$

25*** نعتبر الأعداد $a = \frac{\sqrt{2}^3}{\sqrt{2}(\sqrt{3})^{-1}}$ و $b = \frac{(1-\sqrt{3})^2}{2}$ و $c = \sqrt{50} - 2\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$

1) بيّن أن $a = 2\sqrt{3}$ و $b = 2 - \sqrt{3}$ و $c = 3\sqrt{2}$

2) أ) رتب تصاعديا الأعداد a و b و c.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ب) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد $2+\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ و $4\sqrt{3}$

ج) استنتج أيضا أن $\frac{1}{3\sqrt{2}} \le \frac{1}{2\sqrt{3}} \le \frac{2}{(1-\sqrt{3})^2}$

26* ** نعتبر العددين $x=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ و $y=\frac{1}{3}\sqrt{3}$

1) بين أن $x > y$.

2) استنتج مقارنة لكل عددين من الأعداد التالية.

أ) $5y-\frac{1}{2}$ و $5x-\frac{1}{2}$ ب) $-2y+\sqrt{3}$ و $-2x+\sqrt{2}$ ج) $xy\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ و $x^2\sqrt{3}+1$

3) أ) احسب الأعداد x^2 و x^3 و x^4 ثم رتب الأعداد x و x^2 و x^3 و x^4 تصاعديا.

ب) استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد $\frac{1}{x^4}$ و $\frac{1}{x^3}$ و $\frac{1}{x^2}$ و $\frac{1}{x}$ ثم للأعداد $\frac{1}{x^2}$ و $\frac{1}{x}$ و 1 و x^2.

27* 1) رتب تصاعديا الأعداد $\sqrt{2}+1$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}-1$

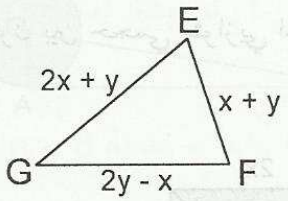
2) استنتج أن: أ) $\sqrt{2} < \sqrt{3}+1 < \sqrt{2}+2$ ب) $1 < \sqrt{3}(\sqrt{2}+1) < 3+2\sqrt{2}$

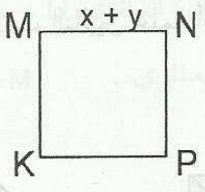
ج) $1-\frac{1}{\sqrt{2}} < \sqrt{\frac{3}{2}} < 1+\frac{1}{\sqrt{2}}$ د) $1-\sqrt{2} < 2-\sqrt{3} < 3-\sqrt{2}$

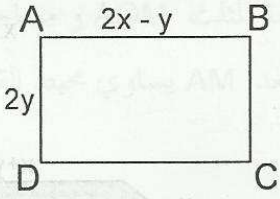
28* a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $a \le b$

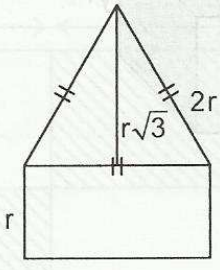
1) بيّن أن $\frac{b}{a} \le \frac{b^2}{a^2}$ 2) بيّن أن $\frac{a+1}{b} \le \frac{b+1}{a}$

29 رتب محيطات الأشكال التالية إذاعلمت أن $y > x$ حيث ABCD مستطيل و MNPK مربع و EFG مثلث.

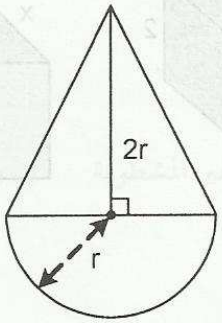








(2)

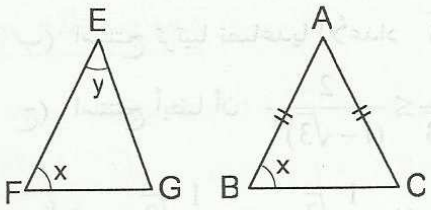


(1)

30 قارن بين مساحتي الشكلين المقابلين .

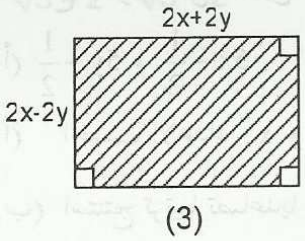
COLLEGE.MOURAJAA.COM

31* قارن بين $\hat{A}$ و $\hat{G}$ إذاعلمت أن $x > y$.

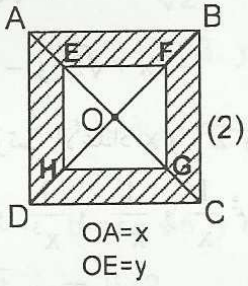


32* رتّب المساحات المشطوبة في الأشكال التالية ترتيبا تصاعديّا

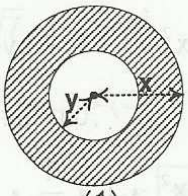
إذاعلمت أن $x > y$ و أن ABCD و EFGH مربعان .



(3)

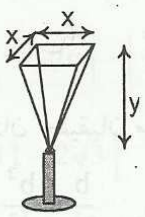


(2)

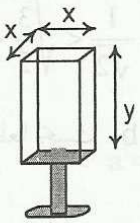


(1)

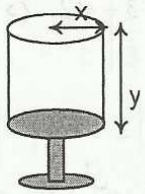
33** رتب تنازليا سعات الكئوس الممثلة بالأشكال التالية حيث x و y عددان حقيقيان يحققان $y > x > 1$.



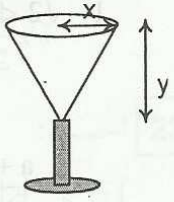
(4)



(3)

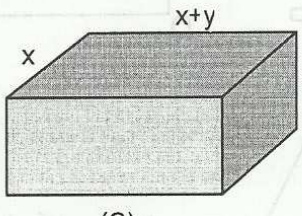


(2)

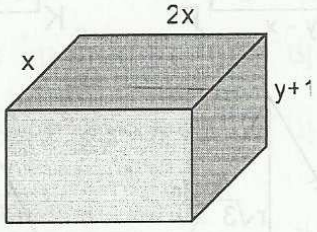


(1)

34** قارن بين حجمي متوازيي المستطيلات التاليين علما أن $x > 1$.



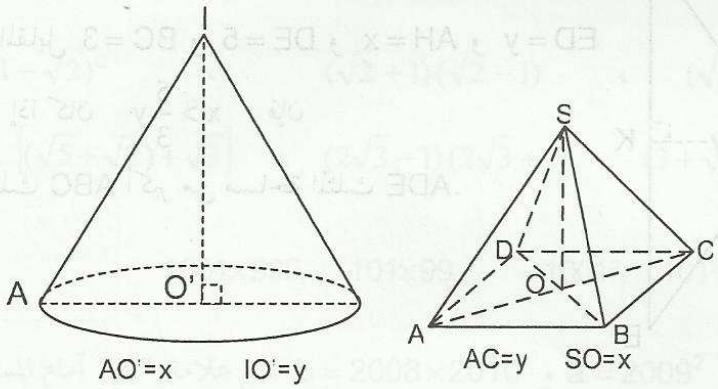
(2)



(1)

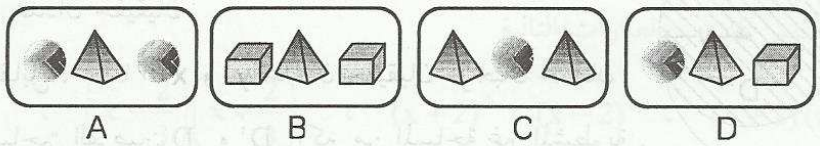
COLLEGE.MOURAJAA.COM

35 قارن بين حجمي الهرم المنتظم والمخروط الدوراني علما أن $x > y$.

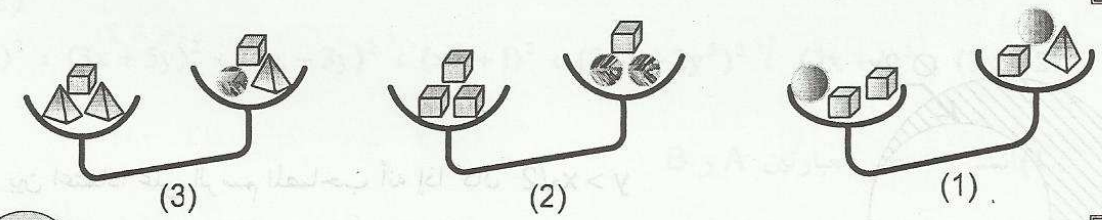


36 لاحظ الرسم أسفله ، علما أن الأجسام التي لها نفس الشكل لها نفس الوزن

وأن ترتيب الأوزان هو $A > B > C$. ما موقع الوزن D من الترتيب ؟

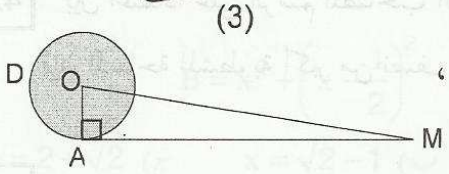


37 لاحظ الرسوم التالية ثم رتب تصاعديا P و B و C كتل الهرم والكرة والمكعب على التوالي .



38 قارن بين مساحة المثلث AOM و مساحة القرص الدائري D ،

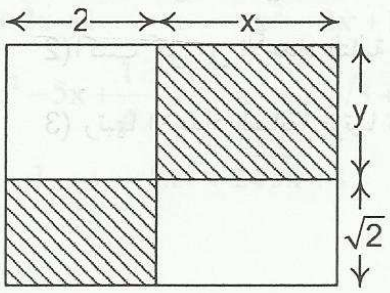
إذا علمت أن البعد AM يساوي محيط القرص الدائري .



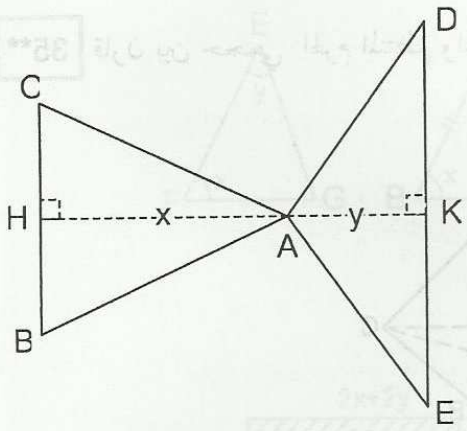
39

قارن في الرسم المقابل المساحة المشطوبة والمساحة غير المشطوبة

إذا علمت أن $x > 2$ وأن $y > \sqrt{2}$.



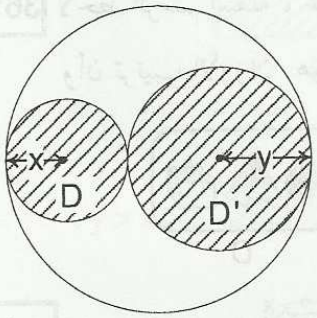
موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



40** في الرسم المقابل $BC=3$ و $DE=5$ و $AH=x$ و $ED=y$

بين أن إذا كان $x>\frac{5}{3}y$ فإن

مساحة المثلث ABC أكبر من مساحة المثلث ADE.

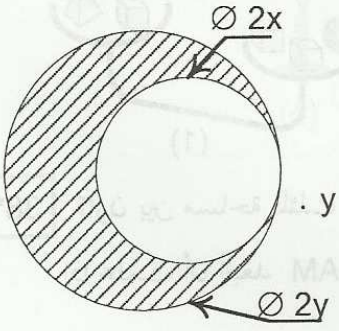


41** 1) بين أن $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ وأن $(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$

حيث x و y عددان حقيقيان

2) تأمل الرسم المقابل ، علما أن x و y عددان حقيقيان موجبان مختلفان

بين أن مجموع مساحتي القرصين D و D' أكبر من المساحة غير المشطوبة .



42** بين اعتمادا على الرسم المصاحب أنه إذا كان $y>x\sqrt{2}$

فإن المساحة المشطوبة أكبر من نصف مساحة القرص الدائري الذي شعاعه y .

43** a و b عددان موجبان قطعا بحيث $a>b$.

1) بين أن $1-\frac{1}{a}>1-\frac{1}{b}$.

2)اكتب كل من الأعداد التالية في صيغة $1-\frac{1}{a}$.

$\frac{27}{28}$, $\frac{42}{43}$, $\frac{85}{86}$, $\frac{61}{62}$

3) رتبها الأعداد السابقة ترتيبا تصاعديا .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ، $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ، $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

1* احسب

$(\sqrt{3}+1)^2$ ، $(1-\sqrt{2})^2$ ، $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ ، $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$

$\left[(\sqrt{5}+\sqrt{2})-\sqrt{3}\right]\left[(\sqrt{5}+\sqrt{2})+\sqrt{3}\right]$ ، $(2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1)$ ، $(3+\sqrt{5})^2$ ، $\left(\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)^2$

2* احسب 99^2, 999^2, 101^2, 1001^2 ، 101×99, 1001×999

3* نعتبر العددين الحقيقيين $a=2009^2$ و $b=2008\times2010$ ضع علامة "X" أمام المساواة المحقّقة .

☐ $a=b+1$ ☐ $a^2=b^2-1$ ☐ $a=b$

☐ $a-1=b$ ☐ $a=b-1$ ☐ $a=2b$

4* انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ ، $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2$ ، $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$ ، $(x+2)^2$ ، $(x-2)^2$ ، $(x+2)(x-2)$

$\left(5x-\frac{1}{2}\right)^2$ ، $(x\sqrt{2}+\sqrt{3})(x\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ، $(x+\sqrt{3})^2$ ، $(x-\sqrt{3})^2$ ، $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$(x\sqrt{5}+1)^2$ ، $(3x+5y)^2$ ، $(2x-3y)^2$ ، $(x^2+1)^2$ ، $(3x^2-2y^3)^2$ ، $(2x+1)^2$ ، $(3x-2)^2$

5** 1) انشر واختصر العبارتين A و B

$A=\left(x-3\sqrt{2}\right)^2-\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$, $B=x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

2) احسب A و B في الحالات التالية أ) $x=\sqrt{2}$ ب) $x=\sqrt{2}-1$ ج) $x=2+\sqrt{2}$

6** فكّك إلى جذاء عوامل

x^2-4 ، x^2+4x+4 ، x^2-1 ، x^2-2x+1 ، x^2+2x+1

$x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$ ، $x^2+x+\frac{1}{4}$ ، x^2-3 ، $x^2+2x\sqrt{3}+3$ ، $25x^2-5x+\frac{1}{4}$

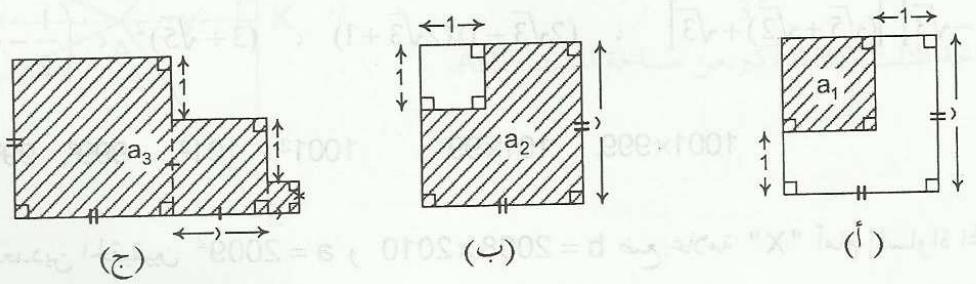
$9x^2-12x+4$ ، $4x^2+4x+1$ ، $x^2-\frac{4}{9}$ ، $5x^2+2\sqrt{5}x+1$ ، $2x^2-3$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

7** أ) اكتب بدلالة x المساحة المشطوبة a_1 و a_2 و a_3 في كلّ من الرسوم أسفله حيث x عدد حقيقي أكبر من 1

ب) انشر العبارة المتحصّل عليها في (أ) و(ج) .

ج) فكّك إلى جذاء عوامل العبارات المتحصّل عليها في (ب) .



(أ) (ب) (ج)

8** احسب العبارات التالية

$M=(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$

$N=(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}-1)^2$

$P=(\sqrt{5}-2)^2-2(1+\sqrt{5})^2$

$Q=\sqrt{7}-3(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{7}-3)^2$

$R=2-\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+2\right)-2\sqrt{2}\left(2-\sqrt{2}\right)^2$

$S=-3+\sqrt{3}\left(3+\sqrt{3}\right)-\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)$

9** انشر واختصر كلاّ من العبارات التالية:

$A=(2x-3)(2x+3)+(x+2)$

$B=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-(x-1)(x+1)$

$C=5-2(x-2)^2+3(2x-1)$

$D=2(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

$E=(x+\sqrt{3})^2-(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})+(x-\sqrt{3})^2$

$F=(3x+1-\sqrt{2})(3x-1+\sqrt{2})$

10* أ) احسب

$\left(2-\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)$ ، $\left(2\sqrt{3}+1\right)\left(2\sqrt{3}-1\right)$ ، $\left(3\sqrt{2}-4\right)\left(3\sqrt{2}+4\right)$

ب) استنتج كتابة بمقام صحيح للأعداد التالية

$\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$ ، $\frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$ ، $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}$ ، $\frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+4}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

11* احسب $\frac{a}{b}$ في الحالات التالية

أ) $a=\frac{4-\sqrt{15}}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}$ و $b=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}{4+\sqrt{15}}$

ب) $a=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}$

ج) $a=\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}+3}$ و $b=\frac{2\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}+1}$

د) $a=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

12** احسب

$a=\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}$

$b=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

$c=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\frac{2}{\sqrt{2}-1}$

$d=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

13** احسب

$e=1-\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})^{-1}$

$f=\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)-\sqrt{3}(2-\sqrt{3})^{-1}$

$g=\frac{1}{2\sqrt{5}-2}-(2\sqrt{5}+2)^{-1}$

$h=2(\sqrt{5})^{-1}-\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)^{-1}$

14** أ) بيّن أنّ $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2=xy$

ب) استنتج أنّ $\left(\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}\right)^2=6\sqrt{6}$

15** احسب العبارتين A و B إذا علمت أن $a+b=3\sqrt{2}$ و $ab=4$

$A=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$

$B=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2$

16** نعتبر العددين $a=3+2\sqrt{2}$ و $b=3-2\sqrt{2}$

أ) بيّن أنّ a هو مقلوب b

ب) احسب a^2 و b^2

ج) احسب $a^3b+ab^3+a^2b^2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

17** نعتبر العددين $a=5\sqrt{2}-7$ و $b=5\sqrt{2}+7$

1) احسب a^2 و b^2 و ab

2) نعتبر العبارة $E=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$

أ) بيّن أنّ $E=\frac{a^2+b^2+2ab}{ab}$

ب) احسب القيمة العددية للعبارة E .

18** نعتبر العددين $a=7+4\sqrt{3}$ و $b=7-4\sqrt{3}$

1) احسب a^2 و b^2 و ab و $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$

2) احسب $(7+4\sqrt{3})^{12}(7-4\sqrt{3})^{12}$ و $(7+4\sqrt{3})^{12}(7-4\sqrt{3})^{13}$

19** 1) أ) بيّن أن $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

ب) استنتج حساب $1000{,}001^2-999{,}999^2$

ج) احسب ab إذا علمت أن $a+b=18$ و $a-b=4$

2) أ) بيّن أن $(a+1)^2-(a-1)^2=4a$

ب) احسب إذن 1001^2-999^2 ، 10001^2-9999^2

20** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$(x+3)^2-1$, $(2x+5)^2-9$, $(3x-4)^2-25$, $(2x-1)^2-16$, $\left(5x-\sqrt{2}\right)^2-2$

21** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$A=9x^2-\frac{16}{9}$ $\quad B=(x+3)^2-25x^2$ $\quad C=(3x+2)^2-(2x-1)^2$

$D=(2x-3)^2-(x+1)^2$ $\quad E=9(x+2)^2-(2x+1)^2$ $\quad F=4(x+1)^2-36(x-2)^2$

22** فكك كلاّ من العبارات التالية إلى جذاء عوامل

$E=(2x-1)^2+4x-2$ $\quad F=(x-5)(2x+7)+x^2-25$

$G=x^2+4x+4-5(x+2)$ $\quad H=-x^2+6x-9$

$I=(3x+2)^2-x^2-2x-1$ $\quad J=(x+\sqrt{3})(3x-2\sqrt{3})-x^2+3$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

23* فكك إلى جذاء 3 عوامل

$A = 2x^2 - 2$ $\quad B = x^3 - 4x$ $\quad C = 5x^2 + 10x + 5$

$D = \frac{1}{6}x^2 - x + \frac{3}{2}$ $\quad E = (x+3)x^2 - 9(x+3)$ $\quad F = 4(x+1)^2 - 16x^2$

24* أ) اكتب في صيغة جذاء عوامل كل من $1-\frac{1}{4}$ و $1-\frac{1}{9}$

ب)احسب إذن $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1-\frac{1}{36}\right)\left(1-\frac{1}{49}\right)\left(1-\frac{1}{64}\right)\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)$

25* 1) بيّن أنّ $2-\sqrt{3}$ عدد موجب

2) نعتبر العددين $a=\sqrt{2-\sqrt{3}}$ و $b=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

أ) احسب a^2 و b^2 و ab

ب) احسب $(a+b)^2$

ج) استنتج أنّ $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

26* a و b عددان حقيقيان موجبان ومخالفان للصفر حيث $a=\frac{1}{b}$.

أ)بيّن أنّ $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a+b+2$

ب) استنتج أنّ $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2}$

ج) احسب $\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}$.

27* ضع علامة "X" أمام المساواة المحقّقة .

☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}+\sqrt{6}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=1+\sqrt{5}$
☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=1+2\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3+\sqrt{5}$
☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}-\sqrt{6}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=-3+\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3-\sqrt{5}$

28 نعتبر العبارة $A=(3x+2)^2+(2x-3)(2x+3)-(2x-1)^2$

1) بيّن أن $A=9x^2+16x-6$

2) احسب A في الحالات التالية : أ) $x=-\frac{1}{3}$ ، ب) $x=-\sqrt{2}$ ، ج) $x=\sqrt{3}-1$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

29** نعتبر العبارتين $A=18x^2-2$ و $B=9x^2+6x+1$

1) أ) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل.

ب) بين أن $A=2(3x-1)(3x+1)$

2) بيّن أن $A-B=3(3x+1)(x-1)$

30** نعتبر العبارة $E=x^2+6x-7$

1) أ) احسب العبارة E إذا علمت أن $x=\sqrt{5}-2$

ب) بيّن أن $E=(x+3)^2-4^2$

ج) فكك العبارة E إلى جذاء عوامل

2) نعتبر العبارة $F=x^2+14x+49$

أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة F

ب) بيّن أن $E-2F=-(x+7)(x+15)$

31** نعتبر العبارة $A=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

1) احسب A في الحالتين التاليتين: أ) $x=-7$ ب) $x=\sqrt{2}$

2) بيّن أن $A=x^2+x-2$

3) فكك A إلى جذاء عوامل.

32** نعتبر العبارتين: $A=x^3+x^2-(x+1)$ و $B=x^2-2x+1$

1) احسب A إذا علمت أن $x=\sqrt{3}$

2) بيّن أن $A=(x-1)(x+1)^2$

3) اكتب في صيغة جذاء العبارة B ثم العبارة $A+B$.

33*** نعتبر العبارة $A=(5x-3)^2-2(5x-3)(2x+1)+(2x+1)^2$

أ) انشر واختصر العبارة A.

ب) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A ثم العبارة $A-25$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

34* نعتبر العبارة $A = 9x^2 - 30x + 25$

1) أ) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A

ب) احسب A إذا علمت أن $x = \sqrt{2} + 1$

2) نعتبر العبارة $B = 2(2x-1)^2 + (x-2)^2 - 11$

أ) بيّن أن $B = (3x-2)^2 - 9$

ب) استنتج أنّ $B = (3x-5)(3x+1)$

ج) فكك إلى جذاء عوامل العبارة A+B

35 نعتبر العددين الحقيقيين $x = (\sqrt{5}+2)^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ و $y = 3(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}+1)^2$

أ) بيّن أنّ $x = 4\sqrt{5} + 7$ و أنّ $y = 5\sqrt{3} + 7$

ب) قارن بين x و y

ج) استنتج مقارنة للعددين $\frac{1}{y} + 4\sqrt{5}$ و $\frac{1}{x} + 5\sqrt{3}$

36* 1) نعتبر العدد الحقيقي $x = \frac{10}{\sqrt{5}-1} + \frac{26}{\sqrt{5}+1}$

أ) بيّن أنّ $x = 9 - 4\sqrt{5}$

ب) قارن بين 9 و $4\sqrt{5}$ واستنتج مقارنة بين $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ و $\frac{26}{\sqrt{5}+1}$

2) نعتبر العدد الحقيقي $y = (1+2\sqrt{5})^2 - (5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})$

أ) بيّن أنّ $y = 1 + 4\sqrt{5}$

ب) بيّن أنّ $x < y$

ج) قارن بين $-\frac{y}{3} + 4\sqrt{5}$ و $-\frac{x}{3} + 9$

37* نعتبر العدد الحقيقي $a = 5 - 2\sqrt{6}$

أ) بيّن أنّ $a = (\sqrt{6}-1)^2 - 2$

ب) قارن بين 5 و $2\sqrt{6}$ واستنتج أنّ a عدد موجب قطعا

ج) استنتج أنّ $\sqrt{6} - 1 > \sqrt{2}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

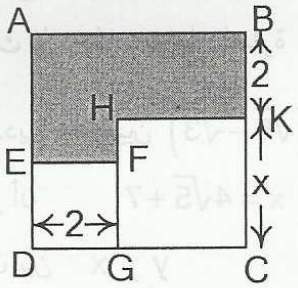
38* نعتبر العدد $a=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (a يسمّى العدد الذهبي)

أ) بيّن أنّ $a^2=a+1$ و أنّ $a-1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ب) احسب $a(a-1)$ واستنتج أنّ $a-1$ هو مقلوب a

ج) بيّن أنّ $\frac{1}{a-1}+a-1=\sqrt{5}$

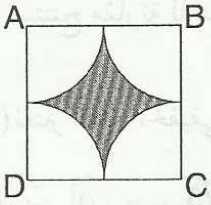
د) رتّب تصاعديا $\frac{1}{a}$ و a و a^2 .



39* عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD و DEFG و CGHK مربعات

و $DG = BK = 2$ و $CK = x$.



40* عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه x و فكك النتيجة إلى جذاء عوامل .

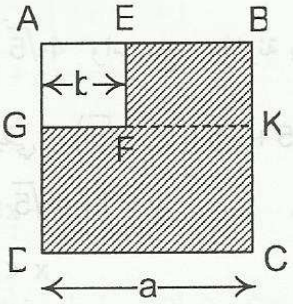
41** في الشكل المقابل ABCD مربع طول ضلعه a

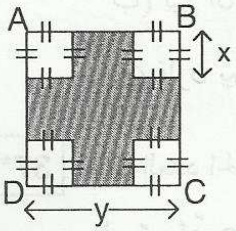
و AEFG مربع طول ضلعه b

أ) اكتب بدلالة a و b وبطريقتين مختلفتين

قيس مساحة الجزء المشطوب

ب) استنتج أن $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.





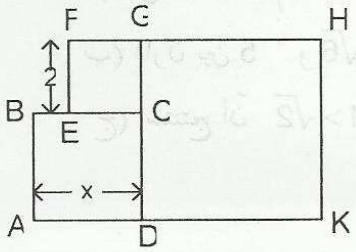
42** عبر بدلالة x و y عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه y و فكك النتيجة إلى جذاء عوامل .

43** في الشكل المقابل ABCD و DGHK و EFGC مربعات .

أ) عبر بدلالة x عن المساحة الجملية للشكل .

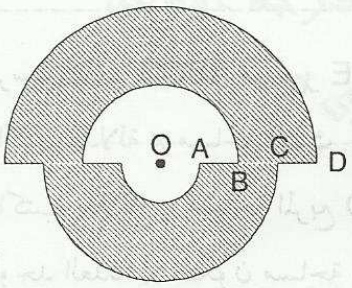
ب) انشر واختصر العبارة المتحصل عليها .



COLLEGE.MOURAJAA.COM

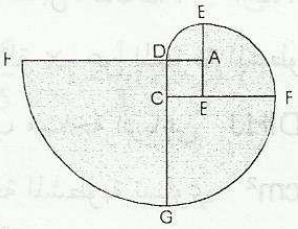
44** عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث $OA = AB = BC = CD = x$



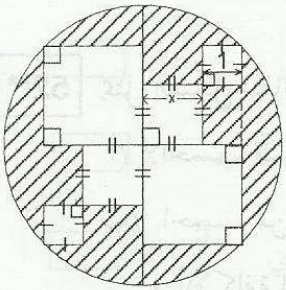
45** بين أن قيس مساحة الشكل المقابل يساوي $\left(1+\frac{15}{2}\pi\right)x^2$

حيث ABCD مربع قيس طول ضلعه x .



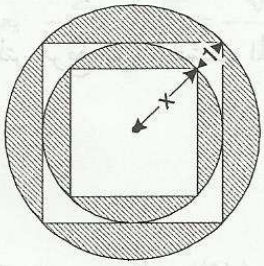
46** بين أن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

تساوي $2(x+1)^2(\pi-1)-2(x^2+1)$.



47** بين أن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

تساوي $(\pi-2)\left[(x+1)^2+x^2\right]$.

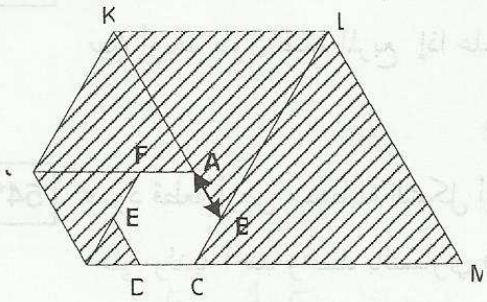


48** عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة في الشكل المقابل

حيث ABCDEF سداسي منتظم قيس طول ضلعه x

و IED و IFJ و AJK و BKL و CLM و DMN

مثلثات متقايسة الأضلاع.

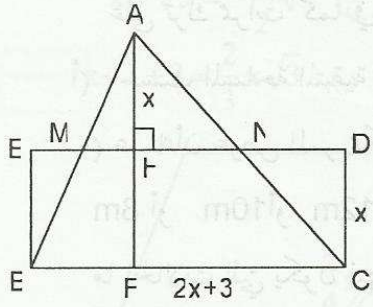


49** في الرسم المقابل BCDE مستطيل طوله $2x+3$ وعرضه x

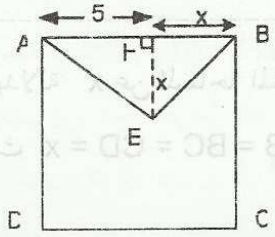
و AMN مثلث ارتفاعه x .

1) ما طبيعة الرباعي BEHF .

2) استنتج أن مساحة المثلث ABC تساوي مساحة المستطيل BCDE.



COLLEGE.MOURAJAA.COM

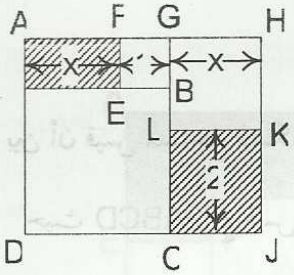


50 في الرسم المقابل ABCD مربع و ABE مثلث ارتفاعه AH = x .

أ) اكتب بدلالة x مساحة المثلث ABE .

ب) اكتب بدلالة x مساحة المربع ABCD .

ج) أوجد العدد x لتكون مساحة المثلث ABE مساوية لسدس مساحة المربع ABCD .

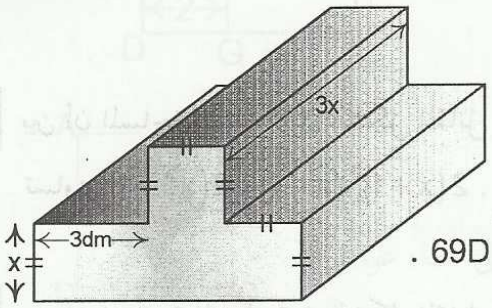


51 في الرسم المقابل ABCD و GHKL و BEFG مربعات .

أ) عبر بدلالة x عن المساحة المشطوبة

ب) احسب مساحة الرباعي DIHJ إذا علمت أن

المساحة المشطوبة تساوي $21cm^2$.

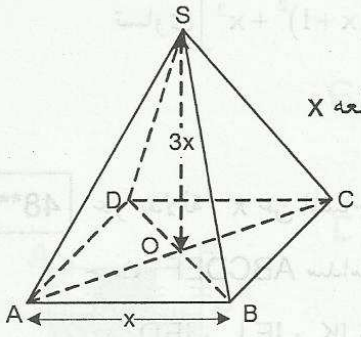


52 يمثل الشكل المقابل منصّة من الخشب .

أ) احسب مساحتها الجملية بدلالة x .

ب) احسب ثمن المنصّة إذا علمت أن x = 3dm

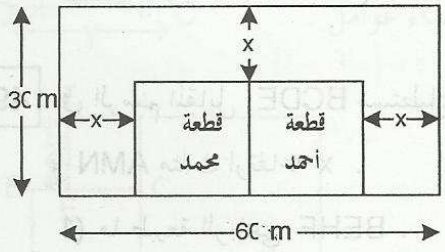
و أن كلفة المتر مربع من الخشب المصنوع تساوي 69D .



53 أ) احسب بدلالة x حجم الهرم المقابل ارتفاعه 3x قاعدته مربع طول ضلعه x

ب) أوجد طول ضلع المربع إذا علمت أن حجم الهرم $729cm^3$.

54 لمحمود قطعة أرض مستطيلة الشكل أراد تقسيمها على ولديه أحمد ومحمد بالتساوي فأجبرته بلدية المكان على ترك ممرات كما في الرسم المقابل .



أ) احسب المساحة المتبقية للولدين بدلالة x .

ب) علما أن عرض الممر يمكن أن يكون

8m أو 10m أو 12m.

ما الحالات التي يكون فيها لكل من أحمد ومحمد قطعة أرض مساحتها تفوق أو تساوي $400m^2$ ؟ .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى
ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

1* أوجد المعادلات التي يكون العدد (–4) حلاّ لها من بين المعادلات التالية:

أ) $-\frac{3}{4}+x=0$ ب) $-\frac{2}{3}x+1=\frac{11}{3}$ ج) $x\sqrt{3}+1=-4$

د) $\frac{4}{3}(x+1)=-\frac{1}{3}$ هـ) $\frac{5}{2}x+1=3x-1$ و) $\frac{6}{5}x-1=\frac{1}{3}(x+2)$

2* أكمل بـ "صواب" أو "خطأ".

أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=-\frac{2}{\sqrt{3}}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $\square\ x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=-\frac{2}{5}$

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=-2\sqrt{2}$

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $\square\ x=\frac{5}{2}$

3* 1) هل أن $-\frac{1}{4}$ حل للمعادلة $-\frac{3}{4}+x=-1$ ؟

2) هل أن $\frac{1}{5}$ حل للمعادلة $5x=-2$ ؟

3) هل أن $5\sqrt{2}$ حل للمعادلة $x\sqrt{2}-9=1$ ؟

4) هل أن $2-\pi$ حل للمعادلة $2x-\pi=x-1$ ؟

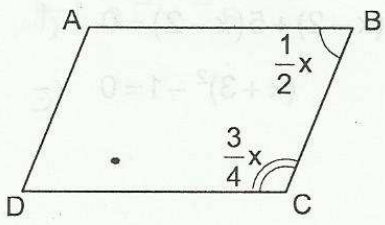
5) هل أن كلاّ من (–3) و 1 حل للمعادلة $2x^2+5x-3=0$ ؟

4* حل كلاّ من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$.

أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-x=0$ ب) $-16x=-8\sqrt{2}$ ج) $x+\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

د) $-\frac{3}{5}x=4+2x$ هـ) $-\sqrt{3}-\frac{2}{5}-x=-\frac{3}{2}$ و) $x\sqrt{3}+3=\frac{2}{3}x\sqrt{3}$

5** أوجد أقيسة زوايا متوازي الأضلاع ABCD الممثل بالشكل المقابل



موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

6 بمدرسة إعدادية ، عدد تلاميذ السنوات السابعة والثامنة يساوي 1256
وعدد تلاميذ السنوات الثامنة والتاسعة يساوي 1007
وعدد تلاميذ السنوات التاسعة والسابعة يساوي1143
أوجد عدد التلاميذ بكلّ مستوى بالمدرسة .

7 لمبروك كيس به 11 قطعة حلوى وزنها الجملي 450 g . إذا علمت أن بعض القطع تزن الواحدة منها 25 g وتزن كلاّ قطعة من النوع الآخر 50 g ، أوجد عدد قطع الحلوى من كلّ نوع .

8 حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات التالية:

أ) $3(1-x)=2x+6$ ب) $\frac{3}{8}\left(x+\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}x-5$ ج) $\frac{-x+4}{5}=\frac{4-3x}{5}$

د) $\sqrt{3}(\sqrt{6}x-4)=2(x\sqrt{2}-\sqrt{3})$ هـ) $\left(3x-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{5}{3}x+1\right)=2x$

9 حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $\frac{3}{4}x(x-\sqrt{5})=0$ ب) $\left(\frac{1}{2}-x\right)(2x-1)=0$ ج) $\frac{2x-\sqrt{5}}{7}=0$

د) $\frac{5x-6}{9}=1$ هـ) $(2x-\sqrt{2})^2=0$ و) $\left(\frac{1}{3}x+5\right)^2=0$

10 حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $x^2=4$ ب) $x^2-8=0$ ج) $4x^2+28x+49=0$

د) $2x^2-10x\sqrt{2}+25=0$ هـ) $\frac{x^2}{9}-4x=-36$ و) $\frac{x^2}{4}+4x=-16$

11 حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $(x+1)^2-x^2+5=0$ ب) $3x(x-3)-\frac{1}{2}\left(6x^2-\frac{2}{5}\right)=1$

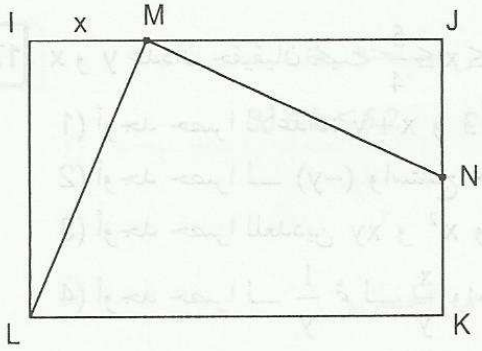
12 حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات التالية:

أ) $(x+3)(x-2)+5(x-2)=0$ ب) $(x+3)(x-2)+(x-3)(x+3)=0$

ج) $(x+3)^2-1=0$ د) $(2x+3)^2=(x+2)^2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

13* يمثل الشكل المقابل مستطيلا IJKL حيث IJ = 6cm

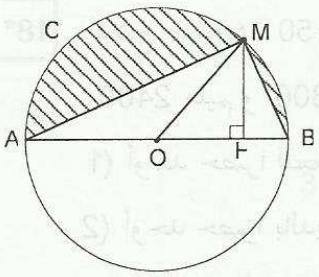


و JK = 4cm و M نقطة من [IJ] و N منتصف [JK] .

نضع IM = x .

جد البعد IM ليكون قيس مساحة المثلث MJN مساويا لثلث قيس مساحة المثلث IML .

14* نعتبر الشكل المقابل حيث C دائرة مركزها O وقطرها AB = 4 cm



و M نقطة من C مختلفة عن A و B

و H المسقط العمودي لـــ M على (AB) .

1) أوجد البعد MH لتكون المساحة المشطوبة مقايسة لمساحة المثلث ABM .

2) استنتج البعد OH

الحصر

15* أ) احصر كلّ من العددين $\frac{10}{3}$ و $-\frac{15}{4}$ بين عددين صحيحين متتاليين.

ب) أوجد حصرا لـــ π مداه: 1 ثمّ 0,1 ثم 10^{-2} ثم 10^{-3} علما أن $\pi = 3,1459\cdots$

ج) أوجد حصرا لـــ $\sqrt{11}$ مداه: 5 ثمّ $\frac{1}{2}$ ثم 10^{-1} ثم 10^{-4} علما أن $\sqrt{11} = 3,3166\cdots$

16* x و y و z 3 أعداد حقيقية بحيث $3 \le x \le 5$ و $1 \le y \le 2$ و $-4 \le z \le -3$.

ضع علامة "X" أمام المقترح السليم .

☐ $4 \le x+y \le 7$	☐ $5 \le x+y \le 6$	☐ $-4 \le x+y \le -7$
☐ $-2 \le x-y \le -3$	☐ $1 \le x-y \le 4$	☐ $2 \le x-y \le 3$
☐ $9 \le xz \le 20$	☐ $-20 \le xz \le -9$	☐ $-12 \le xz \le -15$
☐ $-10 \le -2x \le -6$	☐ $\frac{3}{2} \le \frac{x}{y} \le 5$	☐ $3 \le \frac{x}{y} \le \frac{5}{2}$
☐ $\frac{1}{3} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{5}$	☐ $9 \le x^2 \le 25$	☐ $-16 \le z^2 \le -9$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

17* x و y عددان حقيقيان بحيث $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{4}$ و $\frac{1}{6} \leq y \leq \frac{3}{2}$

1) أوجد حصرا للأعداد: $x+y$ و $12x+3$ و $6y-1$

2) أوجد حصرا لـ $(-y)$ واستنتج حصرا لكل من $x-y$ و $y-x$ و $12x-6y$

3) أوجد حصرا للعددين xy و x^2 واستنتج حصرا لـ $x(x+y)$

4) أوجد حصرا لـ $\frac{1}{y}$ ثم لـ $\frac{x}{y}$ واستنتج حصرا لـ $\frac{y}{x}$.

18* لفلاح ضيعة بها 150 شجرة لوز تنتج كل شجرة مابين 25 kg و 40 kg ، ثمن الكيلوغرام الواحد مابين 2400 مليم و 3800 مليم .

1) أوجد حصرا للمحصول الجملي (P) بالكيلوغرام .

2) أوجد حصرا بالدينار لقيمة المحصول (V) .

3) إذا علمت أن مصاريف الجني و نقل المحصول بلغت 1500 عن كلّ شجرة .

أوجد حصرا للمبلغ المتبقي (R) لصاحب الضيعة .

19* نعتبر العددين $\sqrt{2} = 1,414\cdots$ و $\sqrt{5} = 2,236\cdots$

1) أوجد حصرا لكل من $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ مدى كل منهما 10^{-2}

2) استنتج مما سبق حصرا لكل من $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ، $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ ، $\sqrt{10}$ ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$

3) بيّن أن $\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ واستنتج حصرا لـ $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$

4) أوجد حصرا لكل من $3\sqrt{2}$ ، $\sqrt{20}$ ، $\sqrt{8}\sqrt{45}$

20* (وحدة قيس الطول الديكامتر) 3 قطع من الأرض متجاورة: الأولى مستطيلة الشكل وقيس طولها a وقيس عرضها b والثانية مربعة وقيس طول ضلعها a والثالثة مستطيلة الشكل وقيس طولها b وقيس عرضها 10.

أوجد حصرا لقيس محيط كل قطعة وقيس مساحتها إذا علمت أن: $20,3 \leq a \leq 20,4$ و $11,1 \leq b \leq 11,2$

21* أوجد حصرا لقيس طول دائرة وحصرا لقيس مساحة قرص دائري شعاع كل منهما r

إذا علمت أن $5,1 \leq r \leq 5,11$ وأن $3,14 \leq \pi \leq 3,15$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

22** نعتبر مثلثا ABC قيس ارتفاعه h و قيس طول قاعدته b وقيس مساحته a

أوجد حصرا لـ h إذا علمت أن $13 \leq a \leq 17$ وأن $5,1 \leq b \leq 5,2$

23** x و y عددان حقيقيان بحيث $\frac{-3}{2} \leq x \leq 1$ و $\frac{1}{3} \leq y \leq 2$

1) أوجد حصرا لكل من $x+y$ و $x-y$ و أوجد مدى كلّ من الحصرين .

2) أ) أوجد حصرا لكل من $2x-3$ و $-4x+5$ وأوجد مدى كل حصر .

ب) اختصر $|2x-3|-|-4x+5|$.

24*** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{2}$ و $-\frac{4}{3} \leq y \leq -\frac{1}{2}$

1) أوجد حصرا لـ $x+y$ و $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

2) أوجد حصرا لـ x^2 و xy واستنتج حصرا لـ $x(x+y)$.

25*** نعتبر العددين $-1 \leq a \leq -\frac{5}{2}$ و $b = 1,513....$

1) أوجد حصرا لـ b مداه 10^{-1} .

2) استنتج حصرا لـ $a-b$ و ab و $\frac{b}{a}$.

3) أ) بين أن العدد $(a-1)$ مخالف للصفر .

ب) أوجد حصرا لـ $\frac{1}{a-1}$.

ج) نعتبر العبارة $E = \frac{a+2}{a-3}$. بين أن $E = 1+\frac{3}{a-1}$.

د) استنتج حصرا لـ E .

26*** نعتبر العبارة $B = (x-2)^2 - 9$ حيث x عدد حقيقي و $1 \leq x \leq 4$.

1) أوجد حصرا لـ $(x-2)$.

2) بين أن $B = (x+1)(x-5)$.

3) استنتج حصرا للعبارة B .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

27* x و y عددان حقيقيان بحيث $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2} < y < \frac{5}{4}$

1) أوجد حصرا للعدد $x^2 - x + \frac{1}{4}$

2) أوجد حصرا للعدد $(y-1)^2$

3) أوجد حصرا للعدد $x^2 - y^2$

المتراجحات:

28* أكمل الجدول التالي حيث x عدد حقيقي .

حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x	حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x
$-1 \leq x \leq 5$		$-3 < x \leq \frac{2}{3}$	
	$x \in \left]3, \frac{7}{2}\right[$		$x \in]-\infty, \sqrt{3}\,]$
$x < -\sqrt{3}$		$x \leq -1$	
	$x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{3}\right[$		$x \in [1, +\infty[$
$x \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$		$x > -2$	

29* 1) أكمل بـ $\in$ أو $\notin$

$5 \cdots [5,11[$ ، $2 \cdots]2,+\infty[$ ، $\sqrt{2} \cdots]1,2[$ ، $-3 \cdots]-2,3]$

$\frac{1}{2} \cdots \left]0,4;\frac{3}{2}\right[$ ، $-\sqrt{3} \cdots [-3,-2]$ ، $-\frac{7}{3} \cdots]-\infty,-1[$ ، $-\frac{2}{5} \cdots \left[-\frac{3}{4}, +\infty\right[$

2) أكمل بـ $\subset$ أو $\not\subset$. $[-1,2] \cdots [-2,+\infty[$ ، $[-1,2] \cdots]-\infty,1[$ ، $]-2,1] \cdots [-2,1[$

$[-2,+\infty[\cdots [1,+\infty[$ ، $]-2,1] \cdots [-2,1]$ ، $[-2,-1] \cdots]-3,1[$

30* إذا علمت أن $\sqrt{6} \in \left]\frac{12}{5}, \frac{5}{2}\right[$ و $\sqrt{5} \in \left]\frac{11}{5}; 2,3\right[$.

أوجد حصرا لـ $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ و $\sqrt{6}-\sqrt{5}$ و $\sqrt{30}$ و $\frac{1}{\sqrt{5}}$ و $\sqrt{1.2}$.

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

31* نعتبر المجالات التالية: $I=\left[\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right[$ ، $J=]2,+\infty[$ ، $K=\left[-1,\frac{5}{2}\right]$

1) بيّن أن $\sqrt{3}\in I$ وأنّ $-\sqrt{3}\notin K$.

2) مثل المجالات I و J و K على نفس المستقيم العددي (بألوان مختلفة).

3) أوجد المجموعات: $I\cap J$ ، $I\cap K$ ، $J\cap K$ ، $I\cup J$ ، $I\cup K$

$K\cap\mathbb{Z}_-$ ، $K\cap\mathbb{R}_-^*$ ، $I\cap\mathbb{Z}$ ، $J\cap\{-5,-3,-2,3,5\}$

32** 1) رتّب الأعداد التالية ترتيبا تصاعديا: $2\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{2}$ ، $-\sqrt{3}$ ، -2.

2) مثل المجالات التالية على المستقيم العددي: $A=]-\infty,\ -\sqrt{3}]$ ، $B=]-2,\ 3\sqrt{2}[$ ، $C=[2\sqrt{3},\ +\infty[$

3) أوجد $A\cap B$ ، $A\cap C$ ، $B\cup C$ ، $C\cap\mathbb{Z}_+$

4) بيّن أن $-\sqrt{2}\notin A$ وأنّ $\sqrt{3}+2\in C$

33** أكتب المجموعات التالية في شكل مجال أو اتحاد مجالات

$A=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|>\frac{5}{4}\right\}$ ، $B=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|<\sqrt{2}-1\right\}$

$C=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|\geq-\sqrt{3}\right\}$ ، $D=\left\{x/x\in IR\ ;\ |x|\leq\sqrt{2}\right\}$

34** x عدد حقيقي بحيث $x\in[4;2\sqrt{5}]$

1) أ) أوجد حصرا لكل من $x-2\sqrt{5}$ و $2x-8$

ب) اختصر إذن العبارة $A=|2x-8|+|x-2\sqrt{5}|+8$

2) أ) بيّن أن $3\sqrt{2}\in[4,2\sqrt{5}]$

ب) احسب A إذا علمت أن $x=3\sqrt{2}$

35** نعتبر العددين الحقيقيين x و y بحيث $x\in\left[\frac{4}{7},\frac{9}{7}\right]$ و $\frac{-11}{7}\leq y\leq\frac{-2}{7}$

1) أوجد حصرا لكل من الأعداد التالية: $x+y$ و $x-y$ و xy و $\frac{x}{y}$

2) استنتج أن $(x+y)^2\in[0,1]$

36** نعتبر المجالين: $I=]-2\ ,\ 4[$ و $J=\left]-\infty\ ,\ -\frac{1}{2}\right]$

1) مثّل المجالين I و J على مستقيم عددي واحد ثم أوجد $I\cap J$ و $I\cup J$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) نعتبر عدد حقيقي x بحيث $x \in I$.

أ) بين أن : $(x-1) \in]-3\ ,\ 3[$.

ب) استنتج أن : $(x-1)^2 \in [0\ ;\ 9[$.

ج) بين أن : $x(x-2) \in [-1\ ,\ 8[$.

37* نعتبر العبارة $E = \left| 2x + \frac{3}{2} \right| + |3x-1|$

أوجد حصرا لكل من العددين $3x-1$ و $2x+\frac{3}{2}$ ثم استنتج اختصارا للعبارة E في كل من الحالات التالية:

أ) $x \in \left[-2, -\frac{3}{2}\right]$ ، ب) $x \in \left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{3}\right]$ ، ج) $x \in \left[\frac{1}{3}, 3\right]$

المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$:

38* حدد ما هو صواب وما هو خطأ من المقترحات التالية .

العدد $\frac{1}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد -1 هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-0,7$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

كل عدد سالب هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

العدد $-\frac{2}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$

39* ضع علامة "X" أمام كلّ متراجحة من المتراجحات التالية يكون العدد $\frac{3}{4}$ هو حلاّ لها .

أ) $-1 > 2x+3$ ☐ ب) $\frac{1}{3}x-5 > \frac{19}{4}$ ☐ ج) $4x-1 \geq -2x$ ☐ د) $\frac{5}{3}x-\frac{1}{2} < \frac{1}{4}x-2$ ☐

40* 1) حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات التالية:

أ) $\frac{3}{2}x \leq 1$ ب) $-\frac{4}{5}x \geq -3$ ج) $x\sqrt{3} > -5$

د) $-x\sqrt{6} \leq -\sqrt{2}$ هـ) $\frac{x}{2} \geq -3$ و) $-\frac{2}{3}x \geq -1$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

41** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات:

أ) $x-\frac{5}{3}\geq 2x+1$ ب) $\frac{5}{3}x+\frac{7}{2}<\frac{7}{3}x+\frac{1}{5}$

ج) $\frac{3x+1}{2}+\frac{2x-3}{2}\geq\frac{x+2}{3}-1$ د) $\frac{4-x}{12}-\frac{x-3}{4}\geq\frac{2(x-5)}{3}-\frac{x}{6}$

42*** نعتبر العبارتين $A=3x-5$ و $B=7-2x$

1) قارن بين A و B في كل من الحالات التالية

أ) $x=2,3$ ب) $x=2,4$ ج) $x=2,5$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية $3x-5\leq 7-2x$ ثم مثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

43*** 1) احسب $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$

2) أعط كتابة للعدد $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ مقامها عدد صحيح

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $3+2x\leq x\sqrt{2}+2$

4) هل العدد $(-1,7)$ حل للمتراجحة $3+2x\leq x\sqrt{2}+2$؟ علل جوابك

44*** حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المتراجحات التالية:

أ) $(x-1)^2\geq x^2+3$ ب) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2<\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

ج) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-(x+3)(x-3)\leq 2x$ د) $(2x-\sqrt{3})^2-(2x+\sqrt{3})^2\geq\frac{5}{2}x\sqrt{3}$

مسائل إدماجيّة :

45** 1) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $2x-5=0$

2) فكك إلى جذاء عوامل كلاّ من العبارتين $A=4x^2-25$ و $B=(4x^2-25)-(2x+5)$

3) حلّ في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلتين: $4x^2-25=0$ و $B=0$

46*** لتكن العبارتين $E=x^2-\frac{1}{4}$ و $F=(3x-1)^2-(5x-2)x$

1) فكك العبارة E إلى جذاء عوامل ثم بين أن $F=(2x-1)^2$

2) حل في $\mathbb{R}$ كلاّ من المعادلات و المتراجحات التالية:

أ) $E=0$ ب) $F=3(2x-1)$ ج) $3F=4E$

د) $E<x^2-2x$ هـ) $F\leq 4x^2$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

47* لتكن العبارة $A=(2x-\sqrt{3})(3x+\sqrt{3})-(4x^2-3)$

1) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A=0$.

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A\leq 2x^2$

48* نعتبر العبارة $B=9x^2+6x-8$

1) احسب القيمة العددية لـ B في كل من الحالتين: أ) $x=\frac{2}{3}$ ب) $x=\sqrt{2}$

2) أ) بيّن أن $B=(3x+1)^2-9$

ب) فكك العبارة B إلى جذاء عوامل.

3) أ) حلّ المعادلة $B=0$

ب) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $9x^2+2x-12>B$

ج) حدد من بين عناصر المجموعة $E=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{7}{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{7}{2}\right\}$ ما هو حلّ للمتراجحة $9x^2+2x-12>B$

مسائل يؤول حلّها إلى حل معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$:

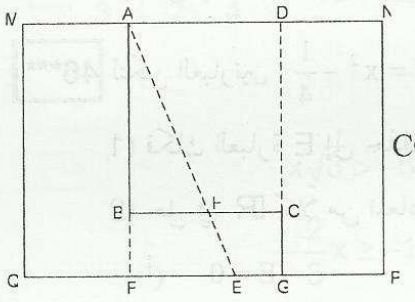
49* المعدل الحسابي لستة أعداد صحيحة طبيعية يساوي 4.

إذا ما أضفنا لهذه الأعداد عددا x يصبح المعدل الحسابي 5 أو جد العدد x .

50** قطر العجلة الأمامية لدرّاجة يساوي 60cm وقطر عجلتها الورائية 70cm.

أوجد المسافة المقطوعة بهذه الدراجة إذا علمت أن العجلة الأمامية قامت بـ 70 دورة زائدة عن مثيلتها الورائية.

51** يخطئ عداد سيارة فيشير إلى سرعتها بنقصان 20% من سرعتها الحقيقية. فما هي السرعة الحقيقية للسيارة إذا كان العداد يشير إلى سرعة 100km في الساعة ؟



52*** قطعة أرض مستطيلة الشكل (MNPQ) مجزئة إلى قطعتين

حسب الخط (ABCG) بحيث $AB=45m$ و $BC=36m$ و $CG=15m$

أراد صاحبا القطعتين إعادة رسم الحد بينهما بقطعة مستقيم $[AE]$

حيث $E\in[FG]$.

احسب GE بحيث تكون القطعتان المتبادلتان متقايستين.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

53 ABC مثلث بحيث $AB=15cm$ و $AC=10cm$ و M نقطة من $[AC]$ والمستقيم المار من M والموازي لـــ (BC) يقطع (AB) في N.

1) أوجد AM إذا علمت أن $AN=AM+2$

2) استنتج MN إذا علمت أن المثلث ABC قائم الزاوية في C.

54 بصندوق عدد من الكجات البيضاء وعدد من الكجات الحمراء يفوق عددها عدد البيضاء بـــ 5 وعدد من الكجات الزرقاء عددها نصف عدد الحمراء. إذا أخذنا من كل لون 5 كجات يبقى 45 كجة. فما هو عدد الكجات من كل لون.

55 لاحظ ماهر أنّ أباه بحاجة إلى مبلغ مالي قدره مائة دينار فقرّر مساعدة أبيه فشرى أواني فخارية ثمن الواحدة 1,5 دينار ليبيعها بـــ 3,3 دينار الواحدة بعد طليها وتلميعها

إذا علمت أن تزيين 12إناء يكلفه 6,6 دينار .ما عدد الأواني المزينة التي يجب بيعها حتى يوفّر مبلغا أكبر من مائة دينار ؟

56 أوجد العدد الصحيح النسبي الذي نضيفه إلى بسط ومقام العدد $\frac{3}{5}$ فنحصل على العدد $\frac{5}{3}$.

57 أوجد قيس ضلع مربّع قيس مساحته يساوي ضعف قيس محيطه.

58 مثلث قائم الزاوية قيس طول أحد ضلعيه القائمين 6cm وقيس طول وتره يزيد 2cm عن قيس طول الضلع الثالث. احسب قيس طول الضلع القائم الثاني.

59 ABC مثلث متقايس الضلعين بحيث $AB=AC=8cm$ و $BC=6cm$

M نقطة من (AB) بحيث $AM=x$ والمستقيم المار من M والموازي لـــ (BC) يقطع (AC) في N.

إلى أي مجال من $\mathbb{R}$ ينتمي العدد x بحيث يكون محيط شبه المنحرف MNCB أصغر من محيط المثلث AMN.

60 كان لي50D ولأخي 70D.أنفقت مبلغا من المال وأنفق أخي ضعفه فأصبح لنا نفس المبلغ .كم أنفق كل منا؟

61 أ) أوجد عددين صحيحين طبيعيين متتاليين فارق مربعيهما 3051 .

ب) أوجد عددين زوجيين متتاليين فارق مربعيهما 2012 .

ج) أوجد عددين فرديين متتاليين فارق مربعيهما 2008 .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

62* لو أضفنا مترا واحدا لضلع مربع تزداد مساحته بـ $403\ m^2$. كم يساوي ضلع هذا المربع ؟

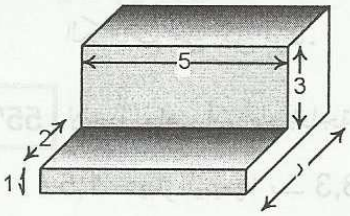
63* طول مستطيل يزيد عن عرضه $5m$ لو أضفنا مترا واحدا لطوله و ستة أمتار لعرضه تزداد مساحته $85m^2$

1) ما طبيعة الرباعي المتحصل عليه ؟

2) أوجد طول المستطيل وعرضه .

64* قفز رياضي قفزة ثلاثية طولها $19,3\ m$. إذا علمت أن كل وثبة تقدر بـ $\frac{7}{9}$ الوثبة التي تسبقها فكم كان طول الوثبة الأولى ؟

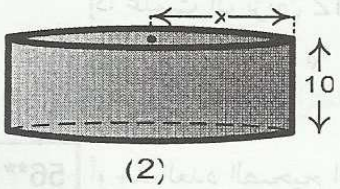
65* أوجد x ليكون حجم الجسم الممثل بالشكل المقابل مساويا لحجم مكعب طول حرفه $4\ cm$.

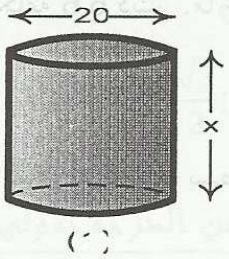


66* كيف يجب أن نختار العدد x

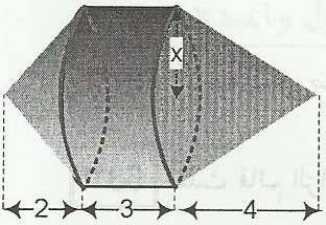
حتى تكون المساحة الجملية للاسطوانة (1)

أكبر من المساحة الجملية للاسطوانة (2) .



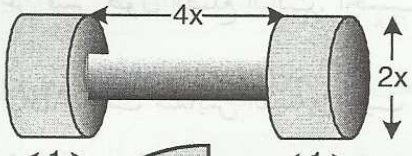


67** أوجد x شعاع الجسم المقابل حتى يكون حجمه مساويا لـ 125π .

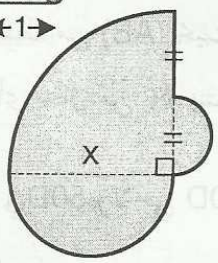


68** أ) احسب C حجم الجسم المقابل بدلالة x.

ب) أوجد x ليكون حجم المحور مساويا لحجم الاسطوانتين بطرفي الجسم .



69* إلى أي مجال ينتمي العدد x ليكون محيط الشكل المقابل أصغر من طول دائرة شعاعها $2cm$.



70** حنفيتان ، تصب إحداهما 6 لترات ماء في الدقيقة في خزان يحتوي على 80 لترا مسبقا.

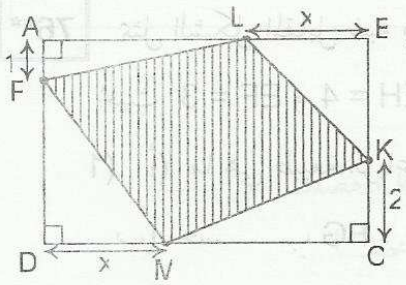
والثانية تصب 8 لترات في الدقيقة في خزان آخر يحتوي مسبقا على 20 لترا من الماء .

بعد كم دقيقة تصبح كمية الماء بالخزان الثاني أكبر من كمية الماء بالخزان الأول .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

71** نعتبر مستطيلا ABCD حيث AB =8 و BC=5 و P نقطة من [AD] بحيث AP=1 و K نقطة من [BC] بحيث CK=2

وM نقطة من [CD]وL نقطة من [AB]



أوجدx ليكون قيس مساحة الرباعي MKLPأكبر أو تساوي

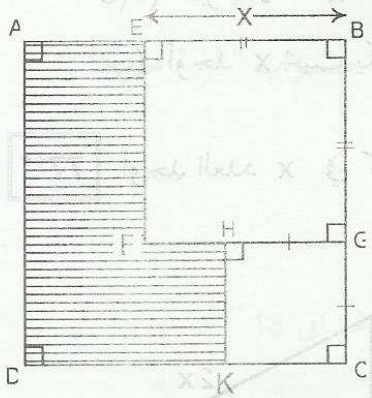
من مجموع أقيسة مساحات المثلثات DMP و MCK و KBLو LAP

72** باع حاتم 10 مشا ميم ياسمين كلها بنفس السعر و 10 مشا ميم فل يزيد ثمن الواحد بـــ 100مليم عن ثمن مشموم ياسمين فجمع مبلغا أكبر من 10دنانير . ما أقل سعر ممكن لمشموم ياسمين ؟

73** 1) فكـــك إلى جـــذاء عوامـــل العبـــارة $2x(4-x)-x^2$

2)حل في IR المعادلة $2x(4-x)-x^2=0$

3) نعتبر الشكل المقابل حيث GHKC و BEFG و ABCD مربعات

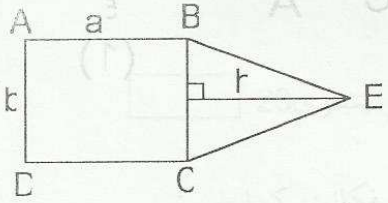


نضع $EB=x$ و $AB=4\ cm$

أ) بين أن قيس مساحة الجزء المشطوب يساوي $2x(4-x)$

ب) أوجـــد x بحـــيث يكون قيـــس مساحة الجزء المشطوب مساويا لقيس مساحة المربع BEFG .

74** يمثل الرسم المقابل مستطيلا ABCD ومثلثا BCE .



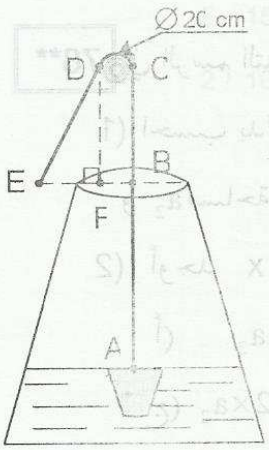
1) أوجد حصرا لقيس مساحة المستطيل علما أن

$3,2 \le a \le 3,3$ وأن $1,8 \le b \le 1,9$.

2)أوجد حصرا لـــ h ارتفاع المثلث BCE

علما أن قيس مساحته S تحقق $2,85 \le S \le 3,6$.

75** الشكل المقابل هو رسم تشخيصي لماجل و بكرة (عجلة) قطرها $CD=20\ cm$

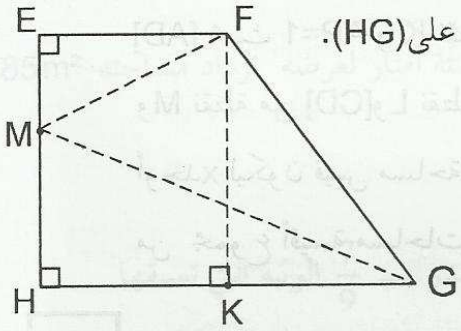


إذا علمت أن طول الحبل $6,20\ m$ وأن $BC=1\ m$ و $EF=0,5\ m$

أوجد ارتفاع الماء وعمق الماجل (نأخذ $\pi=3,14$ و $\sqrt{5}=2,232$)

COLLEGE.MOURAJAA.COM

76** يمثل الشكل المقابل شبه منحرف EFGH قائم الزاوية في E و H



بحيث EF = 3 و EH = 4 و GH = 6 و K المسقط العمودي لـ F على (HG).

1) أ) ما هي طبيعة الرباعي EFKH ؟ علل جوابك .

ب) احسب FG .

2) لتكن M نقطة من [EH] بحيث EM = x .

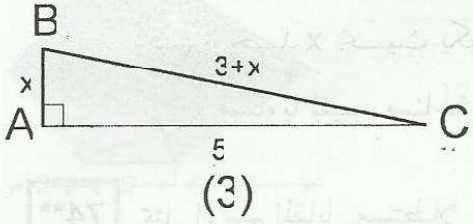
أ) أوجد بدلالة x قيس مساحة كل من المثلثين EFM و MHG .

ب) أوجد x بحيث يكون قيسي مساحتي المثلثين EFM و MHG متساويين .

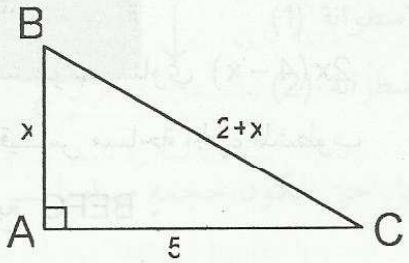
3) أ) عبر بدلالة x عن FM^2 ثم عن MG^2 .

ب) أوجد x بحيث يكون المثلث MFG قائم الزاوية في F .

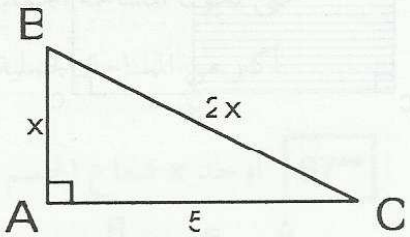
77** أوجد العدد x في كل حالة من الحالات التالية حيث ABC مثلث قائم الزاوية في A .



(3)

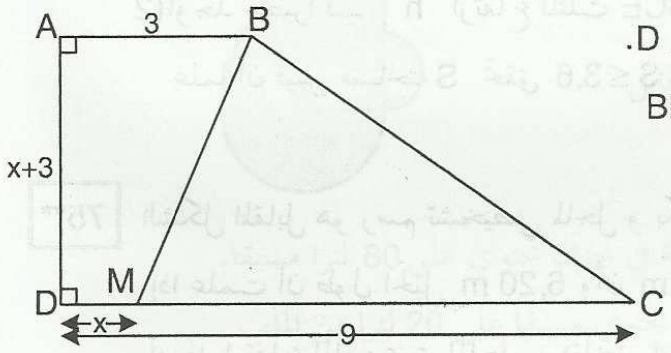


(2)



(1)

78** في الرسم التالي ABCD شبه منحرف قائم في A و D.



1) احسب بدلالة x كل من a_1 مساحة المثلث BMC

و a_2 مساحة شبه المنحرف ABMD.

2) أوجد x في كل من الحالات التالية

أ) $a_1 = a_2$ ب) $a_2 = 2 \times a_1$

ج) $a_1 = 2 \times a_2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

الإحصـــــاء و الاحتمـــــالات

الإحصـــــاء

1* سجّلت دورية لمراقبة السرعة عدد السيارات حسب سرعة سيرها بـــ $km.h^{-1}$ فحصلت على سلسلة إحصائية مداها $50\ km.h^{-1}$ ومنوالها $60\ km.h^{-1}$. أكمل "بصواب" أو "خطـأ" .

1) أكبر عدد من السيارات كانت سرعتها $50\ km.h^{-1}$ [ ] .

2) الفرق بين أقصى سرعة وأدناها يساوي $60\ km.h^{-1}$ [ ]

3) إذا كانت أقصى سرعة هي $90\ km.h^{-1}$ فإن أدناها هي $40\ km.h^{-1}$ [ ] .

4) أكبر عدد من السيارات لها نفس السرعة كانت سرعتها $60\ km.h^{-1}$ [ ] .

2* 1) سلسلة إحصائية لمعدل تلاميذ قسم مداها 13 ومنوالها 11 . أكمل بـــ " صـــواب " أو " خـــطأ "

أ) إذا كان أكبر معدل يساوي 19 فإن أصغر معدل يساوي 6 [ ] .

ب) أصغر المعدلات يساوي 10 [ ] .

ج) 11 هو المعدل الأكثر تواتر في هذا القسم [ ] .

2) موسط سلسلة إحصائية لسنوات العمل لـــ 31 عامل بمؤسسة هو 23 ومعدلها الحسابي 18

أكمل بـــ " صـــواب " أو " خـــطأ " أمام كل مقترح من المقترحات التالية .

أ) العامل الذي له أكبر أقدمية يعمل بالمؤسسة منذ 18سنة [ ]

ب) 50% من العمال لهم عدد سنوات عمل يفوق 18 [ ] .

ج) بهذه المؤسسة عدد سنوات العمل لـــ 16 عامل على الأقل يفوق أو يساوي23 [ ]

3* سجل حرفي لصنع الأواني طلبات زبائنه حسب سعة المطلوب باللتر، فكانت كما يلي :

5	15	1	5	2	5	2	10	5	1	5	15	1	5	2	5	2	10	5	1
2	10	5	15	5	1	5	1	10	5	2	10	5	15	5	1	5	1	10	5

1) كون جدولا إحصائيا يضم البيانات السابقة .

2) مثل السلسلة الإحصائية بمخطط العصيات .

3) ما مدى هذه السلسلة الإحصائية وما منوالها ؟ أعط موسطا للسلسلة .

4) كون جدول التواترات وارسم مخطط العصيات للتواترات .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

4* ضبط بائع زرابي حالة مخزونه فتحصل على الجدول التالي :

مساحة الزربية بالمتر مربع	دون 4	من4 إلى ما دون8	من8 إلى ما دون12	من12 إلى ما دون16	من16 إلى ما دون20	من20 إلى ما دون24
عدد الزرابي	7	15	14	6	8	10

1) اذكر الفئة التي لها أصغر تكرار .

2) ما هي الفئة المنوال و ما مدى هذه السلسلة ؟

3) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات .

4) عين مراكز الفئات وارسم مضلع التكرارات .

5) كون جدول التواترات بالنسب المائوية و مثل مخطط المستطيلات للتواترات .

5** لمتابعة حالة سيارته سجّل عمر كمية استهلاكها اليومي للوقود باللتر، هذا ما سجّله خلال 30 يوما .

كمية الاستهلاك	7	8	9	11	13	15
عدد الأيام (التكرار)	12	4	5	3	2	4

1) مثل الجدول بمخطط العصيات.

2) ما مدى و ما منوال هذه السلسلة ؟

3) كوّن جدول التكرار التراكمي الصّاعد .

4) ارسم مخطط العصيات للتكرارات التراكمية الصاعدة.

5) أوجد موسط لهذه السلسلة .

6** فيما يلي نتائج مسابقة في القفز الثلاثي بالديسمتر لـ 50 طفل مشارك .

32	31	32	34	28	31	26	29	32	33
28	32	35	26	35	26	33	35	28	36
31	28	26	33	27	27	35	32	29	27
34	35	26	34	27	26	33	32	35	29
33	27	26	36	36	33	35	33,5	32	31

1) أكمل الجدول التالي

طول القفزة	[26,28[	[28,30[	[30,32[	[32,34[	[34,36[	[36,38[
عدد التلاميذ						

2) إذا اعتبرنا أن كل قفزة تفوق أو تساوي 3 m يترشح صاحبها إلى الدور الموالي ،
ما عدد المترشحين من بين المشاركين .

3) ما مدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة ؟

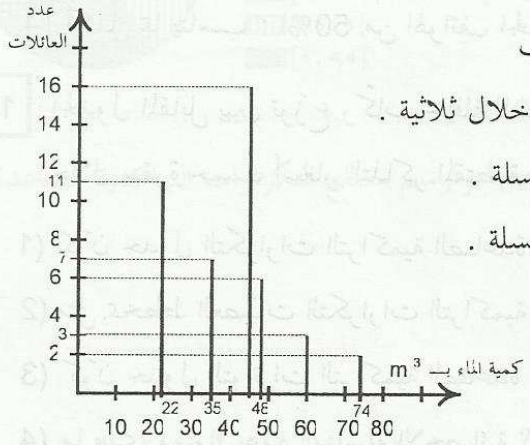
COLLEGE.MOURAJAA.COM

4) مثل السلسلة بمخطط المستطيلات.

5) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة .

6) ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة و أوجد موسطا للسلسلة .

**7 يمثل المخطط المقابل توزّع 45 عائلة بتجمع سكني حسب كمية استهلاك العائلة للماء الصالح للشراب بالمتر مكعب خلال ثلاثية .



1) كوّن جدولا إحصائيا للتكرارات التراكمية النازلة للسلسلة .

2) ارسم مخطط العصيات للتكرارات التراكمية النازلة للسلسلة .

3) حدد موسّطا للسلسلة .

4) كوّن جدول التّواتر التراكمي النازل .

5) احسب معدّل استهلاك الماء لهذا التجمع السكني .

6) أوجد عدد العائلات التي تستهلك دون المعدّل الحسابي .

**8 فيما يلي جدول يبيّن مبيعات تاجر أحذية خلال يوم ، حسب مقاسات الأحذية .

مقاس الحذاء	28	30	32	34	36	38	40	42	44
عدد الأحذية	6	2	1	3	3	5	14	4	2

1) مثل السلسلة بمخطط العصّيات .

2) أ) كوّن جدول التواترات بالنسبة المائوية

ب) ارسم مخطط العصيات للتواترات .

3) أ) كوّن جدول التكرار التراكمي الصاعد للسلسلة .

ب) مثل التكرارات التراكمية الصاعدة بمخطط العصيات .

4) ما مدى وما منوال هذه السلسلة ؟ أعط موسطا لها .

**9 فيما يلي جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لمبيعات مغازة للهواتف الجوالة حسب أسعارها خلال أسبوع

السعر بالدينار	من 50 إلى ما دون100	من 100 إلى ما دون 150	من 150 إلى ما دون200	من 200 إلى ما دون250	من250 إلى مادون 300	من300 إلى ما دون350	من 350 إلى ما دون400
التكرارات التراكمية الصاعدة لعدد الهواتف	32	72	82	101	111	115	120
التواتر التراكمي الصاعد (%)							

COLLEGE.MOURAJAA.COM

1) أكمل الجدول .

2) مثل التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية بمخطط المستطيلات وارسم مضلّع التواترات التراكمية.

3) أوجد موسّطا لهذه السلسلة .

4) أكمل بما يناسب : 50% من الهواتف الجوالة أسعارها تفوق .....%.

10 الجدول المقابل يبين توزّع ركّاب حافلة للنقل العمومي خلال سفرة حسب أسعار التذاكر المقتطعة .

ثمن التذكرة بالمليم	310	450	510	650
عدد الركاب	25	40	55	20

1) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة الموافق للجدول السابق .

2) مثل بمخطط العصيّات التكرارات التراكمية الصاعدة بالنسبة إلى ثمن التذاكر .

3) كوّن جدول التواترات التراكمية الصاعدة بالنسب المائوية.

4) ما مدى ومنوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

5) يتوزّع ركّاب الحافلة حسب أعمارهم حسب الجدول التالي

العمر بالسنة	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
التواتر بالنسبة المائوية	12	24	14	9	5	7	9	5
عدد الركاب								

أ) أكمل الجدول .

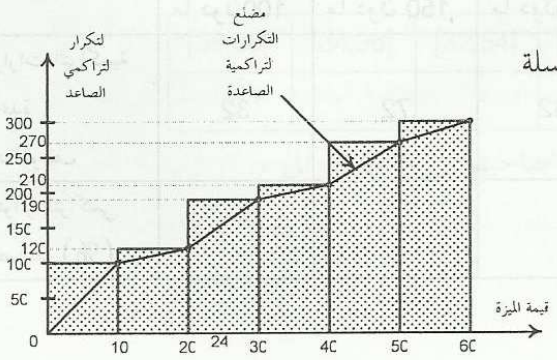
ب) ما مدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة .

ج) كوّن جدول التواترات التراكمية الصاعدة .

د) ارسم مضلّع التواترات التراكمية الصاعدة .

هـ) استنتج موسّطا لهذه السلسلة .

11 يمثل الرّسم المصاحب مضلّع التكرارات التراكمية الصاعدة لسلسلة إحصائية ذات ميزة مسترسلة .



1) أوجد موسّطا لهذه السلسلة .

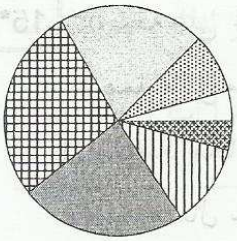
2) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة

3) كوّن جدول التكرارات لهذه السلسلة .

4) ما مدى وما الفئة المنوال هذه السلسلة الإحصائية ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

12* يمثل المخطط الدائري المقابل توزّع 72 مولود جديد حسب أوزانهم بالكيلوغرام بإحدى المستشفيات خلال أسبوع



[1,6 ; 2 [
[2 ; 2,4 [
[2,4 ; 2,8 [
[2,8 ; 3,2 [
[3,2 ; 3,6 [
[3,6 ; 4 [
[4 ; 4,4 [

1) كوّن جدول التكرارات لتوزّع عدد المواليد حسب أوزانهم .

2) ما المدى و ما الفئة المنوال لهذه السلسلة ؟

3) أ) كوّن جدول التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة .

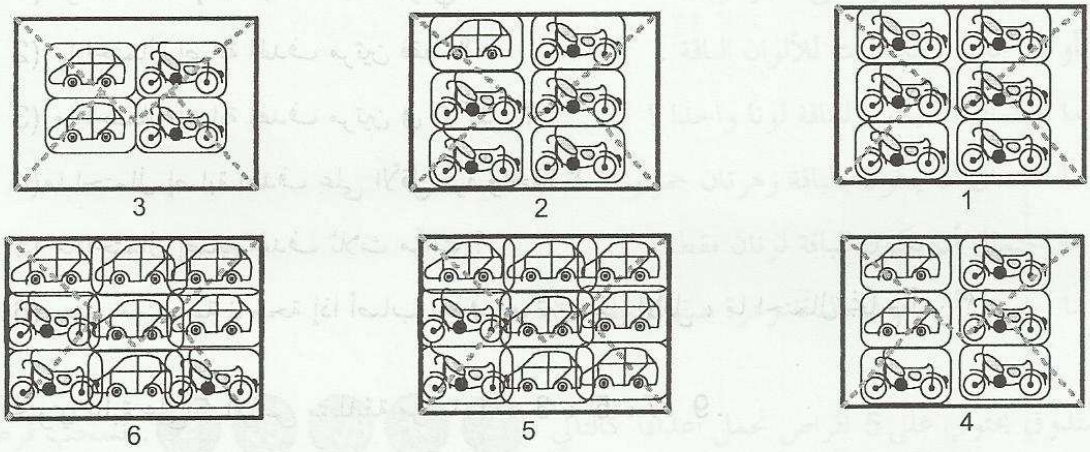
ب) مثّل بمخطط المستطيلات التكرارات التراكمية الصاعدة وارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة .

ج) استنتج موسّطا لهذه السلسلة .

الاحتمالات

13* يسحب الفائز في إحدى المسابقات صورة من بين صور موضوعة بظرف تمثل الجائزة التي تحصل عليها .

أوجد في كل حالة من الحالات التالية، احتمال سحب سيارة أو دراجة نارية.



14* بحافظة نقود عمر 5 قطع نقدية ذات دينار واحد ، اثنان منها صادرة سنة 2007 والبقية صادرة سنة 1997 .

سحب عمر قطعتين الواحدة تلو الأخرى بطريقة عشوائية ودون إرجاع القطعة الأولى.

1) ما عدد إمكانيات السّحب ؟

2) وضع عمر القطعتين المسحوبتين في حصالة ابنه أحمد .

أ) ما احتمال احتواء حصالة أحمد قطعتين صادرتين سنة 2007 ؟

ب) ما احتمال وجود قطعتين صادرتين سنة 1997 بالحصالة ؟

ج) ما احتمال حصول أحمد على قطعتين صادرتين في نفس السّنة ؟

د) ما احتمال أن تكون بالحصالة قطعتين صادرتين في سنتين مختلفتين ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

15 بمحفظة علي 4 ملفا ت ، أحدها أخضر و 3 زرقاء. يسحب علي ملفين الواحد تلو الآخر دون النظر إليهما وكلّ مرّة يرجع الملفّ المسحوب .

1) ما عدد إمكانيات السّحب ؟

2) ما احتمال سحب ملفين زرقاوين ؟

3) ما احتمال سحب ملفين خضراوين ؟

4) ما احتمال سحب ملفين لهما نفس اللون ؟

5) ما احتمال سحب ملفين مختلفين في اللون ؟

16 يرمي أيمن سهما في اتجاه هدف محدّد ثلاث مرّات متتالية ، يكون الحدث "صواب " (ص) إذا أصابه و يكون "خطأ" (خ) إذا لم يصبه .يكتب نتيجة الرميات الثلاث كما يلي مثلا (ص، خ ،خ) إذا أصاب الأولى وأخطأ الثانية والثالثة .

1) أوجد عدد الإمكانيات لنتيجة الرمي .

2) ما احتمال إصابة الهدف مرتين فقط ؟

3) ما احتمال إصابة الهدف مرتين في الأكثر ؟

4)ما احتمال إصابة الهدف على الأقل مرة واحدة ؟

5) ما احتمال إصابة الهدف ثلاث مرّات ؟

6) يعتبر أمين رمية ناجحة إذا أصاب الهدف مرّتين على الأقل ، ما احتمال نجاح أيمن ؟

17 تحتوي علبة على 5 أقراص متطابقة مرقّمة 1 ، 3 ، 5 ،7، 9.

نسحب قرصين متتاليين دون إرجاع القرص الأول

1) أوجد عدد إمكانيات السّحب .

2) ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين قابلا للقسمة على 3 .

3) ما احتمال سحب قرصين رقم أحدهما من مضاعفات الرّقم الآخر .

4) ما احتمال سحب قرصين يحملان رقمين أوليين فيما بينهما .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

18 في الجدول قائمة بست تلاميذ حسب المستوى ضبطتها إدارة مدرسة إعدادية لاختيار ثلاثة منهم بالقرعة لتمثيل المدرسة في إحدى المسابقات الثقافية .

الاسم	أحمد	منير	عائدة	أمينة	كريمة	بثينة
المستوى التعليمي	9	8	9	7	8	9

1) أوجد عدد الإمكانيات لتكوين الفريق .

2) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من نفس المستوى التعليمي ؟

3) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من نفس الجنس ؟

4) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من الجنسين ؟

5) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من الفتيان ؟

6) ما احتمال أن يكون الفريق من نفس المدرسة ؟

7) ما احتمال أن يكون عناصر الفريق من السنوات الثامنة ؟

19 لمريم 6 زهرات ، 3 حمراء $(R_1\ R_2\ R_3)$ و 2 صفراء $(J_1\ J_2)$ و واحدة بيضاء (B) .

تريد تكوين باقة تحتوي على 3 زهرات

1) أوجد عدد الإمكانيات للألوان الباقة .

2) ما احتمال أن يكون للباقة لونا واحدا ؟

3) ما احتمال أن يكون بالباقة زهرتان حمراوتان فقط ؟

4) ما احتمال أن يكون للباقة لونان فقط ؟

5) ما احتمال أن يكون بالباقة زهرة صفراء على الأقل ؟

20 صندوق يحتوي على 5 أقراص تحمل أعدادا كالتالي . نسحب قرصا ثم آخر بصفة عشوائية ونرجع القرص بعد كل سحب ونكتب العدد الأول كفاصلة لنقطة M والثاني كترتيبة لها.

1) أوجد الإحداثيات الممكنة للنقطة M .

2) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الفاصلات ؟

3) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الفاصلات ؟

4) ما احتمال أن تكون النقطة M منتمية إلى محور الترتيبات ؟

5) ما احتمال أن تكون النقطة M غير منتمية إلى محور الفاصلات ولا إلى محور الترتيبات ؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

21 يمثل الجدول التالي تصنيف تلاميذ قسم تاسعة أساسي حسب التوقيت إثر اختبار أول في بداية دورة للعدو لمسافة 60 مترا .

التوقيت بالثانية	[9,10[	[10,11[	[11,12[	[12,13[
عدد التلاميذ	3	9	12	6

1) ما المجال الزمني المنوال لهذه السلسلة ؟

2) أوجد المعدل الحسابي للسلسلة .

3) كون جدول التواترات و جدول التواترات التراكمية الصاعدة بالأعداد الكسرية لهذه السلسلة .

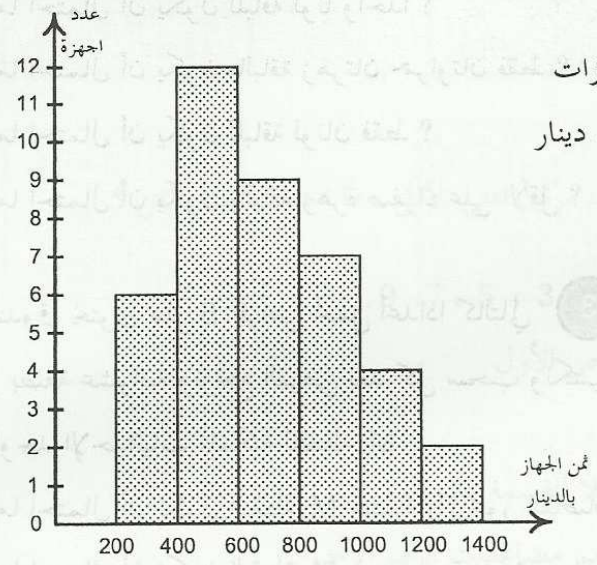
4) ارسم مخطط التواترات التراكمية الصاعدة و مضلع التواترات التراكمية الصاعدة واستنتج موسطا للسلسلة

5) انتقل أحد تلاميذ هذا الفصل إلى فصل آخر .

أ) ما احتمال أن يكون توقيت التلميذ المنتقل لا يقلّ عن 12 ثانية .

ب) ما احتمال أن يكون توقيت التلميذ المنتقل أصغر من 11 ثانية .

22 المخطط المقابل هو تمثيل لمخزون أحد المغازات من أجهزة التلفاز حسب أسعارها بالألف دينار



1) أكمل الجدول التالي

ثمن الجهاز بالمائة دينار	[2 , 4[	[4 ; 6[				
التواتر بالأعداد الكسرية						

2) أصاب أحد الأجهزة عطب مما استوجب إتلافه .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أ) ما احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 400 دينارا .

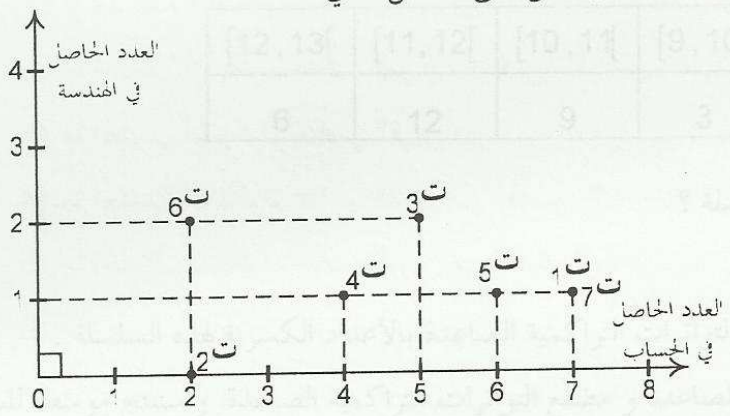
ب) ما احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 800 دينار .

ج) ما احتمال أن تكون خسارة صاحب المغازة من جراء الجهاز المتلف تفوق أو تساوي 800 دينارا .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعـيين في المسـتوى

1* قرر أستاذ الرياضيات مقارنة العددين المتحصل عليهما في جزئي الحساب والهندسة بالنسبة إلى 7 تلاميذ لم يحصلوا على المعدل في الفرض . اعتمد معينا فيه محور الفاصلات يمثل الأعداد الحاصلة في الحساب و محور التراتيب يمثل الأعداد الحاصلة في الهندسة وتحصل على التمثيل التالي .



1) ما أحسن عدد حاصل في جزء الهندسة ؟ ومن تحصل عليه ؟

2) فيم يشترك التلاميذ ت1 و ت4 و ت5 و ت7 ؟

3) ما العدد الذي حصل عليه التلميذ ت3 في الفرض ؟

4) أسند الأستاذ 1 للشكل في الهندسة ، هل أنجز التلميذ ت2 شكلا صحيحا ؟

2** ليكن مستقيما مدرجا مقترنا بمعين (O, I).

1) عين النقط A و B و C على (O, I) فاصلاتها على التوالي $\frac{-9}{2}$ و 2 و $\frac{11}{3}$.

2) احسب الأبعاد AB و AC و BC.

3) أوجد x_M فاصلة النقطة M منتصف [AB] .

4) أوجد x_E فاصلة E بحيث BE = 7 و $x_E \in \mathbb{R}_+$

3** نعتبر مستقيما مقترنا بمعين (O, I) حيث OI = 1cm

عين على (OI) النقط A و B و C حيث $x_A = \frac{12}{5}$ و $x_B = \frac{3}{2}$ و $x_C = \frac{39}{20}$

1) بين أن A و B متناظرتان بالنسبة إلى C.

2) احسب فاصلة النقطة M من Δ بحيث MA = MC .

3) احسب البعد MI.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

4* Δ مستقيم مدرج بمعين (O, I) والنقط A و B و C من Δ فاصلاتها على التوالي: $-\frac{3}{2}$ و $\sqrt{2}$ و $-\frac{1}{4}$.

1) احسب البعدين AB و AC.

2) احسب فاصلة E منتصف [AC].

3) بين أن C منتصف [AI].

مسقط نقطة على مستقيم وفقا لمنحى معيّن

5* 1) أرسم مستقيمين Δ و D متقاطعين في E وعيّن نقطة G لا تنتمي إلى Δ ولا إلى D.

2) ابن H مسقط G على Δ وفقا لمنحى D و F مسقط G على D وفقا لمنحى Δ.

بيّن أن GF = HE.

6* ارسم مثلثا MNP متقايس الضلعين [MN] و [MP] وعيّن نقطة I من [MN] مختلفة عن M و N ثم ابن J مسقط I على (MP) وفقا لمنحى (NP). بيّن أن MI = MJ.

7** ارسم مستقيمين Δ و Δ' متوازيين مقطوعين بمستقيم D على التوالي في A و B. عيّن نقطة M من Δ مختلفة عن A.

1) ابن النقط N مسقط M على Δ' وفقا لمنحى D وP مسقط B على (MN) وفقا لمنحى (AN) وK مسقط M على D وفقا لمنحى (AN).

2) بيّن أن N منتصف [PM].

3) بيّن أن N هي مسقط K على Δ' وفقا لمنحى (AP).

8** ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A و I منتصف [AC].

1) ابن النقطة M مسقط I على (BC) وفقا لمنحى (AB).

ما هو المسقط العمودي لـ M على (AC)؟ علّل جوابك.

2) ابن النقطة N مسقط B على (MI) وفقا لمنحى (AM).

ما هو نوع الرباعي ABNM؟ علّل جوابك.

3) ابن النقطة E من (AC) بحيث تكون B مسقط E على (AB) وفقا لمنحى (AM).(فسّر طريقة البناء)

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعيين في المستوي

9 ليكن (O,I,J) معينا في المستوي حيث $(OI)\perp(OJ)$

عيّن النقط $A(3,-2)$ ، $B(-3,2)$.

1) أ) حدّد إحداثيات النقطة C مناظرة B بالنسبة لـ (OI) حسب (O,I,J) ثم عينها.

ب) بين أن A و C متناظرتان بالنسبة لـ (OJ).

ج) بين أن $(OI)//(AC)$.

د) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) عيّن النقطة D مناظرة C بالنسبة لـ O

أ) حدّد إحداثيات النقطة D في المعين (O,I,J) .

ب) بين أن ABDC مستطيل .

ج) استنتج أن $AB=CD$ و $AD=BC$.

10 (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ$

1) عين النقطة $M(2,2\sqrt{2})$.

2) ابن النقطتين N مناظرة M بالنسبة لـ (OI) و M' مناظرة M بالنسبة لـ O

ثم أوجد إحداثيات كل منهما في المعيّن (O,I,J) .

3) أثبت أن N و M' متناظرتان بالنسبة لـ (OJ).

4) أوجد زوج إحداثيات N' مناظرة M بالنسبة إلى (OJ) ثم أثبت أن N' مناظرة N بالنسبة لـ O.

11 في المعين (O,I,J) حيث $(OI)\perp(OJ)$ عين النقط $A(2,\sqrt{2})$ ، $B(-3,4)$ ، $C(-2,-\sqrt{2})$ ، $D(3,-4)$

1) أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

2) لتكن النقطتان E و F مناظرتي B بالنسبة لكل من (OJ) و (OI) على التوالي .

أ) أوجد إحداثيات كل من E و F.

ب) بين أن الرباعي BEDF مستطيل.

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

12 نعتبر مستقيما Δ و Δ' متقاطعين في O مقترنين على التوالي بمعينين (O, I) و (O, J).

1) عيّن على Δ النقطة A فاصلتها $\left(-\frac{5}{2}\right)$ وعلى Δ' النقطة B فاصلتها $\left(\frac{7}{2}\right)$.

2) لتكن C النقطة التي مسقطها A على Δ وفقا لمنحى Δ' ومسقطها B على Δ وفقا لمنحى Δ.

أوجد زوج إحداثيات C في المعين (O, I, J).

3) عين النقطة D منتصف [AB] ثم حدّد إحداثياتها في المعين (O, I, J).

13 ارسم مستطيلا ABCD.

1) أعط إحداثيات النقط A و B و C و D في المعين (A,B,D).

2) عين النقطة I منتصف [CD] وابن النقطة J المسقط العمودي لـ I على (AB).

3) أثبت أن ADIJ مستطيل.

4) استنتج أن J منتصف [AB]. ثم أعط زوج إحداثيات J في المعين (A,B,D).

5) أوجد زوج إحداثيات I في المعين (A,B,D).

14 ABCD معين مركزه O و Δ المستقيم المار من A والموازي لـ (BD).

1) لتكن E المسقط العمودي لـ B على Δ. بين أن OAEB مستطيل.

2) لتكن F مسقط O على Δ وفقا لمنحى (AB). بين أن F هي المسقط العمودي لـ D على Δ.

3) أوجد إحداثيات النقاط A و B و C و D و E و F في المعين (O,A,B).

15 (O, I, J) معيّن في المستوي بحيث $I\hat{O}J = 60°$ و $OI = 2$ و $OJ = 1$

1) عيّن النقط $A(0,2)$ ، $B(2,-1)$ ، $C(-2,\ 2)$ ، $D(-1,0)$ ، $E(-1,-2)$ ، $F(1,-3)$.

2) هل تنتمي النقطة B إلى المستقيم (ED) ؟ علل جوابك .

3) بين أن (OI) // (AC) وأن (ED)// (OJ)

16* نعتبر مثلثا OIJ والنقط $A(2,2)$ و $C\left(-2,-\frac{1}{2}\right)$ في المعين (O,I,J) و E مسقط A و F مسقط C على (OI) وفقا لمنحى (OJ) و D مسقط A و B مسقط C على (OJ) وفقا لمنحى (OI).

1) أ) أعط إحداثيات النقط E و B و F في المعين (O,I,J).

ب) ما هو منتصف [EF]؟ علّل جوابك.

ج) بين أن كل من الرباعيين DAEO و FCBO متوازي الأضلاع.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) أ) أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

ب) (AD) يقطع (FC) في G. ما هي إحداثيات G في المعين (O,I,J) ؟

3) بين أن D منتصف [AG].

17 نعتبر مستقيما Δ مقترنا بمعين (O,I)

1) أ) عيّن النقطتين A و B التي فاصلتاهما على التوالي -3 و 5.

ب) احسب AB و IA.

ج) بيّن أن I منتصف [AB].

2) ليكن مستقيما Δ' يمر من O عموديا على Δ مقترنا بمعين (O,J) بحيث $OI = OJ$

أ) ما هي إحداثيات A و B في المعيّن (O,I,J).

ب) عيّن النقطة $C(1,3)$ وابن النقطة D مناظرة C بالنسبة لـ (OI) ثم حدّد إحداثيات D.

ج) بيّن أن المثلث ACD متقايس الضلعين.

د) بين أن I منتصف [CD] واستنتج أن ACBD معيّن.

18 (O,I,J) معين بحيث $(OI)\perp(OJ)$

1) أ) عيّن النقاط $A\left(1,\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(\frac{7}{2},1\right)$ و $C\left(-\frac{7}{2},1\right)$

ب) ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة لـ (OJ) ثم حدد إحداثياتها.

ج) بيّن أن B و C متناظرتان بالنسبة إلى (OI) . واستنتج أن الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

2) أ) عيّن $E\left(-1,-\frac{5}{2}\right)$ وابن النقطة F بحيث يكون الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ب) أوجد إحداثيات F معللا جوابك.

3) بيّن أن $EF = CD$.

4) بيّن أن $(CF)//(DE)$.

19 $(O\ ,\ I\ ,\ J)$ معين في المستوي

1) عيّن النقاط $A\left(2,\ -\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{2},\ 2\right)$ و $C\left(\frac{5}{2},\ -2\right)$

2) لتكن نقطة D إحداثياتها $(x\ ,\ y)$ في المعين $(O\ ,\ I\ ,\ J)$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أ) أوجد y ليكون المستقيم (DB) موازيا للمستقيم(OI) .

ب) أوجد x ليكون المستقيم (AD) موازيا للمستقيم(OJ) .

3) F نقطة من المستقيم المار من C والموازي للمستقيم(OI) . أوجد z ترتيبة F .

20 ارسم معينا(O , I , J) في المستوي والنقاط A(3 , 2) و B(0 , −2) و C(−4 , 1)

ولتكن M منتصف [AB]

1) أوجد إحداثيات M واستنتج أن M تنتمي إلى (OI) .

2)عين النقطة D بحيث يكون ACBD متوازي الأضلاع .

أوجد إحداثيات النقطة D في المعين (O , I , J) .

21 (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OJ) ⊥ (OI)

عين النقاط A(−3 , 2) و B(4 , 1) و C(3 , −2)

1) بين أن O منتصف [AC] .

2) عين D مناظرة Bبالنسبة لـــ O . أوجد إحداثياتها .

3) لتكن Mمنتصف[AB] و E مناظرة D بالنسبة لـــ M.

أ) أوجد إحداثيات M و E .

ب) بين أن B و C و E على استقامة واحدة .

22 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB ≠ AC

1) ما إحداثيات كلّ من النقط A و B و C في المعين (A ,C , B) .

2) عين النقطتين H(√2,1) و K(−2 ; 3+√2) ثم بين أن (BH)//(AC) .

3) أ) ما مجموعة نقاط المستوي التي فاصلتها √2 في المعين (A ,C , B)

ب) ما مجموعة نقاط المستوي التي ترتيبها 3+√2 في المعين (A ,C , B)

ج) ما مجموعة نقاط المستوي M(x , y) بحيث y = 1 و 0 ≤ x ≤ √2

4) حدد إحداثيات النقاط H' مناظرة H بالنسبة لـــ(AC) و K'مناظرة Kبالنسبة لـــ(AB)

و O مناظرة K بالنسبة لـــ A

5) ارسم B' المسقط العمودي لـــ H' على (AB). حدد إحداثيات B' في المعين (A ,C , B)

ثم بين أن HBB'H' مستطيل .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

23* ** (O , I , J) معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$

1) أ) عيّن النقاط $A\left(2, \frac{7}{2}\right)$ و $B(4 , 0)$ و $C(2 , -2)$

ب) بين أن $(OI) \perp (AC)$

ج) المستقيم (AC) يقطع (OI) في K بين أن OA = BA

2) ابن النقطة D بحيث تكون C منتصف [BD] . أوجد إحداثيات D.

3) أ) حدّد (E) مجموعة النقاط $M(x , y)$ حيث $x = 0$ و $-4 \leq y \leq 0$

ب) حدّد (F) مجموعة النقاط $M(x , y)$ حيث $1 \leq x \leq 4$ و $y = 0$

ج) حدّد (G) مجموعة النقاط $M(x , y)$ حيث $-2 \leq y \leq \frac{7}{2}$ و $x = 2$

24* ** (O , I , J) معين في المستوي متعامد المحورين .

1) أ) ارسم Δ مجموعة النقاط $M(x , y)$ حيث $y = 3$ و $x \in \mathbb{R}$.

ب) ارسم Δ' مجموعة النقاط $M(x , y)$ حيث $x = 2$ و $y \in \mathbb{R}$.

2) Δ يقطع (OJ) في M و Δ' يقطع (OI) في R ، وΔ و Δ' يتقاطعان في A .

أ) ما هي إحداثيات كلّ من النقط R و A و M ؟

ب) بين أن OMAR مستطيل .

3) أ) عين النقطة N مناظرة النقطة M بالنسبة لـ A وأوجد إحداثياتها.

ب) استنتج أن ANRO متوازي الأضلاع وأن RN = RM.

4) (NR) يقطع (OJ) في P . بين أن O منتصف [MP] وأوجد إحداثيات P .

25* ** (O , I , J) معين في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و $M(-2,-4)$ و $N(4,4)$

1) أ) ابن النقطة K مناظرة J بالنسبة إلى I وأوجد إحداثياتها.

ب) بين أن الرباعي MKNJ متوازي الأضلاع .

2) المستقيم المار من M والموازي لـ(JK) يقطع (JN) في L ولتكن S منتصف[JM] .

أ) بين أن S منتصف [KL] .

ب) أوجد إحداثيات S.

ج) استنتج إحداثيات L.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

26* ** (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OI) ⊥ (OJ) و A(−3,2) .

1) أوجد إحداثيات K منتصف [OA] .

2) أ) ارسم B المسقط العمودي لـ A على (OI). ما هي إحداثيات B ؟

ب) أوجد إحداثيات U بحيث تكون K منتصف.[BU]

ج) استنتج أن ABOU مستطيل.

3) بين أن (AU) // (KJ) .

4) لتكن L مناظرة K بالنسبة لـ J. بين أن KULO معيَّن.

27* ** (O , I , J) معين في المستوي بحيث (OI) ⊥ (OJ)

والنقاط A(π , -2) و B(3 , √5) و C(0 , -π) و D(3,−√5) .

E(π , -√5) و F(π , 0) و G(−3 , −√5) و H(π,2) .

ضع علامة "X" أمام كل إجابة صحيحة .

☐ A و H متناظرتان بالنسبة لـ(OI)	☐ O منتصف [EG]	☐ (AB) // (OJ)
☐ F و C متناظرتان بالنسبة لـO	☐ O منتصف [BG]	☐ (CF) // (OI)
☐ D و G متناظرتان بالنسبة لـ (OJ)	☐ O منتصف [GD]	☐ (AF) // (OJ)

☐ مجموعة النقاط التي فاصلتها π هي [AF] ☐ B∈(EG)

☐ مجموعة النقاط التي ترتيبها √5 هي (BG) ☐ F∈(AH)

COLLEGE.MOURAJAA.COM

برهنة طالس و تطبيقاتها

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حالة عدم ذكرها)

1* ABC مثلث ارتفاعه AH=3 و I و J نقطتان من [BC] بحيث BI = IJ = JC. لتكن S_1 مساحة المثلث AIB و S_2 مساحة المثلث AIJ و S_3 مساحة المثلث AJC و S مساحة المثلث ABC .

1) بين أن $S_1 = S_2 = S_3$.

2) استنتج أن $\frac{S_1}{S} = \frac{S_2}{S} = \frac{S_3}{S} = \frac{1}{3}$.

2* ارسم مثلثا EFG قائم الزاوية في E بحيث EF = 6 و EG = 8 وعين I منتصف[FG] والنقطتان M و N من [EF] بحيث EM = MN = NF . احسب قيس مساحة المثلث IMN.

3* 1) ABCD مستطيل بحيث AB = 4 و AD = 3 . احسب مساحته S.

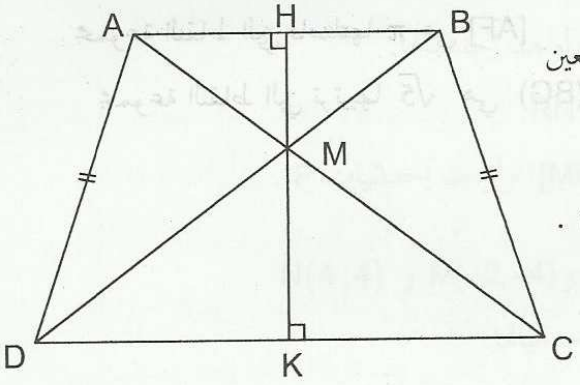
2) عين نقطة M على [AD] ، نضع AM = x .المستقيم المار من M والموازي لـ(AB) يقطع (BC) في N.

أ) ماهي طبيعة الرباعي ABNM ؟

ب) احسب مساحته 'S بدلالة x .

ج) بين أن $\frac{S}{S'} = \frac{AM}{AD}$.

4** يمثل الرسم المقابل شبه منحرف ABCD متقايس الضلعين قاعدتاه [AB] و[CD] وارتفاعه HK= 8



حيث MH = 3 و MK = 5 . نضع AB = x و CD = y .

1) أ) احسب بدلالة x مساحات كل من المثلثات ABD وABC وACD و AMB.

ب) استنتج أن مساحة كل من المثلثين MBC و MAD تساوي $\frac{5}{2}x$.

2) احسب بدلالة y مساحة المثلث MCD.

3) أ) احسب بطريقتين مساحة شبه المنحرف ABCD .

ب) استنتج أن $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

5 1) Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و M و N نقطتان من Δ و P و K نقطتان من Δ'.

بين أن مساحة المثلث MPK تساوي مساحة المثلث NPK.

2) نعتبر مثلثا ABC و D نقطة من [AB] و E نقطة من [AC] بحيث (BC) // (DE)

و F نقطة من [BC] بحيث (AB) // (EF) . S_1 مساحة المثلث ABE و S_2 مساحة المثلث ACD

و S_3 مساحة المثلث ABF و S مساحة المثلث ABC .

أ) بين أن $S_1 = S_3$.

ب) a_1 مساحة المثلث BDE و a_2 مساحة المثلث CED و a مساحة المثلث ADE . بين أن $a_1 = a_2$.

ج) استنتج أن $S_1 = S_2$.

3) أ) بين أن $\frac{S_1}{S} = \frac{AE}{AC}$ و أن $\frac{S_2}{S} = \frac{AD}{AB}$ و أن $\frac{S_3}{S} = \frac{BF}{BC}$.

ب) استنتج أن $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

مبرهنة طـــالـــس في المثلث

6 EFG مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EF = 2$ و $FG = 3$ و M نقطة من [GF] بحيث $GM = 8$ و N المسقط العمودي لـ M على (EG).

1) احسب $\frac{MN}{EF}$.

2) احسب MN.

7 ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AD = 4$ و $AB = 5$ ثم عين النقطة O على [CD] بحيث $OD = 2$ المستقيم (OA) يقطع (BC) في E. احسب EC و EB.

8 MNP مثلث بحيث $MN = 6$ و $MP = 5$ و $NP = 8$ و A نقطة من NP بحيث $AN = 3$.

B و C مسقطا A على التوالي على (MN) وفقا لمنحى (MP) وعلى (MP) وفقا لمنحى (MN)

احسب قيس محيط الرباعي MBAC.

9 ABC مثلث بحيث $AB = 4$ و $AC = 3$ و $BC = 2$ و E نقطة من [AB]. الموازي لـ (BC) المار من E يقطع (AC) في D. نضع $BE = x$ و $CD = y$ و $ED = z$

1) بين أن $y = \frac{3}{4}x$ و $z = 2 - \frac{1}{2}x$

2) احسب y و z إذا اعتبرنا $x = 1,5$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

10 ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]. و O نقطة تقاطع (AC) و (BD) والمستقيم الموازي لـ (AB) والمار من O يقطع (AD) في M و (BC) في N.

1) بيّن أنّ $\frac{AM}{AD}=\frac{OM}{CD}$ وأنّ $\frac{BN}{BC}=\frac{ON}{CD}$

2) استنتج أن O منتصف [MN].

11 OBC مثلث بحيث $OB=4$ و $OC=3$ و $BC=5$ والنقطتان A و D مناظرتا C و B على التوالي بالنسبة إلى O و E النقطة من [OB] بحيث $OE=3$ و F مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC).

1) بين أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

2) احسب OF و EF.

3) M نقطة من [AD] بحيث $DM=3$ و (OM) يقطع (EF) في N ويقطع (BC) في P.

أ) بين أن O منتصف [MP].

ب) أثبت أن $\frac{ON}{OM}=\frac{3}{4}$

ج) احسب NE.

12 ABCD مستطيل بحيث $AD=4$ و $AB=6$ و I النقطة من [AB] بحيث $IB=4$. (CI) و (AD) يتقاطعان في E

1) احسب AE ثم استنتج ED.

2) المستقيم المار من E والموازي لـ (AB) يقطع (ID) في F. احسب EF.

3) المستقيم المار من F والموازي لـ (AD) يقطع (CD) في M و (EC) في N.

أ) احسب DM.

ب) بيّن أنّ N منتصف [EC].

13 ارسم مثلثا ABC بحيث $AB=3,5$ و $AC=4$ و $BC=5$ وعين نقطة M على [BC] بحيث $CM=2$ و المستقيم المار من M والموازي لـ (AB) يقطع (AC) في N.

1) احسب CN و MN.

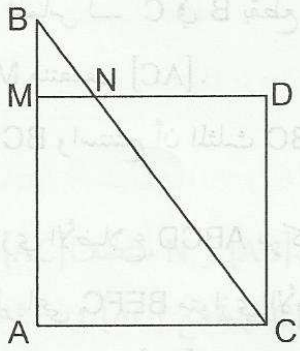
2) عين نقطة E مناظرة C بالنسبة إلى M. المستقيم (MN) يقطع (AE) في F.

أ) احسب FM و FN.

ب) بين أن $AE=\frac{1}{2}EF$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

14** في الشكل المقابل AMDC مربّع $AB=4$ و $AC=3$ و $BC=5$ و $BM=1$



1) أ) احسب BN و MN .

ب) استنتج ND و NC .

2) (AD) و (BC) يتقاطعان في O .

أ) بين أن $\frac{ON}{OC}=\frac{3}{4}$.

ب) بين أن $\frac{OC}{OB}=\frac{3}{4}$.

ج) استنتج أن $\frac{ON}{OB}=\frac{9}{16}$.

15** ABCD مستطيل حيث $AB=6$ و $AD=4$ و N النقطة من $[DA]$ بحيث $DN=6$.

1) (NC) يقطع (AB) في M. احسب AM.

2) (NC) يقطع (BD) في O.

أ) بين أنّ $\frac{OC}{ON}=\frac{OB}{OD}$ وأن $\frac{OB}{OD}=\frac{OM}{OC}$

ب) استنتج أنّ $OC^2=OM\times ON$

ج) احسب $\frac{OB}{OD}$

3) (DM) يقطع (BC) في P. احسب BP.

قطعة المستقيم التي تصل بين منتصفي ضلعي مثلث

16* ارسم مثلثا EFG بحيث $EF=5$ و $EG=3$ و $FG=6$ وعيّن النقطتين M منتصف $[EF]$ و N منتصف $[EG]$.

1) احسب قيس محيط المثلث EMN.

2) عين النقطة H المسقط العمودي لـــ E على (FG) و (MN) يقطع $[EH]$ في K.

أ) بيّن أن K منتصف $[EH]$

ب) استنتج أن (MN) هو الموسط العمودي لـــ $[EH]$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

17 * ارسم قطعة مستقيم [AB] بحيث $AB=5$ و الدائرة C مركزها O و قطرها [AB]

الموسط العمودي Δ لـ [AB] يقطع الدائرة C في نقطتين إحداهما M.

1) المستقيم المماس لـ C في B يقطع (AM) في C .

بيّن أنّ M منتصف [AC].

2) احسب BC واستنتج أن المثلث ABC متقايس الضلعين.

18** ارسم متوازي الأضلاع ABCD مركزه O وعين النقطة E منتصف [AB]. (EO) يقطع (CD) في F.

أ) بين أن الرباعي BEFC متوازي الأضلاع.

ب) بين أن O منتصف [EF].

19** ABC مثلث قائم الزاوية في B والنقطة E مناظرة A بالنسبة إلى C

والنقطة D مناظرة A بالنسبة إلى B. المستقيم الموازي لـ (DE) والمار من A يقطع (CD) في F.

أثبت أن الرباعي AFED مستطيل.

20** ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB=3$ و $AD=4$ و $CD=9$

1) عيّن النقطة E منتصف [AD] وارسم المستقيم المار من E والموازي لـ (AB) الذي يقطع (BC) في F و (BD) في G. احسب EG و FG.

2) ابن النقطة H مسقط F على (BD) وفقا لمنحى (AD) (HF) يقطع (CD) في I.

أ) احسب HF و HI واستنتج أنّ المثلث EFH متقايس الضلعين.

ب) بيّن أنّ $HG=3\cdot GD$

21** ابن متوازي الأضلاع MNPQ مركزه I بحيث $MN=3$ و $MP=5$ و $PN=4$ و $E\in[MI]$ بحيث $ME=1$ المستقيم (NE) يقطع (MQ) في F و (PQ) في G.

1) احسب MF .

2) احسب GP .

3) أثبت أنّ $EN^2=EF\times FG$.

4) H مسقط I على (NG) وفقا لمنحى (GQ). احسب IH.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

22** ABC مثلث بحيث $AC=3$ ، E و F نقطتان من [AC] بحيث $AE=CF=1$ و G منتصف [BC].

1) بين أن (BE)//(GF).

2) (AG) يقطع (BE) في I. بيّن أن I منتصف [AG].

3) بين أن $EI=\frac{1}{4}BE$

تطبيق على شبه المنحرف

23* ABC مثلث بحيث $BC=5$ و $AC=AB=4$ و M منتصف [AB] و N منتصف [AC]. عيّن نقطة E على [AB] بحيث $AE=3$. المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع [AC] في F. احسب AF و EF.

24* ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB=3$ و $CD=5$

1) ابن النقطة E مناظرة B بالنسبة إلى C و النقطة F مناظرة A بالنسبة إلى D.

(FB) و (CD) يتقطعان في I. بيّن أنّ I منتصف [BF].

2) احسب EF.

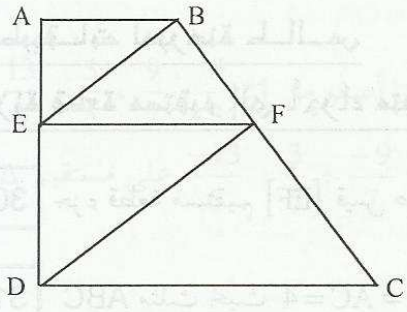
25** ارسم شبه منحرف EFGH قاعدتاه [EF] و [GH] بحيث $GH>EF$ وM منتصف [EH]. وQ منتصف [FG]

1) (MQ) يقطع (EG) في P و (HF) في N. نضع $EF=x$ و $HG=y$ و $NP=a$. بيّن أن $a=\frac{y-x}{2}$

2) احسب a إذا كان $MN=1,5$ و $y=7$

مبرهنة طالس والمستقيمات المتوازية

26* نعتبر الرسم المقابل حيث (AB)//(EF)//(CD) و (BE)//(DF) و $AE=2$ و $AD=5$ و $BF=2,5$



1) احسب FC و BC.

2) المستقيم المار من A والموازي لـ (EB) يقطع (BC) في G.

أ) أوجد النسبة $\frac{GB}{GF}$.

ب) احسب GB و GC.

3) المستقيم المار من G والموازي لـ (AB) يقطع (AD) في K.

أ) أوجد النسبة $\frac{KA}{GB}$.

ب) احسب KD.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

27* ارسم معينا ABCD مركزه O بحيث $AC=4$ و $BD=2$

عيّن النقطة E منتصف [AO] و F مسقط D على (AC) وفقا لمنحى (BE).

أ) أثبت أنّ O منتصف [EF]

ب) استنتج أن الرباعي BEDF مربّعا.

28* ارسم مثلثا ABC بحيث $AB=2$ و $AC=6$ و $BC=7,5$

منصّف الزاوية [AB,AC] يقطع [BC] في D والمستقيم المار من C والموازي لـ (AD) يقطع (AB) في E.

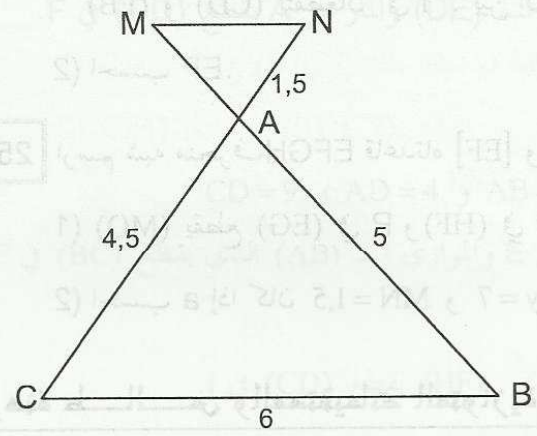
1) أثبت أنّ المثلث ACE متقايس الضلعين.

2) برهن على أن $DB=\frac{1}{3}DC$

3) احسب BD و DC.

29** نعتبر الرسم المقابل حيث $(BC)//(MN)$

و $BC=6$ و $AC=4,5$ و $AN=1,5$ و $AB=5$



1) احسب AM وبين أن $MN=2$.

2) المستقيم المار من A والموازي لـ (BC) يقطع (MC) في E ويقطع (NB) في F .

أ) بين أن $\frac{MA}{MB}=\frac{AE}{BC}$ وأن $\frac{NA}{NB}=\frac{AF}{BC}$.

ب) استنتج أن A منتصف [EF] .

3) لتكن I منتصف [EC] و J منتصف [BF] . احسب IJ.

تطبيقات لمبرهنة طالس

تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة:

30* جزء قطعة مستقيم [EF] قيس طولها 3,5 إلى أربعة أجزاء متقايسة

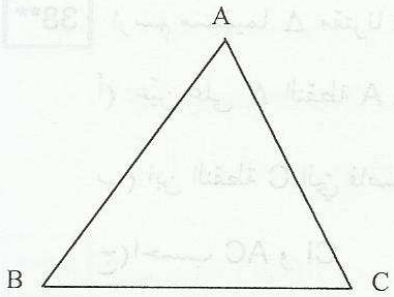
31* ABC مثلث بحيث $AB=AC=4$ و $BC=5$.

أ) جزّء كل من AB و AC إلى 5 أجزاء متقايسة.

ب) احسب قيس طول كلّ جزء.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

32** ارسم مثلثا ABC بحيث: $BC = 4$



1) ابن النقطتين M و N على [BC] بحيث $BM = MN = NC$

2) ليكن [AH] ارتفاع المثلث ABC بين أن مساحات المثلثات ABM و AMN و ACN متقايسة.

33** جزء مستطيلا EFGH قطره 5 إلى 25 مستطيلا متقايسة.

تعيين نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسبة معينة:

34* ارسم قطعة مستقيم [EF] قيس طولها 11 صم.

1) أ) ابن عليها النقطة M بحيث $EM = \frac{3}{7}EF$

ب) احسب EM.

2) أ) ابن عليها النقطة N بحيث $\frac{EN}{EF} = \frac{5}{7}$ ب) احسب MN.

35* [AB] قطعة مستقيم بحيث $AB = 8$

1) عيّن عليها نقطة C بحيث $AC = \frac{2}{3}AB$ ثم احسب AC.

2) عيّن على [AC] نقطة D بحيث $AD = \frac{2}{5}AC$. احسب AD و احسب CD.

36* ABC مثلث بحيث $AB = 6$ و $AC = 8$ و $BC = 9$

1) عيّن النقطة M على [AB] بحيث $AM = \frac{4}{5}AB$ وعيّن على [AC] النقطة N بحيث $AN = \frac{3}{5}AC$.

2) بيّن أنّ المثلث AMN متقايس الضلعين.

37* أ) اكتب الأعداد التالية في شكل مجموع عدد صحيح وعدد كسري أصغر من 1: $\frac{5}{3}$ ، $\frac{9}{7}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{13}{6}$

ب) عيّن النقاط A و B و C و D التي فاصلاتها على التوالي: $\frac{5}{3}$ ، $\frac{-9}{7}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{-13}{6}$ على مستقيم Δ مقترن بمعيّن (O,I) حيث $OI = 2$.

ج) احسب AB ، BC و CD

د) أوجد x_M فاصلة M منتصف [AD].

COLLEGE.MOURAJAA.COM

38 ارسم مستقيما Δ مقترنا بمعيّن (O,I) حيث: $OI=4$

أ) عيّن على Δ النقطة A بحيث $x_A=-\frac{3}{7}$ والنقطة B بحيث $x_B=-1$

ب) ابن النقطة C التي فاصلتها $\frac{-10}{7}$

ج) احسب AC و CI

د) أوجد x_D فاصلة D بحيث $AD=\frac{9}{7}$ و $D\in[AC]$

39 (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=4$

1) عيّن النقط $A\left(\frac{3}{5},0\right)$ ، $B\left(0,\frac{4}{5}\right)$ ، $C\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$

2) استنتج بناء النقط $A'\left(-\frac{3}{5},0\right)$ ، $B'\left(0,-\frac{4}{5}\right)$ و $C'\left(\frac{-3}{5},\frac{-4}{5}\right)$

3) ما هي طبيعة الرباعي $A'C'AC$ ؟ علّل جوابك.

40 نعتبر المعين (O,I,J) حيث $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=5$ و $OJ=4$

1) عيّن النقطتين $A\left(\frac{3}{5},-\frac{2}{3}\right)$ و $B\left(-1,\frac{2}{3}\right)$

2) أوجد إحداثيات النقاط C و D و E بحيث C مناظرة A بالنسبة إلى (OI)

و D مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) و E مناظرة A بالنسبة إلى O

41 1) ارسم مستقيما Δ وعين عليه 3 نقاط A و B و C بحيث $\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$. (اعط كل الإمكانيات)

2) E و F و G ثلاث نقاط من مستقيم Δ' بحيث $\frac{EF}{EG}=1$. بيّن أن E منتصف $[FG]$.

42 OAB مثلث بحيث $AB=OA=4$ و $OB=3$

1) عيّن النقطتين I و J على $[OB]$ و $[OA]$ على التوالي بحيث $OI=\frac{2}{3}OB$ و $OJ=\frac{4}{5}OA$

2) أ) ابن النقطة C بحيث يكون الرباعي OACB متوازي الأضلاع.

ب) بيّن أن المثلث ABC متقايس الضلعين.

3) ما هي إحداثيات النقاط O و A و B و C و I و J في المعيّن (O,A,B)؟

4) ما هي إحداثيات النقط O و I و J و A و B و C في المعيّن (O,I,J)؟

COLLEGE.MOURAJAA.COM

تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أبعاد مقدمة:

43* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 8 صم.

1) عيّن النقاط M و N و P بحيث $\frac{AM}{2} = MN = NP = \frac{PB}{5}$

2) احسب AM و NP و BP.

44* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 7 صم.

أ) عيّن النقطتين M و N من [AB] بحيث $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{5}$ و $\frac{AN}{3} = \frac{NB}{2}$

ب) احسب AM و NB.

45** [EF] قطعة مستقيم قيس طولها بالصنتمتر 7

1) عيّن النقاط G و H و K بحيث تكون الأبعاد EG و GH و HK و KF متناسبة مع 2 و 3 و 1 و 4.

2) احسب GK و HF.

مسائل

46** ABC مثلث بحيث $AB = \frac{9}{2}$ و $BC = 4$ و $AC = 3$.

1) أ) عيّن النقطة E على [AB] بحيث $AE = \frac{2}{3}AB$.

ب) بيّن أن المثلث AEC متقايس الضلعين.

2) المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في M.

بيّن أن $AM = \frac{2}{3}AC$ ثم احسب AM.

3) المستقيم المار من M والموازي لـ (EC) يقطع (AB) في F.

أ) بيّن أن $\frac{AF}{AE} = \frac{AE}{AB}$.

ب) استنتج أن $AE^2 = AF \times BA$

ج) احسب AF.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

47** 1) EFGH مستطيل. ارسم النقطة A من [EF] بحيث $EA=\frac{5}{8}EF$ والنقطة B من [EH] بحيث $\frac{EB}{EH}=\frac{4}{5}$

2) أ) ارسم النقطة C بحيث يكون الرباعي EACB مستطيل.

ب) بيّن أن قيس مساحة المستطيل EACB تساوي نصف قيس مساحة المستطيل EFGH.

48** ارسم مربّعا ABCD وعين النقط E على [AB] بحيث $AE=\frac{2}{3}AB$

G على [AD] بحيث $\frac{DG}{AD}=\frac{1}{3}$ و K مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC)

1) أ) بين أنّ $EK=AG$

ب) استنتج أن AEKG مربّع وأن (GK)//(DC)

2) احسب قيس مساحة المربّع AEKG إذا علمت أن $AB=\sqrt{27}$.

49** ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث $AB=3$ و $AD=2$ و $CD=5$

1) أ) عيّن النقطة E من [CD] بحيث $DE=\frac{3}{5}DC$

ب) احسب DE واستنتج أنّ ABED مستطيل.

2) أ) عيّن النقطة F من [CD] بحيث $CF=\frac{4}{5}CD$ ثم عيّن النقطة G بحيث E منتصف [BG].

ب) بيّن أن BCGF معيّن واحسب قيس مساحته.

50** ارسم مثلثا ABC بحيث AB =6 cm و AC =8 cm و BC =9 cm ثم عيّن النقطة E على [AB] بحيث AE = 4 cm. المستقيم المار من E والموازي لـ (BC) يقطع (AC) في F

1) احسب EF وبيّن أنّ $FC=\frac{8}{3}$

2) عيّن M منتصف [AE] . السستقيم المار من M والموازي لـ (AC) يقطع (EF) في I ويقطع (BC) في N .

أ) بيّن أن I منتصف [EF] واحسب MI

ب) احسب IN واستنتج أن MENF متوازي الأضلاع

3) (AN) يقطع (EF) في O

أ) بيّن أن $\frac{OF}{OE}=\frac{1}{2}$ واستنتج أنّ $EF=3\times OF$

ب) احسب OF

COLLEGE.MOURAJAA.COM

51 ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و[CD] حيث $AB = 6cm$ و $AD = 4cm$ و $BC = 5cm$

1) عين النقطة M على [AD] بحيث $AM = 1cm$ و N مسقط M على (BC) وفقا لمنحى (AD) ،

احسب BN و NC .

2) لتكن E منتصف [AB]. المستقيم (DE) يقطع [MN] في F .

أ) احسب MF

ب) بين أن $\frac{EF}{FD} = \frac{1}{3}$

3) (AF) و (DC) يتقاطعان في G . بين أن $\frac{FG}{FA} = 3$ ثم احسب DG .

52 ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AB = 6$ و $AD = 4$ وعين النقطة M من[AB] بحيث $AM = 4$.

1) المستقيم(DM) يقطع (BC) في N ويقطع (AC) في النقطة O . احسب BN و استنتج CN

2) ارسم النقطة H مسقط النقطة O على (CD) وفقا لمنحى (AD) .

أ) بيّن أنّ $\frac{OH}{CN} = \frac{DH}{DC}$ واستنتج أن المثلث ODH متقايس الضلعين .

ب) بيّن أنّ $\frac{OH}{AD} = \frac{CH}{DC}$

ج) استنتج أن $\frac{OH}{AD} + \frac{OH}{CN} = 1$

د) احسب OH

53 ارسم شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث $AB = 4$ و $AD = 5$ و $CD = 6$

و عين نقطة Mعلى [AD] بحيث$DM = 3\ cm$ و ارسم المستقيم Δ المار من M والموازي لـــ(AB) Δ يقطع (BD) في O و (BC) في N .

1) أ) احسب MO .

ب) بين أن $\frac{BO}{BD} = \frac{2}{5}$.

ج) احسب ON و MN .

2) ارسم المستقيم المار من B والموازي لـــ(AO) فيقطع (AD) في E .

أ) بين أن $DA^2 = DE \times DM$.

ب) احسب DE .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

54** ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث $AB=6$ و $BC=4$ و $AC=5$ وعين نقطة M على [AC] بحيث $AM=2$ ، المستقيم المار من M والموازي لـ (AD) يقطع (AB) في N ويقطع (CD) في P.

1) أ) احسب AN و MN .

ب) استنتج MP و PC .

2) (CN) يقطع (AD) في E .

أ) احسب النسبة $\frac{AE}{BC}$.

ب) استنتج البعد AE .

55** (O,I,J) معيّن في المستوي بحيث $OI=OJ=4$ و $(OI)\perp(OJ)$

1) عيّن النقطتين $A\left(\frac{6}{5},0\right)$ و $B\left(0,-\frac{3}{5}\right)$ و P منتصف [AB]

2) لتكن M المسقط العمودي لـ P على (OI) و N المسقط العمودي لـ P على (OJ) .

أ) بيّن أن M منتصف [OA] وأنّ N منتصف [OB] .

ب) أوجد إحداثيات P في المعين (O,I,J) .

3) لتكن D مناظرة B بالنسبة لـ M. بيّن أن $(AD)//(OB)$.

4) لتكن C المسقط العمودي لـ D على (OJ) . بيّن أن OADC مستطيل واستنتج إحداثيات D.

56*** ارسم مثلثا AMN بحيث $MN=2,5$ و $AM=6$ و $AN=4,5$

1) ابن النقطة B مناظرة A بالنسبة لـ N والنقطة C مناظرة A بالنسبة لـ M .

أثبت أن $(MN)//(BC)$ واحسب BC.

2) ارسم نقطة E على [AM] بحيث $AE=4$ و المستقيم المار من A والموازي لـ (MN) يتقاطع مع (NE) في P.

أ) أثبت أن $\frac{EN}{EP}=\frac{NM}{AP}=\frac{1}{2}$

ب) استنتج AP.

ج) ما هي طبيعة الرباعي APCB ؟ علل جوابك.

3) المستقيم (NE) يقطع (BC) في F.

أ) أثبت أن $\frac{EP}{EF}=\frac{EA}{EC}=\frac{AP}{FC}$

ب) احسب FC واستنتج أن B منتصف [FC] .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) أثبت أن $\frac{EP}{EF}=\frac{1}{2}$.

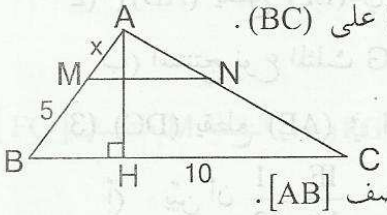
د) استنتج أن $EP^2 = EN \times EF$

57* نعتبر المثلث ABC المقابل حيث $AB=5$ و $BC=10$ و $AH=4$ حيث [AH] ارتفاعه الصادر من A

عين نقطة M على [AB]، نضع أن $AM=x$. النقطة N مسقط M على (AC) وفقا لمنحى (BC)

1) احسب BM و MN بدلالة (بواسطة) x.

2) ابن النقطتين K و P المسقطتين العموديين على التوالي لـ M و N على (BC).



أ) احسب MK بدلالة x.

ب) بين أن MNPK مستطيل.

ج) احسب قيس محيط المستطيل MNPK في حالة تكون M منتصف [AB].

د) أوجد العدد x بحيث يكون الرباعي MNPK مربّعا.

58* نعتبر مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية C بحيث $AB=6$ و $CA=5$

و M النقطة من [BC] بحيث $BM=4$. المستقيم المار من M والموازي لـ (AC) يقطع (AB) في N.

1) احسب BN و MN.

2) ابن النقطة D بحيث يكون ABCD متوازي الأضلاع. بيّن أن $AC=AD$.

3) لتكن E منتصف [CD] و المستقيم المار من E والموازي لـ (AD) يقطع (AC) في F ويقطع (MN) في I.

بيّن أن F منتصف [AC] ثم احسب EF.

4) المستقيم (MN) يقطع (AE) في L و (CD) في K.

أ) بيّن أن $\frac{EC}{EK}=\frac{FC}{IK}$ وأنّ $\frac{EA}{EL}=\frac{FA}{IL}$

ب) استنتج أنّ $\frac{FA}{IL}=\frac{FC}{IK}$

ج) بيّن أن I منتصف [KL]

COLLEGE.MOURAJAA.COM

59* ABCD معيّن مركزه O بحيث $AB = 5$ و $AO = 4$

1) ابن النقط E مناظرة O بالنسبة لـ D و F مناظرة O بالنسبة لـ C

والنقطة H مسقط F على (BD) وفقا لمنحى (BC).

أ) بين أن $EF = 2CD$.

ب) بيّن أن المثلث HEF متقايس الضلعين.

2) أ) (AD) يقطع (EF) في G . احسب FG و DG.

ب) استنتج نوع المثلث AFG.

3) (DC) يقطع (AE) في I.

أ) بيّن أن $\frac{IE}{IA} = \frac{1}{2}$.

ب) احسب ID.

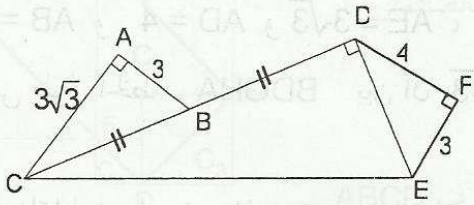
COLLEGE.MOURAJAA.COM

العلاقات القياسية في المثلث القائم

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حال عدم ذكرها)

نظرية بيتاغور:

1* تأمل الرسم المقابل واحسب EC



2* [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 5 و Δ الموسط العمودي لـ [AB] ويقطع (AB) في C و D نقطة من Δ بحيث $CD=\frac{7}{2}$. احسب AD.

3** ارسم مثلثا EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E بحيث $EF=5$ و $FG=6$ وعين النقطة M منتصف [FG] .

1) أ) احسب EM.

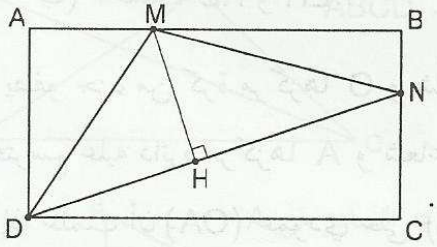
ب) استنتج مساحة المثلث EFG

2) ارسم H المسقط العمودي لـ F على (EG)

أ) احسب FH

ب) استنتج EH و HG .

4** يمثل الرسم المصاحب مستطيلا ABCD حيث $AB=6$ و $AD=3$ و $M\in[AB]$ و $N\in[BC]$ بحيث $AM=2$ و $BN=1$



1) أ) احسب محيط المثلث MND

ب) احسب مساحة المثلث MND .

2) لتكن H المسقط العمودي M لـ على (DN) ، استنتج MH .

5** ارسم معينا ABCD مركزه O بحيث $AB=AC=5$.

1) احسب BD.

2) الدائرة التي قطرها [AC] تقطع (BD) في نقطتين إحداهما I. احسب AI.

6** ارسم مثلثا ABO متقايس الأضلاع بحيث $AB=3,5\ cm$ ، و C مناظرة O بالنسبة إلى A .

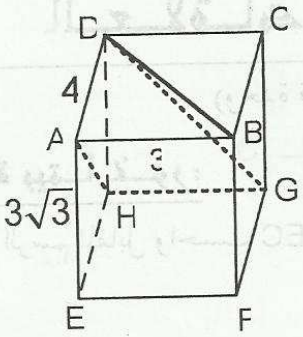
بين أن المثلث OBC قائم الزاوية في B و احسب BC.

7** MNP مثلث قائم الزاوية في M بحيث $NP=8$ و $\hat{MNP}=60°$ و O منتصف [NP]

1) بين أن المثلث MNO متقايس الأضلاع.

2) احسب MP.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

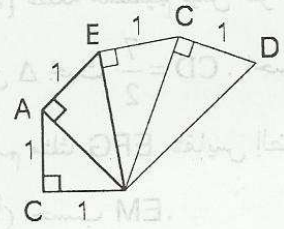


8** يمثل الرسم المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH

حيث $AB = 3$ و $AD = 4$ و $AE = 3\sqrt{3}$ ،

ليكن $\mathscr{L}$ قيس طول الخط BDGHA بين أن $\mathscr{L} = 14 + \sqrt{43}$.

9** نعتبر الرسم المقابل(حلزون بيتاغور).



1) احسب AI و BI و CI و DI .

2) ارسم نقطة E بحيث يكون المثلث DEI قائم الزاوية في D و $DE = 1$ و E ليست من جهة C بالنسبة إلى (DI) . احسب EI .

3) أوجد طريقة لرسم قطعة مستقيم [GK] قيس طولها $\sqrt{19}$.

10** ارسم شبه منحرف EFGH قائم الزاوية في F و G بحيث $EF = 2,5$ و $HG = 5$ و $FG = 4$

1) احسب EG و FH.

2) (EH) و (FG) يتقاطعان في D.

أ) بيّن أن F منتصف [DG] وأنّ E منتصف [DH].

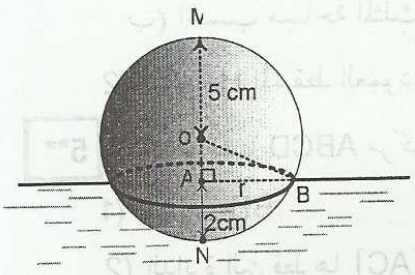
ب) احسب HD و EH.

11** يطفو جزء من كرة مركزها O و شعاعها 5 cm فوق سطح الماء

فترسم عليه دائرة مركزها A و شعاعها r كما يوضح الشكل المقابل

إذا علمت أن (OA) عمودي على (AB)

وأن A و O و M و N على استقامة واحدة

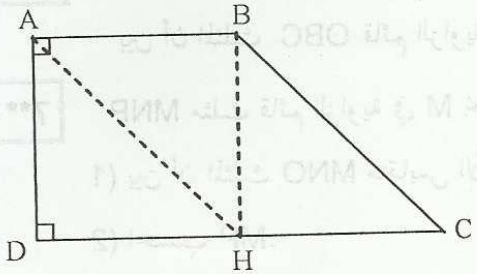


1) احسب r .

2) استنتج البعدين BM و BN .

قطر مربع وارتفاع مثلث متقايس الأضلاع:

12* يمثل الشكل المقابل شبه منحرف ABCD .



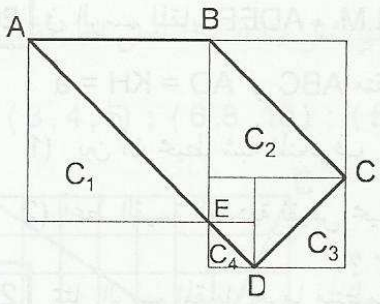
احسب P قيس محيطه إذا علمت أن $AB = 3$

و ABHD مربع و ABCH متوازي الأضلاع.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

13* نعتبر الرسم المصاحب حيث C_1 و C_2 و C_3 و C_4 مربعات أقيسة أضلاعها على التوالي 4 و 3 و 2 و 1 بالصنتمتر

و A و E و D على استقامة واحدة.



1) بين أن المثلثين BCD و ACD قائما الزاوية .

2) أ) احسب قيس محيط و قيس مساحة شبه المنحرف ABCD .

ب) احسب BD و AC .

14* ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس ضلعه a وقيس ارتفاعه h

أكمل الجدول المقابل .

		$2\sqrt{3}$	3	5	a
$\sqrt{6}$	2				h

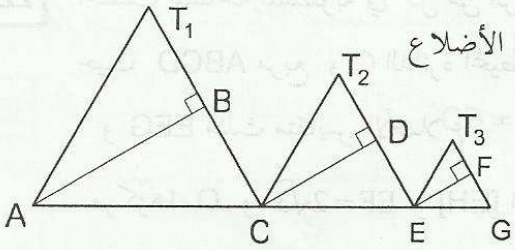
15* احسب A قيس مساحة مثلث MNP متقايس الأضلاع حيث $MN = 8$.

16** نعتبر الرسم التالي حيث T_1 و T_2 و T_3 مثلثات متقايسة الأضلاع

أقيسة أضلاعها على التوالي 6 و 4 و 2

وارتفاعاتها على التوالي [AB] و [CD] و [EF] .

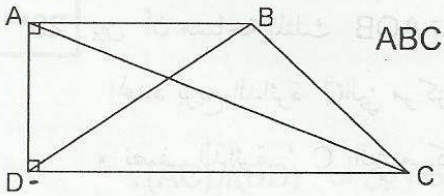
احسب طول الخط ABCDEFG.



17** أعط قيمة تقريبية (استعمل الآلة الحاسبة) لمساحة شبه المنحرف ABCD

الممثل بالرسم المقابل حيث $AC = 11,3$ cm $DB = 7,4$ cm

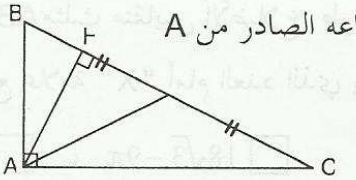
و $AD = 4,1$ cm .



18** في الشكل المقابل ABC مثلث قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A

و I منتصف [BC] و $AH = 2$ و $HI = 1,5$.

احسب BC و AB و AC .



19** EFGH مستطيل بحيث $EF = \frac{9}{2}$ و $E\hat{F}H = 30°$ و Δ الموسط العمودي لـ [HF] .

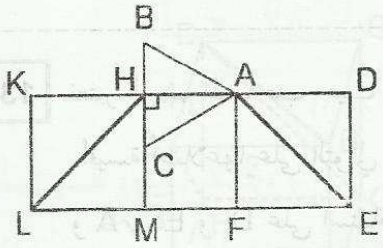
Δ يقطع (HF) في N و (HE) في M.

1) أثبت أن المثلث MHF متقايس الأضلاع.

2) احسب HF و EH.

3) بين أن قيس مساحة المثلث MFH يساوي قيس مساحة المستطيل EFGH.

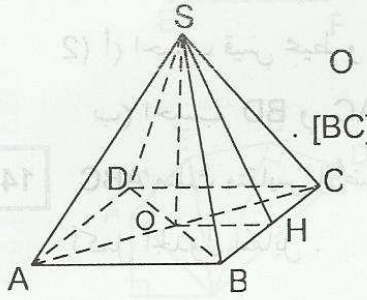
COLLEGE.MOURAJAA.COM



20** في الرسم المقابل ADEF و HKLM مربعان بحيث $AD = KH = a$ و ABC متقايس الأضلاع بحيث $AB = b$

1) بين أن محيط شبه المنحرف AELH يساوي $2a(\sqrt{2}+1)+b\sqrt{3}$

2) أعط القيمة العددية لقيس محيط شبه المحرف إذا علمت أن $a=10(\sqrt{2}-1)$ و $b=3\sqrt{3}$

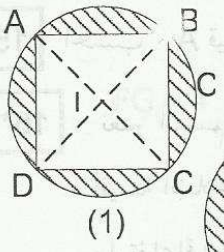


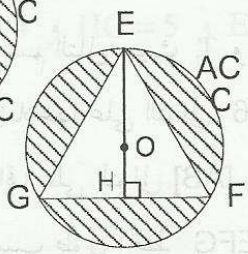
21** يمثل الرسم المقابل هرما منتظما SABCD قاعدته المربع ABCD مركزه O بحيث $AB = 4$ وأوجهه الجانبية مثلثات متقايسة الأضلاع و H منتصف [BC] .

1) احسب BD و OH .

2) احسب SH (عمد الهرم)

3) إذا علمت أن هو SO ارتفاع الهرم وأن $(SO) \perp (OH)$, احسب SO.



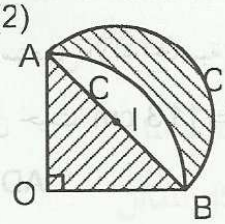


22** احسب المساحة المشطوبة في كل من الرسمين (1) و (2) المقابلين

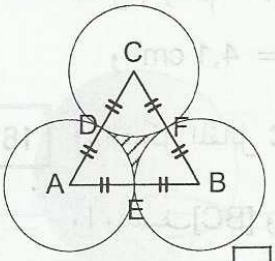
حيث ABCD مربع و C الدائرة المحيطة به مركزها I حيث $AC = 4$

و EFG مثلث متقايس الأضلاع و ' C الدائرة المحيطة به

مركزها O و $EF = 2\sqrt{3}$ و [EH] ارتفاعه و $EO = \frac{2}{3}EH$.



23** بين أن مساحة المثلث AOB تساوي قيس مساحة الهلال المحدد بربع الدائرة C التي مركزها O وشعاعها $OA = r$ و نصف الدائرة ' C التي مركزها I منتصف [AB] .



24** ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 6cm .

ضع علامة "X" أمام العدد الذي يساوي قيس المساحة المشطوبة

☐ $6(\pi-\sqrt{3})$ ، ☐ $18\sqrt{3}-9\pi$ ، ☐ $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$ ، ☐ 2 ، ☐ $\frac{\pi}{2}-1$

خمس نظرية بيتاغور:

25* حدّد المثلث القائم الزاوية من بين المثلثات T_1 و T_2 و T_3 و T_4 .

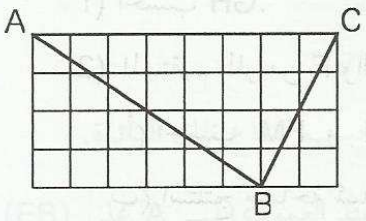
المثلث	T_1	T_2	T_3	T_4
أقيسة أضلاعه (cm)	80 ، 60 ، 100	79 ، 1002 ، 1081	240 ، 180 ، 300	168 ، 7055 ، 7057

COLLEGE.MOURAJAA.COM

26 تمثل كل من الثلاثيات التالية أقيسة أضلاع مثلث .حدد الثلاثيات التي تمثل مثلثات لها نفس الطبيعة

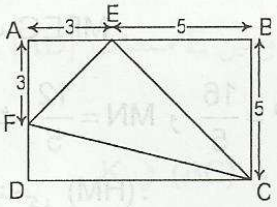
(3 , 4 , 5) ; (6 ,8 ,10) ; (5 ,12 ,13) ; (8 ,15 ,17) ; (20 ,21 , 29) ; (9 ,40 , 41) ; (9 , 50 ,51)

27 اعتمادا على الشبكة حدّد ما إذا كان المثلث ABC قائم الزاوية أم لا ؟



28 ABCD مستطيل

بين أن المثلث EFC قائم في E .



29 ارسم مستطيلا EFGH بحيث $EF=10$ و $FG=4,8$ وعيّن على [GH] نقطة M بحيث $MG=3,6$

1) احسب EM و MF.

2) بين أن المثلث EMF قائم الزاوية.

30 ارسم مثلثا HBC قائم الزاوية في H بحيث $HB=3$ و $CB=6$

1) احسب CH.

2) عين على [BH] النقطة A بحيث $BA=12$

أ) احسب AC.

ب) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3) لتكن النقطة D على [CH] بحيث $CD=4\sqrt{3}$. احسب BD وبين أن (AC)//(BD) .

العلاقة $AB\times AC=AH\times BC$:

31* ABCD معين مركزه O بحيث: $AC=6$ و $BD=8$.

1) احسب AB.

2) المستقيم المار من O والعمودي على (AB) يقطع (AB) في H و (CD) في K. احسب KH.

3) استنتج أن $KH\times AB=\frac{BD\times AC}{2}$

32* ارسم دائرة C مركزها O وقطرها $AB=6$ وعين عليها نقطتين C و D بحيث $AC=AD=4$

1) بين أن (CD) ⊥ (AB)وأن (BD) ⊥ (AD)

2) لتكن I تقاطع المستقيمين (AB) و (CD). احسب BD و ID.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

33 EFG مثلث قائم الزاوية في G بحيث $EG=3$ و $GF=6$

و H النقطة بحيث يكون الرباعي EFHG متوازي الأضلاع .

1) احسب GH.

2) المستقيم المار من F والعمودي على (EF) يقطع (GH) في M

أ) احسب FM و MH و MG .

ب) استنتج مساحة شبه المنحرف MFEG .

34 MNP مثلث قائم الزاوية في M بحيث $MN=\frac{12}{5}$ و $MP=\frac{16}{5}$ وارتفاعه [MH]

و A مسقط P على (MN) وفقا لمنحى (HM).

1) احسب NP و HN.

2) بين أن $PA=\frac{16}{3}$ ثم احسب NA.

35 أ) اكتب الأعداد التالية في شكل مجموع مربعين كاملين . 29 ; 34 ; 41 ; 58 ; 61 ; 68

ب) استنتج بناء قطع مستقيمات أطوالها . $\sqrt{29}$; $\sqrt{34}$; $\sqrt{41}$; $\sqrt{58}$; $\sqrt{61}$; $\sqrt{68}$

36 أ) اكتب الأعداد التالية في شكل فارق مربعين كاملين 21 ; 33 ; 35 ; 65 ; 75 ; 77

ب) استنتج بناء قطع مستقيمات أطوالها $\sqrt{21}$; $\sqrt{33}$; $\sqrt{35}$; $\sqrt{65}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{77}$

37 ABC مثلث قائم الزاوية في A و[AH] ارتفاعه حيث $AB=c$ و $AC=d$ و $AH=h$ و $BH=a$ و $CH=b$

1) بين أن $c^2+d^2=a^2+b^2+2ab$.

2) بين أن $c^2=a^2+h^2$ و أن $d^2=b^2+h^2$.

3) استنتج أن $h^2=ab$.

مسائل إدماجية:

38 ارسم مثلثا MPQ قائم الزاوية في M بحيث $MQ=\frac{7}{2}$ و $QP=7$.

1) بين أن $MP=\frac{7}{2}\sqrt{3}$

2) H المسقط العمودي لـ M على (QP) و O منتصف [MP] و N مناظرة H بالنسبة لـ O .

أ) بين أن الرباعي MHPN مستطيل.

ب) احسب NP و MN .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

3) لتكن E مناظرة Q بالنسبة لـ M . و (EP) يقطع (MN) في I.

أ) بين أن المثلث QPE متقايس الأضلاع.

ب) أثبت أن I منتصف [EP].

4) أ) بين أن الرباعي INHQ متوازي الأضلاع.

ب) بين أن النقط I و N و P و O تنتمي إلى نفس الدائرة C . ثم أحسب شعاع تلك الدائرة.

39** ارسم مربعا ABCD بحيث AB = 4 وعيّن E منتصف [AD] و H المسقط العمودي لـ A على (EB).

1) احسب EB و AH و HB و HE.

2) المستقيم (AH) يقطع (CD) في F و (BC) في K.

أ) بيّن أن $\frac{AE}{BK} = \frac{HA}{HK} = \frac{1}{4}$

ب) احسب HK و BK و CK.

ج) استنتج أن F منتصف [AK] وأن F منتصف [CD].

د) احسب BF.

40** ABCD مستطيل بحيث AB = 5 و AD = 2 و M نقطة من [CD] بحيث DM = 1.

1) أ) احسب AM و MB.

ب) بين أن المثلث MAB قائم الزاوية في M

2) لتكن H المسقط العمودي لـ C على (MB) . احسب CH و BH .

3) (CH) يقطع (AB) في K . احسب BK.

41** ABCD مستطيل بحيث AB = 6,4 و AD = 4,8 .

1) احسب BD .

2) عين على [DC] نقطة E لا تنتمي إلى [CD] بحيث ED = 10 .

أ) احسب BE .

ب) بين أن المثلث BDE قائم الزاوية .

3) ليكن [CH] ارتفاع المثلث BCE.

أ) احسب CH.

ب) (BE) يقطع (AD) في M. احسب EM.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

42 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 3 و AC = 6

1) احسب BC .

2) ارسم H المسقط العمودي لـ A على (BC) . احسب AH وBH .

3) عين M منتصف [BH]و N منتصف [AH] .

أ) احسب MN.

ب) بين أن $(CN) \perp (AM)$.

43 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 3,2 و AC = 2,4 .

1) بين أن BC = 4.

2) ارسم النقطتين D و E مناظرتي النقطة Aبالنسبة لكل من B و C على التوالي .

أ) بين أن (BC) // (DE) واحسب DE.

3) ارسم H المسقط العمودي لـ A على (ED) . احسب AH ..

4) عين النقطة F بحيث $F \in [DA]$ و DF = 10

أ)احسب EF .

ب) استنتج أن المثلث EDF قائم الزاوية .

5) بين أن الرباعي AHEF شبه منحرف واحسب قيس مساحته .

44 رسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB = 4 و AD = 3 و $DC = \frac{25}{4}$.

1) احسب BD .

2) ارسم [AH] الارتفاع الصادر من A للمثلث ABD. احسب AH و BH.

3) ارسم النقطة Kالمسقط العمودي لـ B على (CD) .

أ) احسب KC و BC

ب) بين أن المثلث DBC قائم الزاوية في B.

4) المستقيم(AH) يقطع المستقيم (DC)في M. والمستقيمان (AC) و(BM) يتقاطعان في O .

أ) ما طبيعة الرباعي ABCM .

ب) بين أن النقاط B و M و K تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O وشعاعها OH.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

45 ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 2 و AC = 4 وعين I منتصف [BC] .

1) بين أن $BC = 2\sqrt{5}$ ثم استنتج IC

2) ابن النقطة D بحيث BD = 5 و $CD = \sqrt{5}$ (D ليست من جهة A بالنسبة لـ (BC)) .

بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C.

3) ارسم [CH] الارتفاع الصادر من C للمثلث BCD. احسب CH وبين أن BH = 4 .

4) المستقيم المار I من والموازي لـ(CD) يقطع (BD) في O و (CH) في K .

أ) بين أن O منتصف [BD] .

ب) احسب OI و OH .

5) أ) بين أن $\frac{OK}{CD} = \frac{3}{2}$.

ب) بين أن $IK = 2\sqrt{5}$.

46 ارسم مربّعا ABCD بحيث AB=6 و G النقطة من [BC] بحيث $BG = \frac{3}{5}BC$ و BEFG مربعا بحيث $E \notin [AB]$

1) احسب BF وبين أن $\frac{BF}{BD} = \frac{3}{5}$

2) بين أن المثلث BFD قائم الزاوية في B واحسب DF.

3) (AC) يقطع (DF) في O و (BD) في I. احسب OI و BO .

47 ارسم مثلثا ABC متقايس الأضلاع حيث AB = 4 وليكن [BH] ارتفاعه الصادر من B و G مركز ثقله.

1) علما أن $BG = \frac{2}{3}BH$.احسب BG.

2) لتكن النقطة D مناظرة G بالنسبة لـ H .

أ) بين أن الرباعي ADCG معين.

ب) استنتج قيس محيط ADCG و قيس مساحته .

48 نعتبر معيّنا (O, I, J) في المستوي بحيث $(OI) \perp (OJ)$ و OI = OJ = 1cm والنقطتين A(3,6) و B(4,−2) .

1) لتكن C و D المسقطان العموديان على التوالي لـ A و B على (OI) .

و M و N المسقطان العموديان على التوالي لـ A و B على (OJ)

أ) ما هي طبيعة كل من الرباعيين OCAM و ODBN؟ علّل جوابك.

ب) احسب OC و OD و OM و ON .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) احسب OA و OB.

2) (AO) و (BD) يتقاطعان في E.

أ) احسب DE و AE.

ب) بين أن المثلث OBE قائم الزاوية.

ج) K هي المسقط العمودي لـ E على (OJ) أوجد إحداثيات النقطة E في المعين (O, I, J).

49* ارسم شبه منحرف ABCD قائما في A و D بحيث $AB = 3,2$ و $AD = 2,4$ و $CD = 5$

1) احسب BD.

2) لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (CD).

أ) أثبت أن الرباعي ABHD مستطيل. ب) احسب BC.

ج) بيّن أن المثلث BCD قائم الزاوية في B.

3) لتكن النقطة K من [AB] بحيث $AK = 1,8$.

أ) بين أن AKCH متوازي الأضلاع.

ب) احسب KC و KD واستنتج أن النقاط K و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. حدد قطرها.

ج) (BC) و (DK) يتقاطعان في E بيّن تقايس المثلثين KCD و BCD.

د) استنتج أن المثلث ECD متقايس الضلعين.

4) (BD) يقطع (KC) في M و (EM) يقطع (CD) في O.

أ) أثبت أن $(EO) // (BH)$.

ب) احسب EO.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أنشطة حول الرباعيات

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1* ضع "صواب" أو "خطأ" أمام كل جملة

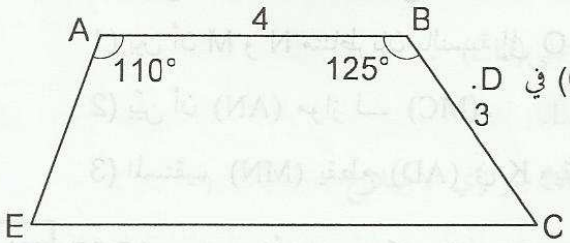
- كل رباعي له ضلعان متوازيان هو متوازي الأضلاع . ☐
- كل رباعي له زاوية قائمة هو مستطيل . ☐
- كل رباعي له 3 زوايا قائمة هو مربع . ☐
- كل رباعي قطراه متعامدان هو معين . ☐
- المربع هو مستطيل قطراه متعامدان . ☐
- المعين هو متوازي الأضلاع قطراه متعامدان . ☐

2* أكمل الجدول التالي بوضع علامة "X" في الخانة المناسبة

	كل ضلعين متقابلين متقايسان	القطران متقايسان	القطران متعامدان	كل الزوايا متقايسة
في كل متوازي الأضلاع				
في كل مستطيل				
في كل معين				
في كل مربع				

3* نعتبر الرسم المقابل حيث ABCE شبه منحرف و $AB = 4$ و $BC = 3$

و $B\hat{A}E = 110°$ و $A\hat{B}C = 125°$



1) ابن [Ax] منصف الزاوية $B\hat{A}E$. [Ax] يقطع (CE) في D.

أ) احسب $B\hat{C}D$ و $A\hat{D}C$.

ب) استنتج أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع .

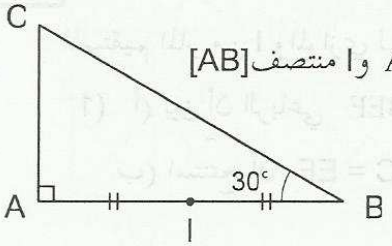
ج) احسب محيط ABCD

2) المستقيمان (AC)و (BD)يتقاطعان في Iوالمستقيم المار من C والموازي ل(AE) يقطع (AB) في F.

أ) بين أن الرباعي AFCE متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن النقاط E و F و I على استقامة واحدة .

4** نعتبر الرسم المقابل حيث ABC مثلث قائم الزاوية في A و $A\hat{B}C = 30°$ وI منتصف[AB]



1)أ) ابن النقطة D بحيث يكون ACBD متوازي الأضلاع .

ب) بين أن $A\hat{B}D = 90°$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) أ) ابن النقطة E بحيث يكون المثلث BCE متقايس الأضلاع و تكون النقطة E في نصف المستوي المحدد بـــ (BC) والذي لا يحوي A .

ب) أثبت أن النقاط B و D و E على استقامة واحدة.

3) أ)عين على نصف المستقيم[CA] نقطة F بحيث AF = BE.

ب) بين أن DE = FC.

ج) استنتج أن النقاط E و F و I على استقامة واحدة .

د) بين أن المثلث ADF متقايس الأضلاع .

5 ABC مثلث قائم في A و I منتصف [AC]و D مناظرة B بالنسبة لـــ I .

1) بيّن أن (BC)//(AD) وأن (DC)⊥(CA) .

2) المستقيم المارّ من I والعمودي على (BC) يقطع (AB) في E ويقطع (CD) في F.

أ) بيّن تقايس المثلثين IFC و IAE .

ب) استنتج أن الرباعي AECF متوازي الأضلاع.

ج) استنتج أن (BF)//(DE)

6 ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و Δ مستقيما يمر من O وغير موازي لـــ (AB) و (AD) .

Δ يقطع (AB) في M ويقطع (CD) في N.

1) بين أن M و N متناظرتان بالنسبة إلى O .

2) بيّن أن (AN) موازٍ لـــ (MC) .

3) المستقيم (MN) يقطع (AD) في K ويقطع (BC) في L. بيّن أنّ BLDK متوازي الأضلاع.

7 ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و M منتصف [AB] و N منتصف [CD].

1) بيّن أن AN = MC .

2) بيّن أن O منتصف [MN].

8 ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف [AC]

المستقيم المار من I والموازي لـــ(AB) يقطع (BC) في E ويقطع المستقيم المار من A والموازي لـــ (BC) في F.

1) أ) بين أن الرباعي ABEF متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن AC = EF و أن $A\hat{F}E = A\hat{C}E$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) أ) قارن المثلثين AIF و EIC .

ب) استنتج أن الرباعي AFCE مستطيل .

3) بين أن E منتصف [BC]

9* 1) ارسم متوازي الأضلاع ABCD بحيث AB = 6 و AD = 3 و $B\hat{A}D = 100°$

وابن منصف الزاوية $A\hat{D}C$ الذي يقطع (AB) في E.

أ) احسب $A\hat{E}D$.

ب) استنتج أن AD = AE

2) عين النقطة F من [CD] بحيث AD = DF.

أ) بين أن الرباعي AEFD معين .

ب) ما طبيعة الرباعي AECF ؟ علل جوابك .

ج) استنتج أن المثلث DEC قائم الزاوية .

3) ابن النقطة K مناظرة E بالنسبة لـــ F. بين أن EK = 6 وأن $D\hat{K}C = 90°$.

10 1) أ) ارسم مستطيلا BLEU مركزه O بحيث BL = 4 و LE = 3 وعين النقطة N منتصف [BL]

ثم ابن النقطة A بحيث يكون الرباعي LABO متوازي الأضلاع .

ب) بين أن الرباعي LABO معين واحسب محيطه .

ج) استنتج أن المستقيم (AO) يمر من N وعمودي على (EU) .

2) بين أن AO = BU واستنتج مساحة المعين LABO.

3) أ) ارسم النقطة R منتصف [BU] . بين أن NOUR متوازي الأضلاع .

ب) استنتج أن LU = 2. NR.

4) أ) احسب مساحة الرباعي RNLU.

ب) استنتج h البعد بين المستقيمين (RN) و (LU) .

11 ABC مثلث قائم الزاوية في A و BC = 5 و AC = 4 .

1) أ) ابن النقطة D بحيث يكون الرباعي A B CD متوازي الأضلاع

ب) ابن النقطة E بحيث يكون الرباعي AC B E متوازي الأضلاع.

ج) ابن النقطة F بحيث يكون الرباعي A B FC متوازي الأضلاع.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) بين أن A منتصف[DE] .

3) احسب كلا من محيط ومساحة المثلث DEF .

12 1) ABCD متوازي الأضلاع و I منتصف[BC] و J منتصف [AD] و E مناظرة A بالنسبة إلى I.

بين أن C و D و E على استقامة واحدة .

2) عين النقطة F مناظرة B بالنسبة لـــ A. بين أن C و F و J على استقامة واحدة .

13 1) ABCD مستطيل مركزه O بحيث AB = 3 و AD = 2 و E و F مناظرتي A و C على التوالي بالنسبة لـــ D.بين أن الرباعي ACEF معين واحسب محيطه

2) أ) بين أن (BD) و (CE) متوازيان .

ب) (EC) يقطع(AB) في G بين أن الرباعي BDCG متوازي الأضلاع واحسب مساحته .

3) عين M منتصف [CG] . بين أن الرباعي OMBC معين واحسب مساحته .

14 ABC مثلث قائم في A بحيث AB = 3 و BC = 5 .

1) احسب AC.

2) لتكن M منتصف [BC] و N منتصف [AC] .احسب MN .

3) المستقيم المار من C والعمودي على(AC) يقطع (BN) في D.

أ) بين أن ABCD متوازي الأضلاع .

ب) احسب BD.

4) لتكن Eالمسقط العمودي لـــ B على(CD) .

أ) بين أن ABECمستطيل .

ب) استنتج أن A و M و E على استقامة واحدة وأن C منتصف [DE] .

15 EFGH معين مركزه O بحيث EF = 3 و $E\hat{F}G = 60°$.

1) احسب مساحته

2) لتكن K مناظرة E بالنسبة لـــ F.بين أن المثلث EGK قائم الزاوية في G واحسب GK

3) عين Iمنتصف[KG] . بين أن FIGOمستطيل واحسب محيطه .

4) و ابن L مناظرة G بالنسبة لـــ F. بين أن EGKL مستطيل واستنتج أن (KL) ⊥ (FH) .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

16* ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 6 و AC = 8 و I منتصف [BC]
و [AH] ارتفاعه الصادر من A ولتكن النقطة J المسقط العمودي لـــ I على (AB)
و K مسقط I على (AC) وفقا لمنحى (AH) . المستقيمان (IJ) و (AH) يتقاطعان في S.

1) ما طبيعة الرباعي AKIS ؟

2) احسب كلا من محيطه ومساحته .

17 C دائرة مركزها O و[AC] و [BD] قطران متعامدان .

1) بيّن أن ABCD مربّع.

2) المماسان للدائرة C في A و B يتقاطعان في E.

أ) بيّن أن OAEB مربّع.

ب) استنتج أن OEBC متوازي الأضلاع.

18 EFGH مستطيل بحيث EF = 2EH و I منتصف [EF] و J منتصف [GH]

1) بيّن أن EIJH مربع.

2) بين أن IFGJ مربّع.

3) لتكن B مركز المربع IFGJ و A مركز EIJH. بيّن أن الرباعي IAJB مربّع.

19 ABCD شبه منحرف قائم في A و D قاعدتاه [AB] و [CD] بحيث AB=AD=3 و CD = 6 و امنتصف [CD] .

1) أ) بيّن أن ABID مربّع.

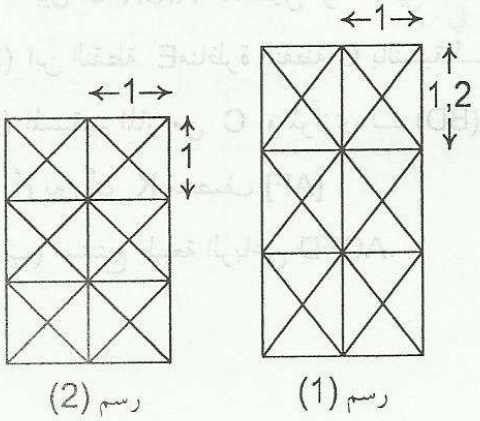
ب) استنتج أن المثلث BCD قائم ومتقايس الضلعين.

2) لتكن E مناظرة B بالنسبة إلى I .

أ) بيّن أن BCED مربع واحسب قيس مساحته.

ب) استنتج أن $BC = \sqrt{18}$.

20 احسب عدد المستطيلات وعدد المعينات في الرسم (1)
و احسب عدد المستطيلات وعدد المعينات
وعدد المربعات في الرسم (2) .



رسم (1) رسم (2)

COLLEGE.MOURAJAA.COM

21 1) أوجد x ليكون محيط متوازي الأضلاع ضلعاه x و x+1 مساويا لـــ 26 حيث x عدد حقيقي موجب .

2) متوازي الأضلاع بعداه $4\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ والارتفاعين h و h' الموافقان لهما على التوالي .

أوجد h و h' إذا علمت أن مساحته $24cm^2$.

3) ABCD معين مركزه O و AB = AC = a حيث a عدد حقيقي موجب .

أ) عبر بدلالة a عن طول [BD].

ب) أوجد a إذا علمت أن مساحة ABCD تساوي $50\sqrt{3}cm^2$.

4) احسب مساحة مستطيل ABCD بحيث AB = 5cm وطول قطره 7cm .

5) احسب بدلالة a مساحة مربع طول قطره 2a و استنتج طول ضلعه بدلالة a.

مســـــــائل

22 ABCD متوازي الأضلاع بحيث AB = 6 و AD= 4 و $B\hat{A}D$ زاوية منفرجة وعين I منتصف [AD] و H المسقط العمودي لـــ A على (CD) و K مناظرة H بالنسبة لـــ I.

1) أ) بين أن AHDK مستطيل .

ب) استنتج أن النقاط A و B و K على استقامة واحدة

2) عين نقطة L من [AB] بحيث BL = HC. و M مناظرة H بالنسبة إلى A ، بين أن KMLH معين .

23 ارسم مثلثا ABC متقايس الضلعين في A بحيث AB = 5 و BC = 6 و D مناظرة B بالنسبة لـــ A و I منتصف [BC].

1) بين أن المثلث BCD قائم الزاوية واحسب CD.

2) عين K المسقط العمودي لـــ A على (CD).

بين أن AICK مستطيل واحسب كلا من محيطه ومساحته .

3) ابن النقطة E مناظرة النقطة C بالنسبة لـــ A . بين أن BCDE مستطيل .

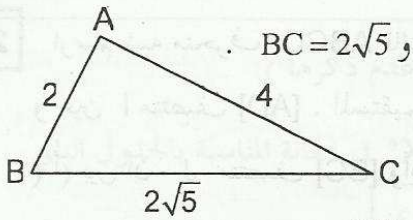
4) المستقيم المار من C والموازي لـــ (BD) يقطع (AK) في F.

أ) بين أن K منتصف [AF] .

ب) استنتج طبيعة الرباعي ACFD.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

24* يمثل الرسم المقابل مثلثا ABC بحيث AB = 2 و AC = 4 و $BC = 2\sqrt{5}$.



1) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2) عين على نصف المستقيم [AB] نقطة E بحيث BE=4

و لتكن H المسقط العمودي لـــ A على (EC). احسب EC و AH .

3) عين O منتصف [AE] . المستقيم المار من O والموازي لـــ (AC) يقطع (EC) في I ويقطع (BC) في J.

أ) بين أن I منتصف [EC] واحسب OI.

ب) بين أن $\frac{JO}{AC} = \frac{1}{2}$ واستنتج أن O منتصف [IJ] .

4) أ) بين أن ACIJ متوازي الأضلاع واحسب مساحته .

ب)بين أن AIEJ معين واحسب محيطه .

5) أ) بين أن AJEC شبه منحرف .

ب) احسب مساحة AJEC.

25* ارسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB= AD =3 و CD = 6

و E المسقط العمودي لـــ B على(DC) و I منتصف[BC] .

1) أ) بين أن ABED مربع .

ب) احسب BD و BC

ج) بين أن المثلث BCD قائم و متقايس الضلعين .

2) ابن النقطة F مناظرة E بالنسبة لـــ I .

أ) بين أن النقاط A و B و F على استقامة واحدة .

ب) بين أن AFCD مستطيل .

3) المستقيم المار من C والعمودي على (BC)يقطع(BE) في K.

أ) بين تقايس المثلثين BDE و CKE .

ب) استنتج أن BCKD مربع واحسب محيطه .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

26* ارسم شبه منحرف ABCD قائم في A و D بحيث AB = 4 وAD = 6 وCD = 13

و عين I منتصف [AD] . المستقيم المار من I والموازي لـ(CD) يقطع (BC) في J ويقطع (BD)في O.

1) أ) بين أن J منتصف [BC] وأن O منتصف[BD] .

ب) احسب IJ.

2) عين النقطة Eعلى [CD]بحيث DE = 4.

أ) بين أن ABEDمستطيل .

ب) احسب BD و BC.

ج) استنتج أن المثلث BCD قائم الزاوية في B.

د) احسب كل من مساحة ومحيط شبه المنحرف IJCD.

3) عين K منتصف [CD] . بين أن OBJK مستطيل .

4) المستقيمان (AB)و(OK) يتقاطعان في F . بيّن أن الرباعي BFDK معيّن واحسب مساحته .

27* ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث AB = 4 و AC = 8 و [AH] ارتفاعه الصادر من A .

1) احسب BC و AH و BH .

2) الدائرة C التي مركزها Hو شعاعها AHتقطع (AB) في نقطة ثانية D وتقطع (AC)في نقطة ثانية E.

بين أن النقاط D و E و H على استقامة واحدة .

3) المستقيم(AH) يقطع C في نقطة ثانية F . بين أن ADFE مستطيل .

4) أ)عين G مناظرة B بالنسبة لـ H. بيّن أن الرباعي ABFG معيّن .

ب) استنتج أن النقاط E و F و G على استقامة واحدة .

5) أ) احسب CG.

ب) بين أن $\frac{CG}{CB}=\frac{GE}{AB}$.

ج) استنتج AE و GE.

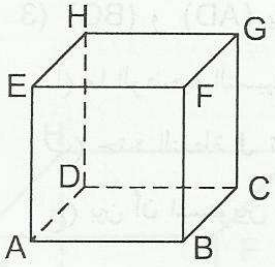
د) احسب مساحة المستطيل AEFD

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعامـــــد في الفضـــــاء

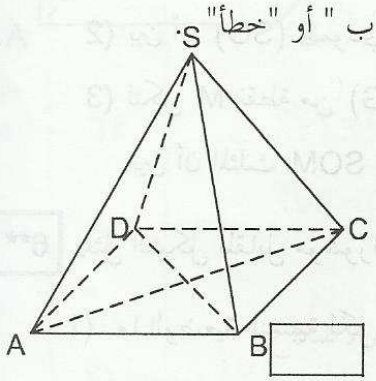
(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر في حالة عدم ذكرها)

1* نعتبر المكعب ABCDEFGH الممثل بالرسم المقابل، ضع علامة "X" في الخانة المناسبة بالجدول التالي



	متقطعان	متوازيان	غير محتويين في نفس المستوي
(GE)و (HE)			
(AB)و (EF)			
(AB)و (HG)			
(BC)و (HD)			
(AC)و (EC)			
(AC)و (HF)			

2* نعتبر هرما SABCD قاعدته متوازي الأضلاع ABCD أكمل بـــ "صواب " أو "خطأ"



(AD) و (SBC) متوازيان ☐

(SAD) و (AB) متقاطعان ☐

(AC) و (ABD) متقاطعان ☐

(AC) محتوٍ في (BCD) ☐

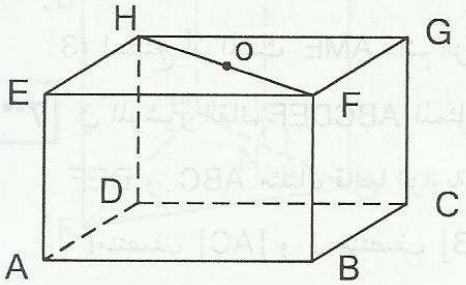
(SD) محتوٍ في (SBC) ☐ ، (CD) و (SAB) متقاطعان ☐

3* يمثل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH و O منتصف [FH] .

1) أكمل بأحد الرموز التالية : ∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄ .

F ....(BC) ، (EF) ....(BCG) ، A .....(BCD) ، (AF) ....(AEB)

O ....(EFG) ، O ....(AEG) ، (OC) ....(EGC)



2) أكمل بـــ "صواب" أو "خطأ " .

أ) (BEF) و (DCG) متوازيان ☐

ب) (BEF) و (FBH) متوازيان ☐

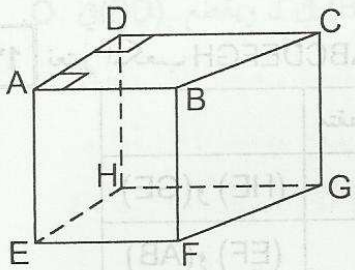
ج) (BEF) و (ABE) منطبقان ☐

د) (BFH) و (ABD) متقاطعان ☐

هـ) (CGH) و (ABE) متوازيان ☐

COLLEGE.MOURAJAA.COM

4 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدته شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في A و D .



1) بيّن أن كلّ من المستقيمين (AB) و (BF) موازٍ للمستوي (DCG) .

2) استنتج أن المستويين (DCG) و (ABF) متوازيان .

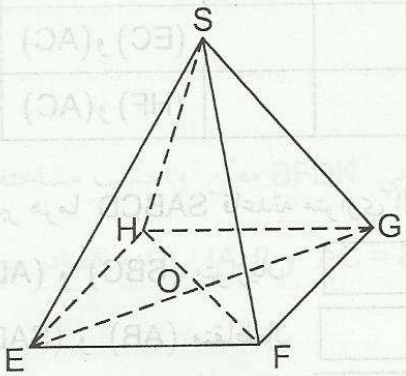
3) (BC) و (AD) يتقاطعان في نقطة I .

أ) ما الوضعية النسبية لـ (BC) و (ADH) .

ب) حدد النقطة J تقاطع (FG) و (ADH) .

ج) بين أن المستويين (ADH) و (BCG) متقاطعان وحدد مستقيم تقاطعهما .

5 الشكل المقابل يمثل هرما حيث SE = SG و SH = SF



و قاعدته معين EFGH مركزه O .

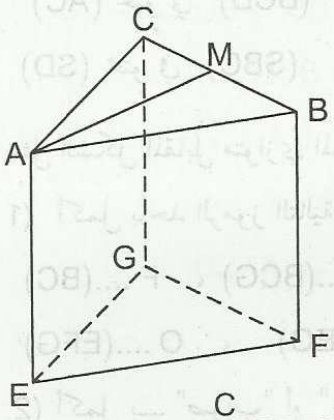
1) بين أن (SO) عمودي على (EG) .

2) بين أن (SO) عمودي على (EFG) .

3) لتكن M نقطة من [FG] لا تنتمي إلى [FG] .

بين أن المثلث SOM قائم الزاوية .

6 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدتاه مثلثان ABC و EFG ، M نقطة من [BC] مختلفة عن B و C



1) ما الوضعية النسبية لكل من أ) (AE) و (BC) .

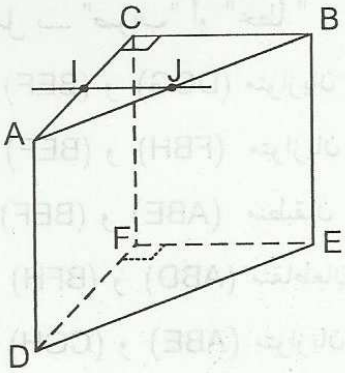
ب) (ABC) و (GEF) .

ج) (BE) و (ACE) .

2) بين أن (EFG) و (AE) متعامدان .

3) استنتج أن المثلث AME قائم الزاوية .

7 في الموشور القائم ABCDEF الممثل بالرسم المقابل ،



DEF و ABC مثلثان قائما الزاوية على التوالي في F و C

I منتصف [AC] و J منتصف [AB] .

1) بين أن (BC) و (IJ) متوازيان .

2) استنتج أن (BCD) و (IJ) متوازيان .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

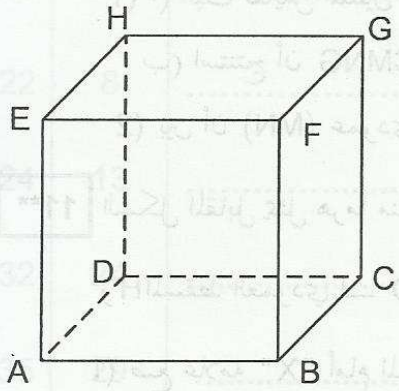
3) أ) بين أن (BC) عمودي على (ADC) .

ب) بين أن (IJ) عمودي على (ADC) .

ج) استنتج طبيعة المثلث IFJ .

4) إذا علمت أن $DA = EF = 4$ و $DF = 3$ احسب FJ .

8 نعتبر مكعبا ABCDEFGH ممثلا بالشكل المقابل .



1) أ) بين أن (CG) عمودي على (ABC) .

ب) بين أن الرباعي AEGC مستطيل .

2) لتكن O مركز المربع ABCD و Δ المستقيم المار من O و العمودي على (ABC) . Δ يقطع (EFG) في I .

أ) بين أن Δ عمودي على (EFG) .

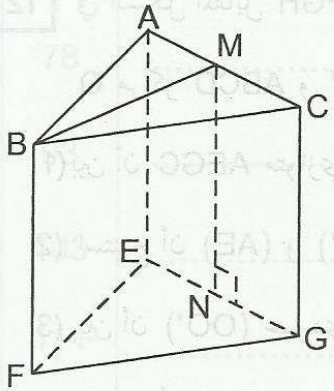
ب) بين أن I تنتمي إلى المستوي (ACG) .

ج) استنتج أن النقط E و G و I على استقامة واحدة .

3) أ) بين أن I منتصف [EG] .

ب) بين أن (GI) عمودي على (IFO) .

9 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما قاعدتاه مثلثان ABC و EFG متقايسا الأضلاع و M منتصف [AC] و N المسقط العمودي لـ M على (EG) و $AB = BF = 4$.



1) بين أن النقط B و M و N و F تنتمي إلى نفس المستوي .

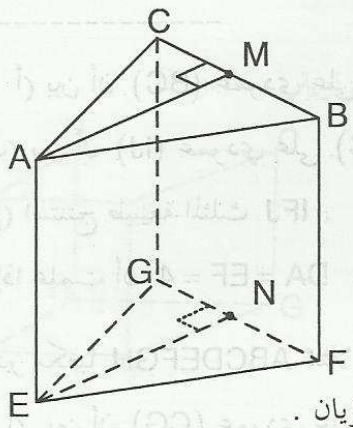
2) بين أن (AC) عمودي على (BMN) .

3) لتكن I منتصف [FN] .

أ) بين أن المثلث CIM قائم الزاوية .

ب) احسب البعد IM واستنتج البعد CI .

COLLEGE.MOURAJAA.COM



10** يمثل الشكل المقابل موشورا قائما ثلاثيا ABCEFG

حيث ABC مثلث غير قائم الزاوية .

M المسقط العمودي لـــ A على (BC)

N المسقط العمودي لـــ E على (FG) .

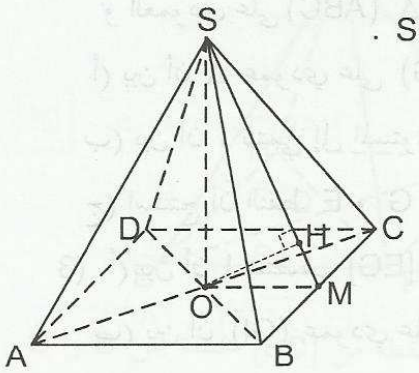
1) أ) أثبت تقايس المثلثين ACM و EGN .

ب) استنتج أن CMNG مستطيل ثم (AE) و (MN) متوازيان .

2) بين أن (MN) عمودي على (ABC) و أن (MN) عمودي على (EFG) .

11** الشكل المقابل يمثل هرما منتظما قاعدته مربع ABCD مركزه O و M منتصف [BC]

و H المسقط العمودي لـــ O على (SM) و $BC = 12$ و $SM = 8$.



1) ضع علامة "X" أمام المساواة الصحيحة :

☐ $OH = \sqrt{2}$ ☐ $SO = 7\sqrt{2}$

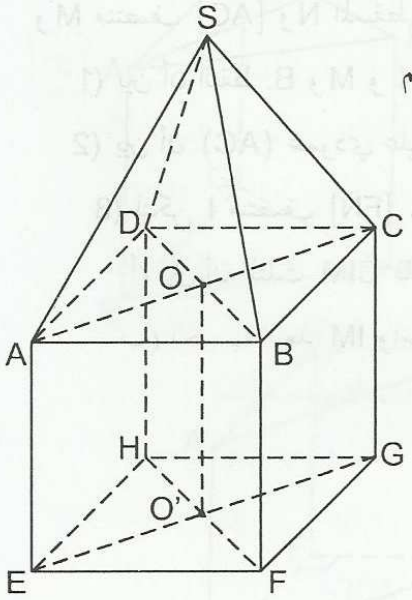
☐ $OH = \frac{3}{2}\sqrt{7}$ ☐ $SO = 2\sqrt{7}$

☐ $OH = 7$ ☐ $SO = 14$

2) احسب HM و BH .

12*** في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب و SABCD هرم منتظم

O مركز ABCD و O' مركز EFGH .



1) بين أن AEGC متوازي الأضلاع .

2) استنتج أن (AE) و (OO') متوازيان .

3) بين أن (OO') عمودي على (ABC).

4) استنتج أن النقط O و O' و S على استقامة واحدة .

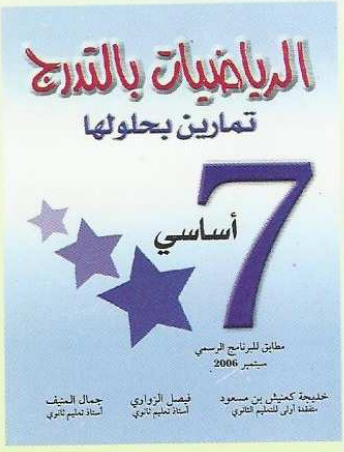
COLLEGE.MOURAJAA.COM

الفهـــــــرس

		تمارين	حلول
1)	التعـــداد و الحســـــاب	3	118
2)	مجموعـــــــة الأعـــداد الحقيقية	8	122
3)	العمليات في مجموعـــة الأعـــداد الحقيقية.....	13	124
4)	القـــوى في مجموعـــة الأعـداد الحقيقية.....	24	132
5)	التـــرتيـــب والمقـــارنة.....	29	135
6)	الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية.....	37	140
7)	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.....	47	147
8)	الإحـــــصاء والاحتمـــــالات	61	159
9)	التعيـــن في المستـــوى	70	168
10)	مبرهنة طالـــــس وتطبيقاتها.....	78	174
11)	العلاقات القياسية في المثلث القائـــو.....	93	185
12)	أنشطة حول الرباعيـــات	103	194
13)	التعامـــد في الفـــــضاء.....	111	201

COLLEGE.MOURAJAA.COM

يتضمن هذا الكتاب مجموعة من تمارين الرياضيات للسنة التاسعة من التعليم الأساسي مرفقة بحلول لها مفصلة وكاملة وفق البرنامج الرسمي الجديد.



ISBN: 9973-41-526-4

9 789973 415264

مطبعة سوجيك صفاقس
الهاتف : 74 242 634

الثمن : 6.500 د

COLLEGE.MOURAJAA.COM

الرياضيات بالتدرج

9 أساسي

الحلول

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعـــداد و الحســـــاب

1 أ) رقم آحاد كل من الأعداد 1002 , 3436 , 5760 , 19800 زوجي إذن هي تقبل القسمة على 2 .

ب) مجموع أرقام كل من الأعداد 1002 , 5760 , 7875 , 19800 من مضاعفات 3 إذن هي تقبل القسمة على 3 .

ج) الأعداد القابلة للقسمة على 4 هي من بين ما هي قابلة للقسمة على 2 والعدد المتكون من الآحاد والعشرات قابل للقسمة على 4 . وهي

19800 , 5760 , 3436

د) رقم آحاد كل من الأعداد 5760 , 7875 , 19800 يساوي 0 أو 5 إذن هي قابلة للقسمة على 5

هـ) الأعداد القابلة للقسمة على 8 هي من بين ما هي قابلة للقسمة على 4 .

وهي 5760 , 19800 (760 و 800 يقبلان القسمة على 8).

و) الأعداد القابلة للقسمة على 9 هي من بين ما هي قابلة للقسمة على 3 ومجموع أرقام كل منها من مضاعفات 9 وهي 5760 , 7875 , 19800 .

ز) الأعداد القابلة للقسمة على 25 هي من بين ما هي قابلة للقسمة على 5 والعدد المتكون من الآحاد والعشرات قابل للقسمة على 25 وهي 7875 , 19800

2 أ) القيم الممكنة لـ a ليكون $x = 57a2$ قابلا للقسمة على 2 هي :

9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 إذن القيم الممكنة لـ x هي 5702 ، 5712 ، 5722 ، 5732 ، 5742 ، 5752 ، 5762 ، 5772 ، 5782 ، 5792 .

ب) القيم الممكنة لـ a ليكون $x = 57a2$ قابلا للقسمة على 3 هي: 1 , 4 , 7

إذن القيم الممكنة لـ x هي 5712 ، 5742 ، 5772 .

ج) القيم الممكنة لـ a ليكون $x = 57a2$ قابلا للقسمة على 4 نستنتجها من (أ) و هي : 1 , 3 , 5 , 7 , 9 إذن القيم الممكنة لـ x هي

5712 ، 5732 ، 5752 ، 5772 ، 5792 .

د) القيم الممكنة لـ a ليكون $x = 57a2$ قابلا للقسمة على 9 نستنتجها من (ب) و هي : 4 إذن القيمة الممكنة لـ x هي 5742 .

هـ) القيم الممكنة لـ a ليكون $x = 57a2$ قابلا للقسمة على 8 نستنتجها من (ج) و هي: 1 , 5 , 9 إذن القيم الممكنة لـ x هي 5712 ، 5752 ، 5792 .

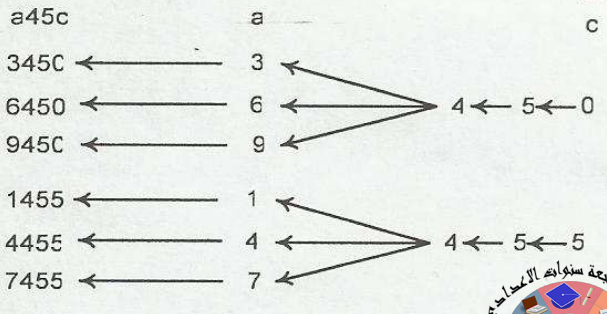
3 أ) القيم الممكنة لـ a و b ليكون $y = 1924ab$ قابلا للقسمة على 5 و 9 هي : $a = 2$ و $b = 0$ أو $a = 6$ و $b = 5$ إذن $y = 192420$ أو $y = 192465$

ب) القيم الممكنة لـ a و b ليكون $y = 1924ab$ قابلا للقسمة على 3 و 25 هي : $a = 5$ و $b = 0$ إذن $y = 192450$

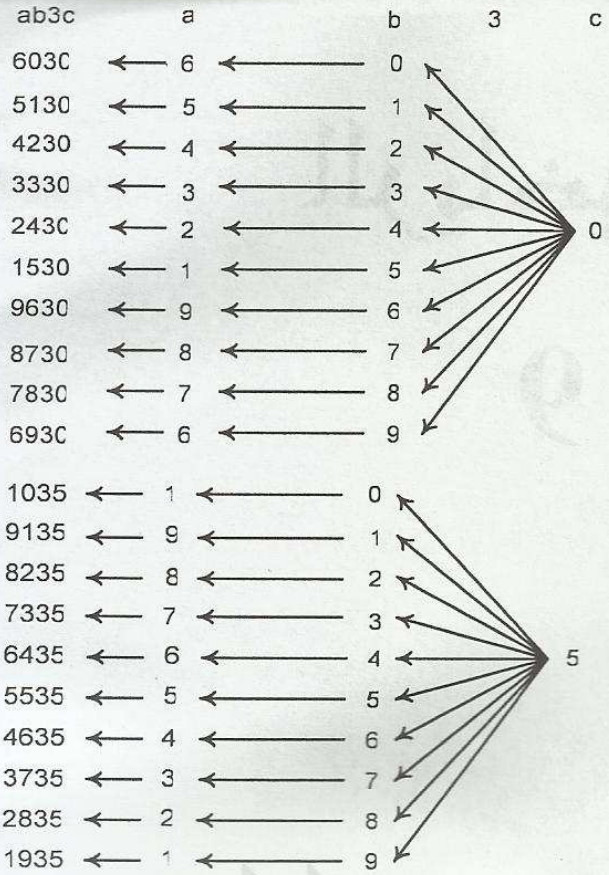
ج) القيم الممكنة لـ a و b ليكون $y = 1924ab$ قابلا للقسمة على 5 و 8 هي : $a = 0$ و $b = 0$ أو $a = 8$ و $b = 0$ أو $a = 4$ و $b = 0$

إذن $y = 192400$ أو $y = 192440$ أو $y = 192480$.

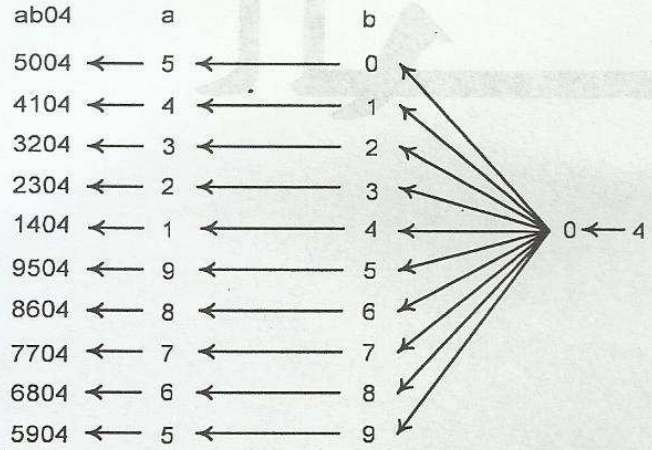
4 يكون العدد قابلا للقسمة على 15 إذا كان قابلا للقسمة على 3 و 5 .



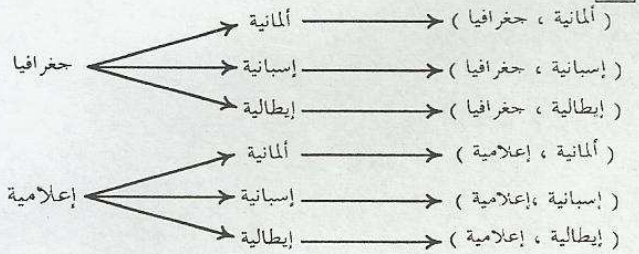
5



6 نلاحظ أن العدد ab04 يكون قابلا للقسمة على 4 في كل الحالات



7 ننجز شجرة الاختيار للتعرف على عدد الاختيارات .

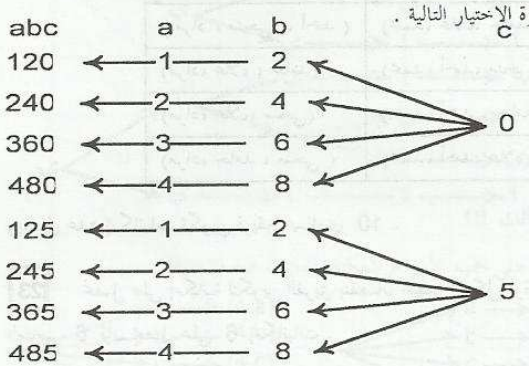


إذن عدد الاختيارات يساوي 6

COLLEGE.MOURAJAA.COM

8 أ) الأعداد الأولية المحصورة بين 100 و 150 و رقم آحادها 7 هي :
107 و 127 و 137 .
الأعداد الأولية المحصورة بين 100 و 150 و رقم آحادها 3 هي : 103 و 113 .
ب) الأعداد الأولية المحصورة بين 150 و 200 و رقم آحادها 1 هي :
151 و [illegible] و 191

9 b ضعف a إذن [illegible] و b مخالفان للصفر و b رقم زوجي و $c=0$ أو $c=5$
نحصل على شجرة الإختيار التالية .



العدد الوحيد القابل القسمة على 9 من بين الأعداد المتحصل عليها هو 360 ، نبادل رقم مئاته برقم عشراته نحصل على 630 . $630-360=270$.

10 أ) a قابل للقسمة على b إذن $a=bn$ حيث n عدد صحيح طبيعي .
إذن $a=(cm)n=c(mn)$ وبالتالي a قابل للقسمة على c .
ب) c قاسم لـ a إذن $a=nc$ حيث n عدد صحيح طبيعي .
c قاسم لـ b إذن $b=mc$ حيث m عدد صحيح طبيعي .
إذن $a+b=nc+mc=(n+m)c$ وبالتالي c قاسم لـ $a+b$.
ج) 5 قاسم لـ 15 و 5 قاسم لـ 5^{123} $\left(5^{123}=5\times5^{122}\right)$
إذن 5 قاسم لـ $\left(5^{123}+15\right)$.

11 x و y و z أعداد صحيحة طبيعية متتالية و $x<y<z$ إذن $y=x+1$ و $z=x+2$
أ) x و y غير قابلين للقسمة على 3 إذن $x=3q+1$ و $y=3q+2$ حيث q عدد صحيح طبيعي . إذن $z=x+2=(3q+1)+2=3q+3=3(q+1)$
وبالتالي z قابل للقسمة على 3 .
ب) بما أن x و y عددان صحيحان طبيعيان متتاليان فإن أحدهما زوجي وبالتالي (xyz) زوجي وبما أن z قابل للقسمة على 3 فإن (xyz) كذلك . وبالتالي (xyz) قابل للقسمة على 6 .

12

أ) 1565 قابلا للقسمة على
- [X] 5
- [ ] 3
- [ ] 15

ب) 3564 قابلا للقسمة على
- [X] 3
- [X] 4
- [X] 12

ج) 4664 قابلا للقسمة على
- [ ] 3
- [X] 4
- [ ] 12

د) 7245 قابلا للقسمة على
- [X] 7
- [X] 3
- [X] 21

هـ) 1764 قابلا للقسمة على
- [X] 4
- [X] 6
- [ ] 24

و) 1776 قابلا للقسمة على
- [X] 4
- [X] 6
- [X] 24

13 أ) 29629442962944 قابل للقسمة على
- [X] 3
- [X] 4
- [X] 12

ب) 39629442962944 قابل للقسمة على
- [ ] 3
- [X] 4
- [ ] 12

14 ليكن x عدد التلاميذ بالمدرسة إذن باقي قسمة x على 7 أو على 5 يساوي 4
إذن 5 يقسم $(x-4)$ و 7 يقسم $(x-4)$ وبما أن 5 و 7 أوليان فيما بينهما فإن 35 يقسم $(x-4)$ و بما أن x محصور بين 450 و 490 فإن $(x-4)$ محصور بين 446 و 496 إذن $x-4=455$ و $x=455+4=459$ وبالتالي
عدد الفرق ذات 5 تلاميذ يساوي $455:5=91$
و عدد الفرق ذات 7 تلاميذ يساوي $455:7=65$

15 1) الثنائيات هي $\{a,1\}$ $\{a,2\}$ $\{a,3\}$ $\{a,4\}$ $\{b,1\}$ $\{b,2\}$ $\{b,3\}$ $\{b,4\}$ $\{c,1\}$ $\{c,2\}$ $\{c,3\}$ $\{c,4\}$ وعددها 12 .
2) الثنائيات هي $\{a,b\}$ $\{a,c\}$ $\{b,c\}$ وعددها 3
3) الثنائيات هي $\{1,2\}$ $\{1,3\}$ $\{1,4\}$ $\{2,3\}$ $\{2,4\}$ $\{3,4\}$ وعددها 6 .
4) الأزواج هي
(a,a) (a,b) (a,c) (b,a) (b,b) (b,c) (c,b) (c,c)
(a,c) وعددها 9 .

16 أ) كل عدد يقبل القسمة على 21 يقبلها على 3 و 7 ، وأكبر عدد ذو 4 أرقام هو 9999 و يكتب $9999=21\times476+3$ إذن أكبر عدد ذو 4 أرقام يقبل القسمة على 21 أي على 3 و 7 هو $21\times476=9996$
ب) كل عدد يقبل على 15 يقبلها على 3 و 5 و أصغر عدد ذو 4 أرقام هو 1000 ويكتب $1000=15\times66+10$ إذن أصغر عدد ذو 4 أرقام يقبل القسمة على 15 أي على 3 و 5 هو $15\times67=1005$.

17 أ)

العدد	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9
رقم آحاده	2	4	8	6	2	4	8	6	2

ب) رقم آحاد 2^{19} هو 8 . رقم آحاد 2^{201} هو 2 . رقم آحاد 2^{2008} هو 6 .

18 أ)

المجموعة	D_2	$D_{(2^2)}$	$D_{(2^3)}$	$D_{(2^4)}$	$D_{(2^5)}$	$D_{(2^{70})}$
كم المجموعة	2	3	4	5	6	71

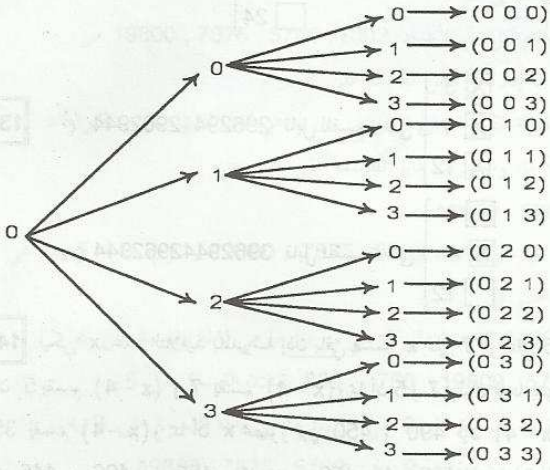
ب)

المجموعة	$D_{(3^3)}$	$D_{(5^4)}$	$D_{(7^2)}$	$D_{(6^2)}$
كم المجموعة	4	5	3	9

COLLEGE.MOURAJAA.COM

19 يمكن إيجاد عدد المحاولات إذا كان الرقم الأول هو 0 بإنجاز شجرة الاختيار

(الأرقام المختلفة)



إذن نجد 16 محاولة إذا كان الرقم الأول 0 .ونفس العدد مع كل من الأرقام 1 و 2 و 3 ونجد عددا جمليا من المحاولات يساوي $4 \times 16 = 64$.

20 كمّ المجموعة A يساوي 5 ، كمّ المجموعة B يساوي 15 كمّ المجموعة C يساوي 15، كمّ المجموعة D يساوي 5 ، كمّ المجموعة E يساوي 0 و كمّ المجموعة F يساوي 4 .

21 كمّ المجموعة A يساوي 2 ، كمّ المجموعة B يساوي 5 كمّ المجموعة C يساوي 3 ، كمّ المجموعة $A \cap B$ يساوي 1 ، كمّ المجموعة $A \cup B$ يساوي 6 ، كمّ المجموعة $A \cap C$ يساوي 0 كمّ المجموعة $A \cup C$ يساوي 5

22 إمكانيات تكوين فريق بـــ 3 عناصر هي

(مراد ، محمد ، أحمد) (مراد ، محمد ، علاء) (مراد ، محمد ، حامد)
(مراد ، محمد ، منجي) (مراد ، أحمد ، علاء) (مراد ، حامد ، أحمد)
(مراد ، منجي ، أحمد) (مراد، علاء ، حامد) (مراد، علاء، منجي)
(مراد، حامد ، منجي) (محمد، أحمد، علاء) (محمد، أحمد ، حامد)
(محمد، أحمد، منجي) (محمد، علاء، حامد) (محمد، علاء، منجي)
(محمد، حامد، منجي) (أحمد، علاء، حامد) (أحمد، علاء، منجي)
(علاء، حامد، منجي) (أحمد، حامد، منجي)

إذن هناك 20 إمكانية لتكوين فريق بـــ 3 عناصر

تتوزّع حسب الجدول التالي لتكوين فريقين

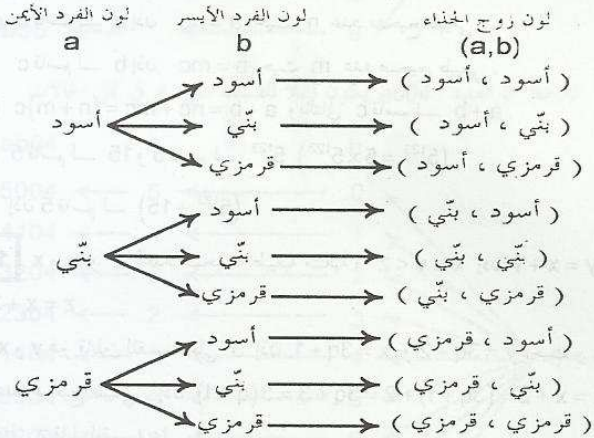
(مراد ، محمد ، أحمد)	(علاء، حامد، منجي)
(أحمد، حامد، منجي)	(مراد ، محمد ، علاء)
(مراد ، محمد ، حامد)	(أحمد، علاء، منجي)
(مراد ، محمد ، منجي)	(أحمد، علاء، حامد)
(مراد ، أحمد ، علاء)	(محمد، حامد، منجي)
(مراد ، حامد ، أحمد)	(محمد، علاء، منجي)
(مراد ، منجي ، أحمد)	(محمد، علاء، حامد)
(مراد، علاء ، حامد)	(محمد، أحمد، منجي)
(مراد، علاء، منجي)	(محمد، أحمد ، حامد)
(مراد، حامد ، منجي)	(محمد، أحمد، علاء)

وبالتالي عدد إمكانيات تكوين فريقين يساوي 10 .

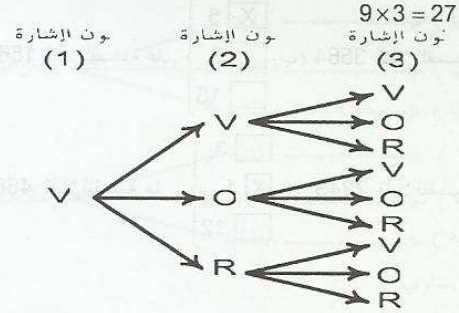
23 نحصل على إمكانية لتكوين الفريق بنقصان عنصر في كل مرة ، بما أن عدد العناصر 6 فإن نحصل على 6 إمكانيات .

24 نكتب كل إمكانية للون الحذاء في شكل زوج (a , b) حيث a لون فرد الحذاء الأيمن و b لون فرد الحذاء الأيسر ننجز شجرة الاختيار لتحديد كل الإمكانيات للون الحذاء

إذن عدد إمكانيات لون الحذاء يساوي 9 .

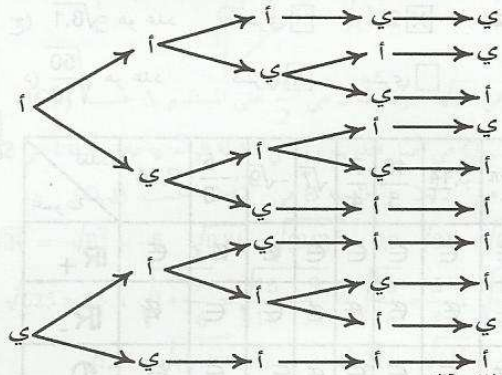


25 ننجز شجرة الاختيار لتحديد إمكانيات ألوان أضواء الإشارات الثلاث إذا كان لون الإشارة (1) أخضر (V) فنحصل على الشجرة أسفله وعدد الإمكانيات 9 ونحصل على نفس العدد إذا كان لون الإشارة (1) برتقالي (O) وعلى نفس العدد إذا كان لون الإشارة (1) أحمر (R) فيكون عدد الإمكانيات للإشارات الثلاث $9 \times 3 = 27$



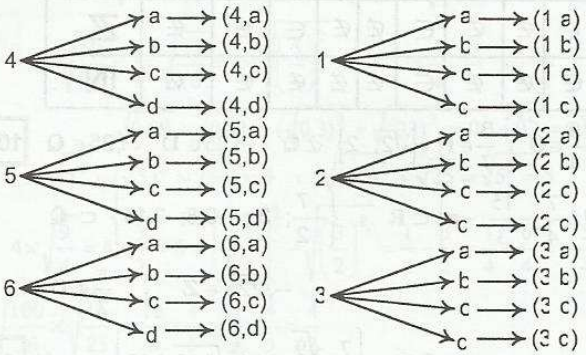
موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

26 نلاحظ أن اقصر مسافة هي في السير إلى الأعلى أو إلى اليمين فقط إذن بالقيام بـ 3 خطوات أعلى و خطوتان يمين في كل مسلك و بالتالي يمكن إيجاد جميع المسالك الممكنة بإنجاز شجرة الاختيار .

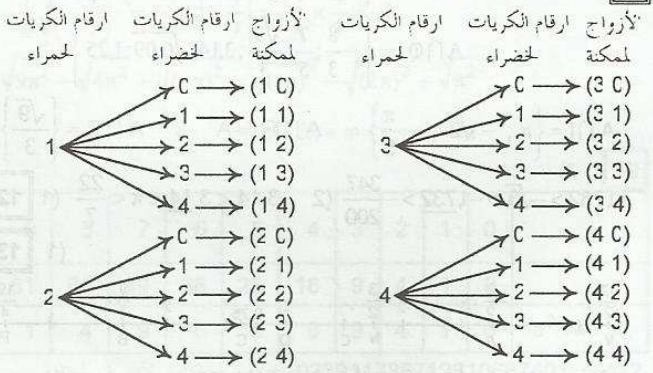


فيكون عدد المسالك 10

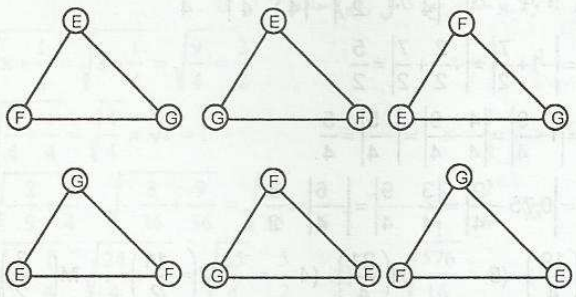
27 نحصل على جميع الأزواج الممكنة بإنجاز شجرة الاختيار .



28 ننجز شجرة الاختيار للحصول على الأزواج الممكنة



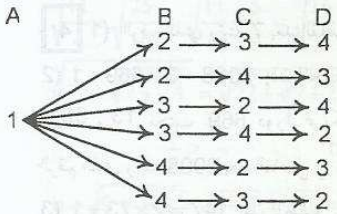
29



30 نكتب كل الوضعيات الممكنة كالتالي : (0a , 0b , 3c) (0a , 1b , 2c)
(0a , 2b , 1c) (3a , 0b , 0c) (1a , 2b , 0c) (1a , 1b , 1c)
(2a , 0b , 1c) (2a , 1b , 0c) (1a , 0b , 2c) (0a , 3b , 0c)

إذن توجد 10 وضعيات ممكنة لوضع الأقلام بالحافظة .

31 نحصل على شجرة الاختيار التالية للمواقع



إذا ما وضعنا الحرف A في الموقع الأول

إذن توجد 6 إمكانيات في هذه الحالة ونفس العدد في كل حالة إذا وضعنا B أو C أو D في الموقع الأول وبالتالي نحصل على عدد جملي من الإمكانيات يساوي $6\times4=24$.

32 1) مستقيم واحد يمر من نقطتين مختلفتين .

2) عدد المستقيمات التي يمر كل منها من قمتين من قمم مثلث يساوي $(1+2=3)$.

3) عدد المستقيمات التي يمر كل منها من قمتين من قمم رباعي يساوي $(1+2+3=6)$

4) عدد المستقيمات التي يمر كل منها من قمتين من قمم سداسي يساوي $(1+2+3+4+5=15)$

5) عدد المستقيمات التي يمر كل منها من قمتين من قمم مثلث يساوي مجموع الأعداد من 1 إلى 19 ويساوي 190

33 1) عدد أقطار السباعي المحدب يساوي 14 (4 من القمة الأولى و 4 من القمة الثانية و 3 من القمة الثالثة و 2 من القمة الرابعة و 1 من القمة الخامسة و 0 من القمة السادسة و 0 من القمة السابعة)

2) عدد أقطار مضلع محدب له 10 قمم يساوي

$7+7+6+5+4+3+2+1=35$

3) عدد أقطار مضلع محدب له 20 قمة يساوي 170 .

مجموعـــــة الأعـــداد الحقيـــقيـــة

1 أ) $\frac{25}{6}=4,1\underline{6}$ ، $-\frac{64}{11}=-5,\underline{81}$ ، $\frac{35}{8}=4,375\underline{0}$ ، $\frac{1457}{333}=4,\underline{375}$

$1+\frac{25}{6}=1+4,1\underline{6}=5,1\underline{6}$ ، $\frac{64}{11}-3=5,\underline{81}-3=2,\underline{81}$

$1-\frac{1}{\frac{3}{4}}=1-\frac{4}{3}=\frac{3}{3}-\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}=-0,\underline{3}$

ب) $\frac{35}{8}=4,375$ ، $\frac{1457}{333}=4,\underline{375}$ ، $\frac{1457}{333}>\frac{35}{8}$ إذن $4,\underline{375}>4,375$

$5,81<5,\underline{81}$ إذن $-5,81>-5,\underline{81}$ إذن $-5,81>-\frac{64}{11}$

2 أ) $\frac{25}{6}=4,1\underline{6}$ ب) $\frac{25}{6}-1=\frac{25}{6}-\frac{6}{6}=\frac{19}{6}$

$\frac{25}{6}+1=\frac{25}{6}+\frac{6}{6}=\frac{31}{6}$ ، $\frac{25}{6}-2=\frac{25}{6}-\frac{12}{6}=\frac{13}{6}$

ج) $\frac{19}{6}=\frac{25}{6}-1=4,1\underline{6}-1=3,\underline{16}$

$\frac{13}{6}=\frac{25}{6}-2=4,1\underline{6}-2=2,\underline{16}$

$\frac{31}{6}=\frac{25}{6}+1=4,1\underline{6}+1=5,\underline{16}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

3 أ) $3 < \frac{8}{3} < 2$ ب) $\frac{8}{3} = 2,6$ ج) 2,66 هي قيمة تقريبية بالنقصان لـ $\frac{8}{3}$

د) 2,67 هي قيمة تقريبية بالزيادة لـ $\frac{8}{3}$.

4 1) الرقم الذي رتبته 7 بعد الفاصل في العدد 13,651 هو 6.

2) $2008 = 3\times669 + 1$ إذن للحصول على 2008 رقم بعد الفاصل في الكتابة 651 , 13 نكتب 669 دورا ثم يكون الرقم الأول (6) من الدور الموالي إذن الرقم الذي رتبته 2008 بعد الفاصل في الكتابة 651 , 13 هو 6.

3) $147 = 2\times73 + 1$ إذن للحصول على 147رقم بعد الفاصل في الكتابة 67 , 3 نكتب 73 دورا ثم يكون الرقم الأول (6) من الدور الموالي إذن الرقم الذي رتبته147 بعد الفاصل في الكتابة 67 , 3 هو 6.

4) $5000 = 3\times1666 + 2$ إذن للحصول على 5000رقم بعد الفاصل في الكتابة 123 , 7 نكتب 1666 دورا ثم الرقم الأول والثاني من الدور الموالي (12) إذن الرقم الذي رتبته 5000 بعد الفاصل في الكتابة 123 , 7 هو 2 .

5 $315 = 3\times105$ إذن لكتابة 315 رقم بعد الفاصل نكتب 105 دورا وبالتالي الرقم الذي رتبته 315 في الكتابة 29,abc هو c وبالتالي $c = 7$

$413 = 3\times137 + 2$ إذن الرقم الذي رتبته 413 في الكتابة 29,abc هو b وبالتالي $b = 2$

$502 = 3\times167 + 1$ إذن الرقم الذي رتبته 502 في الكتابة 29,abc هو a وبالتالي: $a = 3$ لذلك: $29 , abc = 29 , 327$

6 *كل عدد أصم هو عدد حقيقي . * كل عدد عشري هو عدد كسري .

7 a عدد صحيح طبيعي .

1) إذا كان باقي قسمة a على 3 مساويا لـ 1 فإن $a = 3q + 1$ حيث q عدد صحيح طبيعي (q هو خارج قسمة a على 3) .إذن

$$a^2 = (3q+1)^2 = (3q+1)(3q+1) = 9q^2 + 3q + 3q + 1 = 9q^2 + 6q + 1$$

وبالتالي باقي قسمة a^2 على 3 يساوي 1 .

2) إذا كان باقي قسمة a على 3 مساويا لـ 2 فإن $a = 3q + 2$ حيث q عدد صحيح طبيعي (q هو خارج قسمة a على 3) .إذن

$$a^2 = (3q+2)^2 = (3q+2)(3q+2) = 9q^2 + 3q + 3q + 4$$
$$= 9q^2 + 6q + 4 = 9q^2 + 6q + 3 + 1 = 3\left(3q^2 + 2q + 1\right) + 1$$

وبالتالي باقي قسمة a^2 على 3 يساوي 1 .

3) 3 قاسم لـ a^2 . فإذا كان 3 غير قاسم لـ a فإن باقي قسمة a على 3 يساوي 1 أو 2 إذن وبالتالي باقي قسمة a^2 على 3 يساوي 1 وبالتالي 3 غير قاسم لـ a^2 وهذا غير ممكن إذن 3 قاسم لـ a .

4) أ) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 3$ إذن $\frac{a^2}{b^2} = 3$ إذن $a^2 = 3b^2$ وبالتالي 3 قاسم لـ a^2 إذن 3 قاسم لـ a إذن $a = 3q$ حيث q عدد صحيح طبيعي إذن

$a^2 = (3q)^2 = 9q^2$ إذن $b^2 = 9q^2$ وبالتالي 3 قاسم لـ b^2 إذن 3 قاسم لـ b .

ب) لنفترض أن $\sqrt{3}$ عدد كسري إذن $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ حيث a و b عددان صحيحان أوليان فيما بينهما . إذن $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 3$ إذن $a^2 = 3b^2$ وبالتالي 3 قاسم لـ a وقاسم لـ b وهذا غير ممكن لأنهما أوليان فيما بينهما .إذن العدد $\sqrt{3}$ غير كسري .

8

أ) 3.14 هو عدد	☐ أصمّ	☒ كسري	☒ حقيقي	
ب) $\sqrt{0.81}$ هو عدد	☒ عشري	☐ أصمّ	☒ حقيقي	
ج) $\sqrt{8.1}$ هو عدد	☐ عشري	☒ أصمّ	☒ حقيقي	
د) $\sqrt{\frac{50}{18}}$ هو عدد	☒ كسري	☐ عشري	☐ أصمّ	

9

لعدد / مجموعة	$\mathbb{R}_+$	$\mathbb{R}_-$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$
$\sqrt{25}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$-\pi$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
3,14	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\frac{10}{5}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\frac{7}{4}$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\sqrt{7}$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$-\sqrt{9}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$
$-\frac{5}{3}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
3,14	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$

10 $-\sqrt{\frac{9}{4}} \in \mathbb{Q}_-$ ، $\frac{3}{7} \in \mathbb{R}$ ، $\{\sqrt{2},\ 2\} \not\subset \mathbb{Q}$ ، $-1,25 \in \mathbb{D}$ ، $1,25 \in \mathbb{Q}$

$\left\{-11; \frac{7}{4}; -\frac{15}{3}; -\pi\right\} \subset \mathbb{R}$ ، $\left\{-\frac{7}{2};\ 3\ ;\ -9,8;\ 3,14\right\} \subset \mathbb{Q}$

$-\sqrt{225} \in \mathbb{Z}$ ، $\frac{\pi}{2} \notin \mathbb{D}$

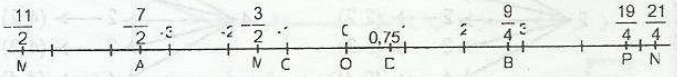
11 (1 $A \cap \mathbb{D} = \left\{\frac{7}{5}; \frac{\sqrt{9}}{3}; 3,14; \sqrt{0,09}; 1,25\right\}$

$A \cap \mathbb{Q} = \left\{-\frac{8}{3}; \frac{7}{5}; \frac{\sqrt{9}}{3}; 3,14; \sqrt{0,09}; 1,25\right\}$

$A \cap \mathbb{I} = \left\{\pi\ ;\ -\sqrt{3}\ ;\ -\frac{\pi}{5}\right\}$ ، $A \cap \mathbb{R} = A$ ، $A \cap \mathbb{Z} = \left\{\frac{\sqrt{9}}{3}\right\}$

12 (1 $3,14 < 3,\underline{14} < \pi < \frac{22}{7}$ (2 $-1,732 > -\sqrt{3} > -1,\underline{732} > -\frac{347}{200}$

13 (1



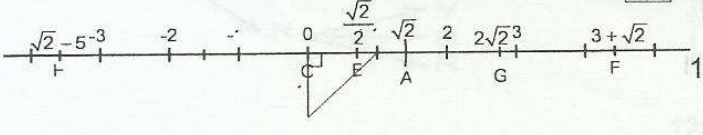
(2 $AB = |x_B - x_A| = \left|\frac{9}{4} - \left(-\frac{7}{2}\right)\right| = \left|\frac{9}{4} + \frac{14}{4}\right| = \frac{23}{4}$

$AC = \left|-1 + \frac{7}{2}\right| = \left|-\frac{2}{2} + \frac{7}{2}\right| = \frac{5}{2}$

$BI = \left|1 - \frac{9}{4}\right| = \left|\frac{4}{4} - \frac{9}{4}\right| = \left|-\frac{5}{4}\right| = \frac{5}{4}$

$BD = \left|0,75 - \frac{9}{4}\right| = \left|\frac{3}{4} - \frac{9}{4}\right| = \left|-\frac{6}{4}\right| = \frac{3}{2}$

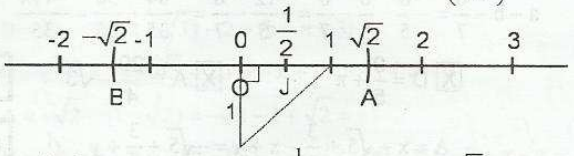
14 (1 $M\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $M\left(-\frac{11}{2}\right)$ (3 $N\left(\frac{21}{4}\right)$ (4 $P\left(\frac{19}{4}\right)$ (5



موقع مراجعة سنواتك الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$G(2\sqrt{2})$ $H(\sqrt{2}-5)$ $F(\sqrt{2}+3)$ $E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $A(\sqrt{2})$

15



1) فاصلة B هي $-\sqrt{2}$ وفاصلة J هي $\frac{1}{2}$ على المستقيم Δ حسب (O,I).

2) أ) إذا كانت O هي أصل التدريج و J هي النقطة الواحدية فإنّ فاصلة I هي 2

ب) فاصلة A هي $2\sqrt{2}$ و فاصلة B هي $-2\sqrt{2}$ حسب (O,J)

16 $\sqrt{9}=\sqrt{9^2}=9$ $\sqrt{0,81}=\sqrt{(0,9)^2}=0,9$ $-\sqrt{36}=-\sqrt{6^2}=-6$

$\sqrt{625}=25$ ، $\sqrt{1+\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{16}{16}+\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{5}{4}$ ، $\sqrt{\frac{81}{36}}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

17 $-\sqrt{121}=-\sqrt{11^2}=-11$ ، $\sqrt{1,21}=\sqrt{(1,1)^2}=1,1$

$$\sqrt{1-\frac{72}{121}}=\sqrt{\frac{121-72}{121}}=\sqrt{\frac{49}{121}}=\sqrt{\left(\frac{7}{11}\right)^2}=\frac{7}{11}$$

$$1-\sqrt{\frac{50}{32}}=1-\sqrt{\frac{25}{16}}=1-\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}=1-\frac{5}{4}=\frac{4}{4}-\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}$$

$\sqrt{0,09}+\sqrt{0,01}=(\sqrt{0,3})^2+\sqrt{(0,1)^2}=0,3+0,1=0,4$ $\in \mathbb{R}_+$

18 $\sqrt{7^2}-(\sqrt{3})^2=7-3=4$ ، $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

$4\times\sqrt{\frac{9}{4}}=4\times\frac{3}{2}=6$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2-\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=\frac{1}{4}-\frac{6}{4}=-\frac{5}{4}$

$$\sqrt{\frac{100}{36}}\times\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{10}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{3}$$

$$-\frac{7}{4}\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}=-\frac{7}{4}\times\left|-\frac{4}{7}\right|=-\frac{7}{4}\times\frac{4}{7}=-1$$

$$\sqrt{9\pi^2}-\sqrt{4\pi^2}+\sqrt{(-\pi)^2}=\sqrt{(3\pi)^2}-\sqrt{(2\pi)^2}+\sqrt{\pi^2}$$

$$=3\pi-2\pi+\pi=\pi+\pi=2\pi$$

19 1)

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
رقم آحاد a^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

2) العدد $c=1033911786712610687401$ مربع كامل لأن رقم آحاده يساوي 1 ولا يوجد مربع كامل رقم آحاده 2 أو 8 .

20 أ) $x=2$ $\sqrt{x+\frac{1}{4}}=\sqrt{2+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$

ب) $x=\frac{3}{4}$ $\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=\sqrt{1}=1$

ج) $x=-\frac{2}{9}$ $\sqrt{-\frac{2}{9}+\frac{1}{4}}=\sqrt{-\frac{8}{36}+\frac{9}{36}}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$

د) $x=\sqrt{\frac{576}{16}}=6$ إذن $\sqrt{6+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{24}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

21 $\sqrt{-5+\sqrt{36}}=\sqrt{-5+6}=\sqrt{1}=1$

$\sqrt{\frac{21}{2}+\sqrt{\frac{121}{4}}}=\sqrt{\frac{21}{2}+\frac{11}{2}}=\sqrt{\frac{32}{2}}=\sqrt{16}=4$

$\sqrt{\frac{11}{4}+\sqrt{\frac{25}{16}}}=\sqrt{\frac{11}{4}+\frac{5}{4}}=\sqrt{\frac{16}{4}}=\sqrt{4}=2$

$\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{4}}}=\sqrt{22+\sqrt{7+2}}=\sqrt{22+\sqrt{9}}=\sqrt{22+3}=\sqrt{25}=5$

22 أ) $a=\sqrt{\frac{81}{4}}=\frac{9}{2}$ $b=\frac{\sqrt{81}}{4}=\frac{9}{4}$ $\frac{9}{2}>\frac{9}{4}$

ب) $a=\sqrt{9}+\sqrt{49}=3+7=10$ $b=\sqrt{9+\sqrt{49}}=\sqrt{9+7}=\sqrt{16}=4$

$10>4$

ج) $a=\sqrt{\frac{25}{36}}+\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

$b=\sqrt{\frac{25}{36}+\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{25}{36}+\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{25}{36}+\frac{24}{36}}=\sqrt{\frac{49}{36}}=\frac{7}{6}$

$\frac{3}{2}>\frac{7}{6}$

23 أ) ☐ $\sqrt{(-6)^2}=(-6)$ ☒ $\sqrt{6^2}=(\sqrt{6})^2$ ☐ $\sqrt{36}=18$

ب) ☐ $x=7^2$ إذن $x^2=7$ ☐ $x=\sqrt{49}$ إذن $x^2=7$

☒ $x=\sqrt{7}$ إذن $x^2=7$

ج) ☒ $x=\sqrt{9}$ إذن $x^2=9$ ☒ $x=3$ إذن $x^2=9$ $x\in\mathbb{R}_+$

☐ $x=81$ إذن $x^2=9$

24 أ) $\sqrt{x}=17$ إذن $x=17^2=289$

ب) $\sqrt{x}=22$ إذن $x=22^2=484$

ج) $\sqrt{x+3}=4$ إذن $x+3=4^2=16$ إذن $x=16-3=13$

د) $\sqrt{x-2}=3$ إذن $x-2=3^2=9$ إذن $x=9+2=11$

25 أ) $x^2=25$ إذن $x=5$ أو $x=-5$

ب) $x^2=4$ إذن $x=2$ أو $x=-2$

ج) $x^2=1$ إذن $x=1$ أو $x=-1$

د) $x^2=3$ إذن $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

هـ) $x^2=\sqrt{81}=9$ إذن $x=3$ أو $x=-3$

و) $(x+1)^2=36$ إذن $x+1=6$ أو $x+1=-6$

إذن $x=6-1=5$ أو $x=-6-1=-7$

26 1) $V=\frac{4^2\times5\times3,14}{3}=\frac{80}{3}\times3,14=83,73\ cm^3$

V هي قيمة تقريبية بالزيادة بثلاثة أرقام بعد الفاصل لـ $83,734\ cm^3$

2) $V'=\frac{4}{3}\times3,14\times6^3=\frac{4}{3}\times3,14\times216=904,32\ cm^3$

27 نذكّر أن المربع هو معين إذن قيس مساحته يساوي مربع أحد أضلاعه أو نصف مربع أحد قطريه .

المساحة بـ cm^2	100	9	169
طول ضلع مربّع بـ cm	10	3	13
طول قطر مربّع بـ cm	$\sqrt{200}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{338}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية

1

$1+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=\frac{3}{2}$ ، $\frac{1}{3}-3=\frac{1}{3}-\frac{9}{3}=-\frac{8}{3}$

$-\frac{5}{4}+\frac{1}{3}=-\frac{15}{12}+\frac{4}{12}=\frac{-11}{12}$ ، $\frac{3}{4}-\frac{3}{5}=\frac{15-12}{20}=\frac{3}{20}$

$-\frac{1}{4}-4=\frac{-16}{4}-\frac{1}{4}=\left(-\frac{17}{4}\right)$ ، $-1{,}2+\frac{2}{5}=-\frac{12}{10}+\frac{4}{10}=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$

$-\frac{18}{12}+\frac{49}{14}=\frac{-3}{2}+\frac{7}{2}=2$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}=\frac{6}{4}+\frac{5}{4}=\frac{11}{4}$

2

$a=-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{6}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\left(-\frac{1}{6}\right)$

$b=\frac{-3}{4}+\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{9}{12}+\frac{4}{12}+\left(-\frac{8}{12}\right)=-\frac{13}{12}$

$c=1{,}2+\left(-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{12}=\frac{6}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{12}=1+\frac{1}{12}=\frac{13}{12}$

3

محيط المثلث ADE هو $AE+ED+AD=1+1+\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$

محيط الخماسي ABCDE هو

$AB+BC+CD+DE+EA=\frac{16}{5}+\sqrt{2}+\frac{16}{5}+1+1=\frac{42}{5}+\sqrt{2}$

محيط القرص الدائري هو $\frac{2OM\times\pi}{2}+MN=2\pi+4$

4

أ) $\boxed{X}\ a=-\frac{3}{5}$ ب) $\boxed{X}\ a=-\sqrt{3}$

ج) إذا كان x و $-\sqrt{3}$ عددان متقابلان فإن $a=-\frac{3}{5}$.

5

$A=\sqrt{\frac{16}{9}}+\left(-\frac{5}{6}\right)+\sqrt{3}=\frac{4}{3}+\left(-\frac{5}{6}\right)+\sqrt{3}$

$A=\frac{8}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)+\sqrt{3}=\frac{3}{6}+\sqrt{3}=\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

$B=\left(-\frac{2}{5}\right)+(-\sqrt{2})+\left(\sqrt{2}+\frac{1}{3}\right)=-\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=-\frac{1}{15}$

$C=\sqrt{9+16}+\left(-\sqrt{1+\frac{17}{64}}\right)=\sqrt{25}+\left(-\sqrt{\frac{81}{64}}\right)$

$C=5+\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{40}{8}+\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{31}{8}$

$D=\frac{17}{3}-\sqrt{7}-\frac{1}{3}=\frac{16}{3}-\sqrt{7}$

$E=-\sqrt{\frac{9}{100}}+0{,}75=-\frac{3}{10}+0{,}75=-0{,}3+0{,}75=0{,}45$

$F=\sqrt{5}-\pi+\left(-\frac{8}{5}\right)+\pi=\sqrt{5}-\frac{8}{5}$

$G=\sqrt{\frac{49}{4}}-\frac{5}{2}-\frac{7}{2}+\frac{1}{3}=\frac{7}{2}-\frac{15}{6}-\frac{7}{2}+\frac{2}{6}=-\frac{13}{6}$

$H=-5-\left(-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}=-5+\sqrt{2}-\sqrt{2}=-5$

6

أ) $a-b-\frac{6}{7}=-\frac{1}{2}-(-\sqrt{2})-\frac{6}{7}=-\frac{7}{14}+\sqrt{2}-\frac{12}{14}=\sqrt{2}-\frac{19}{14}$

ب) $a-b-\frac{6}{7}=-\sqrt{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{6}{7}=-\sqrt{3}+\frac{7}{28}-\frac{24}{28}=-\sqrt{3}-\frac{17}{28}$

ج) $a-b-\frac{6}{7}=0-\frac{6}{7}=\frac{-6}{7}$ إذن $a-b=0$ يعني $a=b$

د) $a-b-\frac{6}{7}=-\frac{6}{5}-\frac{6}{5}-\frac{6}{7}=-\frac{12}{5}-\frac{6}{7}=-\frac{84}{35}-\frac{30}{35}=\frac{-114}{35}$

7

$\boxed{X}\ A=\frac{29}{4}-\sqrt{3}$ $\boxed{X}\ D=\frac{9}{5}+\pi$

8

أ) $A=x-\sqrt{5}+\frac{3}{2}-x+y=-\sqrt{5}+\frac{3}{2}+y$

ب) $B=\frac{2}{5}+y-\left[y-\sqrt{5}+x\right]=\frac{2}{5}+y-y+\sqrt{5}-x=\frac{2}{5}+\sqrt{5}-x$

$A+B=\left(-\sqrt{5}+\frac{3}{2}+y\right)+\left(\frac{2}{5}+\sqrt{5}-x\right)$

$=-\sqrt{5}+\frac{15}{10}+y+\frac{4}{10}+\sqrt{5}-x=\frac{19}{10}+y-x$

ج) $x-y=\frac{7}{3}$ يعني $y-x=\frac{-7}{3}$

إذن $A+B=\frac{19}{10}+-\frac{7}{3}=\frac{57}{30}+\left(-\frac{70}{30}\right)=\left(-\frac{13}{30}\right)$

9

$E=-3{,}14-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-\left(\frac{1}{4}+0{,}75-\pi\right)$

$E=-3{,}14-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-0{,}25-0{,}75+\pi=-3{,}14+\pi$

$G=\pi-\left[-\sqrt{5}-\frac{1}{5}+\pi\right]-\left[0{,}5+\pi+\sqrt{5}+\frac{7}{10}\right]$

$G=\pi+\sqrt{5}+\frac{1}{5}-\pi-\frac{5}{10}-\pi-\sqrt{5}-\frac{7}{10}$

$G=\frac{2}{10}-\frac{12}{10}-\pi=\frac{-10}{10}-\pi=-1-\pi$

$H=\sqrt{7}-\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}+1+\sqrt{7}\right)+\left(3-\sqrt{7}-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)-\sqrt{7}+2$

$H=\sqrt{7}+\sqrt{\frac{5}{3}}-1-\sqrt{7}+3-\sqrt{7}-\sqrt{\frac{5}{3}}-\sqrt{7}+2$

$H=-1+3+2-\sqrt{7}=4-\sqrt{7}$

10

$M=a-b-\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$ ، $N=b-a=\frac{3}{4}$

$P=-a+\sqrt{2}-1+b-5-\sqrt{2}=b-a-6=\frac{3}{4}-\frac{24}{4}=-\frac{21}{4}$

11

1) $E=\left(\sqrt{5}-a-\frac{3}{4}\right)-(a+\sqrt{5}-\sqrt{3}-a)$

$E=\sqrt{5}-a-\frac{3}{4}-a-\sqrt{5}+\sqrt{3}+a=\sqrt{3}-a-\frac{3}{4}$

$F=\left|5-\sqrt{3}\right|+\left|1-\pi\right|-\left|\pi+4\right|=(5-\sqrt{3})+(\pi-1)-(\pi+4)$

لأن $5-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_+$ و $1-\pi\in\mathbb{R}_-$ و $\pi+4\in\mathbb{R}_+$

$F=5-\sqrt{3}+\pi-1-\pi-4=-\sqrt{3}$

2) E و F متقابلان يعني $E+F=0$ يعني $\sqrt{3}-a-\frac{3}{4}-\sqrt{3}=0$

يعني $-a-\frac{3}{4}=0$ إذن $-a=\frac{3}{4}$ يعني $a=-\frac{3}{4}$

12

أ) $A=x-\frac{1}{4}-\sqrt{2}+(-x)-\frac{1}{2}-x+0{,}75$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$A=-\frac{1}{4}-\sqrt{2}-\frac{2}{4}-x+\frac{3}{4}=-\sqrt{2}-x$

$B=\sqrt{3}-(a+1+\sqrt{3})-2+(b-\pi+3)$

$B=\sqrt{3}-a-1-\sqrt{3}-2+b-\pi+3=-a+b-\pi$

ب) $A=-\sqrt{2}-(1-\sqrt{2})=-\sqrt{2}-1+\sqrt{2}=-1$

ج) $B=-a+b-\pi=-(a-b)-\pi=-(2-\pi)-\pi=-2+\pi-\pi=-2$

13 1) $E=\sqrt{2}+\frac{1}{2}-(\sqrt{2}-a-1)-(0,5+b-\sqrt{2})$

$E=\sqrt{2}+\frac{1}{2}-\sqrt{2}+a+1-\frac{1}{2}-b+\sqrt{2}=a-b+\sqrt{2}+1$

2) $E=\sqrt{2}+1$ خطأ .. $E=3$ صواب .. $E=\sqrt{2}$ خطأ

3) أ) $|E|=|a-b+\sqrt{2}+1|=|\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{2}+1|=|\sqrt{3}+1|=\sqrt{3}+1$

ب) $|E|=|-\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{2}+1|=|-\sqrt{5}+1|=\sqrt{5}-1$

4) $E=0$ يعني $(a-b)+(\sqrt{2}+1)=0$

يعني $a+b$ هو مقابل $\sqrt{2}+1$ إذن $a+b=-\sqrt{2}-1$

14 1) $A=\sqrt{3}-|\sqrt{2}-5-x|-|\sqrt{3}-\sqrt{2}+5|+(\sqrt{3}-1+\pi)$

$A=\sqrt{3}-\sqrt{2}+5+x-\sqrt{3}+\sqrt{2}-5+\sqrt{3}-1+\pi$

$A=x-1+\pi+\sqrt{3}=\sqrt{3}+x-1+\pi$

$B=\sqrt{2}-(\pi+y)-(\sqrt{3}-1+\sqrt{2})$

$B=\sqrt{2}-\pi-y-\sqrt{3}+1-\sqrt{2}=1-\pi-y-\sqrt{3}$

2) إذا كان $x=y$ فإن $A=\sqrt{3}+x-1+\pi$ و $B=1-\pi-x-\sqrt{3}$

إذن $A+B=(1-\pi-x-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+x-1+\pi)$

$A+B=1-\pi-x-\sqrt{3}+\sqrt{3}+x-1+\pi=0$ إذن A و B متقابلان.

3) $A=\sqrt{3}+(1-\pi)-1+\pi=\sqrt{3}+1-\pi-1+\pi=\sqrt{3}$

4) $B+\sqrt{3}-1=0$ يعني $\sqrt{3}-1$ و B متقابلان

أي $1-\pi-y-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1=0$ يعني $-\pi-y=0$ أي $y=-\pi$

15 $ab=4$ $A=\frac{1}{2}a(-3b)=\frac{1}{2}\times-3(ab)=-\frac{3}{2}\times4=-6$

$B=(-2a\sqrt{2})(-b\sqrt{2})=-2\sqrt{2}(-\sqrt{2})(ab)=4\times4=16$

$C=\frac{1}{2}\sqrt{a}\times\frac{3}{4}\sqrt{b}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\cdot\sqrt{ab}=\frac{3}{8}\times\sqrt{4}=\frac{3}{8}\times2=\frac{3}{4}$

$D=a\sqrt{b}\times b\sqrt{a}=ab\cdot\sqrt{ab}=4\times\sqrt{4}=4\times2=8$

$E=\sqrt{8a}\times\sqrt{2b}=\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}\times\sqrt{b}=\sqrt{8\times2}\times\sqrt{ab}$

$=\sqrt{16}\times\sqrt{4}=4\times2=8$

16 $a=\sqrt{6}\times\sqrt{14}\times(-\sqrt{6})=-\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sqrt{14}=-6\sqrt{14}$

$b=\sqrt{5}\times\sqrt{7}\times\sqrt{5}=\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

$c=-7\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=(-7\times3)\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=-21\times2=-42$

$d=\left(-\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)=-\frac{1}{3}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{3})\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=\left(-\frac{1}{3}\times3\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-1\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}$

$e=\frac{3}{4}\sqrt{5}\times\left(-\frac{4}{5}\sqrt{5}\right)=-\frac{3}{5}\times5=-3$

17 أ) $a\times b=\frac{1}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times2=1$ إذن $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ هو مقلوب $\sqrt{2}$.

ب) $a\times b=\frac{1}{3}\sqrt{2}\times1,5\sqrt{2}=\frac{1}{3}\times1,5\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\sqrt{4}=\frac{1}{2}\times2=1$

إذن $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ هو مقلوب $1,5\sqrt{2}$.

18 $a+b=\sqrt{10}-3+\sqrt{10}+3=\sqrt{10}+\sqrt{10}$

$a\times c=(\sqrt{10}+3)(3-\sqrt{10})=3\sqrt{10}-\sqrt{10}\times\sqrt{10}+3\times3-3\sqrt{10}=-10+9=-1$

$c\times d=(3-\sqrt{10})(-\sqrt{10}-3)=-3\sqrt{10}-9+\sqrt{10}\times\sqrt{10}+3\sqrt{10}$

$b+d=\sqrt{10}+3-\sqrt{10}-3=0$

$b\times d=(\sqrt{10}+3)(-\sqrt{10}-3)=-\sqrt{10}\sqrt{10}-3\sqrt{10}-3\sqrt{10}-3\times3$

$=-10-6\sqrt{3}-9=-19-6\sqrt{3}$

$a\times b=(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)=\sqrt{10}\times\sqrt{10}+3\sqrt{10}-3\sqrt{10}-9=10-9=1$

إذن أ) a و b متقابلان ☐ ب) c هو مقلوب a ☐ ج) d و c متقابلان ☐

د) d و b متقابلان ☒ هـ) b هو مقلوب d ☐ و) b هو مقلوب a ☒

19 أ) $(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=7\times7-7\times4\sqrt{3}+7\times4\sqrt{3}-4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}$

$=49-28\sqrt{3}+28\sqrt{3}-16\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=49-16\sqrt{9}=49-16\times3=49-48=1$

إذن $7-4\sqrt{3}$ هو مقلوب $7+4\sqrt{3}$

ب) $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}\times\frac{1}{7-4\sqrt{3}}=\frac{1}{(7+4\sqrt{3})\times(7-4\sqrt{3})}=\frac{1}{1}=1$

$(7-4\sqrt{3})-(7+4\sqrt{3})=7-4\sqrt{3}-7-4\sqrt{3}=-8\sqrt{3}$

20 أ) $x\times y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{4}=3-2=1$

إذن $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ هو مقلوب $(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.

ب) $x\times y=(\sqrt{5}-2)\times(\sqrt{5}+\sqrt{4})=\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times2-2\sqrt{5}-2\times\sqrt{4}$

$=\sqrt{25}+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2\times2=5-4=1$

إذن $(\sqrt{5}-2)$ هو مقلوب $(\sqrt{5}+\sqrt{4})$.

ج) $x\times y=(3-2\sqrt{2})\times(3+2\sqrt{2})$

$=3\times3+3\times2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times3-2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}$

$=9+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}-4\sqrt{2}\times\sqrt{2}=9-4\times2=9-8=1$

إذن $(3-2\sqrt{2})$ هو مقلوب $(3+2\sqrt{2})$

د) $x\times y=(\sqrt{7}-\sqrt{6})\times(\sqrt{7}+\sqrt{6})$

$=\sqrt{7}\times\sqrt{7}+\sqrt{7}\times\sqrt{6}-\sqrt{6}\times\sqrt{7}-\sqrt{6}\times\sqrt{6}$

$=\sqrt{49}+\sqrt{42}-\sqrt{42}-\sqrt{36}=7-6=1$

إذن $(\sqrt{7}-\sqrt{6})$ هو مقلوب $(\sqrt{7}+\sqrt{6})$.

21 أ) $a=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$

$b=\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}$

موقع مراجعة سنوات الأعداد
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$C=(\sqrt{3}-1)\sqrt{3}-2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}+3\sqrt{3}\right)$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}-2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-6\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=3-\sqrt{3}-\sqrt{3}-18=-15-2\sqrt{3}$

$D=(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$D=3+\sqrt{6}-\sqrt{6}+\sqrt{3}-2+\sqrt{2}=3-2+\sqrt{3}+\sqrt{2}=1+\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$E=-3+\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{2}+1)(2-\sqrt{2})$

$=-3+3+\sqrt{3}-\left[2\sqrt{2}-2+2-\sqrt{2}\right]=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$F=(2+\sqrt{2})(\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{2}-2)(2+2\sqrt{2})$

$=2\sqrt{2}-4+2-2\sqrt{2}-\left(4\sqrt{2}+4\times2-4-4\sqrt{2}\right)$

$=-2-(4)=-2-4=-6$

$G=2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{3})-3\sqrt{2}(1+\sqrt{2})$

$=2\sqrt{2}-2\times2+1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-3-3\sqrt{2}-3\times2$

$=2\sqrt{2}-3\sqrt{2}-4+1-3-6=-\sqrt{2}-12$

$H=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}(\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{2}-1)$

$=2\sqrt{2}(2-1)=2\sqrt{2}\times1=2\sqrt{2}$

27

$A=3x(2x-1)+5(2x-1)=(2x-1)(3x+5)$

$B=(2x-3)(x+1)+(2x-3)(x+3)$

$=(2x-3)(x+1+x+3)=(2x-3)(2x+4)=2(2x-3)(x+2)$

$C=(3x-4)(2x-5)-(4-3x)(2x+5)$

$=(3x-4)(2x-5)+(3x-4)(2x+5)$

$=(3x-4)(2x-5+2x+5)=(3x-4)(4x)=4x(3x-4)$

$D=(2x+1)(x-3)+(-2x-1)(3x+2)$

$=(2x+1)(x-3)-(2x+1)(3x+2)$

$=(2x+1)(x-3-3x-2)=(2x+1)(-2x-5)$

28

$M=(x+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)+(1-\sqrt{2})=x\sqrt{2}-x+2-\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$

$=x\sqrt{2}-x+3-2\sqrt{2}$

$N=-\sqrt{3}(x+\sqrt{3})-\sqrt{3}(x-\sqrt{3})=-x\sqrt{3}-3-x\sqrt{3}+3=-2x\sqrt{3}$

$P=\frac{1}{2}(x-3)-\left(\frac{1}{2}x+3\right)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x-3=-\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{9}{2}$

$Q=7-3x(x-2)+5+2(x-3)x=7+5-(3x^2-6x)+2x^2-6x$

$=12-3x^2+6x+2x^2-6x=12-3x^2+2x^2=12-x^2$

29

أ) $x(\sqrt{2}-3)=0\times(\sqrt{2}-3)=0$

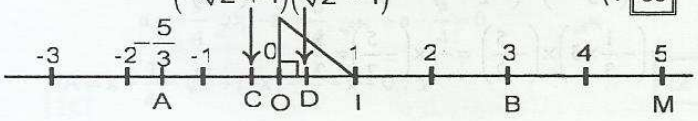
ب) $(y-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=(\sqrt{3}-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=0\times(2+\sqrt{3})=0$

ج) $3(\sqrt{3}+1)(1-z+\sqrt{3})=3(\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{3}-1+\sqrt{3})$

$=3(\sqrt{3}+1)\times0=0$

30

1) $(-\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$



$c=\left(\frac{4}{5}-\sqrt{5}\right)\times\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}-5$

$d=2\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})=2\sqrt{3}\times3-2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}\sqrt{3}=6\sqrt{3}-4\times3=6\sqrt{3}-12$

22

$A=\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}\times(1+1)=2\sqrt{2}$

$B=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}\times(3-1)=2\sqrt{2}$

$C=\sqrt{3}+\sqrt{2}-4\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{3}-4\sqrt{3}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=(1-4)\times\sqrt{3}+\sqrt{2}(1-2)=-3\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$E=\sqrt{5}+5-7\sqrt{5}-7=5-7-7\sqrt{5}+\sqrt{5}=-2-6\sqrt{5}$

$G=-2\pi+5\pi-\pi=(-2+5-1)\pi=2\pi$

$H=-4\sqrt{7}+7\sqrt{9}-3\sqrt{7}+\sqrt{7}=\sqrt{7}\times(-4+1-3)+7\times3=-6\sqrt{7}+21$

$K=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{7}}-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{5}{7}}=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)\times\sqrt{\frac{3}{2}}+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\sqrt{\frac{5}{7}}$

$=\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{6}\right)\times\sqrt{\frac{3}{2}}+\left(\frac{4}{4}-\frac{3}{4}\right)\sqrt{\frac{5}{7}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{7}}$

23

$m=(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+1)=\sqrt{2}\times\sqrt{2}+1\times\sqrt{2}+3\sqrt{2}+3$

$=2+4\sqrt{2}+3=5+4\sqrt{2}$

$n=(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+5)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+5\sqrt{3}-2\sqrt{3}-10$

$=3+3\sqrt{3}-10=-7+3\sqrt{3}$

$p=(\sqrt{5}-5)\left(\sqrt{5}-\frac{1}{5}\right)=\sqrt{5}\times\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}-5\sqrt{5}+1$

$=5-\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{25}{5}\sqrt{5}+1=6-\frac{26}{5}\sqrt{5}$

$k=(-\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})=-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{2}+3=-2+3=1$

24

$A=2\pi+2\sqrt{2}=2\times(\pi+\sqrt{2})$

$B=\pi\times\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}\times(\pi-1)$

$C=15+5\sqrt{2}=3\times5+5\sqrt{2}=5\times(3+\sqrt{2})$

$D=7\sqrt{7}+7\times2=7\times(\sqrt{7}+2)$

25

$I=x\sqrt{2}+3x-x\sqrt{3}=x(\sqrt{2}+3-\sqrt{3})$

$J=x\sqrt{3}+3=x\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times(x+\sqrt{3})$

$K=x^2-x\sqrt{2}=x\cdot x-x\sqrt{2}=x(x-\sqrt{2})$

$L=4xy+12x-8x^2=4xy+3\times4x-2x\times4x=4x(y+3-2x)$

$M=(x+1)\sqrt{7}-2(x+1)=(x+1)(\sqrt{7}-2)$

$N=\pi(\pi-1)+(\pi-1)=(\pi-1)(\pi+1)$

26

$A=3\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)-5(3-\sqrt{5})$

$=3\sqrt{5}\times\sqrt{5}+2\times3\sqrt{5}-5\times3+5\sqrt{5}$

$=3\times5+6\sqrt{5}-15+5\sqrt{5}=15-15+6\sqrt{5}+5\sqrt{5}=11\sqrt{5}$

$B=2-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)-2(\sqrt{2}+1)$

$=2-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2=2-2+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2=-\sqrt{2}-2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$OA=\left|-\frac{5}{3}-0\right|=\left|-\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}$ $OB=|3-0|=|3|=3$ (2

$OC=\left|-\sqrt{2}+1-0\right|=\left|-\sqrt{2}+1\right|=\sqrt{2}-1$ $OI=|1-0|=|1|=1$

$CD=\left|\sqrt{2}-1-\left(-\sqrt{2}+1\right)\right|=\left|\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1\right|=\left|2\sqrt{2}-2\right|=2\sqrt{2}-2$

3)مناظرة C بالنسبة إلى O هي D .

4)فاصلة M هي 5 .

31 $\left|-2\right|-\left|\sqrt{3}\right|=2-\sqrt{3}$

$-2-\sqrt{3}=(-2)+(-\sqrt{3})$ وبما أن $-2\in\mathbb{R}_-$ و $-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_-$

فإنّ $-2-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|-2-\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3}$

$\sqrt{5}>\sqrt{3}$ إذن $\sqrt{5}-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_+$ إذن $\left|\sqrt{5}-\sqrt{3}\right|=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

$3+\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+$ إذن $\left|3+\sqrt{2}\right|=3+\sqrt{2}$

$\sqrt{2}>1$ إذن $1-\sqrt{2}\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|1-\sqrt{2}\right|=-1+\sqrt{2}$

$\sqrt{3}<2$ إذن $\sqrt{3}-2\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|\sqrt{3}-2\right|=-\sqrt{3}+2$

$\pi>3$ إذن $-\pi+3=3-\pi\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|-\pi+3\right|=\pi-3$

$2>\sqrt{2}$ إذن $2-\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+$ إذن $\left|2-\sqrt{2}\right|=2-\sqrt{2}$

$\sqrt{5}<\sqrt{7}$ إذن $\sqrt{5}-\sqrt{7}\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|\sqrt{5}-\sqrt{7}\right|=-\sqrt{5}+\sqrt{7}$

$\sqrt{6}<\sqrt{25}$ إذن $-\sqrt{25}+\sqrt{6}\in\mathbb{R}_-$ إذن

$\left|-\sqrt{25}+\sqrt{6}\right|=\sqrt{25}-\sqrt{6}=5-\sqrt{6}$

$\pi<4$ إذن $\pi-4\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left|\pi-4\right|=-\pi+4$

32 بما أن $\frac{1}{3}+\pi\in\mathbb{R}_+$ و $\frac{16}{3}+\pi\in\mathbb{R}_+$ فإن

$A=\left|\frac{7}{3}+\pi\right|-\left|\frac{16}{3}+\pi\right|=\left(\frac{7}{3}+\pi\right)-\left(\frac{16}{3}+\pi\right)=\frac{7}{3}+\pi-\frac{16}{3}-\pi=-\frac{9}{3}=-3$

بما أن $\left(2+\sqrt{2}\right)\in IR_+$ و $-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\in\mathbb{R}_-$ فإن

$B=\left|2+\sqrt{2}\right|-\left|-\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right|=\left(2+\sqrt{2}\right)-\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)$

$=2+\sqrt{2}-\frac{3}{2}-\sqrt{2}=\frac{4}{2}-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

لأن $3-\sqrt{6}\in\mathbb{R}_+$ و $3>\sqrt{6}$ و $1-\sqrt{5}\in\mathbb{R}_-$ إذن $\sqrt{5}-\sqrt{6}\in\mathbb{R}_-$

$C=(3-\sqrt{6})-(\sqrt{5}-1)+(\sqrt{6}-\sqrt{5})$

$=3-\sqrt{6}-\sqrt{5}+1+\sqrt{6}-\sqrt{5}=4-\sqrt{5}-\sqrt{5}=4-2\sqrt{5}$

$D=\left|\sqrt{7}+\pi\right|-\left|-\pi+4\right|=(\sqrt{7}+\pi)-(-\pi+4)$

$=\sqrt{7}+\pi+\pi-4=\sqrt{7}+2\pi-4$

33 $\left|x\right|=\sqrt{11}$ يعني $x=\sqrt{11}$ أو $x=-\sqrt{11}$

$\left|x\right|=\pi+\frac{1}{2}$ يعني $x=\pi+\frac{1}{2}$ أو $x=-\pi-\frac{1}{2}$

$\left|x\right|=3-\sqrt{5}$ يعني $x=3-\sqrt{5}$ أو $x=-3+\sqrt{5}$

$\left|x+\frac{5}{2}\right|=0$ يعني $x+\frac{5}{2}=0$ يعني $x=-\frac{5}{2}$

$x=\sqrt{10}$ يعني $x-\sqrt{10}=0$ يعني $\left|x-\sqrt{10}\right|=0$

34 (1 $5>\sqrt{5}$ إذن $5-\sqrt{5}\in\mathbb{R}_+$ و $3<\pi$ إذن $3-\pi\in\mathbb{R}_-$

$\sqrt{5}>2$ إذن $\sqrt{5}-2\in\mathbb{R}_+$

$y=\left|3-\pi\right|=-3+\pi$ ، $x=\left|5-\sqrt{5}\right|=5-\sqrt{5}$

$z=\left|\sqrt{5}-2\right|=\sqrt{5}-2$

$x+y+z=\left(5-\sqrt{5}\right)+(-3+\pi)+\left(\sqrt{5}-2\right)$ (2

$=5-\sqrt{5}-3+\pi+\sqrt{5}-2=\pi$

إذن $\left|x+y+z\right|=\left|\pi\right|=\pi$

$\left|x+y\right|=\left|(5-\sqrt{5})+(-3+\pi)\right|=\left|2-\sqrt{5}+\pi\right|$ (3

$\left|z-\pi\right|=\left|\sqrt{5}-2-\pi\right|$

بما أن $2-\sqrt{5}+\pi$ و $5-2-\pi$ متقابلان فإن

أي $\left|x+y\right|=\left|z-\pi\right|$ $\left|\sqrt{5}-2-\pi\right|=\left|2-\sqrt{5}+\pi\right|$

35 $a=\left|\sqrt{2}-1\right|\times\left|\sqrt{2}-2\right|=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(2-\sqrt{2}\right)$

$=2\sqrt{2}-2-2+\sqrt{2}=3\sqrt{2}-4$

$b=\left|\pi-2\right|\times\left|3-\pi\right|=(\pi-2)\times(\pi-3)$

$=\pi^2-3\pi-2\pi+6=\pi^2-5\pi+6$

$c=\left|\left(\sqrt{5}+3\right)\left(\sqrt{5}-4\right)\right|=\left|\sqrt{5}+3\right|\times\left|\sqrt{5}-4\right|$

$=\left(\sqrt{5}+3\right)\times\left(4-\sqrt{5}\right)=4\sqrt{5}-5+12-3\sqrt{5}=\sqrt{5}+7$

$d=\left|\left(-\sqrt{3}-1\right)\left(1-\sqrt{3}\right)\right|=\left|-\sqrt{3}-1\right|\times\left|1-\sqrt{3}\right|$

$=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)=3-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1=2$

36 أ) $\left|x+\sqrt{2}x\right|=\left|x\left(1+\sqrt{2}\right)\right|=\left|x\right|\times\left|1+\sqrt{2}\right|=1$

إذن $\left|x\right|\times\left(1+\sqrt{2}\right)=1$ إذن $\left|x\right|=\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

ب) $\left|-\frac{3}{2}y\right|=5$ إذن $\left|-\frac{3}{2}\right|\times\left|y\right|=5$

وبالتالي $\frac{3}{2}\times\left|y\right|=5$ إذن $\left|y\right|=\frac{5}{\frac{3}{2}}=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$

ج) $\left|z\sqrt{5}-5\right|=\sqrt{5}$ إذن $\left|\sqrt{5}\left(z-\sqrt{5}\right)\right|=\sqrt{5}$

لذلك $\left|\sqrt{5}\right|\times\left|z-\sqrt{5}\right|=\sqrt{5}$

وبالتالي $\sqrt{5}\times\left|z-\sqrt{5}\right|=\sqrt{5}$ إذن $\left|z-\sqrt{5}\right|=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=1$

37 أ) $\left|\frac{x}{4}\right|=\frac{1}{3}$ يعني $\left|x\right|=\frac{4}{3}$ يعني. $x=\frac{4}{3}$ أو $x=-\frac{4}{3}$

ب) $\left|\frac{x}{\sqrt{3}}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ يعني $\frac{\left|x\right|}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ يعني $\left|x\right|=\frac{2\sqrt{3}\sqrt{3}}{3}=2$.

يعني $x=2$ أو $x=-2$

ج) $\left|-\frac{x}{5}\right|=\frac{6}{7}$ يعني $\frac{\left|x\right|}{\left|-5\right|}=\frac{6}{7}$ يعني $\left|x\right|=\frac{6}{7}\times5=\frac{30}{7}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

يعني $x=\frac{30}{7}$ أو $x=-\frac{30}{7}$.

د) $\left|\frac{x}{\sqrt{2}+1}\right|=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ يعني $\frac{|x|}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$ يعني

$|x|=\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{3}=\frac{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1}{3}=\frac{1}{3}$ يعني $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$

هـ) $\left|\frac{x}{-7}\right|=\frac{2}{21\sqrt{7}}$ يعني $\frac{|x|}{|-7|}=\frac{2}{21\sqrt{7}}$ يعني $|x|=\frac{2\times7}{21\sqrt{7}}=\frac{2}{3\sqrt{7}}$

يعني $x=\frac{2}{3\sqrt{7}}$ أو $x=-\frac{2}{21\sqrt{7}}$

38 أ) $x^2=25$ إذن $x^2=5^2$ إذن $x=5$ أو $x=-5$

ب) $x^2=4$ إذن $x^2=2^2$ إذن $x=2$ أو $x=-2$

ج) $x^2=1$ إذن $x=1$ أو $x=-1$

د) $x^2=3$ إذن $x^2=(\sqrt{3})^2$ إذن $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

هـ) $x^2=\sqrt{81}=3^2$ إذن $x=3$ أو $x=-3$

39 أ) $\sqrt{x^2}=7$ إذن $\square$ $x=49$ ، $\square$ $x=-7$ أو $\boxtimes$ $x=7$ ، $\square$ $x=7$

ب) $\sqrt{x^2}=\sqrt{3}$ إذن $\square$ $x=-3$ ، $\square$ $x=-\sqrt{3}$ أو $\boxtimes$ $x=\sqrt{3}$ ، $\square$ $x=\sqrt{3}$

40 $a=4\sqrt{27}-2\sqrt{75}=4\times3\sqrt{3}-2\times5\sqrt{3}=12\sqrt{3}-10\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$b=3\sqrt{12}+2\sqrt{48}=3\times2\sqrt{3}+2\times4\sqrt{3}=6\sqrt{3}+8\sqrt{3}=14\sqrt{3}$

$c=3\sqrt{5}+7\sqrt{20}-\sqrt{125}=3\sqrt{5}+7\times2\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}+14\sqrt{5}-5\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

$d=\sqrt{50}-\sqrt{32}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$e=2\sqrt{27}+\sqrt{50}-5\sqrt{3}-\sqrt{32}=2\times3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-5\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$=6\sqrt{3}-5\sqrt{3}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$f=2\sqrt{72}-3\sqrt{63}+7\sqrt{7}-4\sqrt{18}$

$=2\sqrt{36}\times\sqrt{2}-3\sqrt{9}\times\sqrt{7}-4\sqrt{9}\times\sqrt{2}+7\sqrt{7}$

$=2\times6\sqrt{2}-3\times3\sqrt{7}+7\sqrt{7}-4\times3\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}-12\sqrt{2}-9\sqrt{7}+7\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$

41 (1 $x=\frac{5}{3}\sqrt{3}=\sqrt{\frac{25}{9}}\sqrt{3}=\sqrt{\frac{25\times3}{9}}=\sqrt{\frac{25}{3}}$

$y=\frac{5}{2}\sqrt{2}=\sqrt{\frac{25}{4}}\times\sqrt{2}=\sqrt{\frac{25\times2}{4}}=\sqrt{\frac{25}{2}}$

(2 $x\sqrt{3}-y\sqrt{2}=\frac{5}{3}\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\frac{5}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{5}{3}\sqrt{9}-\frac{5}{2}\sqrt{4}$

$=\frac{5}{3}\times3-\frac{5}{2}\times2=5-5=0$

(3 $x\sqrt{3}+y\sqrt{2}=\frac{5}{3}\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\frac{5}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{5}{3}\times3+\frac{5}{2}\times2=5+5=10$

42 (1 $A=(5-2x)(3x+6)+(2x-5)(x+1)$

$=(5-2x)(3x+6)-(5-2x)(x+1)$

$=(5-2x)(3x+6-x-1)=(5-2x)(2x+5)$

(2 أ) $x=\sqrt{6}$

$A=(5-2\sqrt{6})(2\sqrt{6}+5)=10\sqrt{6}+25-2\sqrt{6}\times2\sqrt{6}-10\sqrt{6}$

$=10\sqrt{6}-10\sqrt{6}+25-24=1$

ب) بما أن $(5-2\sqrt{6})(2\sqrt{6}+5)=1$ فإن $\frac{1}{5+2\sqrt{6}}=5-2\sqrt{6}$

43 (1 $E=1+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}+2)(1-\sqrt{2})$

$=1+2+\sqrt{2}-(\sqrt{2}-2+2-2\sqrt{2})$

$=3+\sqrt{2}-(-\sqrt{2})=3+\sqrt{2}+\sqrt{2}=3+2\sqrt{2}$

$F=\sqrt{98}-\sqrt{50}+\sqrt{9}-\sqrt{32}=\sqrt{49\times2}-\sqrt{25\times2}+3-\sqrt{16\times2}$

$=7\sqrt{2}-5\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3=-2\sqrt{2}+3=3-2\sqrt{2}$

(2 $E\times F=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=9-6\sqrt{2}+6\sqrt{2}-8=9-8=1$

إذن E هو مقلوب F

(3 $\frac{1}{E}-\frac{1}{F}=F-E=(3-2\sqrt{2})-(3+2\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$

44 (1 $E=x\sqrt{7}+\sqrt{63}=x\sqrt{7}+\sqrt{9\times7}$

$=x\sqrt{7}+3\sqrt{7}=\sqrt{7}\times(x+3)$

$F=(x+3)(2x-7)+4x+12=(x+3)(2x-7)+4(x+3)$

$=(x+3)(2x-7+4)=(x+3)(2x-3)$

(2 $F-E=(x+3)(2x-3)-\sqrt{7}\times(x+3)=(x+3)(2x-3-\sqrt{7})$

45 (1 $M=-2\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{6})+\sqrt{5}(2\sqrt{5}+\sqrt{15})$

$=-2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}-2\sqrt{2}\times\sqrt{6}+2\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{15}$

$=-8-2\sqrt{12}+2\times5+\sqrt{75}=-8+10-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

(2 $M\times(2-\sqrt{3})=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

$=2\times2-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\sqrt{3}=4-3=1$

إذن مقلوب العدد M هو العدد $(2-\sqrt{3})$

(3 $\sqrt{3}\times\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\sqrt{3}\times(2+\sqrt{3})=2\sqrt{3}+3$

46 (1 $A=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right)+(2x-1)\left(x+\frac{1}{8}\right)$

$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}\right)+2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{8}\right)$

$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{4}+2x+\frac{1}{4}\right)=\left(x-\frac{1}{2}\right)(3x+1)$

(2 أ) إذن $x=-\frac{1}{3}$

$A=\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\left(3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+1\right)$

$=\left(-\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right)(-1+1)=\left(-\frac{5}{6}\right)\times0=0$

ب) إذن $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$A=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{3}}{3}+1\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\right)(\sqrt{3}+1)=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}-\frac{1}{2}$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{6}-\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

(3 إذن $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$|A|=\left|\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)\right|\times\left|\frac{3\sqrt{2}}{2}+1\right|$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}=\sqrt{9}\times\sqrt{6}=3\sqrt{6}$ ، $\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

$\sqrt{48}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ ، $\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ ، $\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

$\sqrt{147}=\sqrt{49\times3}=\sqrt{49}\times\sqrt{3}=7\sqrt{3}$ ، $\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

50

$\sqrt{7}\sqrt{5}=\sqrt{35}$ $\quad\sqrt{16}\sqrt{2}=\sqrt{32}$ $\quad\sqrt{25}\sqrt{7}=\sqrt{175}$

$3\sqrt{2}=\sqrt{9}\sqrt{2}=\sqrt{18}$ $\quad 2\sqrt{3}=\sqrt{4}\sqrt{3}=\sqrt{12}$

$5\sqrt{2}=\sqrt{25}\sqrt{2}=\sqrt{50}$ $\quad 4\sqrt{7}=\sqrt{16}\sqrt{7}=\sqrt{112}$

$7\sqrt{5}=\sqrt{49}\sqrt{5}=\sqrt{245}$ $\quad 5\sqrt{5}=\sqrt{25}\sqrt{5}=\sqrt{125}$

$2\sqrt{2}=\sqrt{4}\sqrt{2}=\sqrt{8}$ $\quad 3\sqrt{3}=\sqrt{9}\sqrt{3}=\sqrt{27}$

$3\sqrt{5}=\sqrt{9}\sqrt{5}=\sqrt{45}$ $\quad 5\sqrt{3}=\sqrt{25}\sqrt{3}=\sqrt{75}$

$2\sqrt{5}=\sqrt{4}\sqrt{5}=\sqrt{20}$ $\quad 10\sqrt{10}=\sqrt{100}\sqrt{10}=\sqrt{1000}$

51

$\sqrt{\frac{16}{5}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$ ، $\sqrt{\frac{135}{20}}=\sqrt{\frac{27}{4}}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{\frac{12}{100}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{100}}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{5}$ ، $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{48}{8}}=\sqrt{6}$

$\sqrt{\frac{121}{9}}=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}}=\frac{11}{3}$ ، $\sqrt{\frac{17}{9}}=\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{17}}{3}$

$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{25}}=\sqrt{\frac{75}{25}}=\sqrt{3}$ ، $\sqrt{\frac{56}{162}}=\sqrt{\frac{28}{81}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{81}}=\frac{2\sqrt{7}}{9}$

$\sqrt{\frac{96}{80}}=\sqrt{\frac{6}{5}}$ ، $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{72}}=\sqrt{\frac{108}{72}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$

52

$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{9}{104}}=\frac{7}{3}\times\frac{104}{9}=\frac{728}{27}$

$\frac{-\frac{2}{3}+1}{\frac{2}{}}-1=\frac{\frac{1}{3}}{2}-1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}-1=\frac{1}{6}-1=-\frac{5}{6}$

$\frac{\frac{7}{3}}{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{\frac{3}{5}}=\left(\frac{7}{3}\times-2\right)+\frac{5}{3}=-\frac{14}{3}+\frac{5}{3}=\frac{-9}{3}=-3$

$\frac{5}{-\frac{3}{4}}-\frac{4}{\frac{5}{3}}=\left(5\times-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}\right)=-\frac{20}{3}-\frac{4}{15}=-\frac{100}{15}-\frac{4}{15}=-\frac{104}{15}$

$\frac{-\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}}{-\sqrt{\frac{27}{2}}}=\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}=\frac{5\sqrt{3}}{3\times3\sqrt{3}}=\frac{5}{9}$ ، $\frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{7}}=\frac{-\sqrt{2}}{4}\times\frac{7}{\sqrt{6}}=-\frac{7}{4\sqrt{3}}$

53

$\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{\frac{4}{5}}\times\frac{1}{\frac{25}{2}}=\frac{1}{\frac{4}{5}\times\frac{25}{2}}=\frac{1}{10}$

$\frac{1}{-\frac{5}{\sqrt{7}}}\times\frac{1}{-\frac{7}{10}}=\frac{1}{\frac{5\times7}{10\sqrt{7}}}=\frac{10\sqrt{7}}{5\times7}=\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{2}{\sqrt{7}}$

$\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}$

$=\left|\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right|\times\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}+1\right)$

وبما أن $\sqrt{2}>1$ فإن $\left(\sqrt{2}-1\right)\times\frac{1}{2}$ عدد حقيقي موجب وبالتالي

$|A|=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}+1\right)=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{1}{2}$

$|A|=\frac{3\times2}{4}+\frac{2\sqrt{2}}{4}-\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=1-\frac{\sqrt{2}}{4}$

47

أ) $a=\frac{3}{2}\sqrt{12}\times\frac{1}{3}\sqrt{3}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\times\sqrt{12\times3}=\frac{1}{2}\times\sqrt{36}=\frac{1}{2}\times6=3$

$b=\frac{3}{2}\sqrt{12}+\frac{1}{3}\sqrt{3}=\frac{3}{2}\times2\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt{3}=\frac{9}{3}\sqrt{3}+\frac{1}{3}\sqrt{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}$

ب) $c=b+a\sqrt{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}+3\sqrt{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}+\frac{9}{3}\sqrt{3}=\frac{19}{3}\sqrt{3}$

$d=a-b\sqrt{3}=3-\frac{10}{3}\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3-10=-7$

$e=b+\sqrt{a}=\frac{10}{3}\sqrt{3}+\sqrt{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}+\frac{3}{3}\sqrt{3}=\frac{13}{3}\sqrt{3}$

$f=(a+b)(a-b)=a\times a-a\times b+b\times a-b\times b$

$=a\times a-b\times b=3\times3-\frac{10}{3}\sqrt{3}\times\frac{10}{3}\sqrt{3}$

$=9-\frac{100}{9}\times3=\frac{27}{3}-\frac{100}{3}=-\frac{73}{3}$

$g=|d-ab|=\left|-7-3\times\frac{10}{3}\sqrt{3}\right|=\left|-7-10\sqrt{3}\right|=7+10\sqrt{3}$

$h=b-\frac{1}{a}\sqrt{a}=\frac{10}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt{3}=\frac{9}{3}\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

48

$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2\times2}=\sqrt{4}=2$ ، $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3\times3}=\sqrt{9}=3$

$\sqrt{8}\times\sqrt{2}=\sqrt{8\times2}=\sqrt{16}=4$ ، $\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\sqrt{5\times5}=\sqrt{25}=5$

$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times2}=\sqrt{64}=8$ ، $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{2\times18}=\sqrt{36}=6$

$\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{10}{9}}=\sqrt{\frac{5\times10}{2\times9}}=\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{5}{3}$ ، $\sqrt{\frac{3}{5}}\times\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

$\sqrt{\frac{175}{49}}\times\sqrt{\frac{28}{25}}=\sqrt{\frac{175\times28}{49\times25}}=\sqrt{\frac{25\times7\times7\times4}{7\times7\times25}}=\sqrt{4}=2$

$\sqrt{\frac{50}{3}}\times\sqrt{\frac{2}{27}}=\sqrt{\frac{50\times2}{3\times27}}=\sqrt{\frac{100}{81}}=\frac{10}{9}$

$\sqrt{50}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{50\times\frac{1}{2}}=\sqrt{25}=5$

$\sqrt{2,5}\times\sqrt{0,9}=\sqrt{\frac{25}{10}}\times\sqrt{\frac{9}{10}}=\sqrt{\frac{25\times9}{100}}=\frac{5\times3}{10}=\frac{3}{2}$

49

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ ، $\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

$\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ ، $\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$\sqrt{40}=\sqrt{4\times10}=\sqrt{4}\times\sqrt{10}=2\sqrt{10}$ ، $\sqrt{24}=\sqrt{4\times6}=\sqrt{4}\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

$\sqrt{125}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=5\sqrt{5}$ ، $\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ ، $\sqrt{98}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$-\frac{!}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{12}=-\frac{1}{\sqrt{3}\times12}=-\frac{1}{6\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}$

$\frac{2\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\times2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4$ ، $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$ **54**

$\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}+1$ ، $\frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\frac{3\pi-12}{9-3\pi}=\frac{3(\pi-4)}{3(3-\pi)}=\frac{\pi-4}{3-\pi}$

$\frac{2\sqrt{28}+\sqrt{63}}{\sqrt{7}}=\frac{2\times2\sqrt{7}+3\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}(4+3)}{\sqrt{7}}=7$

$\frac{2\sqrt{5}+5}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}=\frac{2+\sqrt{5}}{2}$

$\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}}\times\frac{5}{\sqrt{22}}=\frac{5}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{12}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}$ **55**

$\sqrt{\frac{50}{27}}\times\sqrt{\frac{3}{20}}=\sqrt{\frac{50\times3}{27\times20}}=\sqrt{\frac{5\times10\times3}{3\times9\times10\times2}}=\sqrt{\frac{5}{18}}=\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$

$\left(-\frac{7}{\sqrt{10}}\times-\frac{4}{\sqrt{2}}\right)=\frac{28}{\sqrt{20}}=\frac{28}{2\sqrt{5}}=\frac{14}{\sqrt{5}}$

$\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{18}}{7}=\frac{\sqrt{49}\times\sqrt{2}\times\sqrt{9}\times\sqrt{2}}{2\times7}=\frac{7\times2\times3}{7\times2}=3$

$\frac{\sqrt{7}}{6-\sqrt{5}}\times\frac{2}{6+\sqrt{5}}=\frac{-2\sqrt{7}}{(6-\sqrt{5})\ (6+\sqrt{5})}=\frac{-2\sqrt{7}}{36+6\sqrt{5}-6\sqrt{5}-5}=\frac{-2\sqrt{7}}{31}$ **56**

$\frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{6}}{2-\sqrt{5}}=\frac{6}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{6}{4-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-5}=\frac{6}{-1}=-6$

$\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\frac{5+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{5}(5+3\sqrt{5})}{\sqrt{3}\times5\sqrt{3}}=\frac{20\sqrt{5}+60}{15}=\frac{5\times(4\sqrt{5}+12)}{5\times3}=\frac{4\sqrt{5}+12}{3}$

57

أ) $\frac{a}{b}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{2}{2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1}=2$

ب) $\frac{a}{b}=\frac{\frac{3\sqrt{12}}{\sqrt{5}}}{\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{45}}}=\frac{3\sqrt{12}\times\sqrt{45}}{\sqrt{5}\times4\sqrt{3}}=\frac{3\times2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times4\sqrt{3}}=\frac{9}{2}$

ج) $\frac{a}{b}=\frac{\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}}=\frac{(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+1)}=\frac{3+\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$

58

$\frac{2\sqrt{3}}{5}+\frac{3\sqrt{3}}{5}=\frac{5\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3}$

$-\frac{\sqrt{7}}{4}-\frac{3\sqrt{7}}{4}=\frac{-4\sqrt{7}}{4}=\frac{-4\sqrt{7}}{4}=-\sqrt{7}$

$\frac{3}{4\sqrt{2}}+\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{3}{4\sqrt{2}}+\frac{20}{4\sqrt{2}}=\frac{23}{4\sqrt{2}}$

$\frac{-7\sqrt{3}}{3}+\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{-7}{\sqrt{3}}+\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{-2}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{2}}{7}-\frac{5}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{14}-\frac{35}{14}=\frac{2\sqrt{2}-35}{14}$ **59**

$\frac{9\sqrt{2}}{2}-\frac{5\sqrt{2}}{3}=\frac{27\sqrt{2}-10\sqrt{2}}{6}=\frac{17\sqrt{2}}{6}$ ، $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{5\sqrt{21}+\sqrt{6}}{\sqrt{42}}$

$-\frac{13\sqrt{3}}{\sqrt{5}}-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{-39-10}{\sqrt{15}}=\frac{-49}{\sqrt{15}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\frac{-5\sqrt{12}+8\sqrt{15}}{10\sqrt{10}}$

$\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{1-\sqrt{3}}=\frac{(1-\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=\frac{2}{1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-3}=-1$ **60**

$\frac{1}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{1-\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=\frac{-2\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{3}$

$\frac{7+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}-2}{3}=\frac{\sqrt{3}(7+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-2)}{3}=\frac{7\sqrt{3}+3-\sqrt{3}+2}{3}=\frac{6\sqrt{3}+5}{3}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}(3+\sqrt{2})-2\sqrt{2}}{2(3+\sqrt{2})}=\frac{9\sqrt{2}+6-2\sqrt{2}}{6+2\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}+6}{6+2\sqrt{2}}$

$\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}+\frac{1}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}+2\sqrt{3}+\sqrt{11}}{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})(2\sqrt{3}+\sqrt{11})}=4\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}+\frac{4\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=$

$\frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})+4\sqrt{5}(2-\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}=\frac{2\sqrt{5}+5+8\sqrt{5}-20}{4+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-5}=\frac{10\sqrt{5}-15}{-1}$

$=15-10\sqrt{5}$

61 $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ إذن $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$ متناسبان مع $\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}$

62 $\frac{a}{-4\sqrt{2}}=\frac{-\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}$ متناسبة إذن $-\sqrt{15}$ و a و $2\sqrt{5}$ و $-4\sqrt{2}$

إذن $\sqrt{15}\times(-4\sqrt{2})=a\times2\sqrt{5}$ إذن $\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times4\sqrt{2}=a\times2\sqrt{5}$

إذن $\sqrt{3}\times4\sqrt{2}=2a$ وبالتالي $4\sqrt{6}=2a$ إذن $a=\frac{4\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{6}$

63 أ) $\frac{x}{3}=\frac{2}{7}$ يعني $7x=6$ يعني $x=\frac{6}{7}$

ب) $\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ يعني $3x=\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ أي $3x=2$ يعني $x=\frac{2}{3}$

ج) $\frac{\sqrt{5}}{x}=\frac{-10}{2\sqrt{5}}$ يعني $-10x=10$ يعني $x=-1$

د) $\frac{-4}{\sqrt{3}}=\frac{x}{2\sqrt{3}}$ يعني $-8\sqrt{3}=x\sqrt{3}$ يعني $x=-\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-8$

هـ) $\frac{x}{1+\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ يعني $2x=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$ يعني

$2x=1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-2$ يعني $2x=-1$ أي $x=-\frac{1}{2}$.

و) $\frac{\sqrt{5}-2}{x}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}$ يعني $x\sqrt{5}=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ يعني

$x\sqrt{5}=5+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-4$ يعني $x\sqrt{5}=1$ أي $x=\frac{1}{\sqrt{5}}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

64 أ) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}$ يعني $5x=2y$ يعني $\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$

ب) $\frac{2}{y}=\frac{2}{x}$ يعني $2x=2y$ يعني $\frac{x}{y}=\frac{2}{2}=1$

ج) $\frac{-3}{x}=\frac{4}{y}$ يعني $-3y=4x$ يعني $\frac{x}{y}=\frac{-3}{4}$

د) $\frac{-x}{\sqrt{3}}=\frac{y}{2}$ يعني $-2x=y\sqrt{3}$ يعني $\frac{x}{y}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

هـ) $\frac{y}{x}=-\frac{3}{5}$ يعني $\frac{x}{y}=-\frac{5}{3}$

65 1) $x+y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{3}$

$x-y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

2) $xy=(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})=3+\sqrt{6}-\sqrt{6}-2=1$

إذن x هو مقلوب y أي $x=\frac{1}{y}$ و $y=\frac{1}{x}$

3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=y+x=2\sqrt{3}$ ، $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=x-y=-2\sqrt{2}$

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{3x+2y}{6}=\frac{3(\sqrt{3}-\sqrt{2})+2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{6}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}=\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{y}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}x+\sqrt{2}y}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{6}}$$

$$=\frac{3-\sqrt{6}+\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}}=\frac{5}{\sqrt{6}}$$

66 أ) $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}+2(5+2\sqrt{5})}{(5+2\sqrt{5})\sqrt{5}}=$

$$=\frac{\sqrt{5}+10+4\sqrt{5}}{5\sqrt{5}+10}=\frac{5\sqrt{5}+10}{5\sqrt{5}+10}=1$$

ب) $\frac{2}{\sqrt{5}}\times\frac{1}{5+2\sqrt{5}}=\frac{2}{5\sqrt{5}+10}$

إذن $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ليس مقلوب $\frac{1}{5+2\sqrt{5}}$.

67 1) $a=\frac{\sqrt{54}-\sqrt{24}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$

$b=\frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{2}-2\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\sqrt{2}\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

2) $x=\frac{\sqrt{32}+\sqrt{24}}{\sqrt{8}}=\frac{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{2\sqrt{2}}=2+\sqrt{3}$

$y=\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\sqrt{3}\times\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

3) $xy=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=1$

إذن x هو مقلوب y $x=\frac{1}{y}$ و $y=\frac{1}{x}$

4) $x+\frac{1}{y}=x+x=2x=2(2+\sqrt{3})=4+2\sqrt{3}$

$y-\frac{1}{x}=y-y=0$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

القـــوى في مجموعة الأعداد الحقيقية

1 $\left(\frac{5}{4}\right)^3=\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}\times\frac{5}{4}=\frac{125}{64}$ ، $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}$

$(-2)^4=16$ ، $-2^4=-16$ ، $-1^7=-1$ ، $(-1)^7=-1$

$-10^3=-1000$ ، $(-10)^3=-1000$ ، $(-5)^0=1$ ، $-5^0=-1$

$-10^2=-100$ ، $(-10)^2=100$

2 $(-5)^{-2}=\frac{1}{(-5)^2}=\frac{1}{25}$ ، $3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$ ، $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$ (أ

$5^{-1}=\frac{1}{5}$ ، $-6^{-3}=-\frac{1}{6^3}=-\frac{1}{216}$ ، $(-7)^{-1}=\frac{1}{-7}$

$-1^{-4}=-\frac{1}{1^4}=-1$ ، $1^{-5}=\frac{1}{1^5}=\frac{1}{1}=1$ ، $(-1)^{-3}=\frac{1}{(-1)^3}=\frac{1}{-1}=-1$

$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{1}{\frac{9}{16}}=\frac{16}{9}$ ، $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{1}{\frac{4}{25}}=\frac{25}{4}$ (ب

$\left(-\frac{7}{4}\right)^{-1}=\frac{1}{\left(-\frac{7}{4}\right)^1}=\frac{1}{-\frac{7}{4}}=-\frac{4}{7}$ ، $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{5}\right)^3}=\frac{1}{-\frac{1}{125}}=-125$

$\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)^3}=\frac{1}{\frac{125}{8}}=\frac{8}{125}$ ، $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{1}{\frac{16}{81}}=\frac{81}{16}$

$10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0{,}01$ ، $10^{-1}=\frac{1}{10}=0{,}1$ (ج

$10^{-4}=\frac{1}{10^4}=\frac{1}{10000}=0{,}0001$ ، $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}=0{,}001$

$(-10^{-3})=\frac{1}{(-10)^3}=\frac{1}{-1000}=-0{,}001$ ، $(-10)^{-2}=\frac{1}{(-10)^2}=\frac{1}{100}=0{,}01$

$(-0{,}01)^2=\left(-\frac{1}{100}\right)^2=\frac{1}{10000}$ ، $-10^{-4}=-\frac{1}{10^4}=-\frac{1}{10000}=-0{,}0001$

$(0{,}1)^3=\left(\frac{1}{10}\right)^3=\frac{1}{1000}=0{,}001$ ، $(0{,}1)^{-2}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}=10^2=100$

3 $\left(-\sqrt{3}\right)^2=3$ ، $\left(-\sqrt{5}\right)^2=5$ ، $\left(\sqrt{2}\right)^2=2$

$\sqrt{5}^3=\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5\sqrt{5}$ ، $\left(\sqrt{3}\right)^3=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$\left(-\sqrt{5}\right)^3=\left(-\sqrt{5}\right)\times\left(-\sqrt{5}\right)\times\left(-\sqrt{5}\right)=-5\sqrt{5}$

$\left(2\sqrt{2}\right)^4=2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=2\times2\times2\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$

$=16\times4=64$

$\left(-2\sqrt{3}\right)^3=-2\sqrt{3}\times\left(-2\sqrt{3}\right)\times\left(-2\sqrt{3}\right)=-2\times(-2)\times(-2)\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=-8\times3\sqrt{3}=-24\sqrt{3}$

$\left(-\sqrt{3}\right)^{-4}=\frac{1}{\left(-\sqrt{3}\right)^4}=\frac{1}{9}$ ، $\left(\sqrt{2}\right)^{-6}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^6}=\frac{1}{8}$ (ج

$-\sqrt{7}^{-3}=-\frac{1}{\left(\sqrt{7}\right)^3}=-\frac{1}{7\sqrt{7}}$ ، $\left(-\sqrt{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\sqrt{5}\right)^2}=\frac{1}{5}$

$\left(2\sqrt{3}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1}{2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}}=\frac{1}{12}$ ، $\left(\sqrt{2}\right)^{-10}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^{10}}=\frac{1}{32}$

$\pi^{-2}=\frac{1}{\pi^2}$ ، $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-4}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^4}=\frac{1}{\frac{1}{25}}=25$

$\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2=\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\frac{5}{7}$ ، $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)^2=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\frac{5}{7}$

$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^0=1$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^3}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^1=\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ، $\pi^0=1$ ، $(-\pi)^2=\pi^2$

4 $E=-5\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=-5\times5+2\times\sqrt{2}\times2\sqrt{2}$

$=-25+4\times2=-25+8=-17$

$F=-9\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2=-9\times\frac{4}{9}-3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$

$=-4-9\times2=-4-18=-22$

$G=3\times10^3+2\times10^2+10=3\times1000+2\times100+10$

$=3000+200+10=3210$

$H=-2+2\sqrt{2}^3+\sqrt{2}^2-\left(-\sqrt{2}\right)^3$

$=-2+2\left(\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)+2-\left(-\sqrt{2}\right)^3$

$=-2+2\times2\sqrt{2}+2-\left(-2\sqrt{2}\right)$

$=-2+4\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$I=\sqrt{3}^3-\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

5 $A=\left(\sqrt{3}\right)^{-4}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{\sqrt{3}^4}-\frac{4}{9}=\frac{1}{9}-\frac{4}{9}=-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3}$

$B=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1}\times\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}\times\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2=-\frac{5}{3}\times\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}\times\frac{9}{2}$

$=-\frac{5}{3}\times\frac{1}{\frac{5}{4}}\times\frac{9}{2}=-\frac{5}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{9}{2}=-\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}=-\frac{36}{6}=-6$

$C=5\times10^{-3}+4\times10^{-2}+3\times10^{-1}=5\times\frac{1}{1000}+4\times\frac{1}{100}+\frac{3}{10}$

$=0{,}005+0{,}04+0{,}3=0{,}345$

$D=\left(3\sqrt{3}\right)^{-2}-2\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{\left(3\sqrt{3}\right)^2}-2\left(-\frac{1}{27}\right)$

$=\frac{1}{27}+2\times\frac{1}{27}=\frac{1}{27}+\frac{2}{27}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

$E=\sqrt{2}^4\times2^{-2}+\sqrt{2}^{-2}\times\sqrt{6}^2-3^{-3}\times\sqrt{3}^2$

$=4\times\frac{1}{2^2}+\frac{1}{\sqrt{2}^2}\times6-\frac{1}{3^3}\times3$

$=\frac{4}{4}+\frac{6}{2}-\frac{3}{27}=1+3-\frac{1}{9}=4-\frac{1}{9}=\frac{36}{9}-\frac{1}{9}=\frac{35}{9}$

موقع مراجعة ستواعد الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$\sqrt{\frac{3^6\times5^2}{7^{-4}\times9^4}}=\sqrt{\frac{3^6}{3^{12}}\times5^2\times7^4}=\sqrt{3^{-6}}\times\sqrt{5^2}\times\sqrt{7^2}^2=\sqrt{3^{-3}}^2\times5\times7^2$$

$$=\frac{1}{27}\times245=\frac{245}{27}$$

(2 أ) $20736=2^8\times3^4$ ، $5625=5^4\times3^2$

$1764=2^2\times3^2\times7^2$ ، $8712=2^3\times3^2\times11^2$

ب)

$$\sqrt{20736}=\sqrt{2^8\times3^4}=\sqrt{2^4\times3^2}^2=2^4\times3^2=144$$

$$\sqrt{5625}=\sqrt{5^4\times3^2}=\sqrt{5^2\times3}^2=5^2\times3=25\times3=75$$

$$\sqrt{1764}=\sqrt{2^2\times3^2\times7^2}=\sqrt{2\times3\times7}^2=\sqrt{42}^2=42$$

$$\sqrt{\frac{8712}{5625}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times11^2}{5^4\times3^2}}=\sqrt{\frac{2^3\times11^2}{5^4}}=\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{2\times11}{5^2}}^2=\frac{22}{25}\sqrt{2}$$

12

$$\left(-\sqrt{3}\right)^3\times\left(2\sqrt{3}\right)^3=\left(-\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\right)^3=\left(-\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times2\right)^3=(-6)^3$$

$$\left(\sqrt{2}\right)^{-11}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-11}=\left(\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-11}=\left(\frac{2}{2}\right)^{-11}=(1)^{-11}=1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-7}\times\left(\frac{5}{2}\right)^{-7}=\left(\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}\right)^{-7}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-7}$$

$$\sqrt{6}^4\times\sqrt{3}^4\times\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}=\sqrt{6}^4\times\sqrt{3}^4\times\sqrt{2}^4=\left(\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\right)^4=6^4$$

$$(0{,}02)^{-4}\times50^{-4}=(0{,}02\times50)^{-4}=1^{-4}=1$$

13

$$\left[\left(-\sqrt{2}\right)^3\right]^2=\left(-\sqrt{2}\right)^{3\times2}=\left(-\sqrt{2}\right)^6=\left(\sqrt{2}\right)^6$$

$$\left(\sqrt{5^{-2}}\right)^{-4}=\sqrt{5}^{(-2)\times(-4)}=\sqrt{5}^8 \quad ، \quad (\pi^3)^5=\pi^{3\times5}=\pi^{15}$$

$$\left[\left(-\frac{7}{2}\right)^{-2}\right]^2=\left(-\frac{7}{2}\right)^{-2\times2}=\left(-\frac{7}{2}\right)^{-4}=\left(\frac{7}{2}\right)^{-4}$$

$$\left(\sqrt{13^{-2}}\right)^3\times\left(\sqrt{13^{-4}}\right)^{-2}=\sqrt{13}^{-6}\times\sqrt{13}^8=\sqrt{13}^2=13$$

14

أ) $\sqrt{7^6}=\left(\sqrt{7^2}\right)^3=7^3=343$ ، $\sqrt{2^{10}}=\left(\sqrt{2^2}\right)^5=2^5=32$

$$\sqrt{5^4}=\left(\sqrt{5^2}\right)^2=5^2=25 \quad ، \quad \left(-\sqrt{3}\right)^8=\left[\left(-\sqrt{3}\right)^2\right]^4=3^4=81$$

$$\sqrt{2^{12}}=\left(\sqrt{2^2}\right)^6=2^6=64 \quad ، \quad (0{,}01)^{-3}=(10^{-2})^{-3}=10^6=1000000$$

ب) a عدد حقيقي موجب $\sqrt{a^{2n}}=\left(\sqrt{a^2}\right)^n=a^n$

15

$$\left[\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^4\right]^{-8}=\left(\frac{7}{2}\right)^{16} \quad ، \quad \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{-2}=\left(\frac{3}{5}\right)^6 \quad ، \quad \left[\left(\frac{7}{4}\right)^2\right]^6=\left(\frac{7}{4}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-6}=2^3 \quad ، \quad \left[\left(-\frac{5}{2}\right)^3\right]^{-4}=\left(\frac{2}{5}\right)^{12} \quad ، \quad \left[\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}\right]^3=\left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^6$$

$$F=-2^{-2}-(-2)^2-2^{-2}-(-2)^{-2}$$

$$=-\frac{1}{2^2}-4-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{(-2)^2}=-\frac{1}{4}-4-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}-\frac{16}{4}=-\frac{19}{4}$$

6

$$G=\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}+\left(\sqrt{2}\right)^{-2}\times\left(\sqrt{5}\right)^2=-\frac{5}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}^2}\times5=-\frac{5}{2}+5$$ ؛

$$H=\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times\left(-\sqrt{3}\right)^6-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}=-\frac{8}{27}\times27-\left(-\sqrt{2}\right)^4=-8-4=-12$$

$$I=5\left(\sqrt{5}\right)^{-4}-3\left(\sqrt{5}\right)^{-2}-\left(-\frac{5}{2}\right)^{-1}=5\times\frac{1}{\left(\sqrt{5}\right)^4}-3\times\frac{1}{\left(\sqrt{5}\right)^2}-\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$=5\times\frac{1}{25}-3\times\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{1}{5}-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=0$$

$$J=\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^{-2}+\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2}+\frac{2}{3}-27$$

$$=\frac{1}{\frac{3}{7}}+\frac{2}{3}-27=\frac{7}{3}+\frac{2}{3}-27=\frac{9}{3}-27=3-27=-24$$

7

$3000=3\times1000=3\times10^3$ ، $-50000=-5\times10000=-5\times10^4$

$$0{,}007=7\times0{,}001=7\times\frac{1}{10^3}=7\times10^{-3}$$

$-0{,}25=-25\times0{,}01=-25\times10^{-2}$ ، $2{,}3=23\times0{,}1=23\times10^{-1}$

$$0{,}0121=121\times0{,}0001=121\times\frac{1}{10^4}=121\times10^{-4}$$

$-29{,}145=-29145\times0{,}001=-29145\times10^{-3}$

8

$147{,}24\times10^7=1{,}4724\times10^9$ ، $257{,}63\times10^{-5}=2{,}5763\times10^{-3}$

$0{,}00274\times10^{15}=2{,}74\times10^{12}$ ، $0{,}00512\times10^{-14}=5{,}12\times10^{-17}$

$25{,}987\times10^{-26}=2{,}5987\times10^{-25}$ الكتابة $6{,}02\times10^{-34}$ علمية .

9

$$0{,}00000000512\times0{,}00003125=512\times10^{-11}\times3125\times10^{-8}$$

$$=1600000\times10^{-19}=16\times10^5\times10^{-19}=16\times10^{-14}=1{,}6\times10^{-13}$$

$$0{,}00000000125\times8\times10^{24}=125\times10^{-11}\times8\times10^{24}=$$

$$=1000\times10^{13}=10^3\times10^{13}=10^{16}$$

$$8963\times10^{11}\times0{,}011\times10^{-2}=8963\times10^{11}\times11\times10^{-3}\times10^{-2}$$

$$=98593\times10^6=9{,}8593\times10^{10}$$

$$0{,}000416\times10^{15}\times0{,}0025\times10^{-14}=416\times10^{-6}\times10^{15}\times25\times10^{-4}\times10^{-14}=$$

$10400\times10^{-9}=104\times10^2\times10^{-9}=104\times10^{-7}=1{,}04\times10^{-5}$

10

بعد بلوتون عن الشمس بالكيلومتر

$$39{,}5\times150\times10^6=5925\times10^6=5{,}925\times10^9$$

11

$$\sqrt{2^{-2}\times3^2\times5^4}=\sqrt{2^{-1}\times3\times5^2}^2=\sqrt{\frac{3}{2}\times25}^2=\frac{75}{2}$$ (1

$$\sqrt{2^4\times3^6}=\sqrt{\left(2^2\right)^2}\times\sqrt{\left(3^3\right)^2}=2^2\times3^3=4\times27=108$$

$$\sqrt{5^2\times7^4\times11^2}=\sqrt{5^2}\times\sqrt{7^2}^2\times\sqrt{11^2}=5\times49\times11=2695$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$\left(\sqrt{4\times\frac{1}{2}}\right)^{-10}=\sqrt{2}^{-10}=2^{-5}$$

$$\frac{10^{-6}}{125^{-2}}=\frac{10^{-6}}{(5^3)^{-2}}=\frac{10^{-6}}{(5)^{-6}}=\left(\frac{10}{5}\right)^{-6}=2^{-6}$$

$$\frac{(0{,}01)^{-3}}{20^6}=\frac{(10^{-2})^{-3}}{20^6}=\frac{10^6}{20^6}=\left(\frac{10}{20}\right)^6=\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{-3}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}}=\left(\frac{\frac{7}{5}}{\frac{3}{5}}\right)^{-3}=\left(\frac{7}{5}\times\frac{5}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{7}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{7}\right)^3$$

$$\frac{\left(-\frac{16}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}}=\left(\frac{-\frac{16}{3}}{\frac{4}{9}}\right)^{-1}=\left(-\frac{16}{3}\times\frac{9}{4}\right)^{-1}=(-12)^{-1}=-\frac{1}{12}$$

21

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-11}=\left(\frac{7}{2}\right)^{11}\quad،\quad\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}=\left(\frac{4}{3}\right)^5\quad،\quad\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}=3^6$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-8}\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-8}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)^{-8}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-8}=\left(\frac{5}{2}\right)^8$$

$$\left(\frac{3\pi}{4}\right)^7\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-7}=\left(\frac{3\pi}{4}\right)^7\times\left(\frac{2}{\pi}\right)^7=\left(\frac{3\pi}{4}\times\frac{2}{\pi}\right)^7=\left(\frac{3}{2}\right)^7$$

$$\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^{-9}\times\left(\frac{15}{8}\right)^9=\left(\frac{4}{5\sqrt{3}}\right)^9\times\left(\frac{15}{8}\right)^9=\left(\frac{4}{5\sqrt{3}}\times\frac{15}{8}\right)^9=\left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^9$$

22

$$a=\frac{2\times10^{-7}\times5\times10^3}{10^{-2}\times(0{,}01)^{-1}}=\frac{2\times5\times10^{-7}\times10^3}{10^{-2}\times(10^{-2})^{-1}}$$

$$=\frac{10\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^2}=\frac{10^{-3}}{10^0}=\frac{10^{-3}}{1}=10^{-3}=0{,}001$$

$$b=\frac{\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^{-2}}=\left(-\frac{2}{3\sqrt{2}}\right)^3\times\left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2=-\frac{2^3\times9^2}{3^3\sqrt{2}^3\times\sqrt{2}^2}$$

$$=-\frac{2^3\times3^4}{3^3\times2\sqrt{2}\times2}=-\frac{2^3\times3^4}{2^2\times3^3\times\sqrt{2}}=-\frac{2\times3}{\sqrt{2}}=-\frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$c=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{27}^3}{3^4}=\frac{\sqrt{3}\times\left(3\sqrt{3}\right)^3}{3^4}=\frac{\sqrt{3}\times3^3\times\sqrt{3}^3}{3^4}=\frac{\sqrt{3}^4}{3}=\frac{9}{3}=3$$

$$d=\frac{(0{,}02)^{-3}\times5^{-3}}{(0{,}5)^2\times\sqrt{2}^4}=\frac{(0{,}02\times5)^{-3}}{0{,}5^2\times2^2}=\frac{(10^{-1})^{-3}}{(0{,}5\times2)^2}=\frac{10^3}{1^2}=10^3=1000$$

$$e=\frac{(0{,}5)^{-4}\times20^{-4}}{5^{-6}\times\sqrt{2^{-12}}}=\frac{(20\times0{,}5)^{-4}}{5^{-6}\times2^{-6}}=\frac{10^{-4}}{10^{-6}}=10^2=100$$

$$f=\frac{3\times10^{-5}\times5000}{0{,}003\times10^{-3}}=\frac{3\times5\times10^{-5}\times10^3}{3\times10^{-3}\times10^{-3}}=\frac{5\times10^{-2}}{10^{-6}}=5\times10^4=50000$$

$$g=\frac{0{,}0015\times(0{,}01)^{-2}}{0{,}0003\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-1}}=\frac{15\times10^{-4}\times\left(10^{-2}\right)^{-2}}{3\times10^{-4}\times\left(10^{-2}\right)^{-1}}=\frac{5\times10^4}{10^2}=5\times10^2=500$$

16

$$8^4\times\sqrt{5}^{24}=10^{12}\quad،\quad\sqrt{2}^{24}\times5^{12}=10^{12}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}^{12}\times\left(\frac{3}{5}\right)^6=\left(\frac{2}{5}\right)^6\quad،\quad\sqrt{2}^{10}\times\sqrt{5}^{10}=10^5$$

17

$$\left(\frac{4}{3}\right)^7\times\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^{7-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^5\quad،\quad\sqrt{2}^5\times\sqrt{2}^3=\sqrt{2}^{5+3}=\sqrt{2}^8$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-8}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-8}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-8-2}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-10}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^7\times\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{2}\right)^7\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^9$$

$$\sqrt{3}^{-3}\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}=\sqrt{3}^{-3}\times\sqrt{3}^2=\sqrt{3}^{-3+2}=\sqrt{3}^{-1}$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{-4}\times\sqrt{\frac{3}{5}}^{10}=\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\sqrt{\frac{3}{5}}^{10}=\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\left(\sqrt{\frac{3}{5}}^2\right)^5=\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\left(\frac{3}{5}\right)^5=\left(\frac{3}{5}\right)^9$$

$$\sqrt{8}^2\times\sqrt{5}^6=\left(\left(\sqrt{2}\right)^3\right)^2\times\sqrt{5}^6=(\sqrt{2})^6\times(\sqrt{5})^6=(\sqrt{2}\times\sqrt{5})^6$$

$$=\sqrt{10}^6=\left(\sqrt{10}^2\right)^3=10^3=1000$$

$$\sqrt{27}^{-3}\times\sqrt{2}^{-9}=\left(\sqrt{3}^3\right)^{-3}\times\sqrt{2}^{-9}=\sqrt{3}^{-9}\times\sqrt{2}^{-9}=\left(\sqrt{3}\times\sqrt{2}\right)^{-9}=\sqrt{6}^{-9}$$

18

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{-9}\times\left(\frac{7}{5}\right)^6=\left(\frac{7}{5}\right)^{-3}\quad،\quad\left(\frac{2}{3}\right)^7\times\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\sqrt{5}^{-16}\times125=5^{-5}\quad،\quad\sqrt{2}^{-7}\times2^2=\sqrt{2}^{11}\quad،\quad\left(\frac{10}{3}\right)^4\times\left(\frac{10}{3}\right)^{-1}=\frac{1000}{27}$$

$$\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^8\times\left(\frac{3}{4}\right)^5=\left(\frac{3}{4}\right)^9\quad،\quad3^2\times3^{-7}=\sqrt{3}^{-10}$$

$$\left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^4\times\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}=\frac{25}{16}\quad،\quad\left(\sqrt{\frac{9}{11}}\right)^6\times\left(\frac{9}{11}\right)^{-7}=\left(\frac{9}{11}\right)^{-4}$$

19

أ) حجم الموشور القائم $\frac{a\times a}{2}\times2a=a^3$ و a^3 يساوي حجم مكعب حرفه a

ب) حجم المخروط $\frac{\pi\times R^2\times3R}{3}=\pi R^3$.

حجم الكرة $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\pi R^3=\pi R^3$.

ج) h ارتفاع الهرم إذن $\frac{b^2\times h}{3}=b^3$ إذن $b^2\times h=3b^3$ وبالتالي $h=\frac{3b^3}{b^2}=3b$

20

$$\frac{(8\pi)^5}{(2\pi)^5}=\left(\frac{8\pi}{2\pi}\right)^5=4^5\quad،\quad\frac{6^{-7}}{15^{-7}}=\left(\frac{6}{15}\right)^{-7}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-7}=\left(\frac{5}{2}\right)^7$$

$$\frac{\left(\sqrt{32}\right)^{-6}}{\left(\sqrt{8}\right)^{-6}}=\left(\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}\right)^{-6}=\sqrt{\frac{32}{8}}^{-6}=4^{-6}$$

$$\frac{\left(-2\sqrt{14}\right)^{-10}}{\sqrt{28}^{-10}}=\left(-\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{28}}\right)^{-10}=\left(2\sqrt{\frac{14}{28}}\right)^{-10}=\left(\sqrt{4}\times\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{-10}$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

1 أ) $\frac{7}{5} > -\frac{8}{3}$ ب) $\sqrt{2} > 1{,}4$ ج) $-\sqrt{2} < -1{,}4$

2 أ) $-\sqrt{2} > -4$ إذن $x \leq y$ ب) x عدد موجب و y عدد سالب إذن $y \leq x$

ج) $11 > \sqrt{3}$ إذن $y \leq x$ د) $7 > 5$ إذن $y \geq x$

3 أ) $5 < 11$ إذن $b \geq a$ ب) $a \in \mathbb{R}_-$ و $b \in \mathbb{R}_+$ إذن $b \geq a$

ج) $1 < \sqrt{2}$ إذن $b \leq a$ ، د) $-5 > -11$ إذن $a \geq b$

هـ) $a \in \mathbb{R}_-$ و $b \in \mathbb{R}_+$ إذن $b \geq a$ و) $a \in IR_+$ و $b \in IR_-$ إذن $a \geq b$

4

a > b	a < b	
	X	$a-b=-\frac{17}{5}$
X		$a-b=1+\sqrt{2}$
	X	$a-b=-2-\sqrt{5}$
X		$a-\sqrt{7}=b$
X		$b=a-4\sqrt{3}$
X		$-b-(2+\sqrt{3})=-a$
X		$a-\left(b+\frac{1}{4}\right)=0$
	X	$-b+a=-\frac{5\sqrt{6}}{3}$

5 المبلغ الذي أصبح في حوزة رابح $3x-2y$

المبلغ الذي أصبح في حوزة فرح $3y-2x$

نقارن بين $3x-2y$ و $3y-2x$

$(3x-2y)-(3y-2x)=3x-2y-3y+2x=5x-5y=5(x-y)$

بما أن $x<y$ فإن $(x-y)\in IR_-$ وبالتالي $5(x-y)\in IR_-$

إذن $3x-2y<3y-2x$ إذن مبلغ رابح أصغر من مبلغ فرح

6 أ) $x-y=\left(a-\frac{1}{2}\right)-(b-\sqrt{2})=a-\frac{1}{2}-b+\sqrt{2}$

$=a-b-\frac{1}{2}+\sqrt{2}=2-\sqrt{2}-\frac{1}{2}+\sqrt{2}=\frac{3}{2}$

وبما أن $\frac{3}{2}\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\geq y$

ب) $x-y=(\sqrt{3}-a)-(-2-b)=\sqrt{3}-a+2+b$

$=\sqrt{3}+2-a+b=\sqrt{3}+2-(a-b)=\sqrt{3}+2-(2-\sqrt{2})$

$=\sqrt{3}+2-2+\sqrt{2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

وبما أن $(\sqrt{3}+\sqrt{2})\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\geq y$

ج) $x-y=\left(-b+2\sqrt{2}\right)-\left(-\frac{1}{3}-a\right)=-b+2\sqrt{2}+\frac{1}{3}+a$

$=a-b+2\sqrt{2}+\frac{1}{3}=2-\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}+\sqrt{2}$

وبما أن $\left(\frac{7}{3}+\sqrt{2}\right)\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\geq y$

د) $y-x=(b-\sqrt{2})-(a-\sqrt{2})=b-\sqrt{2}-a+\sqrt{2}=b-a=2-\sqrt{2}$

وبما أن $(2-\sqrt{2})\in IR$ فإن $y\geq x$

$y\leq x$

23 أ) $a=\frac{2}{3}$ و $b=-\frac{2}{3}$ $E=\left(\frac{\frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}}\right)^2=\left(-\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\right)^2=(-1)^2=1$

ب) $a=\sqrt{2}$ ، $b=-\sqrt{3}$ $E=\left(\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{3}}\right)^2=\frac{\sqrt{2}^2}{\left(-\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

ج) $a=0{,}01$ ، $b=\frac{1}{1000}$

$E=\left(\frac{0{,}01}{\frac{1}{1000}}\right)^2=\left(\frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{1000}}\right)^2=\left(\frac{1}{100}\times 1000\right)^2=10^2=100$

24 $e=\frac{(-0{,}001)^2\times\left(\frac{1}{100}\right)^{-2}}{(0{,}01)^{-3}\times\left(10^4\right)^{-1}}=\frac{\left(10^{-3}\right)^2\times 100^2}{\left(10^{-2}\right)^{-3}\times 10^{-4}}=\frac{10^{-6}\times 10^4}{10^6\times 10^{-4}}$

$=10^{-2}\times 10^{-2}=10^{-4}$

$f=\frac{75^{-2}\times\sqrt{2}^{10}\times 4^{-2}}{(3^2)^{-1}\times 5^{-4}}=\frac{(5^2\times 3)^{-2}\times 2^5\times(2^2)^{-2}}{3^{-2}\times 5^{-4}}$

$=\frac{5^{-4}\times 3^{-2}\times 2^5\times 2^{-4}}{3^{-2}\times 5^{-4}}=2$

$g=\frac{5^{-4}+5^{-4}+5^{-4}+5^{-4}+5^{-4}}{(0.01)^2}=\frac{5\times 5^{-4}}{(10^{-2})^2}=\frac{5^{-3}}{10^{-4}}$

$=\frac{5^{-3}}{5^{-4}\times}$ $^{-(-4)}\times 2^4=5\times 2^4=5\times 16=80$

$\times\sqrt{2}^{18}\times\frac{\sqrt{5}^6}{5^{-3}}\times(10^{-2})^3=2^{-3}\times\left(\sqrt{2}^2\right)^9\times\frac{\left(\sqrt{5}^2\right)^3}{5^{-3}}\times 10^{-6}$

$=2^{-3}\times 2^9\times\frac{5^3}{5^{-3}}\times 10^{-6}=2^6\times 5^{3-(-3)}\times 10^{-6}$

$=2^6\times 5^6\times 10^{-6}=10^6\times 10^{-6}=10^0=1$

$k=\frac{\left(\sqrt{18}-\sqrt{2}\right)^4}{\sqrt{2^{10}}}=\frac{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)^4}{\left(\sqrt{2^2}\right)^5}=\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^4}{2^5}=\frac{2^4\times\sqrt{2}^4}{2^5}=\frac{2^2}{2}=2$

$I=\frac{2^{-7}\times\sqrt{5^{16}}}{\sqrt{2}^{-20}\times 5^5}=\frac{2^{-7}\times\sqrt{5^2}^8}{\left(\sqrt{2^2}\right)^{-10}\times 5^5}=\frac{2^{-7}\times 5^8}{2^{-10}\times 5^5}=2^3\times 5^3=10^3=1000$

25 $\frac{5^4}{5^2}=5^{4-2}=5^2=25$ ، $\frac{3^{-1}}{3^2}=3^{-1-2}=3^{-3}=\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$

$\frac{\pi^{-1}}{\pi^{-2}}=\pi^{-1-(-2)}=\pi^{-1+2}=\pi$ ، $\frac{\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}^4}=\sqrt{2}^{7-4}=\sqrt{2}^3=2\sqrt{2}$

$\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^{-7}}{\left(2\sqrt{3}\right)^{-5}}=\left(2\sqrt{3}\right)^{-7-(-5)}=\left(2\sqrt{3}\right)^{-7+5}=\left(2\sqrt{3}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\frac{1}{12}$

$\frac{10^{-4}}{10^{-6}}=10^{-4-(-6)}=10^{-4+6}=10^2=100$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

7 أ) $(8a-11b)-(5a-8b)=8a-11b-5a+8b=3a-3b=3(a-b)$

وبما أن $a\le b$ فإن $a-b\in\mathbb{R}_-$ و $3(a-b)\in\mathbb{R}_-$

إذن $(8a-11b)\le 5a-8b$

ب) $\left(\frac{3}{5}a+2b\right)-\left(\frac{8}{5}a+b\right)=\frac{3}{5}a+2b-\frac{8}{5}a-b=-\frac{5}{5}a+b=b-a$

وبما أن $a\le b$ فإن $b-a\in\mathbb{R}_+$ إذن $\frac{3}{5}a+2b\ge\frac{8}{5}a+b$

ج) $\left(a\sqrt{5}+\frac{b\sqrt{5}}{4}\right)-\left(\frac{3a\sqrt{5}}{2}-\frac{b\sqrt{5}}{4}\right)$

$=\frac{-a\sqrt{5}}{2}+\frac{2b\sqrt{5}}{4}=\frac{\sqrt{5}}{2}(b-a)=\frac{2a\sqrt{5}}{2}+\frac{b\sqrt{5}}{4}-\frac{3a\sqrt{5}}{2}+\frac{b\sqrt{5}}{4}$

بما أن $b-a\in\mathbb{R}_+$ و $\frac{\sqrt{5}}{2}\in\mathbb{R}_+$ فإن $\frac{\sqrt{5}}{2}(b-a)\in\mathbb{R}_+$

إذن $a\sqrt{5}+\frac{b\sqrt{5}}{4}\ge\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{b\sqrt{5}}{4}$

د) $\left(\frac{5}{6}a+3b\right)-\left(-\frac{1}{6}a+4b\right)=\frac{5}{6}a+3b+\frac{1}{6}a-4b=(a-b)$

$(a-b)\in\mathbb{R}_-$ إذن $\left(\frac{5}{6}a+3b\right)\le\frac{-1}{6}a+4b$

8 أ) $x-y=\left(\sqrt{7}-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{7}{6}+\sqrt{7}\right)=\sqrt{7}-\frac{2}{5}+\frac{7}{6}-\sqrt{7}=$

$=-\frac{12}{30}+\frac{35}{30}=\frac{23}{30}\in\mathbb{R}_+$ إذن $x\ge y$

ب) $x-y=\left(\frac{14}{3}-\sqrt{6}\right)-\left(\frac{5}{2}-\sqrt{6}\right)=\frac{28}{6}-\frac{15}{6}+\sqrt{6}-\sqrt{6}=\frac{13}{6}$

وبما أن $\frac{13}{6}\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\ge y$

ج) $x-y=\frac{2-\sqrt{2}}{4}-\frac{1-\sqrt{2}}{3}=\frac{3(2-\sqrt{2})-4(1-\sqrt{2})}{12}$

$=\frac{6-3\sqrt{2}-4+4\sqrt{2}}{12}=\frac{2+\sqrt{2}}{12}$

وبما أن $\frac{2+\sqrt{2}}{12}\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\ge y$.

د) $x-y=\frac{5+\sqrt{3}}{3}-\frac{2-\sqrt{3}}{2}=\frac{2(5+\sqrt{3})-3(2-\sqrt{3})}{6}$

$=\frac{10+2\sqrt{3}-6+3\sqrt{3}}{6}=\frac{4+5\sqrt{3}}{6}$

وبما أن $\frac{4+5\sqrt{3}}{6}\in\mathbb{R}_+$ فإن $x\ge y$

9 1) لدينا $1>0$ بإضافة x للحدين نحصل على $x+1>x$

و $-1<0$ وبإضافة x للحدّين نحصل على $x-1<x$

إذن $x-1<x<x+1$

2) a عدد موجب إذن $a\ge 0$ إذن $a+x\ge 0+x$ أي $a+x\ge x$ أو

$x\le x+a$

3) $a\in\mathbb{R}_+$ إذن $(-a)\in\mathbb{R}_-$ أي $-a\le 0$ إذن $x-a\le x$

b عدد سالب إذن $b\le 0$ إذن $x+b\le x$ أي $x\ge x+b$

$b\in\mathbb{R}_-$ إذن $(-b)\in\mathbb{R}_+$ أي $-b\ge 0$ إذن $x-b\ge x$

10 أ) لدينا $x\le y$ و $\sqrt{2}\le\sqrt{3}$ إذن $x+\sqrt{2}\le y+\sqrt{3}$

ب) لدينا $x\le y$ و $-\frac{\sqrt{3}}{5}<\frac{\sqrt{6}}{3}$ إذن $x-\frac{\sqrt{3}}{5}\le y+\frac{\sqrt{6}}{3}$

11 أ) $3>2$ و $-\sqrt{5}>-\sqrt{10}$ إذن $3-\sqrt{5}>2-\sqrt{10}$

ب) $b-a=(8\sqrt{5}-4)-(2\sqrt{5}-6)=8\sqrt{5}-4-2\sqrt{5}+6=6\sqrt{5}+2$

وبما أن $(6\sqrt{5}+2)\in\mathbb{R}_+$ فإن $b>a$.

ج) $\sqrt{15}<\sqrt{17}$ و $-\sqrt{11}<\sqrt{3}$ إذن $\sqrt{15}-\sqrt{11}<\sqrt{17}+\sqrt{3}$

12 أ) $a\le b$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}\in\mathbb{R}_+$ إذن $a\frac{\sqrt{3}}{2}\le b\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $a\le b$ و $-\sqrt{55}\in\mathbb{R}_-$ إذن $-a\sqrt{55}\ge -b\sqrt{55}$

ج) $a\le b$ و $(1-\sqrt{2})\in\mathbb{R}_-$ إذن $a(1-\sqrt{2})\ge b(1-\sqrt{2})$

د) $a\le b$ و $\frac{(\sqrt{3}-1)}{3}\in\mathbb{R}_+$ إذن $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{3}\le\frac{b(\sqrt{3}-1)}{3}$

13 أ) $x\le y$ و x و y موجبان و $2\le 3$ إذن $2x\le 3y$

ب) $x\le y$ و $\sqrt{3}\le 2$ إذن $x\sqrt{3}\le 2y$

ج) $x\le y$ و $\sqrt{5}\le\sqrt{7}$ إذن $x\sqrt{7}\le y\sqrt{5}$

د) $45<48$ إذن $3\sqrt{5}\le 4\sqrt{3}$ $\begin{cases}(3\sqrt{5})^2=9\times5=45\\(4\sqrt{3})^2=16\times3=48\end{cases}$

وبما أن $x\le y$ فإن $3x\sqrt{5}\le 4y\sqrt{3}$

هـ) $x\le y$ و $3\le 5$ إذن $3x\le 5y$ وبما أن $1\le 2$ فإن $3x+1\le 5y+2$

و) $x\le y$ إذن $-4x\ge -4y$ وبما أن $\sqrt{2}\ge 1$ فإن $-4x+\sqrt{2}\ge -4y+1$

14 أ) $-2x\ge -2y$ إذن $-\frac{1}{2}\times-2x\le-\frac{1}{2}\times-2y$ إذن $x\le y$

ب) $\sqrt{3}-x\ge -y+\sqrt{3}$ إذن $\sqrt{3}-x-\sqrt{3}\ge -y+\sqrt{3}-\sqrt{3}$

أي $-x\ge -y$ وبالتالي $x\le y$.

ج) $8y-5\le 8x-5$ إذن $8y-5+5\le 8x-5+5$

أي $8y\le 8x$ وبالتالي $\frac{1}{8}\times8y\le\frac{1}{8}\times8x$ إذن $y\le x$

د) $4x-4y<-\sqrt{5}$ أي $4x-4y<4y-\sqrt{5}-4y$ إذن $4x<4y-\sqrt{5}$

وبالتالي $4x-4y\in\mathbb{R}_-$ إذن $4x\le 4y$ إذن $\frac{1}{4}\times4x\le\frac{1}{4}\times4y$ إذن $x\le y$

15 إذن

$x+y<5$ و $x-y<2$

$2x<7$ أي $(x+y)+(x-y)<5+2$ إذن $\frac{1}{2}\times2x<\frac{1}{2}\times7$ إذن $x<\frac{7}{2}$

16 $a+b\le 5$ و $a-b\le -3$ إذن $(a+b)+(a-b)\le 5+(-3)$

إذن $2a\le 2$ إذن $\frac{1}{2}\times2a\le 2\times\frac{1}{2}$ أي $a\le 1$

ب) $b<-1$ إذن $-b>1$ وبما أن $a+b>4$

فإن $(a+b)+(-b)>1+4$ إذن $a>5$

17 أ) $a-b=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}-4(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}-4\sqrt{2}-4\sqrt{3}=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

بما أن $(\sqrt{2}-\sqrt{3})\in\mathbb{R}_-$ فإن $a\le b$

وبما أن العددان a و b موجبان فإن $\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$

ب) $a=\sqrt{2}-\sqrt{27}=\sqrt{2}-3\sqrt{3}$ ، $b=\sqrt{8}-\sqrt{12}=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$a-b=(\sqrt{2}-3\sqrt{3})-(2\sqrt{2}-2\sqrt{3})=\sqrt{2}-3\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$

وبما أن $(-\sqrt{2}-\sqrt{3})\in\mathbb{R}_-$ فإن $a\le b$

وبما أن a و b سالبان لأن $\sqrt{2}<\sqrt{27}$ و $\sqrt{8}<\sqrt{12}$ فإن $\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) $a=\frac{1+\sqrt{5}}{3}$ إذن $a\in\mathbb{R}_+$ و $\frac{1}{a}\in\mathbb{R}_+$

$b=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ إذن $b\in\mathbb{R}_-$ لأن $1<\sqrt{5}$) ومنه $\frac{1}{b}\in\mathbb{R}_-$

$a\in\mathbb{R}_+$ و $b\in\mathbb{R}_-$ إذن $a\geq b$

$\frac{1}{a}\in\mathbb{R}_+$ و $\frac{1}{b}\in\mathbb{R}_-$ إذن $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{b}$

د) $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$ إذن $\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{3}}{2}$ وبما أن $1<2$ فإن $\frac{\sqrt{3}}{3}+1<\frac{\sqrt{3}}{2}+2$

إذن $a>b$ وبما أن a و b موجبان فإن $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

18 أ) $\begin{cases}(\sqrt{7})^2=7\\(\sqrt{9})^2=9\end{cases}$ إذن $9>7$ إذن $\sqrt{9}>\sqrt{7}$ إذن $n>m$

ب) $\begin{cases}\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4}\\\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^2=\frac{11}{9}\end{cases}$ إذن $\frac{49}{4}>\frac{11}{9}$ إذن $\frac{7}{2}>\frac{\sqrt{11}}{3}$ إذن $n>m$

ج) $\begin{cases}\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}=0{,}64\\\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}=0{,}75\end{cases}$ $0{,}75>0{,}64$

وبما أن $-\frac{4}{5}\in\mathbb{R}_-$ و $-\frac{\sqrt{3}}{2}\in\mathbb{R}_-$ فإن $-\frac{4}{5}>-\frac{\sqrt{3}}{2}$ إذن $m>n$

د) $\begin{cases}(6\sqrt{5})^2=36\times5=180\\(7\sqrt{3})^2=49\times3=147\end{cases}$ $180>147$ إذن $6\sqrt{5}>7\sqrt{3}$ إذن $n>m$

هـ) $\begin{cases}(-3\sqrt{6})^2=9\times6=54\\(-5\sqrt{2})^2=25\times2=50\end{cases}$ $54>50$

و $-3\sqrt{6}\in\mathbb{R}_-$ و $-5\sqrt{2}\in\mathbb{R}_-$ إذن $-3\sqrt{6}<-5\sqrt{2}$ إذن $m<n$

و) $\begin{cases}\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{4}{3}\\\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{9}{2}\end{cases}$ $\frac{9}{2}>\frac{4}{3}$ إذن $\frac{3\sqrt{2}}{2}>\frac{2\sqrt{3}}{3}$ إذن $m>n$

19 أ) $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ و $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$ إذن $\frac{3}{4}<\frac{5}{6}$ وبما أن $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ فإن

$\frac{3}{4}\sqrt{2}<\frac{5}{6}\sqrt{3}$

ب) $\begin{cases}(\sqrt{7})^2=7\\3^2=9\end{cases}$ $7<9$ إذن $\sqrt{7}<3$ إذن $\sqrt{7}+1<4$

إذن $2(\sqrt{7}+1)<8$

ج) $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$ و $\frac{4}{5}=\frac{16}{20}$ إذن $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ وبما أن $\sqrt{10}<\sqrt{11}$

لأن $10<11$ فإن $\frac{3}{4}\sqrt{10}<\frac{4}{5}\sqrt{11}$

وبما أن $-1<1$ فإن $\frac{3}{4}\sqrt{10}-1<\frac{4}{5}\sqrt{11}+1$

د) نعلم أن $\sqrt{3}<\sqrt{5}$ إذن $-2\sqrt{3}>-2\sqrt{5}$ وبما أن $3>1$

فإن $3-2\sqrt{3}>1-2\sqrt{5}$ أي $-2\sqrt{3}+3>-2\sqrt{5}+1$

20 أ) $x=\sqrt{9}-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}+6\sqrt{\frac{28}{9}}=3-\frac{\sqrt{7}\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\frac{6\sqrt{4}\sqrt{7}}{\sqrt{9}}$

$x=3-\sqrt{7}+\frac{6\times2\sqrt{7}}{3}=3-\sqrt{7}+4\sqrt{7}=3+3\sqrt{7}$

$y=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}-\frac{3}{\sqrt{3}-2}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)-3(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=$

$=\frac{3-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-6}{3-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4}=\frac{-3-5\sqrt{3}}{-1}=3+5\sqrt{3}$

ب) نقارن بين $5\sqrt{3}$ و $3\sqrt{7}$

$\begin{cases}(5\sqrt{3})^2=25\times3=75\\(3\sqrt{7})^2=9\times7=64\end{cases}$ $75>64$ إذن $5\sqrt{3}>3\sqrt{7}$

إذن $5\sqrt{3}+3>3\sqrt{7}+3$ و بالتالي $y>x$

وبما أن x و y عددان موجبان فإن $\frac{1}{x}>\frac{1}{y}$

21 1) $2>\sqrt{3}$ إذن $2-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_+$ أي $a\in\mathbb{R}_+$

و $\sqrt{6}>1$ إذن $1-\sqrt{6}\in\mathbb{R}_-$ أي $b\in\mathbb{R}_-$ إذن $a>b$

2) $\begin{cases}(4\sqrt{3})^2=48\\(2\sqrt{6})^2=24\end{cases}$ $48>24$ إذن $4\sqrt{3}>2\sqrt{6}$

3) $a^2=(2-\sqrt{3})^2=4+3-4\sqrt{3}=7-4\sqrt{3}$

$b^2=(1-\sqrt{6})^2=1+6-2\sqrt{6}=7-2\sqrt{6}$

$a^2-b^2=(7-4\sqrt{3})-(7-2\sqrt{6})=7-4\sqrt{3}-7+2\sqrt{6}=2\sqrt{6}-4\sqrt{3}$

وبما أن $4\sqrt{3}>2\sqrt{6}$ فإن $(2\sqrt{6}-4\sqrt{3})\in\mathbb{R}_-$ إذن $a^2<b^2$

22 * نقارن $3\sqrt{2}$ و 2.

$(3\sqrt{2})^2=18$ و $2^2=4$ إذن $3\sqrt{2}>2$ ومنه $(2-3\sqrt{2})\in\mathbb{R}_-$

إذن $A=3\sqrt{2}-2+\frac{7}{2}=3\sqrt{2}+\frac{3}{2}$ ومنه $\left|2-3\sqrt{2}\right|=3\sqrt{2}-2$

* $3>\sqrt{5}$ لأن $(9>5)3^2>(\sqrt{5})^2$ إذن $(3-\sqrt{5})\in\mathbb{R}_+$

إذن $B=3-\sqrt{5}+\sqrt{5}-\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$

$\begin{cases}\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}\\(\sqrt{3})^2=3\end{cases}$ $\frac{25}{9}<3$ إذن $\frac{5}{3}<\sqrt{3}$ إذن $\left(\frac{5}{3}-\sqrt{3}\right)\in\mathbb{R}_-$

وبالتالي $C=-\frac{5}{3}+\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}=-\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\sqrt{3}$

* $\begin{cases}7^2=49\\(3\sqrt{6})^2=9\times6=54\end{cases}$ $49<54$ إذن $7<3\sqrt{6}$ إذن $(7-3\sqrt{6})\in\mathbb{R}_-$

وبالتالي $D=-7+3\sqrt{6}-\sqrt{6}=-7+2\sqrt{6}$

23 أ) $a=\left|\sqrt{7}-3\right|-\left|\sqrt{5}-2\right|=-\sqrt{7}+3-(\sqrt{5}-2)$

$=-\sqrt{7}+3-\sqrt{5}+2=5-\sqrt{7}-\sqrt{5}$

$b=\left|2\sqrt{3}-1\right|+\left|11-2\sqrt{3}\right|=2\sqrt{3}-1+11-2\sqrt{3}=10$

*حساب c:

$\begin{cases}(3\sqrt{2})^2=9\times2=18\\(2\sqrt{3})^2=4\times3=12\end{cases}$ $18>12$ إذن $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$

ومنه $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})\in\mathbb{R}_+$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$=\frac{1-2\sqrt{3}+3}{2}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=\frac{4}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$

$$c=\sqrt{50}-2\sqrt{8}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}-2\times 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$

$$c=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

2) أ) نقارن a و b.

$$a-b=2\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2$$

$3>2$ و $\sqrt{3}>1$ إذن $3\sqrt{3}>2$

إذن $(3\sqrt{3}-2)\in\mathbb{R}_+$ إذن $a\geq b$

نقارن a و c.

$12<18$ إذن $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$ إذن $a\leq c$ إذن $b\leq a\leq c$ $\begin{cases}(2\sqrt{3})^2=12\\(3\sqrt{2})^2=18\end{cases}$

ب) لدينا $b\leq a\leq c$ أي $2-\sqrt{3}\leq 2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$

إذن $2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}\leq 2\sqrt{3}+2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

إذن $2+\sqrt{3}\leq 4\sqrt{3}\leq 2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

ج) لدينا $b\leq a\leq c$ أي $b\leq 2\sqrt{3}\leq 3\sqrt{2}$ وبما أن الأعداد الثلاثة موجبة قطعا فإن $\frac{1}{b}\geq\frac{1}{2\sqrt{3}}\geq\frac{1}{3\sqrt{2}}$ وعلما أن $b=\frac{(1-\sqrt{3})^2}{2}$

فإن $\frac{1}{3\sqrt{2}}\leq\frac{1}{2\sqrt{3}}\leq\frac{2}{(1-\sqrt{3})^2}$ ومنه $\frac{1}{b}=\frac{2}{(1-\sqrt{3})^2}$

26 1) $x^2=\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}$ ، $y^2=\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{9}\times 3=\frac{1}{3}$

بما أن $\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$ فإن $\frac{1}{2}\sqrt{2}>\frac{1}{3}\sqrt{3}$ أي $x>y$

2) أ) $x>y$ إذن $5x>5y$ إذن $5x-\frac{1}{2}>5y-\frac{1}{2}$

ب) $x>y$ إذن $-2x<-2y$ وبما أن $\sqrt{2}<\sqrt{3}$

فإن $-2x+\sqrt{2}<-2y+\sqrt{3}$

ج) $x>y$ و x عدد موجب إذن $x\times x>xy$

أي $x^2>xy$ وبما $\sqrt{3}>\sqrt{2}$ فإن $x^2\sqrt{3}>xy\sqrt{2}$

وبما أن $1>\frac{1}{2}$ فإن $x^2\sqrt{3}+1>xy\sqrt{2}+\frac{1}{2}$

3) أ) $x=\frac{1}{2}\sqrt{2}$ و $x^4=\frac{1}{4}$ ، $x^3=\frac{1}{4}\sqrt{2}$ ، $x^2=\frac{1}{2}$

نرفعهم للمربع: $(x^4)^2=\frac{1}{16}$ ، $(x^3)^2=\frac{1}{8}$ ، $(x^2)^2=\frac{1}{4}$ ، $x^2=\frac{1}{2}$

إذن $\frac{1}{16}<\frac{1}{8}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ $x^4<x^3<x^2<x$

ب) $x^4<x^3<x^2<x$ وكل الأعداد موجبة قطعا إذن $\frac{1}{x}<\frac{1}{x^2}<\frac{1}{x^3}<\frac{1}{x^4}$

وبما أن $x\in\mathbb{R}_+$ فإن $\frac{1}{x^3}\in\mathbb{R}_+$ إذن

إذن $x^4\times\frac{1}{x^3}<x^3\times\frac{1}{x^3}<x^2\times\frac{1}{x^3}<x\times\frac{1}{x^2}$ $x<1<\frac{1}{x}<\frac{1}{x^2}$

27 1) $(\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)=2-\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$ ، $\sqrt{3}^2=3$

$=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$

$(\sqrt{2}+1)^2=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)=2+\sqrt{2}+\sqrt{2}+1$

$21^2=441$ $(3\sqrt{2})^2=18$ $441>18$ إذن $21>3\sqrt{2}$ إذن $(21-3\sqrt{2})\in\mathbb{R}_+$

$7^2=49$ $(5\sqrt{3})^2=25\times 3=75$ $49<75$ إذن $7<5\sqrt{3}$ إذن $(7-5\sqrt{3})\in\mathbb{R}_-$

إذن $c=(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})+(21-3\sqrt{2})-(-7+5\sqrt{3})$

$$c=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+21-3\sqrt{2}+7-5\sqrt{3}=28-7\sqrt{3}$$

* حساب d:

$45>24$ إذن $3\sqrt{5}>2\sqrt{6}$

$(3\sqrt{5})^2=9\times 5=45$ $(2\sqrt{6})^2=4\times 6=24$ إذن $(3\sqrt{5}-2\sqrt{6})\in\mathbb{R}_+$

و $(-\sqrt{5}-6)\in\mathbb{R}_-$ و $(\sqrt{6}+4)\in\mathbb{R}_+$ إذن

$$d=3\sqrt{5}-2\sqrt{6}+\sqrt{5}+6-(\sqrt{6}+4)$$

$$d=3\sqrt{5}-2\sqrt{6}+\sqrt{5}+6-\sqrt{6}-4=2-3\sqrt{6}+4\sqrt{5}$$

* حساب e :

$6<18$ إذن $\sqrt{6}<3\sqrt{2}$ إذن $(\sqrt{6}-3\sqrt{2})\in\mathbb{R}_-$ $\begin{cases}\sqrt{6}^2=6\\(3\sqrt{2})^2=9\times 2=18\end{cases}$

$(\sqrt{3}-2)\in\mathbb{R}_-$ لأن $\sqrt{3}<2$ و $(\sqrt{3}+2\sqrt{2})\in\mathbb{R}_+$

إذن $e=-\sqrt{6}+3\sqrt{2}-(-\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$

$$e=-\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{3}-2-\sqrt{3}-2\sqrt{2}=-2+\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

*حساب f : نعلم أن $\sqrt{a^2}=|a|$ حيث $a\in\mathbb{R}$

إذن $f=\left|5\sqrt{5}-4\sqrt{7}\right|-\left|2\sqrt{7}-3\sqrt{5}\right|$

$125>112$ إذن $5\sqrt{5}>4\sqrt{7}$ $\begin{cases}(5\sqrt{5})^2=25\times 5=125\\(4\sqrt{7})^2=16\times 7=112\end{cases}$

إذن $(5\sqrt{5}-4\sqrt{7})\in\mathbb{R}_+$

$28<45$ إذن $2\sqrt{7}<3\sqrt{5}$ $\begin{cases}(2\sqrt{7})^2=4\times 7=28\\(3\sqrt{5})^2=9\times 5=45\end{cases}$

إذن $(2\sqrt{7}-3\sqrt{5})\in\mathbb{R}_-$

وبالتالي $f=(5\sqrt{5}-4\sqrt{7})-(-2\sqrt{7}+3\sqrt{5})$

$$f=5\sqrt{5}-4\sqrt{7}+2\sqrt{7}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}-2\sqrt{7}$$

24 1) $\frac{2}{3}x-3<\frac{1}{3}$ إذن $\frac{2}{3}x-3+3<\frac{1}{3}+3$

أي $\frac{2}{3}x<\frac{10}{3}$ إذن $\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}x<\frac{10}{3}\times\frac{3}{2}$ إذن $x<5$

2) $a+b>5$ إذن $a+b\in\mathbb{R}_+$ و $a-b>2$ إذن $a-b\in\mathbb{R}_+$

إذن $(a+b)(a-b)>5\times 2$ إذن $a^2-ab+ab-b^2>10$

إذن $a^2-b^2>10$.

25

$$a=\frac{\sqrt{2}^3}{\sqrt{2}\sqrt{3}^{-1}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$$

$$b=\frac{(1-\sqrt{3})^2}{2}=\frac{(1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{2}=\frac{1-\sqrt{3}-\sqrt{3}+3}{2}$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$= 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$

وبما أن $3 < 3 + 2\sqrt{2}$ و $3 - 2\sqrt{2} < 3$ لأن $0 < 2\sqrt{2}$ و $-2\sqrt{2} < 0$

فإن $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1$

2) أ) لدينا $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1$ إذن

$\sqrt{2} < \sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 2$ أي $\sqrt{2} - 1 + 1 < \sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1 + 1$

ب) لدينا $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1$ إذن بما أن $(\sqrt{2} + 1) \in \mathbb{R}_+$:

$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) < \sqrt{3}(\sqrt{2} + 1) < (\sqrt{2} + 1)^2$ ومنه

$1 < \sqrt{3}(\sqrt{2} + 1) < 3 + 2\sqrt{2}$

ج) لدينا $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1$ وبما أن $\frac{1}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}_+$ فإن

$(\sqrt{2} - 1) \times \frac{1}{\sqrt{2}} < \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} < (\sqrt{2} + 1)\frac{1}{\sqrt{2}}$

أي $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} < \sqrt{\frac{3}{2}} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} < \frac{3}{2} < \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$

د) لدينا $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} < \sqrt{2} + 1$ إذن

$-\sqrt{2} - 1 < -\sqrt{3} < -\sqrt{2} + 1$

إذن $-\sqrt{2} - 1 + 2 < -\sqrt{3} + 2 < -\sqrt{2} + 1 + 2$ أي

$1 - \sqrt{2} < 2 - \sqrt{3} < 3 - \sqrt{2}$

28 1) $a \leq b$ و $b \in \mathbb{R}_+^*$ إذن $ab \leq bb$ أي $ab \leq b^2$

وبما أن $\frac{1}{a^2} \in \mathbb{R}_+$ فإن $ab \times \frac{1}{a^2} \leq b^2 \times \frac{1}{a^2}$ أي $\frac{b}{a} \leq \frac{b^2}{a^2}$

طريقة ثانية : $\frac{b^2}{a^2} - \frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{ba}{a^2} = \frac{b^2 - ba}{a^2} = \frac{b(b-a)}{a^2}$

وبما أن $b \in \mathbb{R}_+$ و $a \in \mathbb{R}_+$ و $(b-a) \in \mathbb{R}_+$ لأن $b \geq a$ فإن

$\frac{b(b-a)}{a^2} \in \mathbb{R}_+$ إذن $\frac{b}{a} \leq \frac{b^2}{a^2}$.

2) $a \leq b$ إذن $a + 1 \leq b + 1$

$a \leq b$ و a و b موجبان قطعا إذن $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$

إذن $(a+1) \times \frac{1}{b} \leq (b+1) \times \frac{1}{a}$ إذن $\frac{a+1}{b} \leq \frac{b+1}{a}$

طريقة ثانية: $\frac{b+1}{a} - \frac{a+1}{b} = \frac{b(b+1) - a(a+1)}{ab} = \frac{b^2 + b - a^2 - a}{ab}$

$= \frac{(b^2 - a^2) + (b - a)}{ab}$

وبما أن $b \geq a$ و a و b موجبان فإن $b^2 \geq a^2$ إذن $(b-a) \in \mathbb{R}_+$

و $(b^2 - a^2) \in \mathbb{R}_+$ وبما أن $ab \in \mathbb{R}_+$ فإن

$\frac{(b^2 - a^2) + (b - a)}{ab} \in \mathbb{R}_+$ وبالتالي $\frac{b+1}{a} \geq \frac{a+1}{b}$

29 1) محيط ABCD $(2x - y + 2y) \times 2 = 4x + 2y$

محيط MNPK $4x + 4y$

محيط EFG $2x + y + x + y + 2y - x = 2x + 4y$

$y > 0$ إذن $2y > 0$ إذن $4x + 2y + 2y > 4x + 2y$ إذن

$4x + 4y > 4x + 2y$.

$x > y$ إذن $2x > 2y$ إذن $2x + 2x + 2y > 2y + 2x + 2y$ إذن

$4x + 2y > 2x + 4y$

وبالتالي $4x + 4y > 4x + 2y > 2x + 4y$.

30 مساحة الشكل (1) $\frac{2r \times 2r}{2} + \frac{\pi r^2}{2} = 2r^2 + \frac{\pi r^2}{2}$

مساحة الشكل (2) $r \times 2r + 2r \times r\sqrt{3} = 2r^2 + 2r^2\sqrt{3}$

نقارن بين $\frac{\pi r^2}{2}$ و $2r^2\sqrt{3}$

$\pi < 4$ إذن $\frac{\pi}{2} < 2$ وبما أن $1 < \sqrt{3}$ والأعداد 2 , $\frac{\pi}{2}$ ، $\sqrt{3}$, 1 موجبة إذن

$\frac{\pi}{2} < 2\sqrt{3}$

إذن $\frac{\pi r^2}{2} < 2r^2\sqrt{3}$ وبالتالي $2r^2 + \frac{\pi r^2}{2} < 2r^2 + 2r^2\sqrt{3}$.

31 في المثلث ABC $\hat{A} = 180° - 2x$ وفي المثلث EFG

$\hat{G} = 180° - (x + y)$

بما أن $x > y$ فإن $2x > x + y$ إذن $-2x < -(x + y)$ إذن

$180 - 2x < 180 - (x + y)$

وبالتالي $\hat{A} < \hat{G}$.

32 المساحة المشطوبة في الشكل (1) $x^2\pi - y^2\pi = \pi(x^2 - y^2)$

المساحة المشطوبة في الشكل (2)

$\frac{2x \times 2x}{2} - \frac{2y \times 2y}{2} = 2x^2 - 2y^2 = 2(x^2 - y^2)$

المساحة المشطوبة في الشكل (3)

$(2x + 2y)(2x - 2y) = (2x)^2 - (2y)^2 = 4x^2 - 4y^2 = 4(x^2 - y^2)$

$(x^2 - y^2) \in IR_+$ إذن $x^2 > y^2$ إذن y و x و $x > y$ موجبان

نعلم أن $2 < \pi < 4$ إذن $2(x^2 - y^2) < \pi(x^2 - y^2) < 4(x^2 - y^2)$.

33 سعة الكأس (1) $\frac{\pi x^2 y}{3}$ ، سعة الكأس (2) $\pi x^2 y$

سعة الكأس (3) $x \times x \times y = x^2 y$ ، سعة الكأس (4) $\frac{x^2 y}{3}$

بما أن $\frac{1}{3} < 1 < \frac{\pi}{3} < \pi$ إذن $\frac{\pi}{3} < \pi$ فإن $\frac{1}{3} < 1$

بما أن $1 < x < y$ فإن x و y موجبان قطعا إذن $x^2 y > 0$ وبالتالي

$\pi x^2 y > \frac{\pi}{3} x^2 y > x^2 y > \frac{1}{3} x^2 y$

34 حجم الجسم (1) $(x \times 2x)(y + 1) = 2x^2(y + 1) = 2x^2 y + 2x^2$

حجم الجسم (2) $2x(x + y) = 2x^2 + 2xy$.

$x > 1$ إذن $x^2 > x$ وبما أن $y > 0$ فإن $x^2 y > xy$ و $2x^2 y > 2xy$

وبالتالي $2x^2 y + 2x^2 > 2xy + 2x^2$.

35 حجم الهرم $\left(\frac{AC \times BD}{2}\right) \times SO \times \frac{1}{3} = \frac{y^2}{2} \times x \times \frac{1}{3} = \frac{xy^2}{6}$

حجم المخروط $\frac{x^2 \times \pi \times y}{3} = \frac{\pi x^2 y}{3}$

$x > y$ و x و y موجبان إذن $xy > 0$ إذن $xxy > xyy$ إذن $x^2 y > xy^2$

وبما أن $\frac{1}{2} < \pi$ فإن $\frac{1}{6} < \frac{\pi}{3}$ وبالتالي $\frac{xy^2}{6} < \frac{\pi}{3} x^2 y$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

36 بما أن $A > B$ فإن وزن الكرة أكبر من وزن المكعب

و بما أن $A > C$ فإن وزن الكرة أكبر من وزن الهرم

و بما أن $B > C$ فإن وزن المكعب أكبر من وزن الهرم

إذن $D > C$ و $D > B$ و $D < A$ فيكون الترتيب كالتالي $A > D > B > C$.

37 الرسم (1) يعني كتلة المكعب أكبر من كتلة الهرم .

حسب الرسم (3) كتلة الهرم أكبر من كتلة الكرة . إذن $C > P > B$

- يمكن أن نجد نفس النتيجة إذا اتبعنا الطريقة التالية

الرسم (1) يدل على أن $2C + B > C + P + B$ إذن $C > P$

الرسم (2) يدل على أن $3C > 2B + C$ إذن $2C > 2B$ إذن $C > B$

الرسم (3) يدل على أن $2P + C > B + C + P$ إذن $P > B$

وبالتالي $C > P > B$

38 شعاع القرص الدائري يساوي $\frac{AM}{2\pi}$ إذن مساحة القرص الدائري تكتب

$$\pi\left(\frac{AM}{2\pi}\right)^2 = \frac{\pi AM^2}{4\pi^2} = \frac{AM^2}{4\pi}$$

مساحة المثلث AOM $\frac{AO \times AM}{2} = AO \times \frac{AM}{2} = \frac{AM}{2\pi} \times \frac{AM}{2} = \frac{AM^2}{4\pi}$

إذن قيس مساحة المثلث وقيس مساحة القرص الدائري متساويان .

39 قيس المساحة المشطوبة $xy + 2\sqrt{2}$

قيس المساحة غير المشطوبة $2y + x\sqrt{2}$

$$\left(xy + 2\sqrt{2}\right) - \left(2y + x\sqrt{2}\right) = xy + 2\sqrt{2} - 2y - x\sqrt{2} = x\left(y - \sqrt{2}\right) - 2\left(y - \sqrt{2}\right)$$

$$= \left(y - \sqrt{2}\right)(x - 2)$$

بما أن $x > 2$ و $y > \sqrt{2}$ فإن $(x-2)$ موجب و $\left(y - \sqrt{2}\right)$ موجب

إذن $\left(y - \sqrt{2}\right)(x-2)$ موجب وبالتالي $\left(xy + 2\sqrt{2}\right) > \left(2y + x\sqrt{2}\right)$

أي قيس المساحة المشطوبة أكبر من قيس المساحة غير المشطوبة .

40 قيس مساحة المثلث ABC $\frac{AH \times BC}{2} = \frac{3x}{2}$

قيس مساحة المثلث ADE $\frac{AK \times DE}{2} = \frac{5y}{2}$

بما أن $x > \frac{5}{3}y$ فإن $3x > 5y$ وبالتالي $\frac{3x}{2} > \frac{5y}{2}$

إذن مساحة المثلث ABC أكبر من مساحة المثلث ADE .

41 أ) $(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

ب) مجموع قيسي مساحتي القرصين D و D' $\pi x^2 + \pi y^2 = \pi\left(x^2 + y^2\right)$

قيس المساحة غير المشطوبة

$$\pi(x+y)^2 - \pi\left(x^2 + y^2\right) = \pi\left(x^2 + y^2 + 2xy - x^2 - y^2\right) = 2\pi xy$$

نقارن بين $\pi\left(x^2 + y^2\right)$ و $2\pi xy$

$$\pi\left(x^2 + y^2\right) - 2\pi xy = \pi\left(x^2 + y^2 - 2xy\right) = \pi(x-y)^2$$

$(x-y)^2$ موجب قطعا إذن $\pi(x-y)^2$ موجب قطعا وبالتالي

$$\pi\left(x^2 + y^2\right) > 2\pi xy$$

42 قيس المساحة المشطوبة $\pi y^2 - \pi x^2$

قيس مساحة نصف القرص الدائري الذي شعاعه y $\frac{\pi y^2}{2}$

نقارن بين $\pi y^2 - \pi x^2$ و $\frac{\pi y^2}{2}$

$$\pi y^2 - \pi x^2 - \frac{\pi y^2}{2} = \frac{2\pi y^2}{2} - \frac{\pi y^2}{2} - \pi x^2 = \frac{\pi y^2}{2} - \pi x^2 = \pi\left(\frac{y^2 - 2x^2}{2}\right)$$

x و y موجبان و $y > x\sqrt{2}$ إذن $y^2 > 2x^2$ إذن $\left(y^2 - 2x^2\right) \in IR_+$

وبالتالي $\pi\left(\frac{y^2 - 2x^2}{2}\right) \in IR_+$ إذن $\pi y^2 - \pi x^2 > \frac{\pi y^2}{2}$.

43 1) a و b موجبان قطعا و $a > b$ إذن $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ وبالتالي $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$

إذن $1 - \frac{1}{a} > 1 - \frac{1}{b}$

2) $\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}$ ، $\frac{85}{86} = 1 - \frac{1}{86}$ ، $\frac{42}{43} = 1 - \frac{1}{43}$ ، $\frac{27}{28} = 1 - \frac{1}{28}$

3) $28 < 43 < 62 < 86$ إذن $1 - \frac{1}{28} < 1 - \frac{1}{43} < 1 - \frac{1}{62} < 1 - \frac{1}{86}$

وبالتالي $\frac{27}{28} < \frac{42}{43} < \frac{61}{62} < \frac{85}{86}$

الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية

1

$$\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right) = \sqrt{5}^2 - \sqrt{2}^2 = 5 - 2 = 3$$

$$\left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\sqrt{2} - 1\right) = \sqrt{2}^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$$

$$\left(1 - \sqrt{2}\right)^2 = 1 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\left(1 + \sqrt{3}\right)^2 = 1 + 2 \times 1 \times \sqrt{3} + 3 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2 = \frac{1}{4} - \sqrt{2} + 2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{8}{4} - \sqrt{2} = \frac{9}{4} - \sqrt{2}$$

$$\left(3 + \sqrt{5}\right)^2 = 3^2 + 2 \times 3\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 9 + 6\sqrt{5} + 5 = 14 + 6\sqrt{5}$$

$$\left(2\sqrt{3} - 1\right)\left(2\sqrt{3} + 1\right) = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 1^2 = 4 \times 3 - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$\left[\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right) - \sqrt{3}\right] \times \left[\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right) + \sqrt{3}\right] = \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2 - \sqrt{3}^2$$

$$= \sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 - 3$$

$$= 5 + 2\sqrt{0} + 2 - 3 = 4 + 2\sqrt{10}$$

2

$$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$999^2 = (1000-1)^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 1 + 1 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$$

$$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

$$1001^2 = (1000+1)^2 = \left(10^3\right)^2 + 2000 + 1 = 1000000 + 2001 = 1002001$$

$$101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$1001 \times 999 = (1000+1)(1000-1) = 1000000 - 1 = 999999$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$= 2(2-2\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}+1+\frac{1}{4}$

$= 2(3-2\sqrt{2})-\sqrt{2}+\frac{5}{4}$

$= 6-4\sqrt{2}-\sqrt{2}+\frac{5}{4}$

$= -5\sqrt{2}+\frac{29}{4}$

ج) إذن $x = 2+\sqrt{2}$

$A = -6(2+\sqrt{2})\sqrt{2}+20$

$= -6(2\sqrt{2}+2)+20$

$= -12\sqrt{2}-12+20 = 8-12\sqrt{2}$

$B = 2(2+\sqrt{2})^2-(2+\sqrt{2})+\frac{1}{4}$

$= 2(4+4\sqrt{2}+2)-2-\sqrt{2}+\frac{1}{4}$

$= 12+8\sqrt{2}-2-\sqrt{2}+\frac{1}{4}$

$= 10+\frac{1}{4}+7\sqrt{2}$

$= \frac{41}{4}+7\sqrt{2}$

6

$x^2-4 = x^2-2^2 = (x-2)(x+2)$

$x^2+4x+4 = x^2+2\cdot 2x+2^2 = (x+2)^2$

$x^2-1 = x^2-1^2 = (x-1)(x-1)$

$x^2-2x+1 = (x-1)^2$ ، $x^2+2x+1 = (x+1)^2$

$x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16} = x^2-\frac{3}{4}\cdot 2x+\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(x-\frac{3}{4}\right)^2$

$x^2+x+\frac{1}{4} = x^2+2\cdot\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

$x^2-3 = x^2-\sqrt{3}^2 = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

$x^2+2x\sqrt{3}+3 = x^2+2x\sqrt{3}+\sqrt{3}^2 = (x+\sqrt{3})^2$

$25x^2-5x+\frac{1}{4} = (5x)^2-2\cdot\frac{1}{2}\cdot 5x+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(5x-\frac{1}{2}\right)^2$

$9x^2-12x+4 = (3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2+2^2 = (3x-2)^2$

$4x^2+4x+1 = (2x)^2+2\times 2x+1 = (2x+1)^2$

$x^2-\frac{4}{9} = x^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$

$5x^2+2\sqrt{5}x+1 = (x\sqrt{5})^2+2\cdot x\sqrt{5}+1 = (x\sqrt{5}+1)^2$

$2x^2-3 = (x\sqrt{2})^2-\sqrt{3}^2 = (x\sqrt{2}-\sqrt{3})(x\sqrt{2}+\sqrt{3})$

7

أ) $a_1 = (x-1)^2$ ، $a_2 = x^2-1$ ، $a_3 = x^2+(x+1)^2+(x-1)^2$

ب) $a_1 = x^2-2x+1$ $\qquad a_2 = x^2+x^2+2x+1+x^2-2x+1 = 3x^2+2$

ج) $x^2-1 = (x-1)(x+1)$

8

$M = (1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2 = 1+2\sqrt{2}+2+1-2\sqrt{2}+2 = 6$

$N = (2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}-1)^2 = (2\sqrt{3})^2-1-(3-2\sqrt{3}+1)$

$= 12-1-3+2\sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3}+7$

3

إذن $b = 2008\times 2010$ و $a = 2009^2$

$b = (2009-1)\times(2009+1) = 2009^2-1 = a-1$

☒ $a = b+1$ ☐ $a^2 = b^2-1$ ☐ $a = b$

☐ $a = b-1$ ☒ $a-1 = b$ ☐ $a = 2b$

4

$(x+2)(x-2) = x^2-2^2 = x^2-4$

$(x-2)^2 = x^2-2x\times 2+2^2 = x^2-4x+4$

$(x+2)^2 = x^2+2x\times 2+2^2 = x^2+4x+4$

$\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right) = x^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2 = x^2-\frac{4}{9}$

$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2 = x^2-2\times x\times\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2 = x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = x^2+2\times\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2+x+\frac{1}{4}$

$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) = x^2-\sqrt{3}^2 = x^2-3$

$(x-\sqrt{3})^2 = x^2-2x\sqrt{3}+\sqrt{3}^2 = x^2-2x\sqrt{3}+3$

$(x+\sqrt{3})^2 = x^2+2x\sqrt{3}+3$

$(x\sqrt{2}+\sqrt{3})(x\sqrt{2}-\sqrt{3}) = (x\sqrt{2})^2-\sqrt{3}^2 = 2x^2-3$

$\left(5x-\frac{1}{2}\right)^2 = (5x)^2-2\times 5x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 25x^2-5x+\frac{1}{4}$

$(3x-2)^2 = (3x)^2-2\times 3\times 3x+2^2 = 9x^2-12x+4$

$(2x+1)^2 = 4x^2+2\times 2x+1^2 = 4x^2+4x+1$

$(3x^2-2y^3)^2 = (3x^2)^2-2\times 3x^2\times 2y^3+(2y^3)^2$

$= 9x^4-12x^2y^3+4y^6$

$(x^2+1)^2 = (x^2)^2+2x^2\times 1+1 = x^4+2x^2+1$

$(2x-3y)^2 = (2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2 = 4x^2-12xy+9y^2$

$(3x+5y)^2 = (3x)^2+2\times 3x\times 5y+(5y)^2 = 9x^2+30xy+25y^2$

$(x\sqrt{5}+1)^2 = (x\sqrt{5})^2+2x\sqrt{5}+1 = 5x^2+2x\sqrt{5}+1$

5

1) $A = (x-3\sqrt{2})^2-(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

$= x^2-6x\sqrt{2}+18-(x^2-\sqrt{2}^2)$

$= x^2-6x\sqrt{2}+18-x^2+2$

$= -6x\sqrt{2}+20$

$B = x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2+x^2-x+\frac{1}{4} = 2x^2-x+\frac{1}{4}$

2) أ) إذن $x = \sqrt{2}$

$A = -6\sqrt{2}\sqrt{2}+20 = -12+20 = 8$

$B = 2\sqrt{2}^2-\sqrt{2}+\frac{1}{4} = 4+\frac{1}{4}-\sqrt{2} = \frac{17}{4}-\sqrt{2}$

ب) إذن $x = \sqrt{2}-1$

$A = -6(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}+20 = -12+6\sqrt{2}+20 = 8+6\sqrt{2}$

$B = 2(\sqrt{2}-1)^2-(\sqrt{2}-1)+\frac{1}{4}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$\frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+4}=\frac{(\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}-4)}{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)}=\frac{3\times2-4\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4}{2}=\frac{10-7\sqrt{2}}{2}$$

11 عموما $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

أ) $\frac{a}{b}=\frac{4-\sqrt{15}}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}\times\frac{4+\sqrt{15}}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}=\frac{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{7})(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}$

$=\frac{4^2-\sqrt{15}^2}{(2\sqrt{2})^2-\sqrt{7}^2}=\frac{16-15}{8-7}=\frac{1}{1}=1$

ب) $\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$=\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})(2\sqrt{3}+\sqrt{11})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{(2\sqrt{3})^2-\sqrt{11}^2}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2}=\frac{12-11}{3-2}=\frac{1}{1}=1$

ج) $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}+3}\times\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}-3}=\frac{\sqrt{5}^2-1}{(2\sqrt{5})^2-9}=\frac{5-1}{20-9}=\frac{4}{11}$

د) $\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2}=\frac{12-18}{3-2}=-6$

12

$a=\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3-1}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$b=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{4}{5-4}=\frac{4}{1}=4$

$c=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\frac{2}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)-2(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$=\frac{2-\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{2-1}=\frac{-3\sqrt{2}}{1}=-3\sqrt{2}$

$d=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=\frac{(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^2}{4-3}=\frac{4-4\sqrt{3}+3+4+4\sqrt{3}+3}{1}=\frac{14}{1}=14$

13

$e=1-\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})^{-1}=1-\sqrt{2}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

$=\frac{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})+1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1^2-\sqrt{2}^2+1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1-2+1}{1+\sqrt{2}}=0$

$f=\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)-\sqrt{3}(2-\sqrt{3})^{-1}=\sqrt{3}(\sqrt{3}+2-\frac{1}{2-\sqrt{3}})$

$=\sqrt{3}\left(\frac{(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})-1}{2-\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{3}(4-3-1)}{2-\sqrt{3}}=0$

$g=\frac{1}{2\sqrt{5}-2}-(2\sqrt{5}+2)^{-1}=\frac{1}{2\sqrt{5}-2}-\frac{1}{2\sqrt{5}+2}$

$=\frac{2\sqrt{5}+2-2\sqrt{5}+2}{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\frac{4}{20-4}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

$P=(\sqrt{5}-2)^2-2(1+\sqrt{5})^2=5-2\times2\sqrt{5}+4-2(1+2\sqrt{5}+5)$

$=9-4\sqrt{5}-2(6+2\sqrt{5})=9-4\sqrt{5}-12-4\sqrt{5}=-3-8\sqrt{5}$

$Q=\sqrt{7}-3(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{7}-3)^2=\sqrt{7}-3\sqrt{7}-9-(7-6\sqrt{7}+9)$

$=\sqrt{7}-3\sqrt{7}-9-7+6\sqrt{7}-9=-2\sqrt{7}+6\sqrt{7}-16-9=4\sqrt{7}-25$

$R=2-\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)-2\sqrt{2}(2-\sqrt{2})^2$

$=2-2-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}(4-4\sqrt{2}+2)$

$=-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}(6-4\sqrt{2})$

$=-2\sqrt{2}-12\sqrt{2}+16$

$=-14\sqrt{2}+16$

$S=-3+\sqrt{3}(3+\sqrt{3})-(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})$

$=-3+3\sqrt{3}+3-(9-3)$

$=3\sqrt{3}-6$

9

$A=(2x-3)(2x+3)+(x+2)$

$=(2x)^2-3^2+x+2=4x^2-9+x+2=4x^2+x-7$

$B=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-(x-1)(x+1)=x^2+x+\frac{1}{4}-(x^2-1)$

$=x^2+x+\frac{1}{4}-x^2+1=x+\frac{1}{4}+\frac{4}{4}=x+\frac{5}{4}$

$C=5-2(x-2)^2+3(2x-1)=5-2(x^2-4x+4)+6x-3$

$=5-2x^2+8x-8+6x-3=5-8-3-2x^2+14x$

$=-6-2x^2+14x$

$D=2(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})-4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=2(x^2-5)-4\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)$

$=2x^2-10-4x^2+4x-1=-2x^2+4x-11$

$E=(x+\sqrt{3})^2-(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})+(x-\sqrt{3})^2$

$=x^2+2x\sqrt{3}+3-x^2+3+x^2-2x\sqrt{3}+3=x^2+9$

$F=(3x+1-\sqrt{2})(3x-1+\sqrt{2})=(3x+(1-\sqrt{2}))(3x-(1-\sqrt{2}))$

$=(3x)^2-(1-\sqrt{2})^2=9x^2-1+2\sqrt{2}-2=9x^2+2\sqrt{2}-3$

10

أ) $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=2^2-\sqrt{5}^2=4-5=-1$

$(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)=(2\sqrt{3})^2-1^2=12-1=11$

$(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)=(3\sqrt{2})^2-4^2=18-16=2$

ب) $\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(2-\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{2\sqrt{5}-5}{-1}=5-2\sqrt{5}$

$\frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}=\frac{(2+\sqrt{5})^2}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{4+5+4\sqrt{5}}{-1}=-9-4\sqrt{5}$

$\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}=\frac{2\sqrt{3}(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)}=\frac{12-2\sqrt{3}}{11}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$h = 2\left(\sqrt{5}\right)^{-1} - \sqrt{5}\left(\sqrt{5}+2\right)^{-1}$

$= \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} = \frac{2\sqrt{5}+4-\sqrt{5}^2}{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+2\right)} = \frac{2\sqrt{5}-1}{5+2\sqrt{5}}$

14 أ) $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{4} - \frac{(x-y)^2}{4}$

$= \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}$

$= \frac{x^2+y^2+2xy-x^2-y^2+2xy}{4} = \frac{4xy}{4} = xy$

ب) $\left(\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

15 $A = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2 = \frac{a^2}{ab}+\frac{b^2}{ab}+\frac{2ab}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2}{ab}$

$= \frac{(a+b)^2}{ab} = \frac{\left(3\sqrt{2}\right)^2}{4} = \frac{9\times 2}{4} = \frac{9}{2}$

$B = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{b+a}{ab}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{9\times 2}{16} = \frac{9}{8}$

16 أ) $ab = \left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right) = 3^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 9-8 = 1$

إذن $a = \frac{1}{b}$

ب) $a^2 = \left(3+2\sqrt{2}\right)^2 = 9+8+12\sqrt{2} = 17+12\sqrt{2}$

$b^2 = \left(3-2\sqrt{2}\right)^2 = 9+8+-12\sqrt{2} = 17-12\sqrt{2}$

ج) $a^3b+ab^3+a^2b^2 = a^2(ab)+(ab)b^2+(ab)^2$

$= a^2\times 1+1\times b^2+1^2$

$= 17+12\sqrt{2}+17-12\sqrt{2}+1 = 35$

17 1) $a^2 = (5\sqrt{2}-7)^2 = 25\times 2-2\times 5\sqrt{2}\times 7+7^2$

$= 50-70\sqrt{2}+49 = 99-70\sqrt{2}$

$b^2 = (5\sqrt{2}+7)^2 = 99+70\sqrt{2}$

$ab = (5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7) = 50-49 = 1$

2) أ) $E = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2 = \frac{a^2}{ab}+\frac{b^2}{ab}+\frac{2ab}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2}{ab}$

ب) $E = \frac{a^2+b^2+2ab}{ab} = \frac{99-70\sqrt{2}+99+70\sqrt{2}+2}{1} = 200$

18 1) $a^2 = \left(7+4\sqrt{3}\right)^2 = 7^2+2\times 7\times 4\sqrt{3}+\left(4\sqrt{3}\right)^2$

$= 49+56\sqrt{3}+48 = 97+56\sqrt{3}$

$b^2 = \left(7-4\sqrt{3}\right)^2 = 49-56\sqrt{3}+48 = 97-56\sqrt{3}$

$a\cdot b = \left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right) = 7^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2 = 49-48 = 1$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = a\times\frac{1}{b}+b\times\frac{1}{a}$

وبما أن $a\cdot b = 1$ فإن $a = \frac{1}{b}$ و $b = \frac{1}{a}$

إذن $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = a^2+b^2 = 97+56\sqrt{3}+97-56\sqrt{3} = 97+97 = 194$

$\left(7+4\sqrt{3}\right)^{12}\times\left(7-4\sqrt{3}\right)^{12} = \left[\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right)\right]^{12}$ 2)

$= \left[7^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2\right]^{12}$

$= (49-48)^{12} = 1^{12} = 1$

$\left(7+4\sqrt{3}\right)^{12}\times\left(7-4\sqrt{3}\right)^{13} = \left[\left(7+4\sqrt{3}\right)^{12}\left(7-4\sqrt{3}\right)^{12}\right]\times\left(7-4\sqrt{3}\right)$

$= 1\times\left(7-4\sqrt{3}\right) = 7-4\sqrt{3}$

19 1) أ) $(a+b)^2-(a-b)^2 = a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2$

$= 0+0+4ab = 4ab$

ب) $1000{,}001^2-999{,}999^2 = (1000+0{,}001)^2-(1000-0{,}001)^2$

$= 4\times 1000\times 0{,}001 = 4\times 1 = 4$

ج) $4ab = (a+b)^2-(a-b)^2 = 18^2-4^2 = 324-16 = 308$

إذن $ab = \frac{308}{4} = 77$

2) أ) نعوض b بـ 1 في (أ) $(a+1)^2-(a-1)^2 = 4a\times 1 = 4a$

ب) $1001^2-999^2 = (1000+1)^2-(1000-1)^2 = 4\times 1000 = 4000$

$1000{,}1^2-9999^2 = (10000+1)^2-(10000-1)^2 = 4\times 10000 = 40000$

20 $(x+3)^2-1 = (x+3+1)(x+3-1) = (x+4)(x+2)$

$(2x+5)^2-9 = (2x+5-3)(2x+5+3)$

$= (2x+2)(2x+8)$

$= 2\times 2(x+1)(x+4)$

$= 4\times(x+1)(x+4)$

$(3x-4)^2-25 = (3x-4-5)(3x-4+5)$

$= (3x-9)(3x+1)$

$= 3(x-3)(3x+1)$

$(2x-1)^2-16 = (2x-1)^2-4^2 = (2x-1-4)(2x-1+4)$

$= (2x-5)(2x+3)$

$\left(5x-\sqrt{2}\right)^2-2 = \left(5x-\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}^2$

$= \left(5x-\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)\left(5x-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)$

$= 5x\left(5x-2\sqrt{2}\right)$

21 $A = 9x^2-\frac{16}{9} = (3x)^2-\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(3x-\frac{4}{3}\right)\left(3x+\frac{4}{3}\right)$

$B = (x+3)^2-25x^2 = (x+3)^2-(5x)^2$

$= (x+3-5x)(x+3+5x) = (3-4x)(6x+3) = 3(3-4x)(2x+1)$

$C = (3x+2)^2-(2x-1)^2$

$= (3x+2-2x+1)(3x+2+2x-1) = (x+3)(5x+1)$

$D = (2x-3)^2-(x+1)^2 = (2x-3-x-1)(12x-3+x+1) = (x-4)(3x-2)$

$E = 9(x+2)^2-(2x+1)^2 = \left[3(x+2)\right]^2-(2x+1)^2$

$= (3x+6-2x-1)(3x+6+2x+1)$

$= (x+5)(5x+7)$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)$$
$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)$$
$$\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)=$$
$$\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{7}{8}\times\frac{8}{9}\times\frac{9}{10}\right)\times$$
$$\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}\times\frac{7}{6}\times\frac{8}{7}\times\frac{9}{8}\times\frac{10}{9}\times\frac{11}{10}\right)=\frac{1}{10}\times\frac{11}{2}=\frac{11}{20}$$

25 1) $2^2=4$ ، $\sqrt{3}^2=3$ ، $4>3$ إذن $2>\sqrt{3}$ إذن $2-\sqrt{3}>0$

2) أ) $a^2=\sqrt{2-\sqrt{3}}^2=2-\sqrt{3}$ ، $b^2=\sqrt{2+\sqrt{3}}^2=2+\sqrt{3}$

$$ab=\sqrt{2-\sqrt{3}}\times\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\sqrt{4-3}=\sqrt{1}=1$$

ب) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+2=6$

وبما أن $a+b>0$ فإن $a+b=\sqrt{(a+b)^2}$ إذن $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

26 أ) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=\sqrt{a}^2+\sqrt{b}^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}$

$$=a+b+2\sqrt{ab}=a+b+2\sqrt{1}=a+b+2$$

ب) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=a+b+2$ و $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\in\mathbb{R}_+$ إذن

وبالتالي $\sqrt{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}=\sqrt{a+b+2}$ $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2}$

ج) $(3+\sqrt{8})(3-\sqrt{8})=3^2-\sqrt{8}^2=9-8=1$

إذن يمكن أن نستنتج من (ب) أن

$$\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}=\sqrt{3-\sqrt{8}+3+\sqrt{8}+2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

27

☒ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=1+\sqrt{5}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}+\sqrt{6}$
☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3+\sqrt{5}$	☒ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=1+2\sqrt{2}$	☒ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$
☐ $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=3-\sqrt{5}$	☐ $\sqrt{9+4\sqrt{2}}=-3+\sqrt{2}$	☐ $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{5}-\sqrt{6}$

28 1) $A=(3x+2)^2+(2x-3)(2x+3)-(2x-1)^2$

$$=9x^2+12x+4+4x^2-9-4x^2+4x-1=9x^2+16x-6$$

2) أ) $x=-\frac{1}{3}$ ، $A=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+16\times\left(-\frac{1}{3}\right)-6$

$$=9\times\frac{1}{9}-\frac{16}{3}-6=1-6-\frac{16}{3}=-5-\frac{16}{3}=-\frac{31}{3}$$

ب) $x=-\sqrt{2}$ ، $A=9\times\left(-\sqrt{2}\right)^2+16\times\left(-\sqrt{2}\right)-6$

$$=9\times2-16\sqrt{2}-6=18-6-16\sqrt{2}=12-16\sqrt{2}$$

ج) $x=\sqrt{3}-1$ ، $A=9\times\left(\sqrt{3}-1\right)^2+16\left(\sqrt{3}-1\right)-6$

$$=9\times\left(3-2\sqrt{3}+1\right)+16\sqrt{3}-16-6=9\left(4-2\sqrt{3}\right)+16\sqrt{3}-22$$
$$=36-18\sqrt{3}+16\sqrt{3}-22=36-22-2\sqrt{3}=14-2\sqrt{3}$$

29 1) أ) $9x^2+6x+1=(3x)^2+2\times3x+1=(3x+1)^2$

$$F=4(x+1)^2-36(x-2)^2=[2(x+1)]^2-[6(x-2)]^2$$
$$=(2x+2-6x+12)\times(2x+2+6x-12)$$
$$=(-4x+14)(8x-10)=2(7-2x)\times2(4x-5)$$
$$=4(7-2x)(4x-5)$$

22 أ) $E=(2x-1)^2+4x-2=(2x-1)^2+2(2x-1)$

$$=(2x-1)(2x-1+2)=(2x-1)(2x+1)$$

$$F=(x-5)(2x+7)+x^2-25=(x-5)(2x+7)+(x-5)(x+5)$$
$$=(x-5)(2x+7+x+5)=(x-5)(3x+12)=3(x-5)(x+4)$$

$$G=x^2+4x+4-5(x+2)=(x+2)^2-5(x+2)=(x+2)(x+2-5)$$
$$=(x+2)(x-3)$$

$$H=-x^2+6x-9=-(x^2-6x+9)=-(x-3)^2$$

$$I=(3x+2)^2-x^2-2x-1=(3x+2)^2-(x^2+2x+1)$$
$$=(3x+2)^2-(x+1)^2=(3x+2+x+1)(3x+2-x-1)$$
$$=(4x+3)(2x+1)$$

$$J=\left(x+\sqrt{3}\right)\left(3x-2\sqrt{3}\right)-x^2+3$$
$$=\left(x+\sqrt{3}\right)\left(3x-2\sqrt{3}\right)-\left(x^2-\sqrt{3}^2\right)$$
$$=\left(x+\sqrt{3}\right)\left(3x-2\sqrt{3}\right)-\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$$
$$=\left(x+\sqrt{3}\right)\left(3x-2\sqrt{3}-x+\sqrt{3}\right)=\left(x+\sqrt{3}\right)\left(2x-\sqrt{3}\right)$$

23

$$A=2x^2-2=2(x^2-1^2)=2(x-1)(x+1)$$
$$B=x^3-4x=x(x^2-4)=x(x^2-2^2)=x(x-2)(x+2)$$
$$C=5x^2+10x+5=5(x^2+2x+1)=5(x+1)^2$$
$$D=\frac{1}{6}x^2-x+\frac{3}{2}=\frac{1}{6}(x^2-6x+9)=\frac{1}{6}(x-3)^2$$
$$E=(x+3)x^2-9(x+3)=(x+3)(x^2-9)$$
$$=(x+3)(x-3)(x+3)=(x+3)^2(x-3)$$
$$F=4(x+1)^2-16x^2=4\left[(x+1)^2-4x^2\right]=4\left[(x+1)^2-(2x)^2\right]$$
$$=4(x+1-2x)(x+1+2x)=4(1-x)(3x+1)$$

24 أ) $1-\frac{1}{4}=1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)$ ، $1-\frac{1}{9}=1^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$

ب) $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1-\frac{1}{36}\right)\left(1-\frac{1}{49}\right)\left(1-\frac{1}{64}\right)\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)$$
$$\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)$$
$$\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$A=18x^2-2=2(9x^2-1)$ (ب

$=2((3x)^2-1^2)=2(3x-1)(3x+1)$

$A-B=2(3x+1)(3x-1)-(3x+1)^2$ (2

$=(3x+1)[2(3x-1)-(3x+1)]=(3x+1)(6x-2-3x-1)$

$=(3x+1)(3x-3)=3(3x+1)(x-1)$

30 (1 أ) $E=(\sqrt{5}-2)^2+6(\sqrt{5}-2)-7$ إذن $x=\sqrt{5}-2$

$=5-4\sqrt{5}+4+6\sqrt{5}-12-7=9-4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-19=2\sqrt{5}-10$

ب) $(x+3)^2-4^2=x^2+6x+9-16=x^2+6x-7=E$

ج) $E=(x+3)^2-4^2=(x+3-4)(x+3+4)=(x-1)(x+7)$

2) أ) $F=x^2+14x+49=x^2+2\times7x+7^2=(x+7)^2$

ب) $E-2F=(x-1)(x+7)-2(x+7)^2$

$=(x+7)(x-1-2(x+7))=(x+7)(x-1-2x-14)$

$=(x+7)(-x-15)=-(x+7)(x+15)$

31 (1 أ) $A=\left(-7+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ ، $x=-7$

$=\left(-\frac{14}{2}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=\left(-\frac{13}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=\frac{169}{4}-\frac{9}{4}=\frac{160}{4}=40$

ب) $A=\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ ، $x=\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}^2+2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{9}{4}$

$=2+\sqrt{2}-\frac{8}{4}=2+\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$

$A=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=x^2+2x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{9}{4}$ (2

$=x^2+x-\frac{8}{4}=x^2+x-2$

$A=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2$ (3

$=\left(x+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)=\left(x-\frac{2}{2}\right)\left(x+\frac{4}{2}\right)=(x-1)(x+2)$

32 (1 $A=\sqrt{3}^3+\sqrt{3}^2-\left(\sqrt{3}+1\right)$ إذن $x=\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+3-\sqrt{3}-1=2\sqrt{3}+2$

$A=x^3+x^2-(x+1)=x^2(x+1)-(x+1)$ (2

$=(x+1)(x^2-1)=(x+1)(x-1)(x+1)=(x+1)^2(x-1)$

$B=x^2-2x+1=(x-1)^2$ (3

$A+B=(x+1)^2(x-1)+(x-1)^2=(x-1)\left[(x+1)^2+(x-1)\right]$

$=(x-1)\left[x^2+2x+1+x-1\right]=(x-1)(x^2+3x)=x(x-1)(x+3)$

33 (1 أ) $A=(5x-3)^2-2(5x-3)(2x+1)+(2x+1)^2$

$=25x^2-30x+9-2(10x^2+5x-6x-3)+(4x^2+4x+1)$

$=25x^2-30x+9-20x^2+2x+6+4x^2+4x+1$

$=9x^2-24x+16$

$A=9x^2-24x+16=(3x)^2-2\times4\times3x+4^2=(3x-4)^2$ ب)

$A-25=(3x-4)^2-25=(3x-4)^2-5^2=(3x-4-5)(3x-4+5)$

$=(3x-9)(3x+1)=3(x-3)(3x+1)$

34 (1 أ) $A=9x^2-30x+25=(3x)^2-2\times3x\times5+5^2=(3x-5)^2$

ب) $A=9\left(\sqrt{2}+1\right)^2-30\left(\sqrt{2}+1\right)+25$ إذن $x=\sqrt{2}+1$

$=9\left(2+2\sqrt{2}+1\right)-30\sqrt{2}-30+25$

$=18+18\sqrt{2}+9-30\sqrt{2}-5$

$=22-12\sqrt{2}$

2) أ) $B=2(2x-1)^2+(x-2)^2-11$

$=2\left(4x^2-4x+1\right)+\left(x^2-4x+4\right)-11$

$=8x^2-8x+2+x^2-4x+4-11$

$=9x^2-12x-5$

$(3x-2)^2-9=9x^2-12x+4-9=9x^2-12x-5$

إذن $B=(3x-2)^2-9$

ب) $B=(3x-2)^2-9=(3x-2)^2-3^2$

$=(3x-2-3)(3x-2+3)=(3x-5)(3x+1)$

ج) $A+B=(3x-5)^2+(3x-5)(3x+1)$

$=(3x-5)(3x-5+3x+1)$

$=(3x-5)(6x-4)$

$=2(3x-5)(3x-2)$

35 أ) $x=\left(\sqrt{5}+2\right)^2-\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

$=\sqrt{5}^2+4\sqrt{5}+4-\left(\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2\right)$

$=5+4\sqrt{5}+4-5+3=4\sqrt{5}+7$

$y=3\left(\sqrt{3}+1\right)+\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$=3\sqrt{3}+3+\sqrt{3}^2+2\sqrt{3}+1$

$=5\sqrt{3}+3+3+1=5\sqrt{3}+7$

ب) $\left(4\sqrt{5}\right)^2=80$ و $\left(5\sqrt{3}\right)^2=75$ ، بما أن $80>75$ فإن

$4\sqrt{5}>5\sqrt{3}$ إذن $4\sqrt{5}+7>5\sqrt{3}+7$ وبالتالي $x>y$.

ج) x و y موجبان قطعا و $x>y$ إذن $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$

وبما أن $4\sqrt{5}>5\sqrt{3}$ فإن $\frac{1}{x}+5\sqrt{3}<\frac{1}{y}+4\sqrt{5}$.

36 أ) $x=\frac{10}{\sqrt{5}-1}-\frac{26}{\sqrt{5}+1}$

موقع مراجعة دروسك الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$$=\frac{10(\sqrt{5}+1)-26(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$=\frac{10\sqrt{5}+10-26\sqrt{5}+26}{5-1}$$

$$=\frac{-16\sqrt{5}+36}{4}=9-4\sqrt{5}$$

ب) $9^2=81$ و $\left(4\sqrt{5}\right)^2=80$ ، إذن $81>80$ إذن $9>4\sqrt{5}$

وبالتالي $\left(9-4\sqrt{5}\right)\in IR_+^*$ إذن $\frac{10}{\sqrt{5}-1}>\frac{26}{\sqrt{5}+1}$

2) $y=\left(1+2\sqrt{5}\right)^2-\left(5+\sqrt{5}\right)\left(5-\sqrt{5}\right)$

$=1+4\sqrt{5}+4\times5-25+5=4\sqrt{5}+1$

ب) $y-x=1+4\sqrt{5}-\left(9-4\sqrt{5}\right)=1+4\sqrt{5}-9+4\sqrt{5}=4\sqrt{5}-8$

$\left(4\sqrt{5}\right)^2=80$ و $8^2=64$ ، إذن $64<80$ إذن $8<4\sqrt{5}$

إذن $\left(4\sqrt{5}-8\right)\in IR_+^*$ وبالتالي $x<y$.

ج) $x<y$ إذن $-\frac{x}{3}>-\frac{y}{3}$ ولدينا $9>4\sqrt{5}$ إذن $-\frac{x}{3}+9>-\frac{y}{3}+4\sqrt{5}$

37 أ) $\left(\sqrt{6}-1\right)^2-2=\sqrt{6}^2-2\sqrt{6}+1-2=6-2\sqrt{6}-1=5-2\sqrt{6}$

إذن $a=\left(\sqrt{6}-1\right)^2-2$

ب) $5^2=25$ ، $\left(2\sqrt{6}\right)^2=24$ إذن $24<25$ إذن $2\sqrt{6}<5$ وبالتالي

$\left(5-2\sqrt{6}\right)\in R_+^*$ إذن a عدد موجب قطعا .

ج) $a>0$ إذن $\left(\sqrt{6}-1\right)^2-2>0$ إذن $\left(\sqrt{6}-1\right)^2-\sqrt{2}^2>0$ وبالتالي

$\sqrt{6}-1>\sqrt{2}$ إذن $\left(\sqrt{6}-1\right)\in R_+$ فإن $\sqrt{6}>1$ و بما أن $\left(\sqrt{6}-1\right)^2>\sqrt{2}^2$.

38 أ) $a^2=\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2=\frac{5+2\sqrt{5}+1}{4}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$a+1=\frac{\sqrt{5}+1}{2}+1=\frac{\sqrt{5}+1+2}{2}=\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

إذن $a^2=a+1$.

$a-1=\frac{\sqrt{5}+1}{2}-1=\frac{\sqrt{5}+1-2}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ب) $a(a-1)=a^2-a=a+1-a=1$ إذن $a=\frac{1}{a-1}$

ج) $\frac{1}{a-1}+(a-1)=a+a-1=2a-1=2\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)-1=\sqrt{5}+1-1=\sqrt{5}$

د) $-1<0<1$ إذن $a-1<a<a+1$ وبالتالي $\frac{1}{a}<a<a^2$

39 قيس المساحة المشطوبة يكتب

$AB^2-\left(DG^2+GC^2\right)=(x+2)^2-\left(2^2+x^2\right)=x^2+2x+4-4-x^2=2x$

40 قيس المساحة المشطوبة

$x^2-4\left(\frac{x}{2}\right)^2\times\pi\times\frac{1}{4}=x^2-\pi\frac{x^2}{4}=x^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

41 أ) مساحة الجزء المشطوب هي

- الفارق بين مساحة ABCD و AEFG أي a^2-b^2
- مجموع مساحة BEFK ومساحة CDGK أي $(a-b)b+a(a-b)$

ب) $(a-b)b+a(a-b)=(a-b)(a+b)$

إذن $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

42 قيس المساحة المشطوبة $y^2-4x^2=y^2-(2x)^2=(y+2x)(y-2x)$

43 أ) المساحة الجملية للشكل $x^2+2^2+(x+2)^2$

ب) $x^2+2^2+(x+2)^2=x^2+2^2+x^2+4x+4=2x^2+4x+8$

44 قيس المساحة المشطوبة $\frac{OC^2\times\pi-OA^2\times\pi}{2}+\frac{OD^2\times\pi-OB^2\times\pi}{2}$

$=\frac{(3x)^2\times\pi-x^2\times\pi}{2}+\frac{(4x)^2\times\pi-(2x)^2\times\pi}{2}$

$=\frac{\pi\left(9x^2-x^2+16x^2-4x^2\right)}{2}=10\pi x^2$

45 بما أن $AD=x$ فإن $AE=2x$ و $CF=3x$ و $DG=4x$ وبالتالي

قيس مساحة الشكل $x^2+\frac{\pi x^2}{4}+\frac{\pi(2x)^2}{4}+\frac{\pi(3x)^2}{4}+\frac{\pi(4x)^2}{4}$

$=x^2+\frac{\pi x^2}{4}+\frac{4\pi x^2}{4}+\frac{9\pi x^2}{4}+\frac{16\pi x^2}{4}$

$=x^2\left(1+\frac{\pi}{4}+\frac{4\pi}{4}+\frac{9\pi}{4}+\frac{16\pi}{4}\right)$

$=x^2\left(1+\frac{30\pi}{4}\right)=x^2\left(1+\frac{15\pi}{2}\right)$

46 قيس شعاع القرص الدائري $x\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+1)$

قيس ضلع كل من المربعين الكبيرين $(x+1)$

قيس المساحة الملونة $\left[\sqrt{2}(x+1)\right]^2\times\pi-2(x+1)^2-2x^2-2\times1^2$

$=2(x+1)^2\pi-2(x+1)^2-2\left(x^2+1\right)$

$=2(x+1)^2(\pi-1)-2\left(x^2+1\right)$

47 قيس المساحة الملونة $\left(\pi x^2-\frac{(2x)^2}{2}\right)+(x+1)^2\pi-\frac{(2x+2)^2}{2}$

$=\pi x^2-\frac{4x^2}{2}+\pi(x+1)^2-\frac{4(x+1)^2}{2}$

$=\pi x^2-2x^2+\pi(x+1)^2-2(x+1)^2$

$=x^2(\pi-2)+(x+1)^2(\pi-2)=(\pi-2)\left[x^2+(x+1)^2\right]$

48 قيس مساحة DEI $x\times\frac{x\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

قيس مساحة FIJ $2x\times\frac{2x\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}$

قيس مساحة AKJ $3x\times\frac{3x\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}x^2\sqrt{3}$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

قيس مساحة KBL $4x\times\frac{4x\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=4x^2\sqrt{3}$

قيس مساحة CLM $5x\times\frac{5x\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{25}{4}x^2\sqrt{3}$

قيس المساحة المشطوبة $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}+x^2\sqrt{3}+\frac{9}{4}x^2\sqrt{3}+4x^2\sqrt{3}+\frac{25}{4}x^2\sqrt{3}$

$=x^2\sqrt{3}\left(\frac{1}{4}+1+\frac{9}{4}+4+\frac{25}{4}\right)=x^2\sqrt{3}\left(\frac{35}{4}+\frac{20}{4}\right)=\frac{55}{4}x^2\sqrt{3}$

49 1) في الرباعي BEHF $E\hat{H}F=H\hat{E}B=E\hat{B}F=90°$ إذن الرباعي BEHF مستطيل

2) (AH) و (ED) متعامدان و (ED) و (BC) متوازيان إذن (AH) و (BC) متعامدان و بما أن BEHF مستطيل و $BE=x$ فإن $HF=x$ إذن $AF=2x$.

إذن قيس مساحة المثلث ABC يساوي $\frac{AF\times BC}{2}=\frac{2x\times(2x+3)}{2}=x(2x+3)$

وقيس مساحة المستطيل BEDC يساوي $CD\times BC=x(2x+3)$

إذن للمستطيل BEDC والمثلث ABC نفس قيس المساحة .

50 أ) قيس مساحة المثلث ABE $\frac{AB\times HE}{2}=\frac{(5+x)x}{2}$

ب) قيس مساحة المربع ABCD $AB^2=(x+5)^2$

ج) مساحة المثلث ABE تساوي سدس مساحة المربع ABCD إذن

$\frac{x(x+5)}{2}=\frac{1}{6}\times(x+5)^2$

إذن $\frac{x(x+5)\times 6}{2}=(x+5)^2$

إذن $3x(x+5)=(x+5)^2$ إذن $3x(x+5)-(x+5)^2=0$

$(x+5)(3x-x-5)=0$

$(x+5)(2x-5)=0$

أو

$2x-5=0$	$x+5=0$
$2x=5$	$x=-5$
$x=\frac{5}{2}$	غير ممكن لأن $x>0$
	إذن $x=\frac{5}{2}$.

51 أ) يمكن أن نعبر عن قيس المساحة المشطوبة بطريقتين

- مجموع قيسي مساحتي الرباعيين CJKL و AEFI إذن

$2x+1\times AE=2x+1\times(AB-1)=2x+(BC-1)$

$=2x+(x+2-1-1)=2x+x=3x$

- الفارق بين قيس مساحة DIHJ و مجموع أقيسة مساحات BEFG و GHKL و ABCD ، أي

$(2x+1)(x+2)-\left(x^2+1+(x+1)^2\right)$

$=2x^2+4x+x+2-\left(x^2+1+x^2+2x+1\right)$

$=2x^2+5x+2-2x^2-2-2x$

$=3x$

ب) $3x=21$ إذن $x=\frac{21}{3}=7cm$ وبالتالي $HJ=9cm$ و $IH=15cm$

إذن قيس مساحة DIHJ $15\times 9=135\ cm^2$

52 أ) قيس المساحة الجملية للمنصة بالديسمتر مربع

$\left[(2x+3)x+x^2\right]\times 2+(6x+3+2x+3)3x$

$=\left(2x^2+3x+x^2\right)\times 2+3x(8x+6)$

$=\left(3x^2+3x\right)\times 2+24x^2+18x$

$=6x^2+24x^2+6x+18x$

$=30x^2+24x$

أ) $x=3dm$ إذن قيس مساحة المنصة يساوي

$30\times 3^2+24\times 3=270+72=342dm^2=3{,}42m^2$

وثمنها بالدينار يساوي $3{,}42\times 69=235{,}980$

53 أ) حجم الهرم يكتب $\frac{x^2\times 3x}{3}=x^3$.

ب) إذا كان حجم الهرم يساوي $729=3^6=\left(3^2\right)^3=9^3cm^3$ فإن $x=9cm$

54 أ) قيس مساحة القطعة المتبقية للولدين

$(60-2x)(30-x)=1800-60x-60x+2x^2=1800-120x+2x^2$

ب) لكل من أحمد ومحمد قطعة قيس مساحتها

$\frac{1800-120x+2x^2}{2}=900-60x+x^2$

إذا كان عرض الممر 8 m

فإن $900-60x+x^2=900-60\times 8+8^2=900-480+64=484\ m^2$

إذا كان عرض الممر 10 m

فإن $900-60x+x^2=900-60\times 10+10^2=900-600+100=400\ m^2$

إذا كان عرض الممر 12 m

فإن $900-60x+x^2=900-60\times 12+12^2=900-720+144=324\ m^2$

وبالتالي يحصل كل من أحمد ومحمد عل قطعة أرض مساحتها تفوق أو تساوي $400\ m^2$

إذا كان عرض الممر 8 m أو 10 m

المعادلات و المتراجحات

1 أ) $-\frac{3}{4}+4\neq 0$ إذن (–4) ليس حلاّ للمعادلة (أ).

ب) $-\frac{2}{3}\times -4+1=\frac{8}{3}+1=\frac{11}{3}$ إذن (–4) حل للمعادلة (ب).

ج) $-4\sqrt{3}+1\neq -4$ إذن (–4) ليس حلا للمعادلة (ج).

د) $\frac{4}{3}\times(-4+1)=-\frac{4}{3}\times -3=4\neq -\frac{1}{3}$ إذن (–4) ليس حلا للمعادلة (د).

هـ) $\frac{5}{2}\times(-4)+1=-9$ و $3\times(-4)-1=-13$ و $-13\neq -9$

إذن (–4) ليس حلا للمعادلة (هـ).

و) $\frac{1}{3}\times(-4+2)=-\frac{2}{3}$ و $\frac{6}{5}\times -4-1=-\frac{29}{5}$

إذن (–4) ليس حلاّ للمعادلة (و).

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2 أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ خطأ

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $x=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ صواب

$-\frac{\sqrt{3}}{2}x=1$ يعني $x=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ خطأ

ب) $-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $x=-\frac{2}{5}$ خطأ

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $x=-2\sqrt{2}$ صواب

$-\frac{2}{5}x-\sqrt{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ يعني $x=\frac{5}{2}$ خطأ

3 1) نعوض x بـ $\left(-\frac{1}{4}\right)$ في العبارة $-\frac{3}{4}+x$ ونحسب

$-\frac{3}{4}+x=-\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{4}{4}=-1$

إذن $\left(-\frac{1}{4}\right)$ هو حل للمعادلة $-\frac{3}{4}+x=-1$

2) $5x=-2$ إذن $x=-\frac{2}{5}$ إذن $\frac{1}{5}$ ليس حلاّ للمعادلة $5x=-2$.

3) نعوض x بـ $5\sqrt{2}$ في العبارة $x\sqrt{2}-9$ ونحسب

$x\sqrt{2}-9=5\sqrt{2}\sqrt{2}-9=10-9=1$

إذن $5\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة $x\sqrt{2}-9=1$

4) $2x-\pi=x-1$ إذن $2x-x=\pi-1$ إذن $x=\pi-1$

إذن $\pi-2$ ليس حلاّ للمعادلة $2x-\pi=x-1$

5) نعوض x بـ (-3) ثم بـ 1 في العبارة $2x^2+5x-3$ ونحسب

$2x^2+5x-3=2\times(-3)^2+5\times(-3)-3=2\times9-15-3=3-3=0$

إذن -3 هو حل للمعادلة $2x^2+5x-3=0$.

$2x^2+5x-3=2\times1^2+5\times1-3=2+5-3=4$ إذن 1 ليس حلاّ للمعادلة $2x^2+5x-3=0$

4 أ) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-x=0$ يعني $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $S_{IR}=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

ب) $-16x=-8\sqrt{2}$ إذن $x=\frac{-8\sqrt{2}}{-16}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ إذن $S_{IR}=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ج) $x+\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ إذن $x=-\frac{1}{2}\sqrt{3}-\sqrt{3}=-\frac{1}{2}\sqrt{3}-\frac{2}{2}\sqrt{3}=-\frac{3}{2}\sqrt{3}$

إذن $S_{IR}=\left\{-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right\}$

د) $2x+\frac{3}{5}x=-4$ إذن $-\frac{3}{5}x=4+2x$ إذن $\frac{10}{5}x+\frac{3}{5}x=-4$

إذن $\frac{13}{5}x=-4$ إذن $x=-4\times\frac{5}{13}=-\frac{20}{13}$ $S_{IR}=\left\{-\frac{20}{13}\right\}$

هـ) $-\sqrt{3}-\frac{2}{5}-x=-\frac{3}{2}$ إذن $x=\frac{3}{2}-\sqrt{3}-\frac{2}{5}=\frac{15}{10}-\frac{4}{10}-\sqrt{3}=\frac{11}{10}-\sqrt{3}$

$S_{IR}=\left\{\frac{11}{10}-\sqrt{3}\right\}$

و) $x\sqrt{3}+3=\frac{2}{3}x\sqrt{3}$ إذن $\frac{3}{3}\sqrt{3}x-\frac{2}{3}\sqrt{3}x=-3$ إذن $\frac{\sqrt{3}}{3}x=-3$

إذن $x=-3\times\frac{3}{\sqrt{3}}=-3\sqrt{3}$ $S_{IR}=\left\{-3\sqrt{3}\right\}$

5 مجموع أقيسة متوازي الأضلاع يساوي 360° وكل زاويتين متتاليتين متكاملتان

إذ ن $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}x=180$ يعني $\frac{5}{4}x=180$ إذن $x=\frac{180}{\frac{5}{4}}=180\times\frac{4}{5}=144$

إذن $\hat{A}=\hat{C}=108°$ و $\hat{B}=\hat{D}=72°$

6 نعتبر x عدد تلاميذ السنوات السابعة إذن عدد تلاميذ السنوات الثامنة يساوي $1256-x$ وعدد تلاميذ السنوات التاسعة يساوي $1143-x$

وبالتالي عدد تلاميذ السنوات الثامنة و التاسعة معا يساوي

$(1256-x)+(1143-x)=1007$

إذن $1256-x+1143-x=1007$

إذن $2399-2x=1007$

إذن $2x=2399-1007=1392$

إذن $x=\frac{1392}{2}=696$

وبالتالي عدد تلاميذ السنوات الثامنة يساوي $1256-696=560$ و عدد تلاميذ السنوات التاسعة يساوي $1143-696=447$

7 نعتبر x عدد قطع الحلوى ذ ات 25g إذن عدد قطع الحلوى ذات 50g هي $11-x$ إذن $25x+50(11-x)=450$ إذن

$25x+550-50x=450$ إذن $-25x=450-550$ أي $-25x=-100$

وبالتالي $x=4$ أي 4 قطع ذات 25g و 7 قطع ذات 50g .

8 أ) $3(1-x)=2x+6$ يعني $3-3x=2x+6$ يعني

$2x+3x=3-6$ أي $5x=-3$ يعني $x=-\frac{3}{5}$ $S_R=\left\{-\frac{3}{5}\right\}$

ب) $\frac{3}{8}\left(x+\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}x-5$ يعني $\frac{3}{8}x+\frac{3}{20}=\frac{1}{2}x-5$

$\frac{3}{8}x-\frac{4}{8}x=-\frac{100}{20}-\frac{3}{20}$ أي $-\frac{1}{8}x=-\frac{103}{20}$ يعني

$x=-\frac{103}{20}\times(-8)$ أي $x=\frac{206}{5}$ ، $S_{IR}=\left\{\frac{206}{5}\right\}$ يعني

ج) $\frac{-x+4}{3}=\frac{4-3x}{5}$ يعني $5(-x+4)=3(4-3x)$

$-5x+20=12-9x$ يعني $-5x+9x=12-20$ يعني

$4x=-8$ يعني $x=-2$ ، $S_{IR}=\{-2\}$ أي

د) $\sqrt{3}\left(\sqrt{6}x-4\right)=2\left(x\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

$\sqrt{18}x-4\sqrt{3}=2x\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ يعني

$3\sqrt{2}x-2\sqrt{2}x=-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$ يعني $x\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ يعني

$x=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$ يعني $S_{IR}=\left\{\sqrt{6}\right\}$ ،

هـ) $\left(3x-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{5}{3}x+1\right)=2x$

يعني $3x-\frac{1}{7}-\frac{5}{3}x-1=2x$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

يعني $\frac{9}{3}x-\frac{5}{3}x-\frac{6}{3}x=\frac{7}{7}+\frac{1}{7}$

يعني $-\frac{2}{3}x=\frac{8}{7}$ ، $x=-\frac{12}{7}$ ، $S_{IR}=\left\{-\frac{12}{7}\right\}$

9 أ) $\frac{3}{4}x\left(x-\sqrt{5}\right)=0$ يعني ($x=0$ أو $x-\sqrt{5}=0$ أي $x=\sqrt{5}$)

$S_{IR}=\{0,\sqrt{5}\}$

ب) $\left(\frac{1}{2}-x\right)(2x-1)=0$ يعني ($\frac{1}{2}-x=0$ أو $2x-1=0$)

أي $x=\frac{1}{2}$ أو ($2x=1$ أي $x=\frac{1}{2}$) ، $S_{IR}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

ج) $\frac{2x-\sqrt{5}}{7}=0$ يعني $2x-\sqrt{5}=0$ أي $2x=\sqrt{5}$

يعني $x=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ، $S_{IR}=\left\{\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$

د) $\frac{5x-6}{9}=1$ يعني $5x-6=9$ يعني $5x=15$ أي $x=3$ ، $S_R=\{3\}$

هـ) $\left(2x-\sqrt{2}\right)^2=0$ يعني $2x-\sqrt{2}=0$ يعني $2x=\sqrt{2}$

أي $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $S_{IR}=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

و) $\left(\frac{1}{3}x+5\right)^2=0$ يعني $\frac{1}{3}x+5=0$ يعني $\frac{1}{3}x=-5$

أي $x=-15$ ، $S_{IR}=\{-15\}$.

10 أ) $x^2=4$ يعني $x^2-4=0$ يعني $(x-2)(x+2)=0$

يعني $x=2$ أو $x=-2$ ، $S_{IR}=\{2,-2\}$

ب) $x^2-8=0$ يعني $\left(x-\sqrt{8}\right)\left(x+\sqrt{8}\right)=0$

يعني $x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{8}=-2\sqrt{2}$ ، $S_{IR}=\left\{2\sqrt{2},-2\sqrt{2}\right\}$

ج) $4x^2+28x+49=0$ يعني $(2x+7)^2=0$

يعني $2x+7=0$ يعني $2x=-7$ يعني $x=-\frac{7}{2}$ ، $S_{IR}=\left\{-\frac{7}{2}\right\}$

د) $2x^2-10x\sqrt{2}+25=0$ يعني $\left(x\sqrt{2}-5\right)^2=0$

يعني $x\sqrt{2}-5=0$ يعني $x\sqrt{2}=5$ يعني $x=\frac{5}{\sqrt{2}}$ ، $S_{IR}=\left\{\frac{5}{\sqrt{2}}\right\}$

هـ) $\frac{x^2}{9}-4x=-36$ يعني $\frac{x^2}{9}-4x+36=0$ يعني $\left(\frac{x}{3}-6\right)^2=0$

يعني $\frac{1}{3}x-6=0$ يعني $\frac{1}{3}x=6$ يعني $x=18$ ، $S_{IR}=\{18\}$

و) $\frac{x^2}{4}+4x=-16$ يعني $\frac{x^2}{4}+4x+16=0$ يعني $\left(\frac{x}{2}+4\right)^2=0$

يعني $\frac{1}{2}x+4=0$ يعني $\frac{1}{2}x=-4$ يعني $x=-8$ ، $S_{IR}=\{-8\}$.

11 أ) $(x+1)^2-x^2+5=0$ يعني $x^2+2x+1-x^2+5=0$

يعني $2x+6=0$ يعني $2x=-6$ يعني $x=-3$ ، $S_{IR}=\{-3\}$

ب) $3x(x-3)-\frac{1}{2}\left(6x^2-\frac{2}{5}\right)=1$ يعني $3x^2-9x-3x^2+\frac{1}{5}=1$

يعني $-9x=1-\frac{1}{5}$ يعني $-9x=\frac{4}{5}$ ، $x=\frac{-4}{45}$ يعني $S_{IR}=\left\{-\frac{4}{45}\right\}$

12 أ) $(x+3)(x-2)+5(x-2)=0$

يعني $(x-2)(x+3+5)=0$ يعني $x-2=0$ أو $x+8=0$

يعني $x=2$ أو $x=-8$ ، $S_{IR}=\{2,-8\}$

ب) $(x+3)(x-2)+(x-3)(x+3)=0$ يعني

$(x+3)(x-2+x-3)=0$ يعني $(x+3)(2x-5)=0$

يعني $x+3=0$ أو $2x-5=0$ يعني $x=-3$ أو $2x=5$

يعني $x=-3$ أو $x=\frac{5}{2}$ ، $S_{IR}=\left\{-3,-\frac{1}{2}\right\}$

ج) $(x+3)^2-1=0$ يعني $(x+3)^2-1^2=0$

يعني $(x+3+1)(x+3-1)=0$

يعني $(x+4)(x+2)=0$

يعني $x+4=0$ أو $x+2=0$

يعني $x=-4$ أو $x=-2$

د) $(2x+3)^2=(x+2)^2$ يعني $(2x+3)^2-(x+2)^2=0$

يعني $[(2x+3)-(x+2)][(2x+3)+(x+2)]=0$

يعني $(2x+3-x-2)(2x+3+x+2)=0$

يعني $(3x+5)(x+1)=0$ يعني $3x+5=0$ أو $x+1=0$

يعني $3x=-5$ أو $x=-1$ يعني $x=-\frac{5}{3}$ أو $x=-1$

$S_{IR}=\left\{-1,-\frac{5}{3}\right\}$.

13 مساحة المثلث IML تساوي $\frac{IM\times IK}{2}=\frac{4x}{2}=2x$

مساحة المثلث MJN تساوي $\frac{JM\times JN}{2}=\frac{2(6-x)}{2}=6-x$

إذن $6-x=\frac{1}{3}\times 2x$ إذن $\frac{2}{3}x+x=6$ إذن $\frac{5}{3}x=6$ إذن $x=\frac{18}{5}$

14 1) قيس المساحة المشطوبة يساوي قيس مساحة المثلث ABM إذن قيس مساحة المثلث ABM يساوي نصف قيس مساحة القرص الدائري المحدد بـ C .

إذن $\frac{\pi R^2}{2}=\frac{MH\times AB}{2}$ إذن $\frac{\pi R^2}{2}=MH\times AB$ إذن $\frac{\pi\times 2^2}{2}=MH\times 4$

إذن $MH=\frac{\pi}{2}$ وبالتالي $\frac{\pi}{2}\times 4=MH\times 4$

2) المثلث OHM قائم الزاوية في H إذن $OM^2=OH^2+HM^2$

إذن $2^2=OH^2+\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$ إذن $OH^2=2^2-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2=4-\frac{\pi^2}{4}=\frac{16-\pi^2}{4}$

وبالتالي $OH=\sqrt{\frac{16-\pi^2}{4}}=\frac{\sqrt{16-\pi^2}}{2}$.

15 أ) $\frac{10}{3}=3+\frac{1}{3}$ إذن $3<\frac{10}{3}<4$

إذن $-\frac{15}{4}=-\frac{16}{4}+\frac{1}{4}$ إذن $-4\le -\frac{15}{4}\le -3$

ب) $\pi=3{,}1459\cdots$ إذن $3<\pi<4$ وهو حصر لـ π مداه 1.

$3{,}1<3{,}145\cdots$ و $3{,}2>3{,}1459\cdots$ إذن $3{,}1<\pi<3{,}2$

وهو حصر لـ π مداه 0,1

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$3,14 < 3,1459\cdots$ و $3,15 > 3,1459\cdots$

إذن $3,14 < \pi < 3,15$ وهو حصر لـ π مداه $0,01 = 10^{-2}$

$3,145 < 3,1459\cdots$ و $3,146 > 3,1459\cdots$

إذن $3,145 < \pi < 3,146$ وهو حصر لـ π مداه

$3,146 - 3,145 = 0,001 = 10^{-3}$

ج) $\sqrt{11} = 3,3166\cdots$ إذن $3 < \sqrt{11} < 4$ وبالتالي $2 < \sqrt{11} < 7$

وهو حصر لـ $\sqrt{11}$ مداه $7 - 2 = 5$

$3,3 < \sqrt{11}$ و $3,8 > \sqrt{11}$ إذن $3,3 < \sqrt{11} < 3,8$ وهو حصر

لـ $\sqrt{11}$ مداه: $3,8 - 3,3 = 0,5 = \frac{1}{2}$

$3,3 < \sqrt{11}$ و $3,4 > \sqrt{11}$ إذن $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$

وهو حصر لـ $\sqrt{11}$ مداه $0,1 = 10^{-1}$

$3,3166 < \pi$ و $3,3167 > 3,3166$

أي $3,3167 > \pi$ وبالتالي $3,3166 < \pi < 3,3167$

وهو حصر لـ π مداه $3,3167 - 3,3166 = 0,0001 = 10^{-4}$.

16 ☐ $-4 \le x+y \le -7$ ، ☐ $5 \le x+y \le 6$ ، ☒ $4 \le x+y \le 7$

☐ $2 \le x-y \le 3$ ، ☒ $1 \le x-y \le 4$ ، ☐ $-2 \le x-y \le -3$

☐ $-12 \le xz \le -15$ ، ☒ $-20 \le xz \le -9$ ، ☐ $9 \le xz \le 20$

☐ $3 \le \frac{x}{y} \le \frac{5}{2}$ ، ☒ $\frac{3}{2} \le \frac{x}{y} \le 5$ ، ☒ $-10 \le -2x \le -6$

☐ $-16 \le z^2 \le -9$ ، ☒ $9 \le x^2 \le 25$ ، ☐ $\frac{1}{3} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{5}$

17 $\frac{2}{3} \le x \le \frac{5}{4}$ و $\frac{1}{6} \le y \le \frac{3}{2}$

1) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \le x+y \le \frac{3}{2} + \frac{5}{4}$ إذن $\frac{5}{6} \le x+y \le \frac{11}{4}$

$12 \times \frac{2}{3} + 3 \le 12x+3 \le 12 \times \frac{5}{4} + 3$ إذن $11 \le 12x+3 \le 18$

$6 \times \frac{1}{6} - 1 \le 6y-1 \le 6 \times \frac{3}{2} - 1$ إذن $0 \le 6y-1 \le 8$

2) $-\frac{3}{2} \le -y \le -\frac{1}{6}$ إذن $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \le x-y \le \frac{5}{4} - \frac{1}{6}$

أي $-\frac{5}{6} \le x-y \le \frac{13}{12}$ وبما أن $(x-y)$

هو مقابل $(y-x)$ فإن $-\frac{13}{12} \le y-x \le \frac{5}{6}$

لدينا $\frac{2}{3} \le x \le \frac{5}{4}$ و $-\frac{3}{2} \le -y \le -\frac{1}{6}$ إذن $8 \le 12x \le 15$

و $-9 \le -6y \le -1$ وبالتالي $8-9 \le 12x-6y \le 15-1$

$-1 \le 12x-6y \le 14$

3) $\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \le xy \le \frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$ إذن: $\frac{1}{9} \le xy \le \frac{15}{8}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \le x^2 \le \left(\frac{5}{4}\right)^2$ إذن $\frac{4}{9} \le x^2 \le \frac{25}{16}$

وبما أن $x(x+y) = x^2 + xy$ فإن

$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} \le x(x+y) \le \frac{15}{8} + \frac{25}{16}$ إذن $\frac{5}{9} \le x(x+y) \le \frac{55}{16}$

4) $\frac{2}{3} \le \frac{1}{y} \le 6 \times \frac{5}{4}$ إذن $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \le \frac{x}{y} \le 6 \times \frac{5}{4}$ وبالتالي $\frac{4}{9} \le \frac{x}{y} \le \frac{15}{2}$

إذن $\frac{2}{15} \le \frac{y}{x} \le \frac{9}{4}$

18 1) نعتبر x إنتاج شجرة اللوز بالكيلوغرام إذن $25 \le x \le 40$

إذن $25 \times 150 \le P \le 40 \times 150$ إذن $3750 \le P \le 6000$.

2) نعتبر ثمن الكيلوغرام الواحد بالدينار $2,4 \le y \le 3,8$ إذن

$3750 \times 2,4 \le V \le 6000 \times 3,8$ إذن $9000 \le V \le 22800$.

3) بما أن مصروف كل شجرة بالدينار 1,5 فإن المصروف الجملي هو

$1,5 \times 150 = 225$.

إذن فإن المبلغ المتبقي R يحقق $225 - 22800 \le R \le 225 - 9000$ أي

$8775 \le R \le 22575$

19 1) $1,414\cdots > 1,41$ إذن $\sqrt{2} > 1,41$ و $1,42 > 1,414\cdots$ إذن

$\sqrt{2} < 1,42$

وبالتالي $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ مدى هذا الحصر هو $1,42 - 1,41 = 0,01 = 10^{-2}$

$2,23 < 2,236\cdots < 2,24$ إذن $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

وهو حصر لـ $\sqrt{5}$ مداه $2,24 - 2,23 = 0,01 = 10^{-2}$

2) $1,41 + 2,23 < \sqrt{2} + \sqrt{5} < 1,42 + 2,24$ أي $3,64 < \sqrt{2} + \sqrt{5} - 3,66$

$-1,42 < -\sqrt{2} < -1,41$

إذن $2,23 - 1,42 < \sqrt{5} - \sqrt{2} < 2,24 - 1,41$ $0,81 < \sqrt{5} - \sqrt{2} < 0,83$

$\sqrt{10} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$ إذن $1,41 \times 2,23 < \sqrt{10} < 1,42 \times 2,24$

إذن $3,1443 < \sqrt{10} < 3,1808$

$\frac{1}{1,42} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,41}$ إذن $0,7042253 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0,7092198$ أو

$0,7 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0,71$

3) $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{10}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{10}} = \frac{5 \times 2 \times \sqrt{5}}{2 \times 5 \times \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$

لدينا $0,70 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0,71$ و $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

إذن $1,561 < \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} < 1,5904$ وبالتالي $1,561 < \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} < 1,5904$

4) $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ إذن $4,23 < 3\sqrt{2} < 4,26$

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ و $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

إذن $2 \times 2,23 < \sqrt{20} < 2 \times 2,24$ إذن $4,46 < \sqrt{20} < 4,48$

$\sqrt{8} \times \sqrt{45} = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{5} = 6\sqrt{10}$ ولدينا $3,1443 < \sqrt{10} < 3,1808$

إذن $6 \times 3,1443 < \sqrt{8} \times \sqrt{45} < 6 \times 3,1808$

$18,8658 < \sqrt{8} \times \sqrt{45} < 19,0848$

20 القطعة الأولى: قيس محيطها يكتب $2 \times (a+b)$

وقيس مساحتها $a \cdot b$ $20,3 \le a \le 20,4$

و $11,1 \le b \le 11,2$

إذن $20,3 + 11,1 \le a+b \le 20,4 + 11,2$

أي $31,4 \le a+b \le 31,6$

وبالتالي $62,8 \le 2 \times (a+b) \le 63,2$

و $11,1 \times 20,3 \le a \cdot b \le 11,2 \times 20,4$ أي $225,33 \le ab \le 228,48$

القطعة الثانية : قيس محيطها $4 \times a$ وقيس مساحتها a^2

$20,3 \le 4 \times a \le 4 \times 20,4$ أي $81,2 \le 4a \le 81,6$

و $(20,3)^2 \le a^2 \le (20,4)^2$ أي $412,09 \le a^2 \le 416,16$

القطعة الثالثة: قيس محيطها: $2 \times (10+b) = 20 + 2b$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

و قيس مساحتها $10\times b$

$42,2\le 20+2b\le 42,4$ أي $20+2\times 11,1\le 20+2b\le 20+2\times 11,2$

و $11,1\times 10\le 10b\le 11,2\times 10$ أي $111\le 10b\le 112$

21 قيس طول دائرة شعاعها r يكتب $2\times\pi\times r$

وقيس مساحة قرص دائري شعاعه r يكتب $\pi\times r^2$

$3,14\le\pi\le 3,15$ إذن $6,28\le 2\pi\le 6,3$

$5,1\le r\le 5,11$ إذن $6,28\times 5,1\le 2\pi\times r\le 6,3\times 5,11$

$$\boxed{32,028\le 2\pi\times r\le 32,193}$$

$(5,1)^2\le r^2\le (5,11)^2$ أي $26,01\le r^2\le 26,1121$

ولدينا $3,14\le\pi\le 3,15$

إذن $26,01\times 3,14\le \pi r^2\le 26,1121\times 3,15$

$$\boxed{81,6714\le \pi r^2\le 82,253115}$$

22 $a=\dfrac{b\times h}{2}$ حيث h قيس ارتفاع المثلث إذن $h=\dfrac{2a}{b}$

ولدينا: $13\le a\le 17$ و $5,1\le b\le 5,2$

إذن $26\le 2a\le 34$ و $\dfrac{10}{51}\le\dfrac{1}{b}\le\dfrac{10}{52}$ أي $\dfrac{5}{26}\le\dfrac{1}{b}\le\dfrac{10}{51}$

وبالتالي $\dfrac{5}{26}\times 26\le\dfrac{2a}{b}\le\dfrac{10}{51}\times 34$

إذن $5\le\dfrac{2a}{b}\le\dfrac{20}{3}$ إذن $5\le h\le\dfrac{20}{3}$

23 1) $\dfrac{2}{6}-\dfrac{9}{6}\le x+y\le 2+1$ إذن $\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}\le x+y\le 3$

وبالتالي $-\dfrac{7}{6}\le x+y\le 3$ ومدى الحصر $\dfrac{25}{6}$

$-\dfrac{1}{3}\le -y\le 2$ إذن $-2\le x-y\le 1-\dfrac{1}{3}$ وبالتالي $-\dfrac{7}{2}<-\dfrac{2}{3}$

ومدى الحصر $\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{7}{2}\right)=\dfrac{4}{6}+\dfrac{21}{6}=\dfrac{25}{6}$

2) أ) $3\le 2x-3\le 2\times 1-3$ إذن $2\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)-3\le 2x-3\le -1$

ومدى الحصر $-1-(-6)=-1+6=5$

$-4\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\le -4x\le -4\times 1$ أي $6\le -4x\le -4$

وبالتالي $5+6\le -4x+5\le -4+5$ إذن $11\le -4x+5\le 1$

ومدى الحصر $11-1=10$

ب) بما أن: $-1\le 2x-3\le -6$ فإن $(2x-3)\in\mathbb{R}_-$

وبما أن $1\le -4x+5\le 11$ فإن $(-4x+5)\in\mathbb{R}_+$

وبالتالي $|2x-3|-|-4x+5|=-2x+3-(-4x+5)$

$=-2x+3+4x-5=2x-2$

24 1) * $\dfrac{2}{3}\le x\le\dfrac{5}{2}$ و $-\dfrac{4}{3}\le y\le -\dfrac{1}{2}$

إذن $-\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}\le x+y\le -\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}$ إذن $-\dfrac{2}{3}\le x+y\le 2$

* $-2\le\dfrac{1}{y}\le -\dfrac{3}{4}$

* $\dfrac{2}{3}\le x\le\dfrac{5}{2}$ و $\dfrac{3}{4}\le -\dfrac{1}{y}\le 2$ إذن $\dfrac{1}{2}\le -\dfrac{x}{y}\le 5$ إذن $-5\le\dfrac{x}{y}\le -\dfrac{1}{2}$

2) * $\dfrac{4}{9}\le x^2\le\dfrac{25}{4}$.

* $\dfrac{1}{3}\le -xy\le\dfrac{10}{3}$ إذن $\dfrac{1}{2}\le -y\le\dfrac{4}{3}$ و $\dfrac{2}{3}\le x\le\dfrac{5}{2}$

إذن $-\dfrac{10}{3}\le xy\le -\dfrac{1}{3}$

لا يمكن لنا ضرب حصر $x+y$ في حصر x .

ولنا $x(x+y)=x^2+xy$ إذن $\dfrac{4}{9}+\left(-\dfrac{10}{3}\right)\le x^2+xy\le\dfrac{25}{4}+\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

إذن $-\dfrac{26}{9}\le x(x+y)\le\dfrac{71}{12}$.

25 1) $1,5\le b\le 1,6$ حصر لـ b مداه $1,6-1,5=0,1=10^{-1}$.

2) * $-1\le a\le -\dfrac{5}{2}$ و $-1,5\le -b\le -1,6$ إذن

$-1+(-1,5)\le a+(-b)\le -\dfrac{5}{2}+(-1,6)$ إذن

$-2,5\le -b\le -4,1$.

* $1\le a-1\le\dfrac{5}{2}$ و $1,5\le b\le 1,6$ إذن

$1,5\times 1\le -a\times b\le 1,6\times\dfrac{5}{2}$ إذن $1,5\le -a\times b\le 4$ إذن $-4\le ab\le -1,5$

* $1\le\dfrac{1}{a}\le\dfrac{2}{5}$ و $1,5\le b\le 1,6$ إذن $\dfrac{2}{5}\le -\dfrac{1}{a}\times b\le 1\times 1,6$ إذن $\dfrac{2}{5}\times 1,5\le -\dfrac{1}{a}\times b\le -1,6$.

إذن $-1,6\le -\dfrac{b}{a}\le -\dfrac{3}{5}$ إذن $\dfrac{3}{5}\le -\dfrac{b}{a}\le 1,6$.

3) أ) $-1\le a\le -\dfrac{5}{2}$ إذن $-1-1\le a-1\le -\dfrac{5}{2}-1$

إذن $-2\le a-1\le -\dfrac{7}{2}$ إذن $(a-1)$ عدد سالب قطعا إذن هو مخالف للصفر .

ب) $-2\le a-1\le -\dfrac{7}{2}$ إذن $-\dfrac{2}{7}\le\dfrac{1}{a-1}\le -\dfrac{1}{2}$.

ج) $E=\dfrac{a+2}{a-1}=\dfrac{a-1+3}{a-1}=1+\dfrac{3}{a-1}$.

د) $-\dfrac{2}{7}\le\dfrac{1}{a-1}\le -\dfrac{1}{2}$ إذن $-\dfrac{6}{7}\le\dfrac{3}{a-1}\le -\dfrac{3}{2}$ إذن

$1-\dfrac{6}{7}\le 1+\dfrac{3}{a-1}\le 1-\dfrac{3}{2}$ إذن $\dfrac{1}{7}\le E\le -\dfrac{1}{2}$.

26 1) $1\le x\le 4$ إذن $1-2\le x-2\le 4-2$ إذن $-1\le x-2\le 2$.

2) أ) $B=(x-2)^2-9=(x-2-3)(x-2+3)=(x-5)(x+1)$

ب) $1\le x\le 3$ إذن $1-5\le x-5\le 4-5$ أي $-4\le x-5\le -1$

إذن $4\ge -(x-5)\ge -1$ و $5\ge x+1\ge 2$ إذن

$2\le -(x-5)(x+1)\le 20$ أي $1\times 2\le -(x-5)(x+1)\le 4\times 5$

إذن $-20\le B\le -2$.

27 1) $x^2-x+\dfrac{1}{4}=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ و $-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{1}{4}$

إذن $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}<x-\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}$ أي $-1<x-\dfrac{1}{2}<-\dfrac{1}{4}$

إذن $\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2<\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2<(-1)^2$ أي $\dfrac{1}{16}<\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2<1$.

2) $\dfrac{1}{2}<y<\dfrac{5}{4}$ إذن $\dfrac{1}{2}-1<y-1<\dfrac{5}{4}-1$ أي $-\dfrac{1}{2}<y-1<\dfrac{1}{4}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

وعاما أن $(y-1)^2 = y^2-2y+1$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < y^2 < \left(\frac{5}{4}\right)^2$ أي

$\frac{1}{4} < y^2 < \frac{25}{16}$ و $\frac{1}{2}\times(-2) < -2y < \frac{5}{4}\times(-2)$ أي $-\frac{5}{2} < -2y < -1$

إذن $\frac{1}{4}-\frac{5}{2}+1 < y^2-2y+1 < \frac{25}{16}-1+1$ أي $-\frac{5}{4} < (y-1)^2 < \frac{25}{16}$

وبما أن $(y-1)^2$ عدد موجب فإن $0 < (y-1)^2 < \frac{25}{16}$.

3) $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$ و $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2} < y < \frac{5}{4}$

إذن $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2} < x+y < \frac{1}{4}+\frac{5}{4}$ أي $0 < x+y < \frac{3}{2}$ و $-\frac{5}{4} < -y < -\frac{1}{2}$

إذن $-\frac{5}{4}-\frac{1}{2} < x+-y < -\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ إذن $-\frac{7}{4} < x-y < -\frac{1}{4}$

إذن $\frac{1}{4} < -(x-y) < \frac{7}{4}$ و بالتالي $\frac{1}{4}\times 0 < -(x-y)\times(x+y) < \frac{7}{4}\times\frac{3}{2}$ إذن

$0 < -(x^2-y^2) < \frac{21}{8}$ أي $\frac{1}{4}\times 0 < -(x-y)\times(x+y) < \frac{7}{4}\times\frac{3}{2}$

وبالتالي $-\frac{21}{8} < x^2-y^2 < 0$.

28

حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x	حصر لـ x	مجال ينتمي إليه العدد x
$-1 \le x \le 5$	$x \in [-1,5]$	$-3 < x \le \frac{2}{3}$	$x \in]-3,\frac{2}{3}]$
$3 < x < \frac{7}{2}$	$x \in]3,\frac{7}{2}[$	$x \le \sqrt{3}$	$x \in]-\infty,\sqrt{3}]$
$x < -\sqrt{3}$	$x \in]-\infty,-\sqrt{3}[$	$x \le -1$	$x \in]-\infty,-1]$
$-\frac{1}{2} \le x < \frac{5}{3}$	$x \in [-\frac{1}{2},\frac{5}{3}[$	$x \ge 1$	$x \in [1,+\infty[$
$x \ge \frac{\sqrt{5}}{2}$	$x \in [\frac{5}{2},+\infty[$	$x > -2$	$x \in]-2,+\infty[$

29 1) $5 \in [5,11[$ ، $2 \notin]2,+\infty[$ ، $\sqrt{2} \in]1,2[$ ،
$-3 \notin]-2,3[$

$\frac{1}{2} \in]0,4;\frac{3}{2}[$ ، $-\sqrt{3} \notin [-3;-2]$ ، $-\frac{7}{3} \in]-\infty;-1[$ ،
$-\frac{3}{4} \notin]-\frac{2}{5};+\infty[$.

2) $[-1,2] \subset [-2,+\infty[$ ، $[-1,2] \not\subset]-\infty,1[$ ،
$]-2,1] \not\subset [-2,1[$

$[-2,+\infty[\subset [1,+\infty[$ ، $]-2,1] \subset [-2,1[$ ،
$[-2,-1] \subset]-3,1[$

30 * $\sqrt{6} \in]\frac{12}{5},\frac{5}{2}[$ يعني $\frac{12}{5} < \sqrt{6} < \frac{5}{2}$

$\sqrt{5} \in]\frac{11}{5};2,3[$ يعني $\frac{11}{5} < \sqrt{5} < 2,3$ إذن .

$\frac{23}{5} < \sqrt{5}+\sqrt{6} < 4,8$ أي $\frac{11}{5}+\frac{12}{5} < \sqrt{5}+\sqrt{6} < \frac{5}{2}+2,3$

*وبما أن $-2,3 < -\sqrt{5} < -\frac{11}{5}$ فإن $-2,3+\frac{12}{5} < \sqrt{6}-\sqrt{5} < -\frac{11}{5}+\frac{5}{2}$

إذن $0,1 < \sqrt{6}-\sqrt{5} < \frac{3}{10}$

* $\frac{12}{5} < \sqrt{6} < \frac{5}{2}$ و $\frac{11}{5} < \sqrt{5} < 2,3$ إذن $\frac{11}{5}\times\frac{12}{5} < \sqrt{5}\sqrt{6} < 2,3\times\frac{5}{2}$

إذن $\frac{132}{25} < \sqrt{30} < 5,75$.

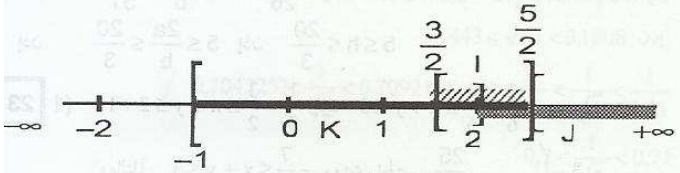
* $\frac{12}{5} < \sqrt{6} < \frac{5}{2}$ و $\frac{10}{23} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{5}{11}$ إذن $\frac{10}{23}\times\frac{12}{5} < \frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{6} < \frac{5}{11}\times\frac{5}{2}$

إذن $\frac{24}{23} < \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} < \frac{25}{22}$ أي $\frac{24}{23} < \sqrt{1,2} < \frac{25}{22}$.

31 1) $(\sqrt{3})^2 = 3 = \frac{12}{4}$ و $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ و $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

بما أن $\frac{9}{4} \le 3 < \frac{25}{4}$ فإن $\frac{3}{2} \le \sqrt{3} < \frac{5}{2}$ وبالتالي $\sqrt{3} \in I$

2) $I = [\frac{3}{2},\frac{5}{2}[$ $J =]2,+\infty[$ $K = [-1,\frac{5}{2}]$



3) $I \cap J =]2,\frac{5}{2}[$ ، $I \cap K = [\frac{3}{2};\frac{5}{2}[$ ، $J \cap K =]2,\frac{5}{2}]$

$I \cup J = [\frac{3}{2};+\infty[$ ، $I \cup K = [-1;\frac{5}{2}] = K$ ، $K \cap Z_- = \{-1,0\}$

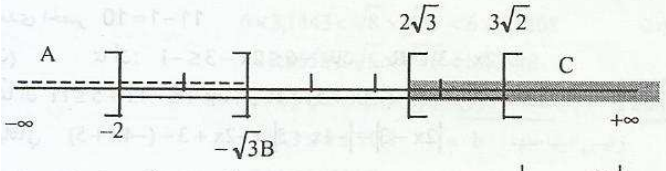
$K \cap \mathbb{R}_-^* = [-1,0[$ ، $I \cap Z = \{2\}$ ، $J \cap \{-5,-3;-2,3,5\} = \{3,5\}$

32 1) $(2\sqrt{3})^2 = 4\times 3 = 12$ و $(3\sqrt{2})^2 = 9\times 2 = 18$

بما أن $12 < 18$ فإن $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ وبما أن $4 > 3$ فإن $2 > \sqrt{3}$

إذن $-2 < -\sqrt{3}$ وبالتالي $-2 < -\sqrt{3} < 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

2)



3) $A \cap B =]-2,-\sqrt{3}]$ ، $A \cap C = \varnothing$ ، $B \cup C =]-2,+\infty[$

4) بما أن $2 < 3$ فإن $-\sqrt{2} > -\sqrt{3}$

ولدينا $A =]-\infty,-\sqrt{3}]$ إذن $-\sqrt{2} \notin A$

لنقارن $2\sqrt{3}$ و $(\sqrt{3}+2)$

$4 > 3$ إذن $2 > \sqrt{3}$ إذن $2+\sqrt{3} > 2\sqrt{3}$

ولدينا $C = [2\sqrt{3};+\infty[$ إذن $(\sqrt{3}+2) \in C$.

موقع مراجعة ستوارى الاجتماعي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

33 $A=\left]-\infty,-\frac{5}{4}\right[\cup\left]\frac{5}{4},+\infty\right[$

$B=\left]-\sqrt{2}+1,\sqrt{2}-1\right[$

$C=\mathbb{R}$ $\quad D=\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$

34 1) أ) $x\in\left[4,2\sqrt{5}\right]$ إذن $4\le x\le 2\sqrt{5}$

وبالتالي: $4-2\sqrt{5}\le x-2\sqrt{5}\le 2\sqrt{5}-2\sqrt{5}$ إذن $4-2\sqrt{5}\le x-1\sqrt{5}\le 0$

و $2\times 4-8\le 2x-8\le 2\times 2\sqrt{5}-8$ أي $0\le 2x-8\le 4\sqrt{5}-8$

ب) بما أن $2x-8\ge 0$ و $x-2\sqrt{5}\le 0$ فإن

$A=\left|2x-8\right|+\left|x-2\sqrt{5}\right|+8=2x-8+2\sqrt{5}-x+8=x+2\sqrt{5}$

2) أ) لنرتب $2\sqrt{5}$ و $3\sqrt{2}$ و 4

$(3\sqrt{2})^2=18\cdot(2\sqrt{5})^2=20$ $\quad 4^2=16$

$3\sqrt{2}\in\left[4,2\sqrt{5}\right]$ وبالتالي: $4\le 3\sqrt{2}\le 2\sqrt{5}$ إذن $16\le 18\le 20$

ب) بما أن $x=3\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}\in\left[4,2\sqrt{5}\right]$

فإنّ $A=x+2\sqrt{5}=3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

35 1) $\frac{4}{7}\le x\le\frac{9}{7}$ و $-\frac{11}{7}\le y\le-\frac{2}{7}$

إذن $\frac{4}{7}-\frac{11}{7}\le x+y\le\frac{9}{7}-\frac{2}{7}$ إذن $-1\le x+y\le 1$

و $\frac{2}{7}\le -y\le\frac{11}{7}$ إذن $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}\le x-y\le\frac{9}{7}+\frac{11}{7}$ وبالتالي $\frac{6}{7}\le x-y\le\frac{20}{7}$

$\frac{4}{7}\times\frac{2}{7}\le x\times(-y)\le\frac{9}{7}\times\frac{11}{7}$ إذن $\frac{8}{49}\le -xy\le\frac{99}{49}$ إذن

$-\frac{99}{49}\le xy\le-\frac{8}{49}$

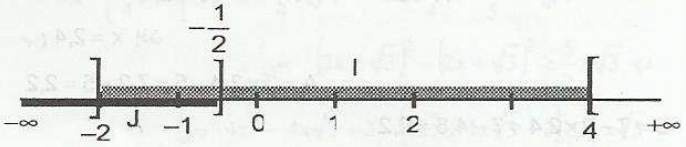
$\frac{7}{2}\le-\frac{1}{y}\le\frac{7}{11}$ إذن $\frac{4}{11}\le-\frac{x}{y}\le\frac{9}{2}$ وبالتالي $-\frac{4}{11}\le\frac{x}{y}\le-\frac{9}{2}$

2) لدينا $-1\le x+y\le 1$ إذن $0\le\left|x+y\right|\le 1$

وبالتالي $0\le\left|x+y\right|^2\le 1$ إذن $0\le(x+y)^2\le 1$ إذن

$(x+y)^2\in[0,1]$

36 1)



$I\cap J=\left]-2,-\frac{1}{2}\right]$ و $I\cup J=]-\infty\ ,\ 4[$

2) أ) $x\in I$ يعني $-2<x<4$ يعني $-4-1<x-1<4-1$

أي $-3<x-1<3$ يعني $(x-1)\in]-3\ ,\ 3[$.

ب) $-3<x-1<3$ يعني $|x-1|<3$ يعني $|x-1|^2<3^2$ يعني

$(x-1)^2<9$ إذن $0\le(x-1)^2\in[0\ ;9[$

ج) $(x-1)^2-1=(x-1+1)(x-1-1)=x(x-2)$ ولدينا $0\le(x-1)^2<9$

إذن $-1<(x-1)^2-1\le 8$ إذن $-1\le x(x-2)<8$ أي

$x(x-2)\in[-1\ ,\ 8[$.

37 أ) $x\in\left[-2,-\frac{3}{2}\right]$ إذن $-2\le x\le-\frac{3}{2}$

وبالتالي $-2\times 3-1\le 3x-1\le-\frac{3}{2}\times 3-1$

إذن $-7\le 3x-1\le-\frac{9}{2}-1$ لذلك $-7\le 3x-1\le-\frac{11}{2}$

إذن $-2\times 2+\frac{3}{2}\le 2x+\frac{3}{2}\le 2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$ $-\frac{5}{2}\le 2x+\frac{3}{2}\le-\frac{3}{2}$

$E=\left|2x+\frac{3}{2}\right|+\left|3x-1\right|=-\left(2x+\frac{3}{2}\right)+(1-3x)$

وبالتالي

$=-2x-\frac{3}{2}+1-3x=-5x-\frac{1}{2}$

ب) إذن: $x\in\left[-\frac{3}{4},\frac{1}{3}\right]$ وبالتالي $-\frac{3}{4}\le x\le\frac{1}{3}$

$-\frac{3}{4}\times 3-1\le 3x-1\le 3\times\frac{1}{3}-1$ أي $-\frac{13}{4}\le 3x-1\le 0$

أي $-\frac{3}{4}\times 2+\frac{3}{2}\le 2x+\frac{3}{2}\le 2\times\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$ $0\le 2x+\frac{3}{2}\le\frac{13}{6}$

$E=\left|2x+\frac{3}{2}\right|+\left|3x-1\right|=\left(2x+\frac{3}{2}\right)+(1-3x)$

وبالتالي

$=2x+\frac{3}{2}+1-3x=-x+\frac{5}{2}$

ج) $x\in\left[\frac{1}{3},3\right]$ إذن $\frac{1}{3}\le x\le 3$

إذن $3\times\frac{1}{3}-1\le 3x-1\le 3\times 3-1$ أي $0\le 3x-1\le 8$

$2\times\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\le 2x+\frac{3}{2}\le 2\times 3+\frac{3}{2}$

إذن $\frac{13}{6}\le 2x+\frac{3}{2}\le\frac{15}{2}$

$E=\left|2x+\frac{3}{2}\right|+\left|3x-1\right|=\left(2x+\frac{3}{2}\right)+(3x-1)$

$=2x+\frac{3}{2}+3x-1=5x+\frac{1}{2}$

38 $3>0$ $\quad 3\times\frac{1}{3}+2=1+2=3$

$-1<0$ $\quad 3\times(-1)+2=-3+2=-1$

$-0,1<0$ $\quad 3\times(-0,7)+2=-2,1+2=-0,1$

$1>0$ $\quad 3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+2=-1+2=1$

$-\sqrt{3}+2>0$ $\quad 3\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+2=-\frac{3}{\sqrt{3}}+2=-\sqrt{3}+2$

$3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+2=-2+2=0$ و صفر ليس أصغر من صفر

إذن تكون الإجابة كالتالي

العدد $\frac{1}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ خطأ

العدد -1 هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ صواب

العدد $-0,7$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ صواب

كل عدد سالب هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ خطأ

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

العدد $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ صواب

العدد $-\frac{2}{3}$ هو حلّ للمتراجحة $3x+2<0$ خطأ

39 نحل المتراجحات المقترحة في IR

أ) $-1 > 2x+3$ إذن $-3-1 > 2x$ إذن $-4 > 2x$ إذن $x < -\frac{4}{2}$

إذن $x < -2$ و $-2 < \frac{3}{4}$

ب) $\frac{1}{3}x-5 > \frac{19}{4}$ إذن $\frac{1}{3}x > \frac{19}{4}+\frac{20}{4}$ إذن

$\frac{1}{3}x > \frac{39}{4}$ إذن $x > \frac{39}{4}\times 3$ إذن $x > \frac{117}{4}$ و $\frac{3}{4} < \frac{117}{4}$

ج) $4x-1 \geq -2x$ إذن $4x+2x \geq 1$ إذن $5x \geq 1$ إذن $x \geq \frac{1}{5}$ و $\frac{3}{4} > \frac{1}{5}$

د) $\frac{5}{3}x-\frac{1}{2} < \frac{1}{4}x-2$ إذن $\frac{5}{3}x-\frac{1}{4}x < -2+\frac{1}{2}$ إذن

$\frac{20}{12}x-\frac{3}{12}x < -\frac{4}{2}+\frac{1}{2}$ إذن $\frac{17}{12}x < -\frac{3}{2}$ إذن $x < -\frac{3}{2}\times\frac{12}{17}$

إذن $x < -\frac{18}{17}$ و $-\frac{18}{17} < \frac{3}{4}$

وبالتالي أ) ☐ $2x+3<-1$ ب) ☐ $\frac{1}{3}x-5 > \frac{19}{4}$

ج) ☒ $4x-1 \geq -2x$ د) ☐ $\frac{5}{3}x-\frac{1}{2} < \frac{1}{4}x-2$

40 1) أ) $\frac{3}{2}x \leq 1$ يعني $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}x \leq 1\times\frac{2}{3}$ أي $x \leq \frac{2}{3}$ ،

$S_{IR} = \left]-\infty, \frac{2}{3}\right]$

ب) $-\frac{4}{5}x \geq -3$ يعني $-\frac{5}{4}\times -\frac{4}{5}x \leq -3\times -\frac{5}{4}$ يعني $x \leq \frac{15}{4}$ ،

$S_{IR} = \left]-\infty, \frac{15}{4}\right]$

ج) $x\sqrt{3} > -5$ يعني $x > -\frac{5}{\sqrt{3}}$ ، $S_{IR} = \left]-\frac{5}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

د) $-x\sqrt{6} \leq -\sqrt{2}$ يعني $x \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ،

$S_{IR} = \left[\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

هـ) $\frac{x}{2} \geq -3$ يعني $2\times\frac{x}{2} \geq 2\times -3$ يعني $x \geq -6$ ،

$S_{IR} = [-6, +\infty[$

و) $-\frac{2x}{3} \geq -1$ يعني $-\frac{3}{2}\times -\frac{2}{3}x \leq -1\times -\frac{3}{2}$ يعني $x \leq \frac{3}{2}$ ،

$S_{IR} = \left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$

41 أ) $x-\frac{5}{3} \geq 2x+1$ يعني $x-2x \geq 1+\frac{5}{3}$ يعني $-x \geq \frac{8}{3}$ إذن

$x \leq -\frac{8}{3}$

$S_{IR} = \left]-\infty, -\frac{8}{3}\right]$

ب) $\frac{5}{3}x+\frac{7}{2} < \frac{7}{3}x+\frac{1}{5}$ يعني $\frac{5}{3}x-\frac{7}{3}x < \frac{1}{5}-\frac{7}{2}$ يعني

$-\frac{2}{3}x < -\frac{33}{10}$

يعني $x > -\frac{33}{10}\times -\frac{3}{2}$ أي $x > \frac{99}{20}$ $S_{IR} = \left]\frac{99}{20}, +\infty\right[$

ج) $\frac{3x+1}{2}+\frac{2x-3}{2} \geq \frac{x+2}{3}-1$ يعني

$\frac{(3x+1+2x-3)}{2} \geq \frac{x+2}{3}-\frac{3}{3}$

يعني $\frac{5x-2}{2} \geq \frac{x-1}{3}$ يعني $\frac{5x-2}{2} \geq \frac{x-1}{3}\times 6$ يعني $6\times\frac{5x-2}{2} \geq \frac{x-1}{3}\times 6$

$3(5x-2) \geq 2(x-1)$

يعني $15x-6 \geq 2x-2$ يعني $15x-2x \geq -2+6$ يعني $13x \geq 4$

يعني $x \geq \frac{4}{13}$

$S_{IR} = \left[\frac{4}{13}, +\infty\right[$

د) يعني $\frac{4-x}{12}-\frac{x-3}{4} \geq \frac{2(x-5)}{3}-\frac{x}{6}$

$\frac{4-x}{12}-\frac{3(x-3)}{12} \geq \frac{8(x-5)}{12}-\frac{2x}{12}$

يعني $\frac{(4-x)-3(x-3)}{12} \geq \frac{8(x-5)-2x}{12}$

$4-x-3x+9 \geq 8x-40-2x$

يعني $13-4x \geq 6x-40$ يعني $13+40 \geq 6x+4x$ يعني $10x \leq 53$

$x \leq \frac{53}{10}$

$S_{IR} = \left]-\infty, \frac{53}{10}\right]$.

42 1) أ) إذن $x = 2,3$

$A = 3\times 2,3-5 = 6,9-5 = 1,9$

$B = 7-2\times 2,3 = 7-4,6 = 2,4$

إذن $1,9 < 2,4$ $A < B$

ب) إذن $x = 2,4$

$A = 3\times 2,4-5 = 7,2-5 = 2,2$

$B = 7-2\times 2,4 = 7-4,8 = 2,2$

إذن $A = B$

ج) إذن $x = 2,5$

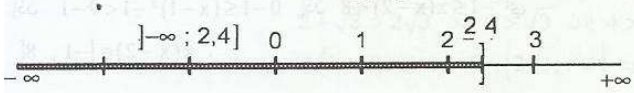
$A = 3\times 2,5-5 = 7,5-5 = 2,5$

$B = 7-2\times 2,5 = 7-5 = 2$

إذن $2,5 < 2$ $A > B$

2) $3x-5 \leq 7-2x$ إذن $3x+2x \leq 7+5$ إذن $5x \leq 12$ إذن $x \leq \frac{12}{5}$

إذن $x \leq 2,4$ $S_{IR} =]-\infty\ ;\ 2,4]$



COLLEGE.MOURAJAA.COM

43 (1 $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2}) = 2^2 - \sqrt{2}^2 = 4-2 = 2$

(2 $\frac{1}{2-\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

(3 $3+2x \le x\sqrt{2}+2$ إذن $2x - x\sqrt{2} \le 2-3$ إذن $x(2-\sqrt{2}) \le -1$

$x \le -\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ إذن $x \le -\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ عدد موجب $(2-\sqrt{2})$

$S_{IR} = \left]-\infty\ ;\ -\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$

4) نقارن بين $(-1,7)$ و $-\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

$(-1,7) - \left(-\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{-3,4}{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} = \frac{-1,4+\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}-1,4}{2}$

وبما أن $\sqrt{2} > 1,4$ فإن $\frac{\sqrt{2}-1,4}{2}$ عدد موجب وبالتالي $(-1,7) > \left(-\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$

إذن $-1,7 \notin \left]-\infty\ ;\ -\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$

وبالتالي $-1,7$ ليس حلاً للمتراجحة $3+2x \le x\sqrt{2}+2$

44 أ) $(x-1)^2 \ge x^2+3$ يعني $x^2-2x+1 \ge x^2+3$ يعني $-2x+1 \ge 3$ يعني $-2x \ge 2$ يعني $x \le -1$

$S_{IR} =]-\infty,-1[$

ب) $x^2+x+\frac{1}{4} < x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$ يعني $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 < \left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

يعني $x+\frac{1}{2}x < \frac{1}{16}-\frac{1}{4}$ يعني $\frac{3}{2}x < -\frac{3}{16}$

يعني $x < -\frac{3}{16}\times\frac{2}{3}$ يعني $x < -\frac{1}{8}$ ، $S_{IR} = \left]-\infty,-\frac{1}{8}\right[$

ج) $x^2-3x+\frac{9}{4}-x^2+9 \le 2x$ يعني $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-(x+3)(x-3) \le 2x$

يعني $-3x-2x \le -9-\frac{9}{4}$ يعني $-5x \le -\frac{45}{4}$

يعني $x \ge -\frac{45}{4}\times-\frac{1}{5}$ يعني $x \ge \frac{9}{4}$ ، $S_{IR} = \left[\frac{9}{4},+\infty\right[$

د) يعني $\left(2x-\sqrt{3}\right)^2-\left(2x+\sqrt{3}\right)^2 \ge \frac{5}{2}x\sqrt{3}$

يعني $4x^2-4x\sqrt{3}+3-\left(4x^2+4x\sqrt{3}+3\right) \ge \frac{5}{2}x\sqrt{3}$

يعني $4x^2-4x\sqrt{3}+3-4x^2-4x\sqrt{3}-3 \ge \frac{5}{2}x\sqrt{3}$

يعني $-8x\sqrt{3} \ge \frac{5}{2}x\sqrt{3}$ يعني $-\frac{16}{2}x\sqrt{3}-\frac{5}{2}x\sqrt{3} \ge 0$

يعني $-\frac{21}{2}x\sqrt{3} \ge 0$ ، $x \le 0$. $S_R =]-\infty,0[= \mathbb{R}_-$

45 (1 $2x-5=0$ يعني $2x=5$ يعني $x=\frac{5}{2}$ ، $S_{IR} = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

(2 $A = 4x^2-25 = (2x-5)(2x+5)$

$B = 4x^2-25-(2x+5) = (2x-5)(2x+5)-(2x+5)$

$= (2x+5)\ [2x-5-1] = (2x+5)(2x-6)$

3) $(2x-5)(2x+5)=0$ يعني $4x^2-25=0$

يعني $2x-5=0$ أو $2x+5=0$ يعني $2x=5$ أو $2x=-5$

أي $x=\frac{5}{2}$ أو $x=-\frac{5}{2}$ ، $S_{IR} = \left\{-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right\}$

يعني $B=0$ يعني $(2x+5)(2x-6)=0$ يعني $x=-\frac{5}{2}$ أو $2x-6=0$

يعني $2x=6$ أو $x=3$ أي $x=-\frac{5}{2}$ أو $x=3$ ، $S_{IR} = \left\{-\frac{5}{2},3\right\}$

46 (1 $E = x^2-\frac{1}{4} = \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

$F = (3x-1)^2-(5x-2)x = 9x^2-6x+1-5x^2+2x$

$= 4x^2-4x+1 = (2x-1)^2$

2) أ) $E=0$ يعني $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$

$S_{IR} = \left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\}$

ب) $F=3(2x-1)$ يعني $F-3(2x-1)=0$

يعني $(2x-1)^2-3(2x-1)=0$ يعني $(2x-1)[(2x-1)-3]=0$

يعني $(2x-1)(2x-4)=0$ يعني $2x-1=0$ أو $2x-4=0$

يعني $2x=1$ أو $2x=4$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=2$ ، $S_{IR} = \left\{\frac{1}{2},2\right\}$

ج) $3F=4E$ يعني $3F-4E=0$

يعني $3(2x-1)^2-4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$

يعني $3(2x-1)^2-(2x-1)(2x+1)=0$

يعني $(2x-1)[3(2x-1)-(2x+1)]=0$

يعني $(2x-1)[6x-3-2x-1]=0$

يعني $(2x-1)(4x-4)=0$ يعني $2x-1=0$ أو $4x-4=0$

يعني $2x=1$ أو $4x=4$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=1$ $S_{IR} = \left\{\frac{1}{2},1\right\}$

د) $E < x^2-2x$ يعني $x^2-\frac{1}{4} < x^2-2x$

يعني $-\frac{1}{4} < -2x$ يعني $2x < \frac{1}{4}$ يعني $x < \frac{1}{8}$ ، $S_{IR} = \left]-\infty,\frac{1}{8}\right[$

هـ) $F \le 4x^2$ يعني $4x^2-4x+1 \le 4x^2$ يعني $-4x \le -1$

يعني $x \ge \frac{1}{4}$ $S_{IR} = \left[\frac{1}{4},+\infty\right[$

47 (1 $A = \left(2x-\sqrt{3}\right)\left(3x+\sqrt{3}\right)-(4x^2-3)$

$A = \left(2x-\sqrt{3}\right)\left(3x+\sqrt{3}\right)-\left(2x-\sqrt{3}\right)\left(2x+\sqrt{3}\right)$

$A = \left(2x-\sqrt{3}\right)\left[\left(3x+\sqrt{3}\right)-\left(2x+\sqrt{3}\right)\right]$

$A = \left(2x-\sqrt{3}\right)\left(3x+\sqrt{3}-2x-\sqrt{3}\right)$

$A = \left(2x-\sqrt{3}\right)x$

2) $A=0$ يعني $\left(2x-\sqrt{3}\right)x=0$ يعني $2x-\sqrt{3}=0$

أو $x=0$ يعني $2x=\sqrt{3}$ أو $x=0$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

يعني $x = 0$ أو $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $S_{IR} = \left\{0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

3) $A \leq 2x^2$ يعني $\left(2x - \sqrt{3}\right)x \leq 2x^2$ يعني

$2x^2 - \sqrt{3}x \leq 2x^2$ يعني $-\sqrt{3}x \leq 0$ يعني $x \geq 0$

$S_{IR} = [0, +\infty[= \mathbb{R}_+$

48 1) أ) $B = 9\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6\times\left(\frac{2}{3}\right) - 8 = 9\times\frac{4}{9} + 4 - 8 = 4 - 4 = 0$

ب) $B = 9\left(\sqrt{2}\right)^2 + 6\sqrt{2} - 8 = 18 + 6\sqrt{2} - 8 = 6\sqrt{2} + 10$

2) أ) $(3x+1)^2 - 9 = 9x^2 + 6x + 1 - 9 = 9x^2 + 6x - 8 = B$

ب) $B = (3x+1)^2 - 9 = (3x+1-3)(3x+1+3)$

$B = (3x-2)(3x+4)$

3) أ) $B = 0$ يعني $(3x-2)(3x+4) = 0$ يعني

$3x - 2 = 0$ أو $3x + 4 = 0$ يعني $3x = 2$ أو $3x = -4$

يعني $x = \frac{2}{3}$ أو $x = -\frac{4}{3}$ ، $S_{IR} = \left\{\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right\}$

ب) $B > 0$ يعني $9x^2 + 2x - 12 > 9x^2 + 6x - 8$ يعني

يعني $-12 + 8 > 6x - 2x$ يعني $4x < -4$ يعني $x < -1$ $S_{IR} =]-\infty, -1[$

ج) $-\frac{7}{2} \in S_{IR}$

49 أ) نسمي الأعداد الستة: $x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4 ; x_5 ; x_6$

$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = 4$

إذن $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$

x العدد السابع إذن $\frac{x + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{7} = 5$

إذن $x + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 35$

إذن $x + 24 = 35$ إذن $x = 35 - 24 = 11$

50 محيط العجلة الأمامية بالصم: $60\pi\,cm$

محيط العجلة الورائية: $70\pi\,cm$

نعتبر x المسافة المقطوعة بالدراجة و n عدد دورات العجلة

الورائية ونعلم أن المسافة المقطوعة من كلّ من العجلتين متساوية

إذن: $x = 70\pi \times n = 60\pi \times (n + 70)$

يعني $70\pi n = 60\pi n + 4200\pi$ يعني $70\pi n - 60\pi n = 4200\pi$

يعني $10\pi n = 4200\pi$ يعني $n = 420$ وبالتالي

$x = 70\pi \times 420 = 92316\,cm$ أي المسافة المقطوعة بالمتر هي: 923,16.

51 نعتبر x السرعة الحقيقية للسيارة

يعني $100 = x - 20\%x$ يعني $100 = x - \frac{1}{5}x$

$\frac{4}{5}x = 100$ يعني $x = 100\times\frac{5}{4} = 125$

إذن السرعة الحقيقية للسيارة 125 كلم في الساعة.

52 القطعتان المتبادلتان متقايستان يعني قيس مساحة المثلث ABH

تساوي قيس مساحة شبه المنحرف EGCH حيث H تقاطع (AE) و(BC). وبإضافة لكل من القطعتين نفس القطعة BHEF

نستنتج أن قيس مساحة المثلث AFE تساوي قيس مساحة

(1) $\frac{AF \times FE}{2} = BC \times CG$ أي BCGF المستطيل

وإذا اعتبرنا $EG = x$ فإن $EF = FG - EG$ أي $EF = FG - x$

وعلما أن $FG = BC = 36$ فإن $EF = 36 - x$ زنعلم أن

$AF = AB + BF$

و $BF = CG$ إذن $AF = AB + CG = 45 + 15 = 60$

ومن (1) نستنتج أن $\frac{60 \times (36 - x)}{2} = 36 \times 15$

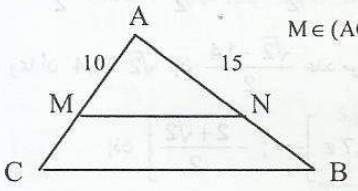
يعني $30(36 - x) = 540$ يعني $1080 - 30x = 540$

يعني $30x = 1080 - 540$ يعني $30x = 540$ يعني $EG = x = 18$

53 1) في المثلث ABC لدينا $M \in (AC)$

و $N \in (AB)$ و $(MN) // (BC)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على



$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$

أي $\frac{AM}{10} = \frac{AN}{15}$ وبما أن $AN = AM + 2$ فإن $\frac{AM}{10} = \frac{AM + 2}{15}$

يعني $15AM = 10AM + 20$ يعني $15AM - 10AM = 20$

يعني $5AM = 20$ يعني $AM = 4$

2) ABC مثلث قائم في A حسب نظرية بيتاغور:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي $BC^2 = 10^2 + 15^2 = 100 + 225 = 325$

إذن $BC = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$

ومن السؤال (1) لنا : $\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC}$

إذن $\frac{4}{10} = \frac{MN}{5\sqrt{13}}$ يعني $10MN = 20\sqrt{13}$ أي $MN = 2\sqrt{13}$

54 نسمي x عدد الكحات البيضاء إذن عدد الكحات الحمراء هو

$r = x + 5$ وعدد الكحات الزرقاء هو $b = \frac{x + 5}{2}$

لدينا $(x - 5) + [(x + 5) - 5] + \left(\frac{x + 5}{2} - 5\right) = 45$

يعني $x + 5 + x + \frac{x + 5}{2} - 5 = 45$

$\frac{4x}{2} + \frac{x + 5}{2} = 45 + 5 + 5$

يعني $\frac{5x + 5}{2} = 55$ يعني $5x + 5 = 110$ يعني $5x = 105$

يعني $x = 21$. عدد الكحات البيضاء 21 والحمراء

$r = 21 + 5 = 26$ والزرقاء $b = \frac{26}{2} = 13$.

55 نعتبر x عدد الأواني التي يبيعها ماهر ليوفر مبلغا أكبر من 100 دينار .

إذن ثمن شراء الأواني بالدينار هو 1,5x وثمن بيعها بالدينار هو 3,3x

ومصاريف التزيين بالدينار $\frac{6,6}{12}x$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن $3,3x-\left(1,5x+\frac{6,6}{12}x\right)>100$ إذن $3,3x-1,5x-\frac{6,6}{12}x>100$

إذن $\left(3,3-1,5-\frac{6,6}{12}\right)x>100$ إذن $\left(\frac{1,8\times12}{12}-\frac{6,6}{12}\right)x>100$

إذن $(1,8\times12-6,6)x>12\times100$ إذن $(21,6-6,6)x>1200$

إذن $15x\geq1200$ إذن $x\geq\frac{1200}{15}$ إذن $x\geq80$

وبالتالي على ماهر بيع أكثر من 80 آنية للحصول على مبلغا أكبر من 100 دينار .

56 ليكن x العدد الذي نضيفه إلى بسط ومقام العدد $\frac{3}{5}$ فنحصل على $\frac{5}{3}$ إذن

$\frac{3+x}{5+x}=\frac{5}{3}$ يعني $3(3+x)=5(5+x)$ يعني $9+3x=25+5x$

يعني $9-25=5x-3x$ يعني $2x=-16$ أي $x=-8$

العدد الذي نضيفه هو (-8) .

57 نعتبر قيس ضلع المربع يساوي x إذن قيس مساحته x^2 وقيس طول محيطه $4x$

لدينا $x^2=8x$ يعني $x^2-8x=0$

يعني $x(x-8)=0$ يعني $x=0$ أو $x=8$

أي قيس طول ضلع المربع يساوي 8 باعتبار أنه مخالف للصفر.

58 نعتبر x قيس طول الضلع القائم الثاني.

بما أن المثلث قائم الزاوية حسب نظرية بيتاغور:

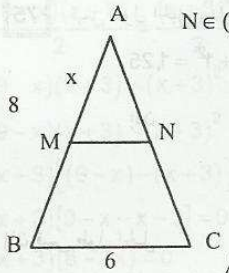
$(x+2)^2=x^2+6^2$ يعني $x^2+4x+4=x^2+36$

يعني $4x=36-4$ يعني $4x=32$ يعني $x=8$

إذن قيس طول الضلع القائم الثاني هو 8 صم.

59 في المثلث ABC لدينا $M\in(AB)$ و $N\in(AC)$

و $(BC)//(MN)$ بتطبيق نظرية طالس



نتحصل على $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

وبما أن $AB=AC$ فإن $AM=AN$

إذن محيط المثلث AMN هو

$AM+AN+MN=x+x+MN=2x+MN$

ومحيط شبه المنحرف MNCB هو $MN+NC+MB+BC$

وبما أن $NC=AC-AN$ و $MB=AB-AM$ فإن $MB=8-x$

و $NC=8-x$ إذن محيط شبه المنحرف هو:

$MN+(8-x)+(8-x)+6=22-2x+MN$

محيط شبه المنحرف أصغر من محيط المثلث يعني

$22-2x+MN<2x+MN$ إذن $4x>22$ إذن $x>\frac{11}{2}$

وبما أن $x<8$ فإن $\frac{11}{2}<x<8$ إذن $x\in\left]\frac{11}{2},8\right[$

60 إذا كان x المبلغ الذي أنفقته بالدينار فإن المبلغ الذي أنفقه أخي يساوي $2x$

إذن $50-x=70-2x$ إذن $2x-x=70-50$ إذن $x=20$

إذن أنفق كل منّا 20 دينار

61 أ) نعتبر x أصغر العددين إذن العدد الموالي هو $x+1$ إذن $(x+1)^2-x^2=3051$

إذن $x^2+2x+1-x^2=3051$ إذن $x^2+2x+1-x^2=3051$

إذن $2x=3051-1=3050$ إذن $x=\frac{3050}{2}=1525$ والعدد الذي يليه 1526

ب) نعتبر x أصغر العددين إذن العدد الموالي هو $x+2$ إذن $(x+2)^2-x^2=3051$

إذن $x^2+4x+4-x^2=2012$ إذن $4x+4=2012$

إذن $4x=2012-4=2008$ إذن $x=\frac{2008}{4}=502$ والعدد الموالي 504

ج) نعتبر x أصغر العددين إذن العدد الموالي هو $x+2$ إذن $(x+2)^2-x^2=2008$

إذن $x^2+4x+4-x^2=2008$ إذن $4x+4=2008$

إذن $4x=2008-4=2004$ إذن $x=\frac{2004}{4}=501$ والعدد الموالي 503

62 نضع x ضلع المربع إذن $(x+1)^2=x^2+403$

$x^2+2x+1=x^2+403$

$x^2-x^2+2x=403-1$

$2x=403-1=402$

$x=\frac{402}{2}=201$

إذن ضلع المربع هو 201 m

63 1) الرباعي المتحصل عليه مربع .

2) x طول المستطيل إذن عرضه $x-5$ و قيس مساحته $x(x-5)$

بعد إضافة 6 m لعرضه تصبح المساحة $(x+1)(x+1)$ إذن

$x^2+2x+1=x^2-5x+85$ إذن $(x+1)(x+1)=x(x-5)+85$

$x=\frac{84}{7}=12$ إذن $7x=84$ إذن $x^2-x^2+2x+5x=85-1$

طول المستطيل 12 m وعرضه $12-7=5$ m

64 نضع x طول الوثبة الأولى بالمتر إذن $x+\frac{7}{9}x+\frac{7}{9}\times\left(\frac{7}{9}x\right)=19,3$

إذن $x\left(\frac{81}{81}+\frac{63}{81}+\frac{49}{81}\right)=19,3$ إذن $\frac{193}{81}x=19,3$

إذن $x=\frac{19,3}{193}\times81=8,1$

65 قيس حجم الجسم الممثل بالشكل يكتب

$4x\times5-3\times2\times5=20x-30$

إذن $20x-30=4^3$ إذن $20x-30=64$ إذن $20x=64+30=94$

إذن $x=\frac{94}{20}=4,7$

66 قيس المساحة الجملية للاسطوانة (1)

$20\times\pi x+10^2\times\pi\times2=20\pi x+200\pi$

قيس المساحة الجملية للاسطوانة (2)

$2x\times\pi\times10+2\pi x^2=20\pi x+2\pi x^2$

إذن $200\pi>2\pi x^2$ إذن $20\pi x+200\pi>20\pi x+2\pi x^2$ إذن $100>x^2$

و بما أن x عدد موجب فإن $0<x<10$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

67 أ) حجم الجسم بدلالة x

$$\left(\pi x^2\times 3\right)+\left(\frac{\pi x^2\times 4}{3}\right)+\left(\frac{\pi x^2\times 2}{3}\right)=\pi x^2\left(3+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\right)$$
$$=\pi x^2(3+2)$$
$$=5\pi x^2$$

إذا كان حجم الجسم مساويا لـ $125\pi\ cm^3$ فإن $125\pi=5\pi x^2$ إذن $x^2=\frac{125\pi}{5\pi}=25$ وبالتالي $x=-5$ أو $x=5$ وبما أن $x>0$ فإن $x=5$.

68 أ) $C=\left(\pi x^2\times 1\right)\times 2+\left(1^2\times\pi\times 4x\right)=2\pi x^2+4\pi x$

ب) حجم المحور يساوي حجم الاسطوانتين بطرفي الجسم إذن $2\pi x^2=4\pi x$

إذن $2\pi x^2-4\pi x=0$ إذن $2\pi x(x-2)=0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$

وبما أن $x\neq 0$ فإن $x=2$ وفي هذه الحالة يكون حجم المحور ومجموع حجمي الطرفين مساوية لـ 8π .

69 محيط الشكل

$$\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi x}{2}+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\times\frac{\pi}{2}=\pi x+\frac{\pi x}{4}+\frac{x}{2}=\frac{4\pi x}{4}+\frac{\pi x}{4}+\frac{2x}{4}=\frac{5\pi x+2x}{4}$$

$\frac{5\pi x+2x}{4}<4\pi$ إذن $5\pi x+2x<16\pi$ إذن $x(5\pi+2)<16\pi$

إذن $x<\frac{16\pi}{5\pi+2}$ إذن $x\in\left]0\ ,\ \frac{16\pi}{5\pi+2}\right[$

70 نصع x عدد الدقائق التي بعدها تصبح كمية الماء بالخزان الثاني أكبر من الكمية الموجودة بالأول إذن $6x+80<8x+20$ إذن $80-20<8x-6x$ إذن

$2x>60$

وبالتالي $x>\frac{60}{2}$ إذن $x>30$. بعد 30 دقيقة تصبح كمية الماء بالخزان الثاني أكبر من الكمية بالخزان الأول .

71 قيس مساحة MKLP يساوي

$$8\times 5-\left(\underbrace{\frac{3x}{2}}_{\text{مساحة KLB}}+\underbrace{\frac{2(8-x)}{2}}_{\text{مساحة KCM}}+\underbrace{\frac{4x}{2}}_{\text{مساحة DMP}}+\underbrace{\frac{1\times(8-x)}{2}}_{\text{مساحة APL}}\right)$$
$$=40-\left(\frac{3x+16-2x+4x+8-x}{2}\right)=40-\left(\frac{4x+24}{2}\right)=40-2x-12$$
$$=28-2x$$

مجموع أقيسة المثلثات يساوي $2x+12$

إذن $28-2x\geq 2x+12$ إذن $4x\leq 16$ وبالتالي $x\in\left]0\ ,\ 4\right]$.

72 نعتبر x سعر مشموم ياسمين بالمليم إذن سعر مشموم فل يساوي $(x+100)$ مليما

إذن $10x+10(x+100)>10000$ إذن $10x+10x+1000>10000$

إذن $20x>10000-1000$ إذن $20x>9000$ وبالتالي $2x>900$

إذن $x>\frac{900}{2}$ إذن $x>450$ إذن ثمن مشموم ياسمين أكبر من 450 مليم .

73 1) $2x(4-x)-x^2=x\left[2(4-x)-x\right]=x[8-2x-x]=x(8-3x)$

إذن $x(8-3x)=0$ إذن $2x(4-x)-x^2=0$ (2

إذن $8-3x=0$ أو $x=0$

$$\left|\begin{array}{l}8=3x\\x=\frac{8}{3}\end{array}\right.$$

3) أ) قيس مساحة الجزء المشطوب من الشكل

$$16-\left[x^2+(4-x)^2\right]=16-\left(x^2+16-8x+x^2\right)$$
$$=16-\left(2x^2-8x+16\right)$$
$$=16-2x^2+8x-16$$
$$=8x-2x^2$$
$$=2x(4-x)$$

ب) قيس مساحة المربع BEFG يساوي x^2 إذن $2x(4-x)=x^2$ إذن

$2x(4-x)-x^2=0$ إذن $x=0$ أو $x=\frac{8}{3}$ وبما أن $0<x<4$ فإن $x=\frac{8}{3}$

74 1) $3,2\leq a\leq 3,3$ و $1,8\leq b\leq 1,9$

وقيس مساحة المستطيل ABCD يساوي ab . إذن $1,8\times 3,2\leq ab\leq 3,3\times 1,9$

إذن $5,76\leq ab\leq 6,27$

2) $S=\frac{BC\times h}{2}$ إذن $h=\frac{2S}{BC}=\frac{2S}{b}$

وبما أن $1,8\leq b\leq 1,9$ إذن $\frac{1}{1,9}\leq\frac{1}{b}\leq\frac{1}{1,8}$ فإن $2,85\leq S\leq 3,6$

$2\times 2,85<2S<2\times 3,6$ إذن $5,7<2S<7,2$ إذن $\frac{5,7}{1,9}<\frac{2S}{b}<\frac{7,2}{1,8}$

إذن $3\leq h\leq 4$

75 قيس طول الحبل يساوي $ED+\overset{\frown}{DC}+BC+AB$

$ED^2=EF^2+DF^2=(0,5)^2+BC^2=0,25+1^2=1,25$

إذن $ED=\sqrt{1,25}=\sqrt{\frac{125}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{2}\approx 1,118\ m$

$\overset{\frown}{CD}=\frac{0,2\pi}{2}=0,1\times 3,14=0,314\ m$

إذن قيس طول الحبل

يساوي $ED+\overset{\frown}{DC}+BC+AB=1,118+0,314+1+2x=6,2$

إذن $2,432+2x=6,2$ إذن $2x=6,2-2,432=3,768$

إذن $x=\frac{3,768}{2}=1,884\ m$.

وبالتالي عمق الماجل يساوي

$$x+\frac{1}{3}x=\frac{6}{3}x+\frac{1}{3}x=\frac{7}{3}x=\frac{7}{3}\times 1,884=4,396\ m$$

76 1) أ) الرباعي EFKH مستطيل لأن $\widehat{HEF}=\widehat{EHK}=90°$

و K المسقط العمودي لـ F على (GH) إذن $\widehat{FKH}=90°$

ب) EFKH مستطيل إذن $HK=EF=3$ $FK=EH=4$

إذن $GK=GH-HK=6-3=3$

المثلث FGK قائم الزاوية في K إذن

$FG^2=FK^2+GK^2=4^2+3^2=16+9=25$ إذن $FG=\sqrt{25}=5$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) أ) قيس مساحة EFM $\frac{EF\times x}{2}=\frac{3x}{2}$

قيس مساحة MGH $\frac{(4-x)\times 6}{2}=3(4-x)=12-3x$

ب) $12-3x=\frac{3x}{2}$ إذن $\frac{3x}{2}+\frac{6x}{2}=12$ إذن $\frac{9x}{2}=12$ إذن $x=\frac{12\times 2}{9}=\frac{8}{3}$

3) أ) المثلث EFM قائم الزاوية في E

إذن $FM^2=EM^2+EF^2=x^2+3^2=9+x^2$

المثلث GHM قائم الزاوية في H إذن

$GM^2=HM^2+GH^2=(4-x)^2+6^2=16-8x+x^2+36=x^2-8x+52$

ب) المثلث FGM قائم الزاوية في F إذن $FM^2+GF^2=GM^2$ إذن

$x^2-x^2+8x=52-9-25$ إذن $9+x^2+25=x^2-8x+52$

إذن $8x=18$ إذن $x=\frac{18}{8}=\frac{9}{4}$

77 الشكل (1) $(2x)^2=x^2+5^2$ إذن $4x^2=x^2+5^2$ إذن $3x^2=25$

إذن $x^2=\frac{25}{3}$ وبما أن x عدد موجب فإن $x=\sqrt{\frac{25}{3}}=\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

الشكل (2) $(2+x)^2=x^2+5^2$ إذن $x^2+4x+4=x^2+5^2$

إذن $x^2-x^2+4x=25-4$ إذن $4x=21$ إذن $x=\frac{21}{4}$

الشكل (3) $(3+x)^2=x^2+5^2$ إذن $x^2+6x+9=x^2+5^2$

إذن $x^2-x^2+6x=25-9$ إذن $6x=16$ إذن $x=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$.

50 1) $a_1=\frac{(9-x)(x+3)}{2}$ ، $a_2=\frac{(x+3)(x+3)}{2}=\frac{(x+3)^2}{2}$

2) أ) إذن $a_1=a_2$ $\frac{(9-x)(x+3)}{2}=\frac{(x+3)^2}{2}$

$(9-x)(x+3)=(x+3)^2$

$(9-x)(x+3)-(x+3)^2=0$

$(x+3)\left[(9-x)-(x+3)\right]=0$

$(x+3)[9-x-x-3]=0$

$(x+3)(6-2x)=0$

$2(x+3)(3-x)=0$

إذن

$3-x=0$	$x+3=0$
$x=3$	$x=-3$
	غير ممكن لأن
	$x>0$

إذن $x=3$

ب) إذن $a_2=2a_1$ $\frac{(x+3)^2}{2}=2\frac{(9-x)(x+3)}{2}$

$(x+3)^2=2(9-x)(x+3)$

$(x+3)^2-2(9-x)(x+3)=0$

$(x+3)(x+3-18+2x)=0$

$(x+3)(3x-15)=0$

$3(x+3)(x-5)=0$

إذن

$x-5=0$	$x+3=0$
$x=5$	$x=-3$
	غير ممكن لأن
	$x>0$

إذن $x=5$

ج) إذن $a_1=2a_2$ $\frac{(9-x)(x+3)}{2}=2\frac{(x+3)^2}{2}$

$(9-x)(x+3)=2(x+3)^2$

$(9-x)(x+3)-2(x+3)^2=0$

$(x+3)(9-x-2x-6)=0$

$(x+3)(3-3x)=0$

$3(x+3)(1-x)=0$

إذن

$1-x=0$	$x+3=0$
$x=1$	$x=-3$
	غير ممكن لأن
	$x>0$

إذن $x=1$

1 1) خطأ . 2) خطأ . 3) صواب . 4) صواب

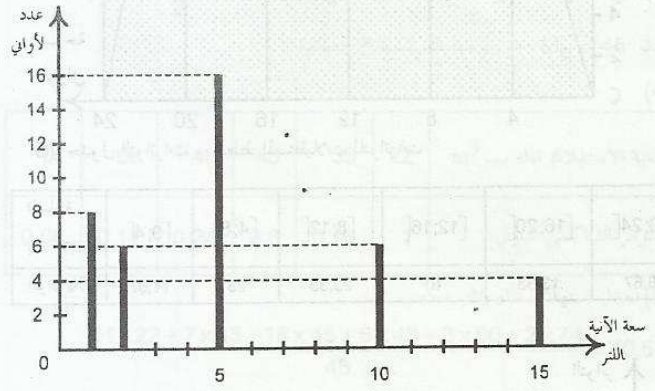
2 1) أ) صواب ب) خطأ . ج) صواب .

2) أ) خطأ . ب) صواب . ج) صواب .

3 1)

سعة الآنية باللتر	1	2	5	10	15
عدد الأواني (التكرارات)	8	6	16	6	4

2)



3) مدى السلسلة الإحصائية هو $15-1=14$ و منوالها 5

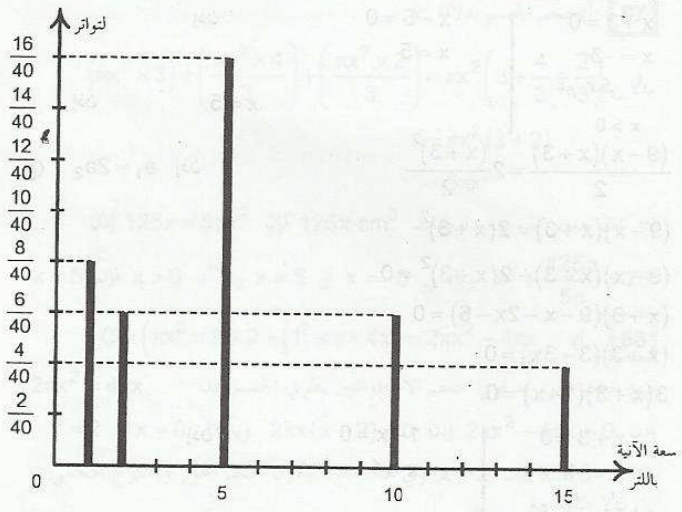
1111111122222255555555555101010101010151515151515

$M_e=\frac{5+5}{2}=5$ هو موسط للسلسلة .

4) جدول التواترات

سعة الآنية باللتر	1	2	5	10	15
التواتر	$\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$	$\frac{3}{40}$

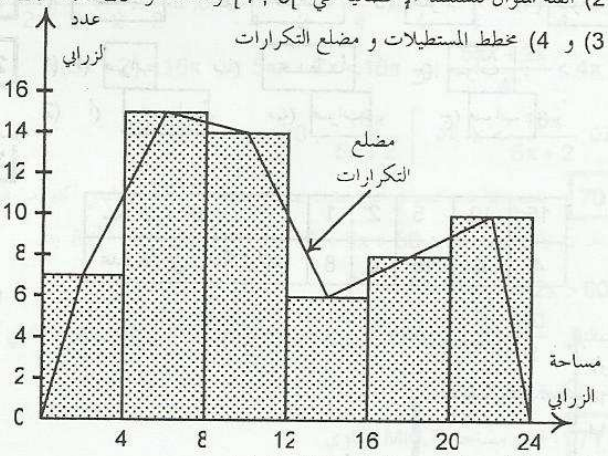
COLLEGE.MOURAJAA.COM



4 1) الفئة التي لها أصغر تكرار هي الزرابي التي مساحتها من 12 إلى ما دون 16

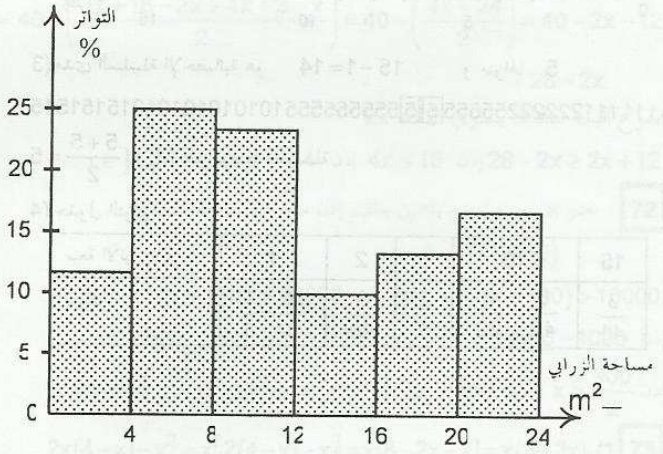
2) الفئة المنوال للسلسلة الإحصائية هي $[8\,;\,4[$ ومداها هو $20 = 4 - 24$.

3) و 4) مخطط المستطيلات و مضلع التكرارات

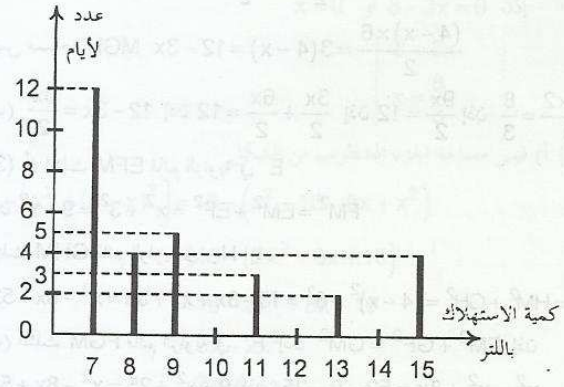


5) جدول التواترات و مخطط المستطيلات للتواترات

المساحة بـ m^2	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$	$[20;24[$
التواتر %	11,67	25	23,33	10	13,33	16,67



5 1) مخطط العصيات

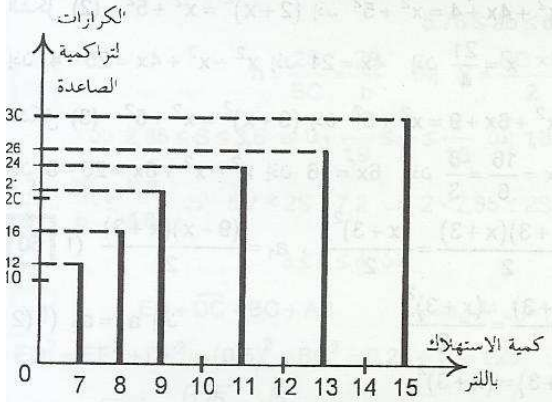


2) مدى السلسلة الإحصائية هو $8 = 7 - 15$ ومنوالها هو 7 .

3)

كمية الاستهلاك باللتر	7	8	9	11	13	15
التكرار التراكمي الصاعد	12	16	21	24	26	30

4)



5) نعود إلى جدول التكرارات التراكمية الصاعدة

كمية الاستهلاك باللتر	7	8	9	11	13	15
التكرار التراكمي الصاعد	12	16	21	24	26	30
ترتيب القيم	12 ← 1	16 ← 13	21 ← 17	24 ← 18	26 ← 25	27 -

إذن القيمتين التين ترتيبهما 15 و 16 تساوي كل منهما 8

إذن $M_e = \frac{8+8}{2} = 8$ هو موسط لهذه السلسلة

6 1)

طول القفزة	$[26,28[$	$[28,30[$	$[30,32[$	$[32,34[$	$[34,36[$	,38[
عدد التلاميذ	12	7	4	14	10	3

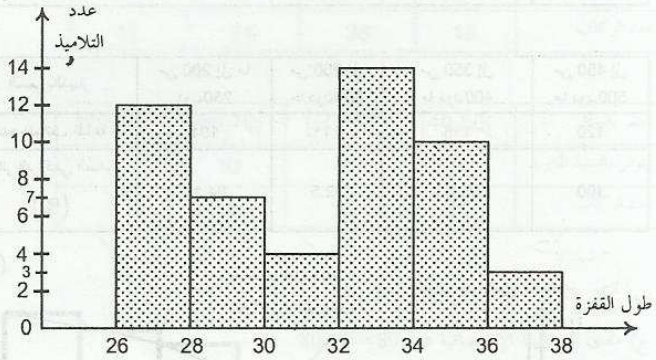
موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) عدد المرشحين إلى الدور الموالي $3+10+14+4=31$

3) مدى السلسلة الإحصائية هو $38-26=12$

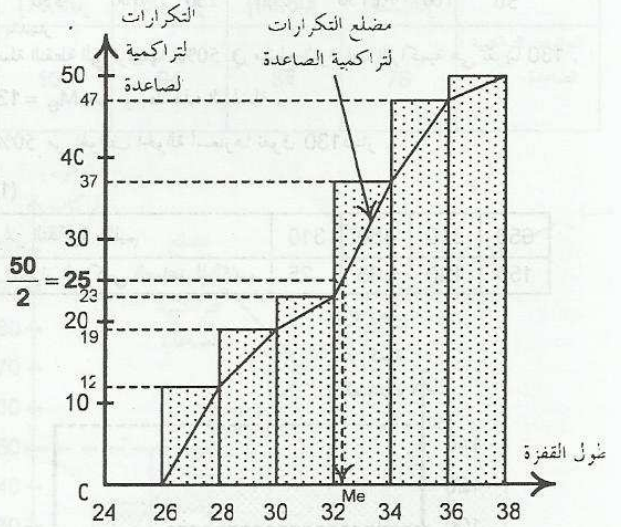
الفئة المنوال للسلسلة الإحصائية هي $[32,34[$.

4)



5)

طول القفزة	$[26,28[$	$[28,30[$	$[30,32[$	$[32,34[$	$[34,36[$	$[36,38[$
التكرارات التراكمية الصاعدة	12	19	23	37	47	50



6) $M_e=32,1$ هو موسط للسلسلة الإحصائية

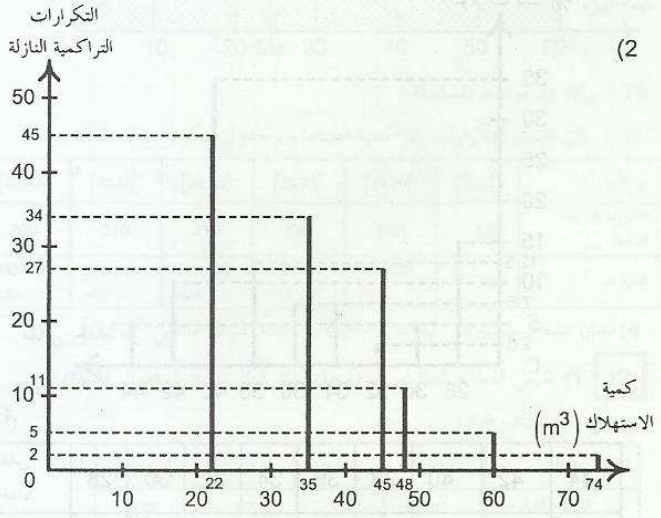
7

1)

مقاس الحذاء	28	30	32	34	36
التكرارات التراكمية الصاعدة	6	8	9	12	15
ترتيب القيم	$6 \leftarrow 1$	$8 \leftarrow 7$	9	$12 \leftarrow 10$	$15 \leftarrow 13$

مقاس الحذاء	38	40	42	44
التكرارات التراكمية الصاعدة	20	34	38	40
ترتيب القيم	$20 \leftarrow 16$	$34 \leftarrow 21$	$38 \leftarrow 35$	$40 \leftarrow 39$

2)



3) من الجدول السابق نستنتج أن القيمة التي ترتيبها $\frac{45+1}{2}=23$ تساوي 45

إذن $M_e=45$ هو موسط للسلسلة الإحصائية .

4)

كمية الاستهلاك الماء بـ m^3	22	35	45	48	60	74
التواتر التراكمي النازل	1	0,75	0,6	0,24	0,11	0,04

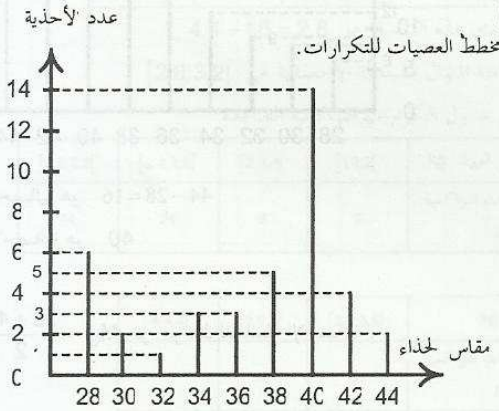
5) معدل استهلاك الماء بالمتر مكعب

$$\frac{11\times22+7\times35+16\times45+6\times48+3\times60+2\times74}{45}=40,51$$

6) عدد العائلات المستهلكة دون المعدل الحسابي $18=11+7$.

8

1) مخطط العصيات للتكرارات.



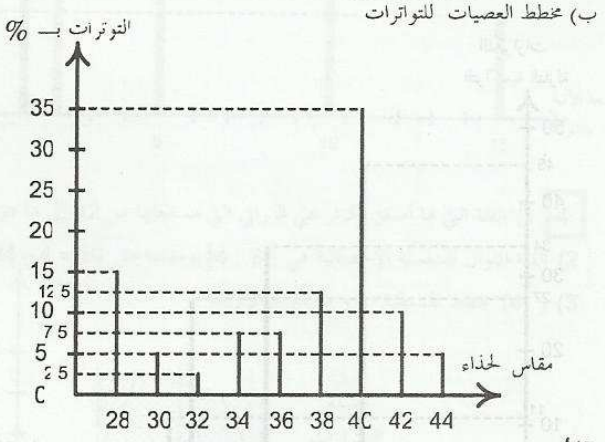
COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) أ)

مقاس الحذاء	28	30	32	34	36
التواتر بـ %	15	5	2,5	7,5	7,5

مقاس الحذاء	38	40	42	44
التواتر بـ %	12,5	35	10	5

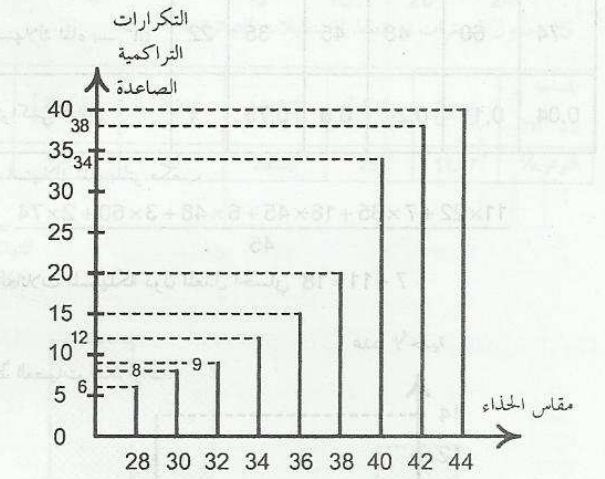
ب) مخطط العصيات للتواترات



3) أ)

مقاس الحذاء	28	30	32	34	36	38	40	42	44
التكرارات التراكمية الصاعدة	6	8	9	12	15	20	34	38	40

ب) مخطط العصيات للتكرارات التراكمية الصاعدة



مدى السلسلة الإحصائية هو $44-28=16$

منوال السلسلة الإحصائية هو 40

ترتيب القيم

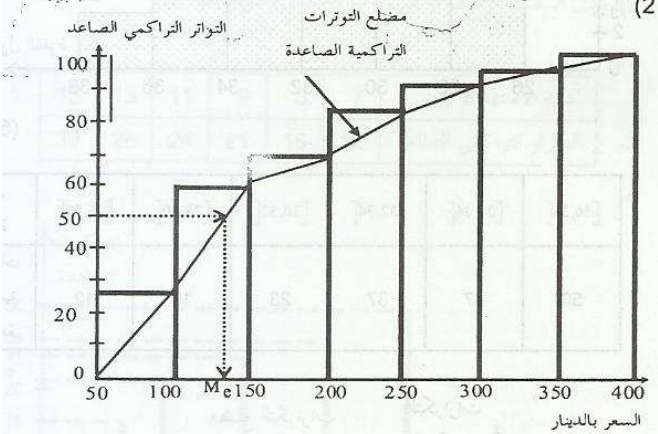
$M_e = \frac{38+40}{2} = \frac{78}{2} = 39$ هو موسط للسلسلة الإحصائية .

9

السعر بالدينار	من 50 إلى ما دون100	من 100 إلى ما دون150	من 150 إلى ما دون200
عدد الهواتف المباعة	32	72	82
التواتر التراكمي الصاعد (%)	26,67	60	68,3

السعر بالدينار	من 200 إلى ما دون250	من 250 إلى ما دون300	من 350 إلى ما دون400	من 450 إلى ما دون500
عدد الهواتف المباعة	101	111	115	120
التواتر التراكمي الصاعد (%)	84,17	92,5	95,83	100

2)



3) فاصلة النقطة التي ترتيبتها 50% في مضلع التواترات التراكمية هي تقريبا 130 .

إذن $M_e = 130$ هو موسط لهذه السلسلة .

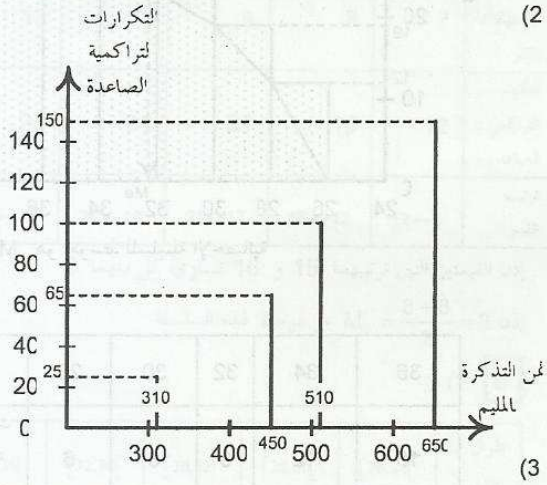
4) 50% من الهواتف الجوالة أسعارها تفوق 130دينار .

10

1)

ثمن التذكرة بالمليم	310	450	510	650
التكرار التراكمي الصاعد للركاب	25	65	120	150

2)



3)

ثمن التذكرة بالمليم	310	450	510	650
التواتر التراكمي الصاعد للركاب بـ %	16,6	43,3	80	100

COLLEGE.MOURAJAA.COM

4) مدى السلسلة الإحصائية هو $650-310=340$ ومنوالها هو 510

5) أ)

العمر بالسنة	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[
التواتر بالنسبة المائوية	12	24	14	10
عدد الركاب	18	36	21	15

العمر بالسنة	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
التواتر بالنسبة المائوية	16	8	10	6
عدد الركاب	24	12	15	9

ب) أكثر فئة في الحافلة هي فئة $[10,20[$.

ج) مدى السلسلة الإحصائية هو $80-0=80$

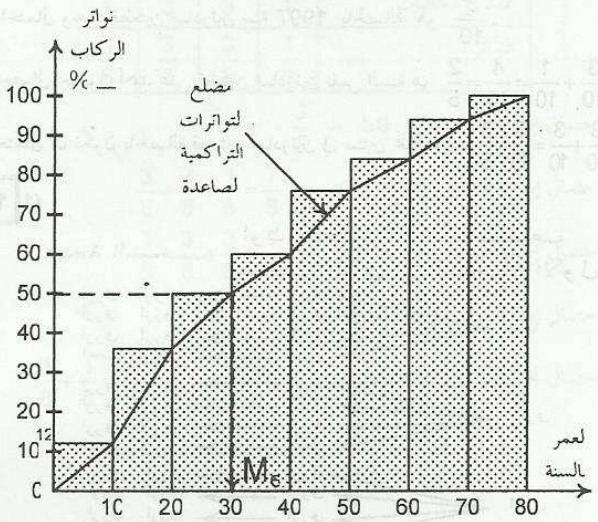
الفئة المنوال للسلسلة الإحصائية هي $[10,20[$.

د)

العمر بالسنة	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[
التواترات التراكمية الصاعدة	12	36	50	60

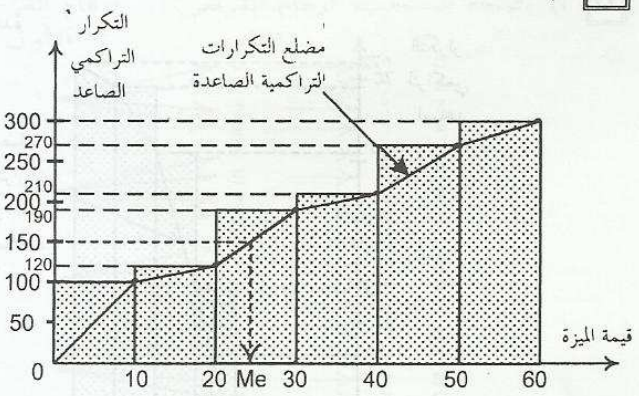
العمر بالسنة	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
التواترات التراكمية الصاعدة	76	84	94	100

هـ)



و) $M_e=30$ هو موسط للفئة العمرية للركاب .

11 1)



$M_e=24$ هو موسط للسلسلة .

2) و 3) جدول التكرارات التراكمية الصاعدة وجدول التكرارات للسلسلة .

قيمة الميزة	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[
التكرارات التراكمية الصاعدة	100	120	190	210	270	300
التكرارات	100	120-100 =20	190-120 =70	210-190 =20	270-210 =60	300-270 =30

4) مدى هذه السلسلة هو $60-0=60$ و الفئة المنوال لها هي $[0,10]$.

12 1) نقيس القطاع الدائري بالدرجة الممثل لكل فئة (باستعمال المنقلة) فنحصل على النتائج التالية

الوزن kg	[1,6;2[	[2;2,4[	[2,4;2,8[	[2,8;3,2[
قيس القطاع الدائري	15°	30°	75°	100°

الوزن kg	[3,2;3,6[	[3,6;4[	[4;4,4[
قيس القطاع الدائري	85°	40°	15°

نحسب عدد المواليد الذين أوزانهم تنتمي إلى المجال $[2\ ;\ 1,6[$ كالتالي

$\frac{15\times72}{360}=15\times0,2=3$ وبنفس الطريقة بالنسبة إلى بقية الفئات فنحصل على جدول التكرارات التالي

الوزن kg	[1,6;2[	[2;2,4[	[2,4;2,8[	[2,8;3,2[
عدد المواليد	3	6	15	20

الوزن kg	[3,2;3,6[	[3,6;4[	[4;4,4[
عدد المواليد	17	8	3

2) مدى هذه السلسلة هو $4,4-1,6=2,8$

و الفئة المنوال للسلسلة الإحصائية هي $[2,8;3,2[$

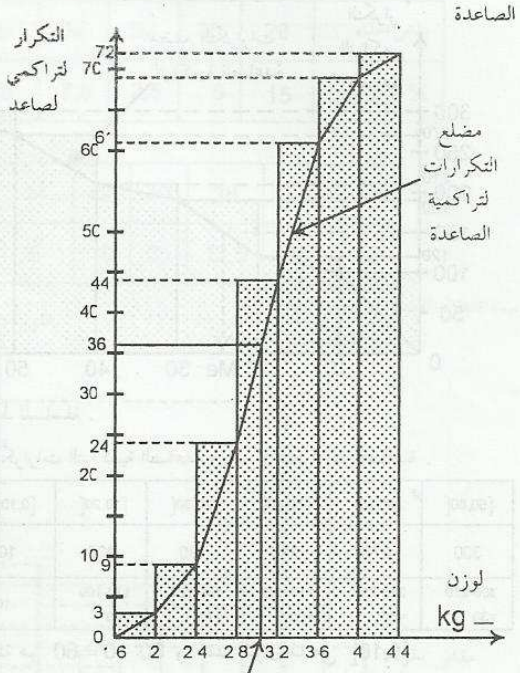
3) أ) جدول التكرارات التراكمية الصاعدة

الوزن kg	[1,6;2[	[2;2,4[	[2,4;2,8[	[2,8;3,2[
التكرارات التراكمية الصاعدة	3	9	24	44

الوزن kg	[3,2;3,6[	[3,6;4[	[4;4,4[
التكرارات التراكمية الصاعدة	61	69	72

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ب) مخطط المستطيلات للتكرارات التراكمية الصاعدة ومضلع التكرارات التراكمية الصاعدة



ج) $M_e = 3,1$ هو موسط للسلسلة M_e

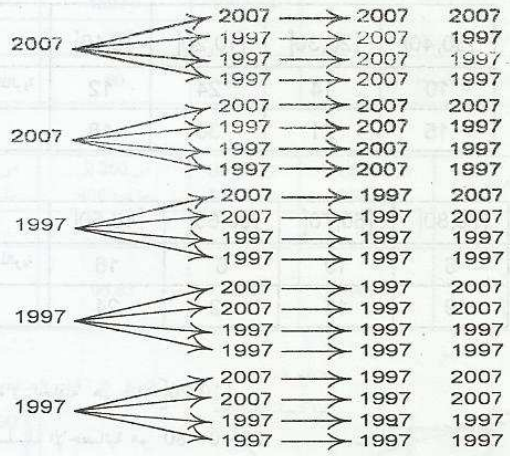
13 أ)

	الظرف(1)		الظرف(2)	
	السيارات	الدراجات	السيارات	الدراجات
العدد	0	6	1	5
التواتر	0	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$
احتمال السحب	0	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

	الظرف(3)		الظرف(4)	
	السيارات	الدراجات	السيارات	الدراجات
العدد	2	2	2	4
التواتر	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
احتمال السحب	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

	الظرف(5)		الظرف(6)	
	السيارات	الدراجات	السيارات	الدراجات
العدد	7	2	6	3
التواتر	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$	$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
احتمال السحب	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$	$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

14 1) نتيجة السحب | تاريخ القطعة الثانية | تاريخ القطعة الأولى



إذن عدد إمكانيات السحب 20

2)

تاريخ القطعتين	نفس التاريخ 2007	2007-1997	1997- 2007	نفس التاريخ 1997
عدد الإمكانيات	2	6	6	6
التواتر	$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$	$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$	$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$	$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

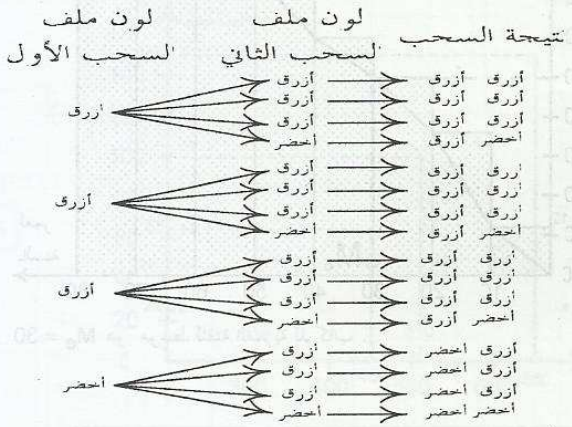
أ) احتمال احتواء حصالة أحمد على قطعتين صادرتين سنة 2007 هو $\frac{1}{10}$.

ب) احتمال وجود قطعتين صادرتين سنة 1997 بالحصالة هو $\frac{3}{10}$.

ج) احتمال حصول أحمد على قطعتين صادرتين نفس السنة هو $\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

د) احتمال أن تكون بالحصالة قطعتين صادرتين في سنتين مختلفتين هو $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

15 1)



إذن عدد إمكانيات السحب هو 16

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2)

لونا الملفين	أزرق- أزرق	أزرق- أخضر	أخضر - أزرق	أخضر- أخضر
عدد الإمكانيات	9	3	3	1
التواتر	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

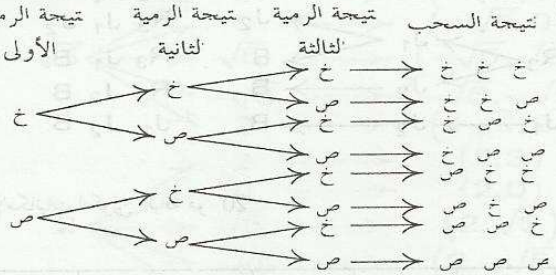
احتمال سحب ملفين زرقاوين هو $\frac{9}{16}$.

3) احتمال سحب ملفين خضراوين هو $\frac{1}{16}$.

4) احتمال سحب ملفين لهما نفس اللون هو $\frac{9}{16}+\frac{1}{16}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$.

5) احتمال سحب ملفين مختلفين في اللون هو $\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

16 1) نتيجة السحب — نتيجة الرمية الثالثة — نتيجة الرمية الثانية — نتيجة الرمية الأولى



عدد النتائج الممكنة لرميات أيمن هو 8

2)

عدد مرات إصابة الهدف	0	1	2
عدد الإمكانيات	1	3	3
التواتر	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$

إذن احتمال إصابة الهدف مرتين فقط هو $\frac{3}{8}$.

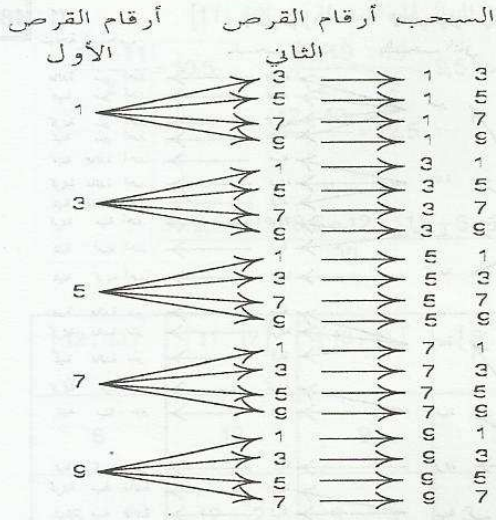
3) احتمال إصابة الهدف مرتين في الأكثر هو $\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

4) احتمال إصابة الهدف مرتين في الأكثر هو $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{7}{8}$

5) احتمال إصابة الهدف ثلاث مرات هو $\frac{1}{8}$

6) احتمال نجاح (أيمن إصابة الهدف مرتين على الأقل) هو $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

17 1) نتيجة السحب — أرقام القرص الثاني — أرقام القرص الأول



عدد إمكانيات السحب هو 20

2)

مجموع رقمي القرصين	قابل للقسمة على 3	غير قابل للقسمة على 3
عدد الإمكانيات	6	14
التواتر	$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$	$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$

إذن احتمال أن يكون مجموع الرقمين قابلا للقسمة على 3 هو $\frac{3}{10}$.

3)

خاصية الرقمين	أحدهما مضاعف للآخر	كل منهما غير مضاعف للآخر
عدد الإمكانيات	10	10
التواتر	$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$	$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

إذن احتمال أن يكون يكون فيها أحد الرقمين مضاعفا للآخر هو $\frac{1}{2}$.

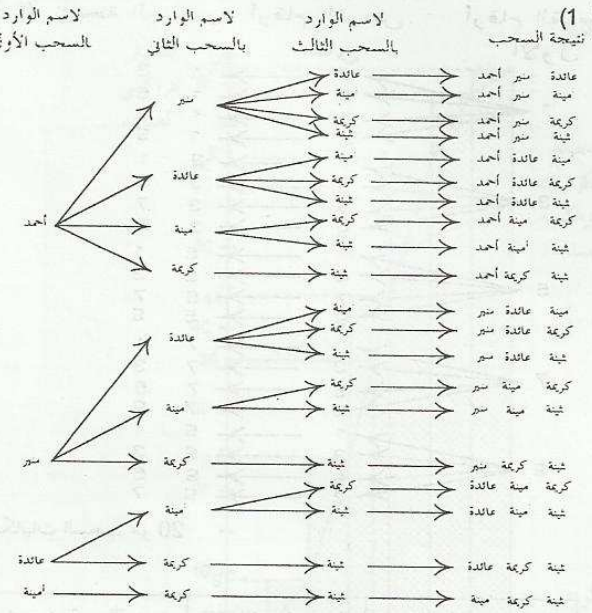
4)

خاصية الرقمين	أوليان فيما بينهما	غير أوليين فيما بينهما
عدد الإمكانيات	18	2
التواتر	$\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$	$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

إذن احتمال أن يكون يكون فيها الرقمان أوليان فيما بينهما هو $\frac{9}{10}$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

18 1) نتيجة السحب



عدد الإمكانيات لتكوين الفريق هو 20

2)

عناصر الفريق من نفس المستوى التعليمي	من مستويات مختلفة
1	19
$\frac{1}{20}$	$\frac{19}{20}$

عدد الإمكانيات / التواتر

إذن احتمال أن يكون الفريق من نفس المستوى التعليمي هو $\frac{1}{20}$.

3)

عناصر الفريق من نفس الجنس	من جنسين مختلفين
4	16
$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$	$\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

عدد الإمكانيات / التواتر

إذن احتمال أن يكون الفريق من نفس الجنس هو $\frac{1}{5}$

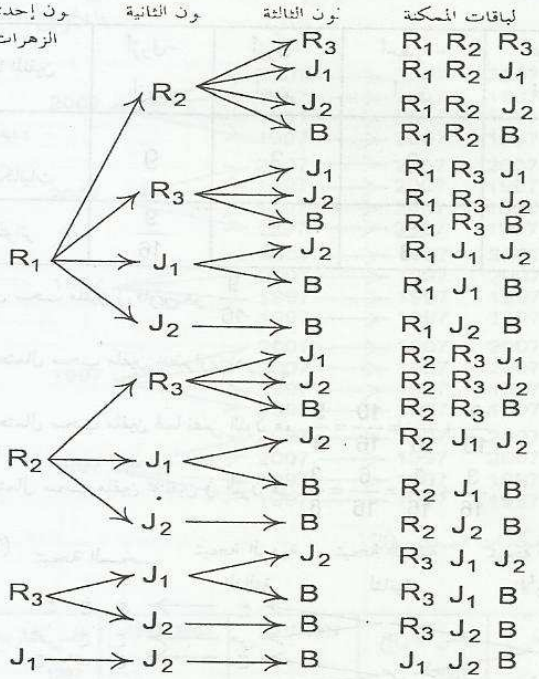
4) إذن احتمال أن يكون فيها الفريق من الجنسين هو $\frac{4}{5}$.

5) احتمال أن يكون كل عناصر الفريق من الفتيان هو 0 لأنه حدث مستحيل .

6) احتمال أن يكون عناصر الفريق من نفس المدرسة هو 1 لأنه حدث أكيد .

7) احتمال أن يكون كامل عناصر الفريق من السنوات الثامنة هو0 لأنه حدث مستحيل

19 1) لباقات الممكنة / لون الثالثة / لون الثانية / لون إحدى الزهرات



عدد الإمكانيات لتكوين الباقة هو 20

2)

ألوان زهرات الباقة	كلها حمراء	حمراوتان وصفراء	حمراوتان وبيضاء	صفراوتان وبيضاء	صفروتان وحمراء	بها 3 ألوان
عدد الباقات	1	6	3	1	3	6
التواتر	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$

احتمال أن يكون للباقة لونا واحدا هو (كلها حمراء) $\frac{1}{20}$

3) احتمال أن يكون للباقة زهرتان حمراوتان هو $\frac{6}{20}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$

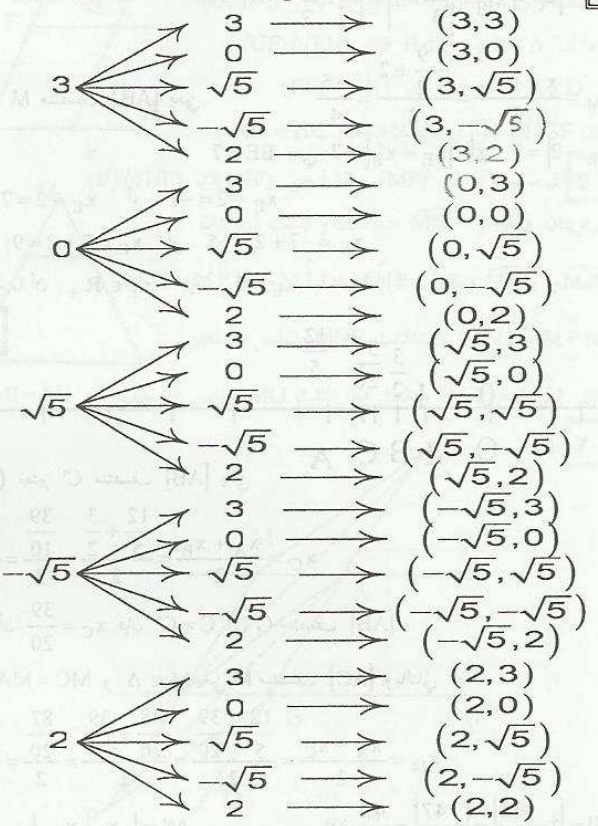
4) احتمال أن يكون للباقة لونان فقط $\frac{3}{20}+\frac{1}{20}+\frac{3}{20}+\frac{6}{20}+=\frac{13}{20}$

5) احتمال أن يكون للباقة زهرة صفراء على الأقل هو

$$\frac{6}{20}+\frac{3}{20}+\frac{1}{20}+\frac{6}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

موقع مراجعة دروسك الالكتروني
COLLEGE.MOURAJAA.COM

20 1) إحداثيات M — ترتيبة M — فاصلة M



إذن عدد الإحداثيات الممكنة للنقطة هو 25

2) لتكون النقطة M على محور الترتيبات يجب أن تكون ترتيبتها صفر

ترتيبة M	مساوية لصفر	مخالفة لصفر
عدد الإمكانيات	5	20
التواتر	$\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$	$\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$

احتمال أن تكون M منتمية إلى محور الفاصلات هو $\frac{1}{5}$.

3) احتمال أن تكون M غير منتمية إلى محور الفاصلات هو $\frac{4}{5}$.

4)

فاصلة M	مساوية لصفر	مخالفة لصفر
عدد الإمكانيات	5	20
التواتر	$\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$	$\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$

احتمال أن تكون M منتمية إلى محور الترتيبات هو $\frac{1}{5}$.

5)

فاصلة M وترتيبة M	أحدهما على الأقل مساو لصفر	مخالفان لصفر
عدد الإمكانيات	9	16
التواتر	$\frac{9}{25}$	$\frac{16}{25}$

احتمال أن تكون M غير منتمية إلى أي من محوري المعين هو $\frac{16}{25}$.

21 1) المجال الزمني المنوال لهذه السلسلة هو $[11\ ,\ 12[$

2) نحسب مراكز الفئات $\frac{9+10}{2}=\frac{19}{2}=9,5$ $\quad\frac{10+11}{2}=10,5$ $\quad\frac{11+12}{2}=11,5$ $\quad\frac{12+13}{2}=12,5$

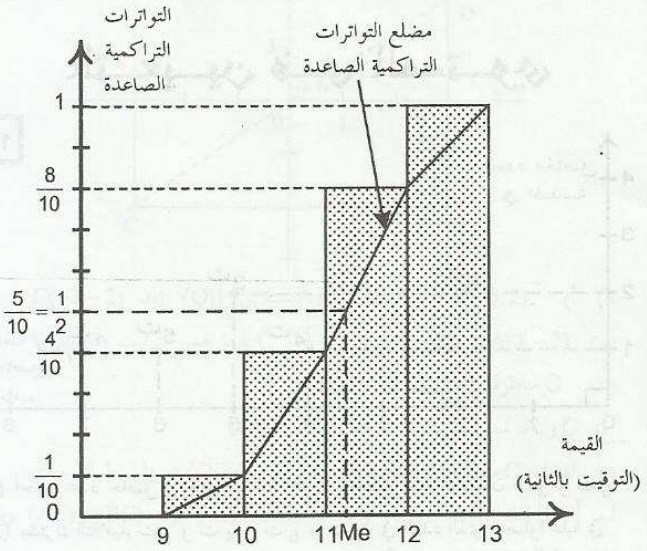
المعدل الحسابي للسلسلة

$$\frac{3\times9,5+9\times10,5+12\times11,5+6\times12,5}{30}=\frac{336}{30}=11,2$$

3)

التوقيت بالثانية	$[9\ ,\ 10[$	$[10\ ,\ 11[$	$[11\ ,\ 12[$	$[12\ ,\ 13[$
عدد التلاميذ	3	9	12	6
التواترات بالأعداد الكسرية	$\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$	$\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$	$\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$	$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$
التواترات التراكمية الصاعدة	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}$	$\frac{4}{10}+\frac{4}{10}=\frac{8}{10}$	$\frac{8}{10}+\frac{2}{10}=\frac{10}{10}=1$

4) مضلع التواترات الصاعدة



Me = 11,25 هو موسط لهذه السلسلة

5) أ) احتمال أن يكون توقيت التلميذ المنتقل لا يقل عن 12 ثانية هو تواتر القيمة $[12\ ,\ 13]$ إذن هو $\frac{1}{5}$

ب) احتمال أن يكون توقيت التلميذ أصغر من 11 ثانية هو $\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

22 1)

ثمن الجهاز بالمائة دينار	[2 , 4 [	[4 ; 6 [	[6 ; 8 [
التواتر بالأعداد الكسرية	$\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$	$\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$	$\frac{9}{40}$

ثمن الجهاز بالمائة دينار	[10 , 12 [	[12 ; 14 [	[8 ; 10 [
التواتر بالأعداد الكسرية	$\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$	$\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$	$\frac{7}{40}$

2) أ) احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 400 دينارا هو $\frac{3}{20}$

ب) احتمال أن يكون ثمن الجهاز المتلف دون 600 دينارا هو

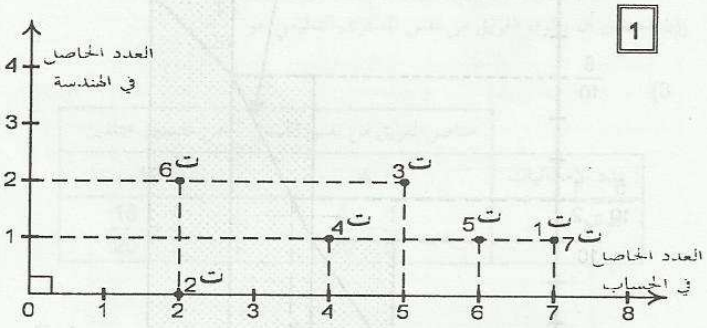
$\frac{3}{10}+\frac{3}{20}=\frac{6}{20}+\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$

ج) احتمال أن تكون خسارة صاحب المغازة من جراء الجهاز المتلف تفوق أو تساوي 800 دينارا هو

$\frac{7}{40}+\frac{4}{40}+\frac{2}{40}=\frac{13}{40}$

التعيين في المستوي

1



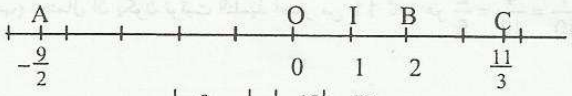
1) أحسن عدد حاصل في جزء الهندسة هو 2 وحصل عليه التلميذان ت 3 و ت 6 .

2) يشترك التلاميذ ت 1 و ت 4 و ت 5 و ت 7 في العدد الذي حصلوا عليه في الهندسة وهو 1 .

3) العدد الذي حصل عليه التلميذ ت 3 في الفرض هو $7=2+5$.

4) لم ينجز التلميذ ت 2 شكلا صحيحا لأن العدد الذي حصل عليه في الهندسة يساوي صفرا .

2



2) $AB=|x_B-x_A|=\left|-\frac{9}{2}-2\right|=\left|-\frac{13}{2}\right|=\frac{13}{2}$

$AC=|x_C-x_A|=\left|\frac{11}{3}-\left(-\frac{9}{2}\right)\right|=\left|\frac{22}{6}+\frac{27}{6}\right|=\left|\frac{49}{6}\right|=\frac{49}{6}$

$BC=|x_C-x_B|=\left|\frac{11}{3}-2\right|=\left|\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}$

3) M منتصف [AB] يعني $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-\frac{9}{2}+2}{2}=\frac{-5}{4}$

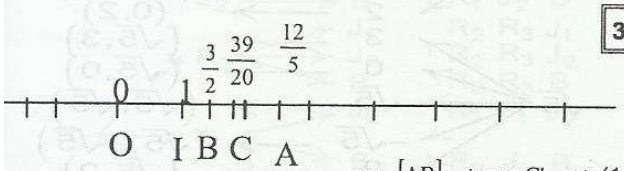
4) $BE=7$ يعني $|x_E-x_B|=7$ أي $|x_E-2|=7$

يعني $x_E-2=7$ أو $x_E-2=-7$

أي $x_E=7+2=9$ أو $x_E=-7+2=-5$

وبما أن $x_E\in\mathbf{R}_+$ فإن $x_E=9$

3



1) C' منتصف [AB] يعني

$x_{C'}=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{\frac{12}{5}+\frac{3}{2}}{2}=\frac{\frac{39}{10}}{2}=\frac{39}{20}$

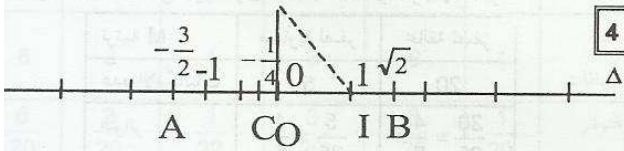
وبما أن $x_C=\frac{39}{20}$ فإن $C=C'$ أي C منتصف [AB]

2) $MC=MA$ و $M\in\Delta$ يعني M منتصف [AC] وبالتالي

$x_M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{\frac{12}{5}+\frac{39}{20}}{2}=\frac{\frac{48}{20}+\frac{39}{20}}{2}=\frac{\frac{87}{20}}{2}=\frac{87}{40}$

3) $MI=|x_I-x_M|$ إذن $MI=\left|1-\frac{87}{40}\right|=\left|-\frac{47}{40}\right|=\frac{47}{40}$

4



1) $AB=|x_B-x_A|=\left|\sqrt{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)\right|=\left|\sqrt{2}+\frac{3}{2}\right|=\sqrt{2}+\frac{3}{2}$

$C=|x_C-x_A|=\left|-\frac{1}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)\right|=\left|-\frac{1}{4}+\frac{6}{4}\right|=\left|\frac{5}{4}\right|=\frac{5}{4}$

2) $=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)}{2}=\frac{-\frac{6}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)}{2}=\frac{-\frac{7}{4}}{2}=-\frac{7}{8}$

3) $=\frac{x_A+x_I}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+1}{2}=\frac{-\frac{1}{2}}{2}=-\frac{1}{4}$ إذن C' منتصف [AI]

وبما أن $C=C'$ فإن $x_C=-\frac{1}{4}$ وبالتالي C منتصف [AI]

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

5 2) H مسقط G على Δ وفقا لمنحى D يعني (GH) // D

F مسقط G على D وفقا لمنحى Δ يعني (GF) // Δ

وبما أن E∈Δ و H∈Δ فإن (GF)//(EH)

و F∈D و E∈D فإن (EF)//(GH)

إذن EHGF متوازي الأضلاع ومنه GF = HE

6 J مسقط I على (MP) وفقا لمنحى (NP) إذن (IJ)//(NP)

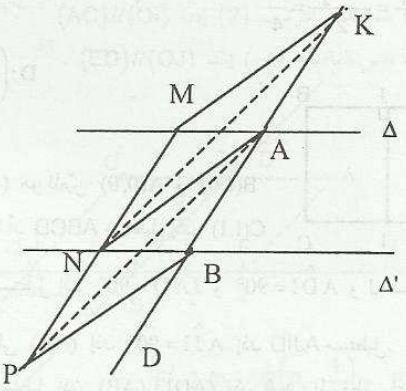
الزاويتان $\widehat{MIJ}$ و $\widehat{MNP}$ متماثلتان وكذلك الزاويتان

$\widehat{MJI}$ و $\widehat{MPN}$ وبالتالي $M\hat{I}J = M\hat{N}P$ و $M\hat{J}I = M\hat{P}N$

$M\hat{N}P = M\hat{P}N$ لأن المثلث MNP متقايس الضلعين

إذن $M\hat{I}J = M\hat{J}I$ وبالتالي فإن المثلث MIJ متقايس الضلعين ومنه MI = MJ

7 1)



2) N مسقط M على Δ' وفقا لمنحى D يعني (MN)//D

و A و B نقطتان من D إذن (AB)//(MN)

وبما أن (AM)//(NB) (Δ//Δ') فإن AMNB متوازي الأضلاع

P مسقط B على (MN) وفقا لمنحى (AN) يعني (BP)//(NA)

وبما أن (AB)//(MN) و P نقطة من (MN) فإن (AB)//(NP)

وبالتالي ABPN متوازي الأضلاع.

AMNB متوازي الأضلاع إذن AB = MN و (AB)//(MN)

ABPN متوازي الأضلاع إذن AB = NP و (AB)//(NP)

إذن MN = NP و (NP)//(MN) وبما أن لهما نقطة مشتركة N فإن

M و N و P على استقامة واحدة ومنه N منتصف [PM].

3) K مسقط M على D وفقا لمنحى (AN) يعني (MK)//(AN)

وبما أن (AK)//(MN) لأن (AB)//(MN) و (K∈(AB) فإن

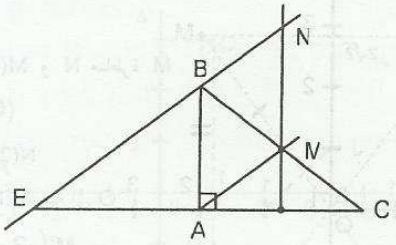
AKMN متوازي الأضلاع، إذن (AK)//(MN) و AK = MN

وبما أن (NP)//(MN) و MN = NP فإن (AK)//(NP) و AK = NP

وبالتالي AKNP متوازي الأضلاع ومنه (AP)//(NK) وبما أن N∈Δ'

فإن N هي مسقط K على Δ' وفقا لمنحى (AP).

8



1) M مسقط I على (BC) وفقا لمنحى (AB) إذن (MI)//(AB)

وبما أن (AC)⊥(AB) لأن المثلث ABC قائم فإن (MI)⊥(AC)

وبما أن I∈(AC) فإن I هي المسقط العمودي لـ M على (AC)

2) لدينا (MN)//(AB) (MI)//(AB) و (N∈(MI)

و N مسقط B على (MI) وفقا لمنحى (AM) إذن

(AM)//(BN) وبالتالي ABNM متوازي الأضلاع.

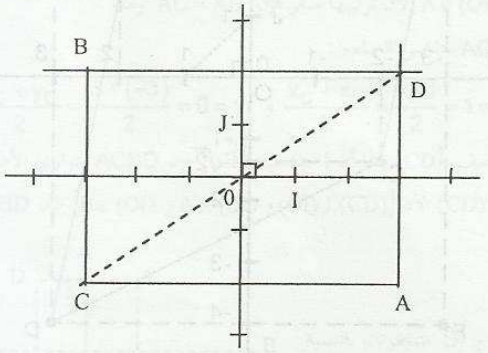
3) B مسقط E على (AB) وفقا لمنحى (AM) يعني (AM)//(EB)

وبما أن (AM)//(BN) فإن (EB)//(BN) وبما أن لهما نقطة

مشتركة B فهما متطابقان أي E∈(BN) وبما أن E∈(AC)

فإن $\{E\} = (AC) \cap (BN)$

9



1) أ) B(−3,2) و C مناظرة B بالنسبة إلى (OI) إذن C(−3,−2)

ب) A(3,−2) و C(−3,−2) إذن A و C لهما نفس الترتيب وفاصلتاهما متقابلان

إذن C مناظرة A بالنسبة إلى (OJ)

ج) C و A لهما نفس الترتيب إذن (AC)//(OI)

د) لدينا C مناظرة B بالنسبة إلى (OI) إذن (OI) هو الموسط العمودي

لـ [BC] إذن (BC)⊥(OI) وبما أن (AC)//(OI) فإن (AC)⊥(BC) وبالتالي

المثلث ABC قائم الزاوية في C.

2) أ) C(−3,−2) و D مناظرة C بالنسبة إلى O إذن D(3,2)

ب) D مناظرة C بالنسبة إلى O يعني O منتصف [CD] ولدينا A(3,−2)

و B(−3,2) إذن A مناظرة B بالنسبة إلى O يعني O منتصف [AB]

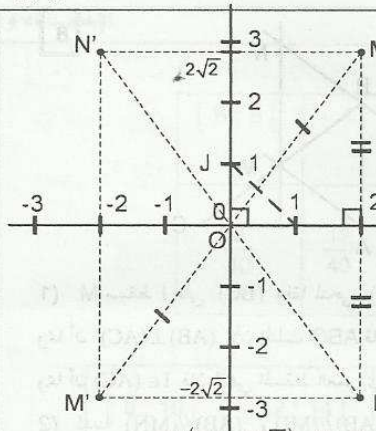
إذن ACBD متوازي الأضلاع. وبما أن (BC)⊥(AC) فإن ACBD مستطيل

ج) ACBD مستطيل إذن قطراه متقايسان أي AB = CD و فيه كل ضلعين متقابلين

متقايسان ومنه AD = BC.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

10 1)



2) $M(2,2\sqrt{2})$ و N مناظرة M بالنسبة إلى (OI)

إذن $N(2,-2\sqrt{2})$

M' مناظرة M بالنسبة إلى O

إذن $M'(-2\ ,\ -2\sqrt{2})$

3) N و M' لهما نفس الترتيب وفاصلتاهما متقابلتان إذن

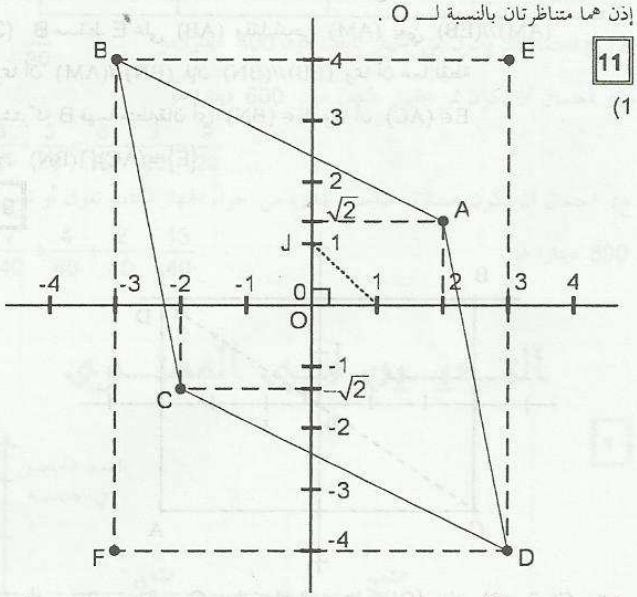
N و M' متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)

4) N' و M متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) إذن $N'(-2\ ,\ 2\sqrt{2})$

وبما أن $N(2,-2\sqrt{2})$ فإن N و N' فاصلتاهما متقابلتان وترتيباهما متقابلان

إذن هما متناظرتان بالنسبة لـ O .

11 1)



$A(2,\sqrt{2})$ و $C(-2,-\sqrt{2})$ إذن C مناظرة A بالنسبة إلى O إذن O منتصف [AC]

$B(-3,4)$ و $D(3,-4)$ يعني D مناظرة B بالنسبة إلى O إذن O منتصف [BD]

وبالتالي ABCD متوازي الأضلاع.

2) أ) E مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) و $B(-3,4)$ إذن $E(3,4)$

F مناظرة B بالنسبة إلى (OI) و $B(-3,4)$ إذن $F(-3,-4)$

ب) لدينا $E(3,4)$ و $F(-3,-4)$ إذن E مناظرة F بالنسبة إلى O إذن O منتصف [EF]

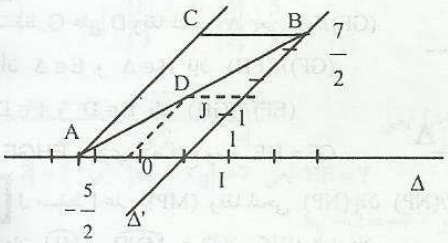
وبما أن O منتصف [BD] (مما سبق) فإن BEDF متوازي الأضلاع ونعلم أن E مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) يعني (OJ) هو الموسط العمودي لـ [BE] أي $(OJ)\perp(BE)$

وبما أن $(OJ)\perp(OI)$ فإن $\boxed{(OI)//(BE)}$ ونعلم أن B و F متناظرتان بالنسبة إلى (OI) إذن (OI) هو الموسط العمودي لـ [BF] أي $(OI)\perp(BF)$

$(OI)//(BE)$ و $(OI)\perp(BF)$ إذن $(BE)\perp(BF)$

إذن $\hat{EBF}=90°$ وبالتالي BEDF مستطيل.

12 1)



2) إحداثيات C : $C:\left(-\frac{5}{2},\frac{7}{2}\right)$

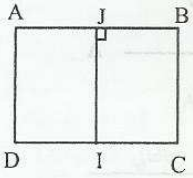
3) D منتصف [AB] إذن

$x_D=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+0}{2}=-\frac{5}{4}$

$y_D=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{0+\frac{7}{2}}{2}=\frac{7}{4}$

إذن $D:\left(-\frac{5}{4},\frac{7}{4}\right)$

13



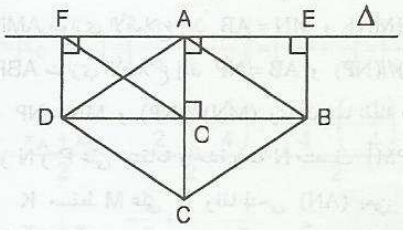
1) (A,B,D) هو المعيّن $A(0,0)$ و $B(1,0)$ و $D(0,1)$ وبما أن ABCD مستطيل إذن $C(1,1)$

3) ABCD مستطيل إذن $\hat{JAD}=90°$ و $\hat{ADI}=90°$ و J المسقط العمودي لـ I على (AB) إذن $\hat{AJI}=90°$ إذن AJID مستطيل.

4) ABCD مستطيل إذن $(AD)\perp(AB)$ إذن A هي المسقط العمودي لـ D على (AB) و $(CB)\perp(AB)$ إذن B هي المسقط العمودي لـ C على (AB) ونعلم أن J هي المسقط العمودي لـ I على (AB) وبما أن I منتصف [CD] فإن J منتصف [AB] (لأن الاسقاط يحافظ على المنتصف) إذن $J\left(\frac{1}{2}\ ,\ 0\right)$.

5) $I\left(\frac{1}{2}\ ,\ 1\right)$.

14 1)



لدينا $[\Delta//(OB)$ و $(OA)\perp(OB)]$ لأن OAEB معين إذن $(OE)\perp\Delta$ وبما أن A و E نقطتان من Δ فإن $(OA)\perp(EA)$

إذن $\hat{OAE}=90°$ ولنا $\hat{AOB}=90°$ و $\hat{BEA}=90°$ لأن E المسقط العمودي لـ B على Δ إذن OAEB مستطيل.

2) F مسقط O على Δ وفقا لمنحى (AB) إذن $(OF)//(AB)$ وبما أن $(AF)//(OB)$ فإن AFOB متوازي الأضلاع إذن $AF=OB$

وبما أن $OB=OD$ لأن O منتصف [BD] فإن $AF=OD$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

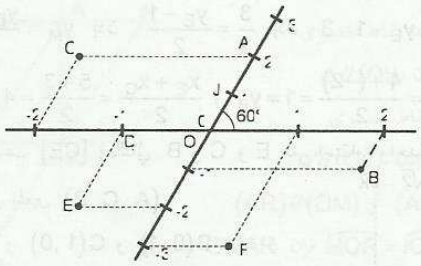
وبما أن (OD)//(AF) ((Δ)//(BD)) فإن AFDO متوازي الأضلاع

وبما أن (OD)⊥(AO) فإن AFDO مستطيل إذن (DF)⊥(AF) إذن F هي المسقط العمودي لـ D على Δ

3) A(1,0) ، B(0,1) ، C(−1,0) ، D(0,−1) ، E(1,1) ، F(1,−1)

15

1)

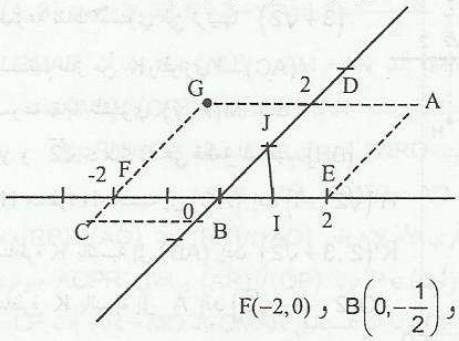


2) B لا تنتمي إلى (ED) لأن فاصلتها مختلفة عن فاصلتي E و D

3) A و C لهما نفس الترتيب (2) إذن (OI)//(AC)

D و E لهما نفس الفاصلة (−1) إذن (OJ)//(ED) .

16



1) أ) $E(2,0)$ و $B\left(0,-\frac{1}{2}\right)$ و $F(-2,0)$

ب) $E(2,0)$ و $F(-2,0)$ إذن E و F متناظرتان بالنسبة إلى O وبالتالي O منتصف [EF] .

ج) E مسقط A على (OI) وفقا لمنحى (OJ) إذن (OJ)//(AE)

D مسقط A على (OJ) وفقا لمنحى (OI) إذن (OI)//(AD)

و $D\in(OJ)$ و $E\in(OI)$ إذن (AE)//(OD) و (AD)//(OE)

إذن DAEO متوازي الأضلاع.

F مسقط C على (OI) وفقا لمنحى (OJ) إذن (OJ)//(FC)

B مسقط C على (OJ) وفقا لمنحى (OI) إذن (OI)//(BC)

و $B\in(OJ)$ و $F\in(OI)$ إذن OFCB متوازي الأضلاع.

2) أ) DAEO متوازي الأضلاع إذن DA = OE و (DA)//(OE) (1)

FCBO متوازي الأضلاع إذن BC = OF و (BC)//(OF) (2)

وبما أن O منتصف [EF] فإن OF = OE و (OF)//(OE) (3)

إذن من (1) و (2) و (3) نستنتج أن BC = AD و (BC)//(AD)

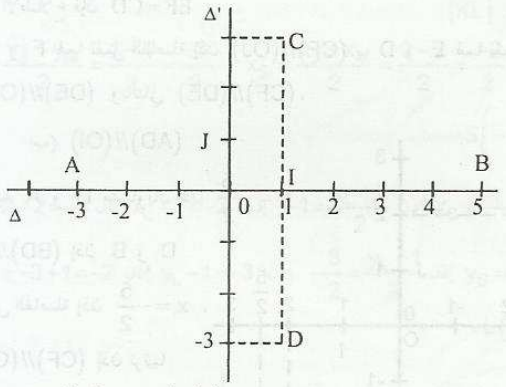
وبالتالي ABCD متوازي الأضلاع.

ب) G(−2 ,2)

3) $\frac{x_A+x_G}{2}=\frac{2+(-2)}{2}=0$ و $\frac{y_A+y_G}{2}=\frac{2+2}{2}=2$

إذن إحداثيات منتصف [AG] مساوية لإحداثيات D وبالتالي D منتصف [AG]

17



1) ب) $AB=|x_B-x_A|=|5-(-3)|=|8|=8$

$IA=|x_A-x_I|=|-3-1|=|-4|=4$

ج) لتكن M منتصف [AB] يعني $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-3+5}{2}=1$

وبما أن $x_I=1$ فإن I = M أي I منتصف [AB]

أ) A(-3,0) و B(5,0)

2) ب) C(1,3) و D مناظرة C بالنسبة إلى (OI) إذن D(1,−3)

ج) D مناظرة C بالنسبة إلى (OI) يعني (OI) هو الموسط العمودي لـ [CD]

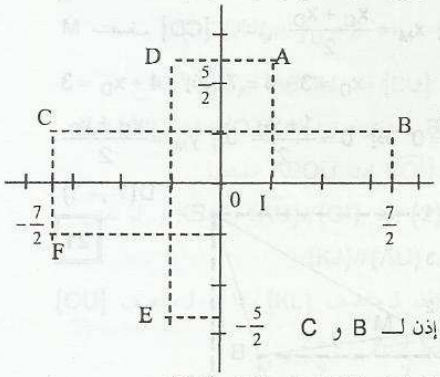
وبما أن $A\in(OI)$ لأن ترتيبها صفر فإن AC = AD ومنه

المثلث ACD متقايس الضلعين.

د) $\frac{x_C+x_D}{2}=\frac{1+1}{2}=1=x_I$ و $\frac{y_C+y_D}{2}=\frac{3+(-3)}{2}=0=y_I$

إذن I منتصف [CD] وبما أن I منتصف [AB] فإن ACBD متوازي الأضلاع وبما أن (AB)⊥(CD) لأن $A\in(OI)$ و (OI)⊥(CD) و $B\in(OI)$ فإن ACBD معيّن.

18



ب) A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) و $A\left(1,\frac{5}{2}\right)$

إذن $D\left(-1,\frac{5}{2}\right)$

ج) $B\left(\frac{7}{2},1\right)$ و $C\left(-\frac{7}{2},1\right)$ إذن لـ B و C نفس الترتيب وفاصلتان متقابلتان إذن هما متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)

B و C لهما نفس الترتيب و A و D لهما نفس الترتيب إذن (OI)//(AD)

و (OI)//(BC) وبالتالي (BC)//(AD) وبما أن التناظر المحوري يحافظ على البعد

فإن AB = CD إذن ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

2) ب) ABEF متوازي الأضلاع يعني قطراه [AE] و [BF]

يتقاطعان في منتصفهما وبما أن فاصلتي E و A متقابلتان وترتيبهما كذلك فإنهما

متناظرتان بالنسبة إلى O إذن O منتصف [AE] وبالتالي O منتصف [BF]

إذن B و F متناظرتان بالنسبة إلى O وبما أن $B\left(\frac{7}{2},1\right)$ فإن $F\left(-\frac{7}{2},-1\right)$

3) نعلم من السؤال (1) أن AB = CD وبما أن AB = EF لأن ABCD

COLLEGE.MOURAJAA.COM

متوازي الأضلاع فإن $EF = CD$

4) C و F لهما نفس الفاصلة إذن $(CF)//(OJ)$. D و E لهما نفس الفاصلة إذن $(OJ)//(DE)$ وبالتالي $(CF)//(DE)$.

19 ب) $(AD)//(OI)$

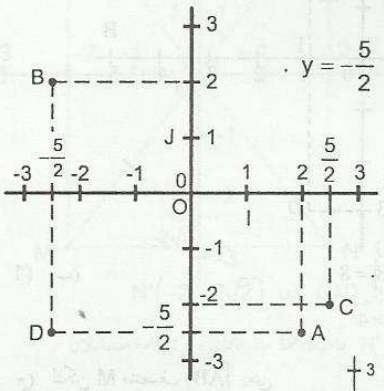
إذن ترتيبا A و D متساويان إذن $y = -\frac{5}{2}$.

$(BD)//(OJ)$ إذن B و D

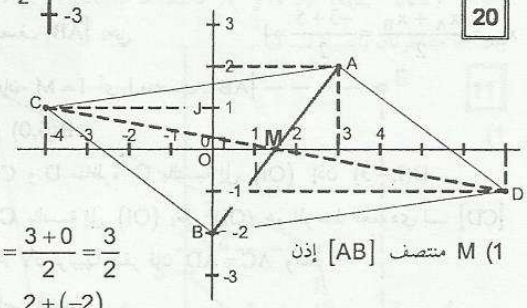
لهما نفس الفاصلة إذن $x = -\frac{5}{2}$.

3) $(OI)//(CF)$ إذن ترتيبا

C و F متساويان إذن $z = -2$.



20



1) M منتصف [AB] إذن

$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2}$

$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0$

إذن $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ وبالتالي $M \in (OI)$.

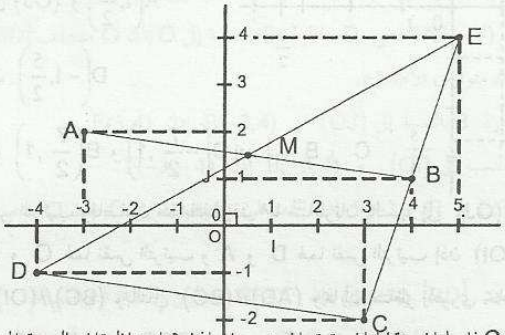
2) ACBD متوازي الأضلاع إذن [AB] و [CD] يتقاطعان في منتصفهما إذن M منتصف [CD] وبالتالي $x_M = \frac{x_C + x_D}{2}$ إذن $\frac{3}{2} = \frac{-4 + x_D}{2}$ إذن

$3 = -4 + x_D$ إذن $x_D = 3 + 4 = 7$

$y_M = \frac{y_C + y_D}{2}$ إذن $0 = \frac{1 + y_D}{2}$ إذن $0 = 1 + y_D$ وبالتالي $y_D = -1$

$D(7, -1)$

21



1) لـ A و C فاصلتان متقابلتان وترتيبان متصبرتان إذن هما متناظرتان بالنسبة إلى O وبالتالي O منتصف [AC] (أو $\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0 = x_O$ و

$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0 = y_O$ إذن O منتصف [AC])

2) D مناظرة B بالنسبة إلى O إذن $D(-4, -1)$.

3) أ) M منتصف [AB] إذن $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$ و $y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$.

إذن $M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$x_M = \frac{x_D + x_E}{2}$ إذن $\frac{1}{2} = \frac{x_E + (-4)}{2}$ إذن $x_E - 4 = 1$ و $x_E = 5$

إذن $E(5,4)$

$y_M = \frac{y_D + y_E}{2}$ إذن $\frac{3}{2} = \frac{y_E - 1}{2}$ إذن $y_E - 1 = 3$ و $y_E = 4$

ب) $x_B = 4 = \frac{x_E + x_C}{2} = \frac{5+3}{2}$ و $y_B = 1 = \frac{y_E + y_C}{2} = \frac{4+(-2)}{2}$

إذن B منتصف [CE] وبالتالي B و C و E على استقامة واحدة .

22 1) في المعين (A ,C ,B)

$A(0,0)$ و $C(1,0)$ و $B(0,1)$.

2) لـ B و H نفس الترتيبة إذن $(AC)//(BH)$.

3) أ) مجموعة نقاط المستوي التي فاصلتها $\sqrt{2}$ هي المستقيم المار من H والموازي لـ (AB) .

ب) مجموعة نقاط المستوي التي ترتيبها $(3+\sqrt{2})$ هي المستقيم المار من K والموازي لـ (AC) .

ج) مجموعة نقاط المستوي $M(x,y)$ بحيث $y = 1$ و $0 \le x \le \sqrt{2}$ هي قطعة المستقيم [BH] .

4) H' مناظرة H بالنسبة إلى (AC) إذن $H'(\sqrt{2}, -1)$

K' مناظرة K بالنسبة إلى (AB) إذن $K'(2, 3+\sqrt{2})$

O مناظرة K بالنسبة إلى A إذن $O(2, -3-\sqrt{2})$

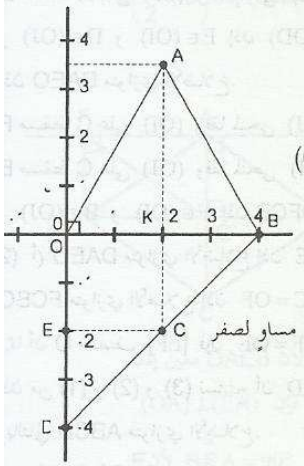
5) $B'(0,-1)$ ، H' و B' لهما نفس الترتيب

إذن $(AC)//(B'H')$ وبما أن $(BH)//(AC)$ فإن $(BH)//(B'H')$.

H و H' لهما نفس الفاصلة إذن $(AB)//(HH')$ وبالتالي $(BB')//(HH')$.

B' المسقط العمودي لـ H' على (AB) إذن $\widehat{H'B'B} = \widehat{H'B'A} = 90°$ وبالتالي HBB'H' مستطيل .

23 1) أ)



ب) لـ A و C نفس الفاصلة (2)

إذن $(OJ)//(AC)$ وبما أن $(OI) \perp (OJ)$

فإن $(OI) \perp (AC)$.

ج) $(AC) \cap (OI) = \{K\}$

و $(OJ)//(AC)$

إذن لـ A و K نفس الفاصلة وترتيب K مساوٍ لصفر

إذن $K(2,0)$

$x_K = 2 = \frac{x_O + x_B}{2} = \frac{0+4}{2}$ و

$y_K = 0 = \frac{y_O + y_B}{2} = \frac{0+0}{2}$ إذن K منتصف [OB] ،

علما أن $(AC) \perp (OI)$ في K إذن $(OB) \perp (AC)$ في K

وبالتالي (AC) هو الموسط العمودي لـ [OB] إذن $AO = AB$.

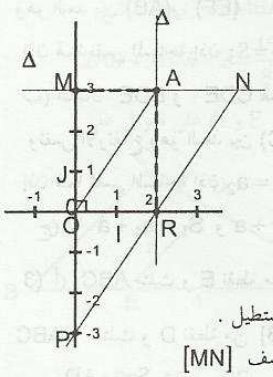
2) $x_C = \frac{x_B + x_D}{2}$ إذن $2 = \frac{4 + x_D}{2}$ إذن $4 + x_D = 4$ إذن $x_D = 0$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$y_C = \frac{y_B + y_D}{2}$ إذن $-2 = \frac{0 + y_D}{2}$ إذن $y_D = -4$ و $D(0,-4)$.

3) أ) $E = [OD]$ ب) $F = [IB]$ ج) $G = [AC]$.

24 1) أ) ب)



2) أ) $R(2,0)$ $A(2,3)$ $M(0,3)$

ب) Δ هي مجموعة نقاط المستوي

التي ترتيبها 3 إذن $\Delta // (OI)$

Δ' هي مجموعة نقاط المستوي

التي فاصلتها 2 إذن $\Delta' // (OJ)$

إذن $(AM) // (OR)$ و $(AR) // (OM)$

وبما أن $\widehat{MOR} = \widehat{IOJ} = 90°$ فإن OMAR مستطيل .

3) أ) N مناظرة M بالنسبة إلى A إذن A منتصف $[MN]$

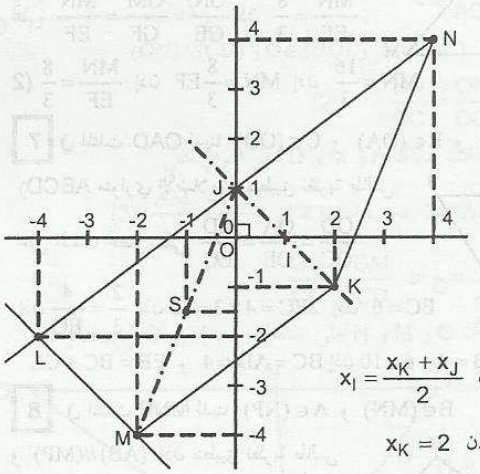
$x_A = \frac{x_M + x_N}{2}$ إذن $2 = \frac{0 + x_N}{2}$ إذن $x_N = 4$

$y_A = \frac{y_M + y_N}{2}$ إذن $3 = \frac{3 + y_N}{2}$ إذن $6 = 3 + y_N$ إذن $y_N = 3$ $N(4,3)$.

ب) A منتصف $[MN]$ إذن $AM = AN$ و $N \in (AM)$ وبما أن OMAR مستطيل فإن $AM = OR$ إذن $OR = AN$ ولدينا $(AM) // (OR)$ إذن $(AN) // (OR)$ إذن ANRO متوازي الأضلاع إذن $RN = OA$ وفي المستطيل OMAR ، $MR = AO$ إذن $RN = RM$

4) ANRO متوازي الأضلاع إذن $(AO) // (RN)$ إذن $(AO) // (RP)$ وبما أن $(AR) // (OJ)$ و $P \in (OJ)$ فإن $(AR) // (OP)$ وبالتالي AOPR متوازي الأضلاع إذن $OP = AR$ وبما أن المستطيل OMAR فإن $AR = MO$ إذن $OM = OP$ علما أن $P \in (OM)$ إذن O منتصف $[MP]$ وبالتالي $P(0,-3)$.

25 1) أ)



I منتصف $[JK]$ إذن $x_I = \frac{x_K + x_J}{2}$

إذن $1 = \frac{x_K + 0}{2}$ إذن $x_K = 2$

$y_I = \frac{y_K + y_J}{2}$ إذن $0 = \frac{y_K + 1}{2}$ إذن $y_K + 1 = 0$ إذن $y_K = -1$ ، $K(2,-1)$

ب) $M(-2,4)$ و $N(4,4)$ ، نحسب إحداثيات منتصف $[MN]$

$x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$ و $y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{-4+4}{2} = \frac{0}{2} = 0$

إذن I منتصف $[MN]$. ولنا I منتصف $[JK]$ وبالتالي MKNJ متوازي الأضلاع .

2) أ) MKNJ متوازي الأضلاع إذن $(MK) // (JN)$ ، $L \in (JN)$ إذن $(MK) // (JL)$

وبما أن $(JK) // (ML)$ فإن MLJK متوازي الأضلاع ولدينا S منتصف $[MJ]$ إذن

S منتصف $[KL]$.

ب) $x_S = \frac{x_J + x_M}{2} = \frac{0-2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ و $y_S = \frac{y_J + y_M}{2} = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2}$

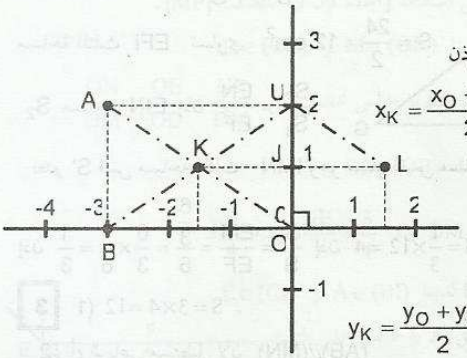
$S\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$

ج) $x_S = \frac{x_L + x_K}{2}$ إذن $-1 = \frac{x_L + 2}{2}$ إذن $x_L + 2 = -2$ إذن $x_L = -2-2 = -4$

$y_S = \frac{y_L + y_K}{2}$ إذن $-\frac{3}{2} = \frac{y_L - 1}{2}$ إذن $y_L - 1 = -3$ إذن $y_L = -3+1 = -2$

$L(-4,-2)$.

26



1) K منتصف $[OA]$ إذن

$x_K = \frac{x_O + x_A}{2} = \frac{0-3}{2} = -\frac{3}{2}$

و $y_K = \frac{y_O + y_A}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$

إذن $K\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$

2) أ) B المسقط العمودي لـ A على (OI) إذن $B(-3,0)$

ب) K منتصف $[BU]$ إذن $x_K = \frac{x_B + x_U}{2}$ إذن $-\frac{3}{2} = \frac{-3 + x_U}{2}$

إذن $-3 + x_U = -3$ إذن $x_U = 0$

$y_K = \frac{y_B + y_U}{2}$ إذن $1 = \frac{0 + y_U}{2}$ إذن $y_U = 2$ إذن $U(0,2)$.

ج) K منتصف $[OA]$ و منتصف $[BU]$ إذن ABOU متوازي الأضلاع

فاصلة U تساوي صفرا و ترتيب B يساوي صفرا إذن $U \in (OJ)$ و $B \in (OI)$

وبما أن $\widehat{IOJ} = 90°$ فإن $\widehat{BOU} = 90°$ إذن ABOU مستطيل .

3) لـ A و U نفس الترتيب (2) إذن $(AU) // (OI)$ ولـ K و J نفس الترتيب إذن $(KJ) // (OI)$ وبالتالي $(KJ) // (AU)$.

4) L مناظرة K بالنسبة إلى J إذن J منتصف $[KL]$ وبما أن J منتصف $[OU]$

لأن $x_J = \frac{0+0}{2} = \frac{x_U + x_O}{2}$ و $y_J = \frac{2+0}{2} = \frac{y_U + y_O}{2}$

فإن KULO متوازي الأضلاع و بما أن ABOU مستطيل مركزه K فإن $KU = KO$

وبالتالي KULO معيّن .

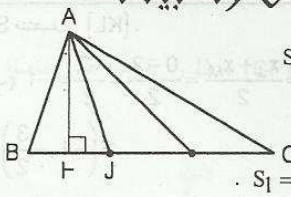
27

☒ A و H متناظرتان بالنسبة لـ (OI)	☐ O منتصف [EG]
☐ (AB) // (OJ)	☐ F و C متناظرتان بالنسبة لـ O
☒ O منتصف [BG]	☐ (CF) // (OI)
☒ D و G متناظرتان بالنسبة لـ (OJ)	☐ O منتصف [GD]
☒ (AF) // (OJ)	☐ مجموعة النقاط التي فاصلتها π هي [AF]
☐ B ∈ (EG)	☐ مجموعة النقاط التي ترتيبها $\sqrt{5}$ هي (BG)
☒ F ∈ (AH)	

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مبرهنة طالس وتطبيقاتها

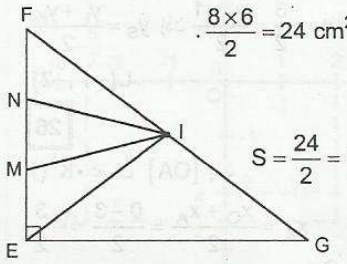
1 1) $S_1=\frac{3\times BI}{2}$ $S_2=\frac{3\times IJ}{2}$ $S_3=\frac{3\times JC}{2}$



وبما أن $BI = IJ = JC$ فإن $S_1=S_2=S_3$.

2) لنا $S_1=S_2=S_3$ إذن $\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}=\frac{S_1+S_2+S_3}{3S}=\frac{S}{3S}=\frac{1}{3}$.

2 مساحة المثلث EFG تساوي $\frac{8\times6}{2}=24\ cm^2$.



S_1 مساحة EFI إذن $\frac{S_1}{S}=\frac{FI}{FG}$

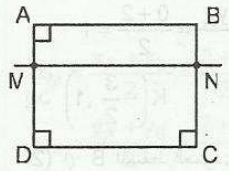
مساحة المثلث EFI تساوي $S=\frac{24}{2}=12\ cm^2$

S_2 مساحة EIN إذن $\frac{S_2}{S_1}=\frac{EN}{EF}$

نعتبر 'S قيس مساحة المثلث IMN وهو مساو لقيس مساحة المثلث EMI

إذن $\frac{S'}{S}=\frac{EM}{EF}=\frac{\frac{6}{3}}{6}=\frac{6}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ إذن $S'=\frac{1}{3}S=\frac{1}{3}\times12=4$.

3 1) $S=3\times4=12$.



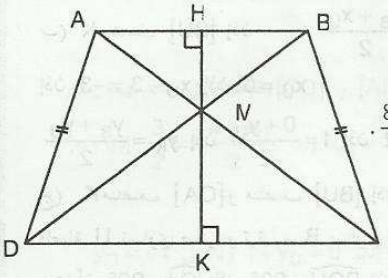
2) أ) الرباعي مستطيل لأن (AB)//(MN)

و (AM)//(BN) و $M\hat{A}B=90°$.

ب) $S'=4x$.

ج) $\frac{S'}{S}=\frac{4x}{12}=\frac{x}{3}=\frac{AM}{AD}$.

4 1) أ) مساحة كل من المثلثين



ABD و ABC تساوي $\frac{8\times x}{2}=4x$.

مساحة المثلث ACD تساوي

$\frac{8\times y}{2}=4y$.

مساحة المثلث ABM تساوي $\frac{3\times x}{2}$.

ب) مساحة كل من المثلثين AMD و BMC تساوي $\frac{5x}{2}=\frac{3x}{2}=4x$.

2) مساحة المثلث MCD تساوي $\frac{5\times y}{2}$.

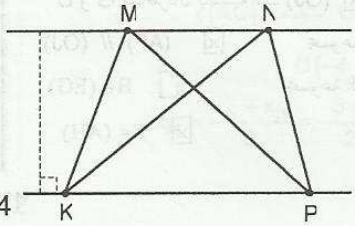
3) أ) مساحة شبه المنحرف ABCD تساوي $\frac{(x+y)\times8}{2}$

أو $\frac{8x}{2}+\frac{5x}{2}+\frac{5y}{2}=\frac{13x+5y}{2}$.

ب) $\frac{13x+5y}{2}=\frac{8(x+y)}{2}$ يعني $13x+5y=8x+8y$ أي

$13x-8x=8y-5y$ إذن $5x=3y$ إذن $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$.

5 1) المثلثان MPK و NPK



لهما نفس القاعدة PK ونفس الارتفاع

وهو البعد بين Δ و'Δ

إذن لهما نفس المساحة .

2) أ) المثلثان ABE و ABF

لهما نفس القاعدة AB ونفس الارتفاع

وهو البعد بين (AB)و (EF)

إذن لهما نفس المساحة إذن $S_1=S_3$.

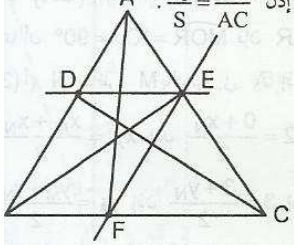
ب) المثلثان BDE و CDE لهما نفس القاعدة DE

ونفس الارتفاع وهو البعد بين (BC)و (DE)

إذن لهما نفس المساحة إذن $a_1=a_2$.

ج) لنا $S_1=a_1+a$ و $S_2=a_2+a$ و $a_1=a_2$ إذن $S_1=S_2$.

3) أ) ABC مثلث و E نقطة من [AC] إذن $\frac{S_1}{S}=\frac{AE}{AC}$.



ABC مثلث و D نقطة من [AB]

إذن $\frac{S_2}{S}=\frac{AD}{AB}$.

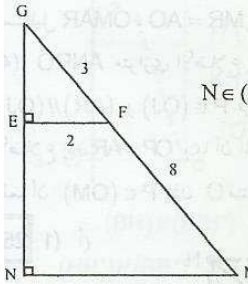
ABC مثلث و F نقطة من [BC]

إذن $\frac{S_3}{S}=\frac{BF}{BC}$.

ب) بما أن $S_1=S_2=S_3$ فإن $\frac{S_1}{S}=\frac{S_2}{S}=\frac{S_3}{S}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{BF}{BC}$.

وبما أن (BF) //(DE) و (EF) // (BD) فإن DEFB متوازي الأضلاع

إذن BF = DE وبالتالي $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$.



6 1) في المثلث EFG $M\in(GF)$ و $N\in(GE)$

و (MN)//(EF) (عموديان على (EG))

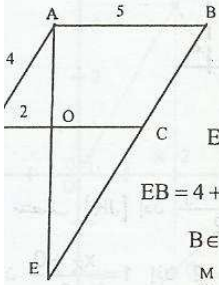
بتطبيق نظرية طالس على المثلث نحصل

على $\frac{GN}{GE}=\frac{GM}{GF}=\frac{MN}{EF}$ إذن $\frac{MN}{EF}=\frac{8}{3}$.

2) $\frac{MN}{EF}=\frac{8}{3}$ إذن $MN=\frac{8}{3}EF$ إذن $MN=\frac{16}{3}$

7 في المثلث OAD لدينا $C\in(OD)$ و $E\in(OA)$ و (AD)//(CE)

(ABCD متوازي الأضلاع) وبتطبيق نظرية طالس



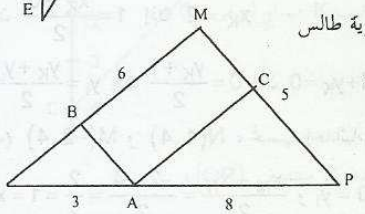
على المثلث نحصل على $\frac{OD}{OC}=\frac{OA}{OE}=\frac{AD}{EC}$

إذن $\frac{2}{3}=\frac{4}{EC}$ إذن $2EC=4\times3=12$ إذن $EC=6$

$EB=BC+CE$ و $BC=AD=4$ إذن $EB=4+6=10$

8 في المثلث MNP لدينا $A\in(NP)$ و $B\in(MN)$

و (AB)//(MP) إذن بتطبيق نظرية طالس



نحصل على $\frac{NA}{NP}=\frac{NB}{NM}=\frac{AB}{MP}$

إذن $\frac{3}{8}=\frac{NB}{6}=\frac{AB}{5}$

إذن $8NB=6\times3=18$ إذن $NB=\frac{18}{8}=\frac{9}{4}$ و $8AB=3\times5=15$

إذن $AB=\frac{15}{8}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

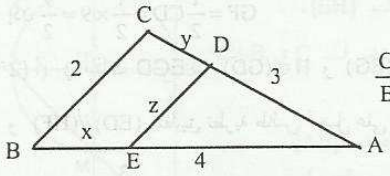
$BM = MN - BN = 6 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$ وبما أنB و C مسقطا A على التوالي

على (MN) وفقا لمنحى (MP) وعلى (MP) وفقا لمنحى (MN)

فإن (BM)//(AC) و (AB)//(MC) إذن MBAC متوازي الأضلاع

إذن محيطه هو $2AB + 2BM = 2\times\frac{15}{8} + 2\times\frac{27}{4} = \frac{15}{4} + \frac{54}{4} = \frac{69}{4}$

9 1) C و D و A هي مساقط النقاط B و E و A على التوالي على (AC) وفقا لمنحى (BC)



وحسب نظرية طالس: $\frac{CD}{BE} = \frac{CA}{BA}$

إذن $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$ إذن $y = \frac{3}{4}x$

في المثلث ABC لدينا $D \in (AC)$ و $E \in (AB)$

و (DE)//(BC) بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

إذن $AE = AB - BE$ إذن $AE = 4 - x$

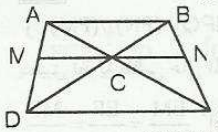
إذن $\frac{4-x}{4} = \frac{z}{2}$ إذن $4z = 2\times(4-x)$ إذن $z = \frac{2}{4}(4-x)$

إذن $z = 2 - \frac{2}{4}x$ إذن $z = 2 - \frac{1}{2}x$

2) $x = 1{,}5$ إذن $y = \frac{3}{4}\times 1{,}5 = \frac{3}{4}\times\frac{3}{2} = \frac{9}{8}$

و $z = 2 - \frac{1}{2}\times 1{,}5 = 2 - \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}$ إذن $z = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$.

10 1) في المثلث ACD لنا $M \in (AD)$ و $O \in (AC)$



و (CD)//(OM) بتطبيق نظرية طالس على المثلث

نحصل على (1) $\frac{AM}{AD} = \frac{OM}{DC}$

وفي المثلث BCD لدينا $N \in (BC)$ و $O \in (BD)$ و (CD)//(ON)

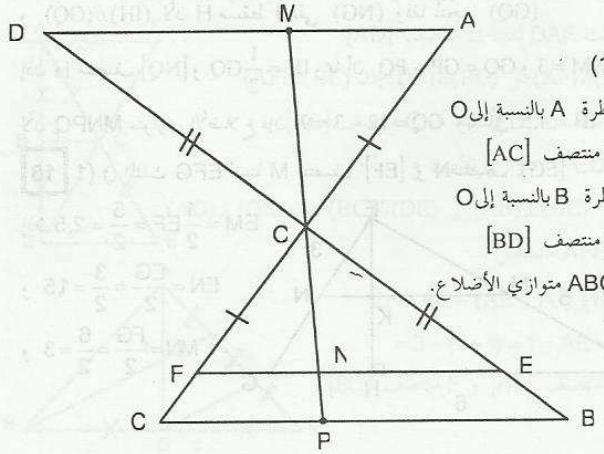
بتطبيق نظرية طالس (2) $\frac{BN}{BC} = \frac{ON}{DC}$

2) B و N و C مساقط النقاط A و M و D على التوالي على

(BC) وفقا لمنحى (AB) إذن حسب نظرية طالس (3) $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$

من (1) و (2) و (3) نستنتج أن $\frac{ON}{CD} = \frac{OM}{CD}$

إذن $ON = OM$ وبما أن O و M و N على استقامة واحدة فإن O منتصف [MN]



11 1)

C مناظرة A بالنسبة إلى O

إذن O منتصف [AC]

D مناظرة B بالنسبة إلى O

إذن O منتصف [BD]

إذن ABCD متوازي الأضلاع.

2) في المثلث OBC و $E \in (OB)$ و $F \in (OC)$ و (EF)//(BC)

بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{OF}{OC} = \frac{OE}{OB} = \frac{EF}{BC}$ إذن $\frac{OF}{3} = \frac{3}{4} = \frac{EF}{5}$

وبالتالي $4OF = 9$ أي $OF = \frac{9}{4}$ و $4EF = 15$ إذن $EF = \frac{15}{4}$

3)أ) في المثلث OPB لدينا $D \in (OB)$ و $M \in (OP)$ و (DM)//(PB)

بتطبيق نظرية طالس على المثلث نحصل على $\frac{OM}{OP} = \frac{OD}{OB} = \frac{DM}{PB}$

وبما أن $OB = OD$ فإن $\frac{OM}{OP} = 1$ إذن $OM = OP$

وبما أن O و M و P على استقامة واحدة فإن O منتصف [MP].

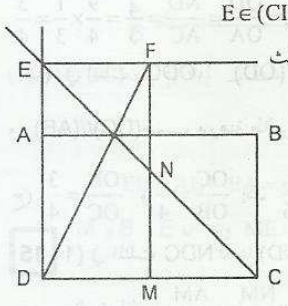
ب) في المثلث ONE لدينا $M \in (ON)$ و $D \in (OE)$

و (NE)//(DM) بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{ON}{OM} = \frac{OE}{OD} = \frac{NE}{DM}$

إذن $\frac{ON}{OM} = \frac{3}{4}$ (لأن $OD = OB = 4$)

ج) $DM = 3$ و $\frac{NE}{DM} = \frac{3}{4}$ إذن $\frac{NE}{3} = \frac{3}{4}$ ومنه $NE = \frac{9}{4}$

12 1) في المثلث BCI لدينا $A \in (BI)$ و $E \in (CI)$



و (EA)//(BC) بتطبيق نظرية طالس على المثلث

نحصل على $\frac{IA}{IB} = \frac{IE}{IC} = \frac{EA}{BC}$

وبما أن $IB = 4$ فإن $IA = AB - IA = 2$

ولنا $BC = AD = 4$ لأن ABCD مستطيل

إذن $\frac{EA}{4} = \frac{2}{4}$ إذن $4EA = 8$ إذن $EA = 2$

بما أن $ED = EA + AD$ فإن $ED = 2 + 4 = 6$

2)في المثلث DEF لدينا $I \in (DF)$ و $A \in (DE)$ و (AI)//(EF)

بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{DI}{DF} = \frac{DA}{DE} = \frac{AI}{EF}$

إذن $\frac{4}{6} = \frac{2}{EF}$ إذن $4EF = 12$ ومنه $EF = 3$

3)أ) لدينا (FM)//(ED) و (EF)//(DM) إذن DEFM متوازي الأضلاع

إذن $DM = EF = 3$.

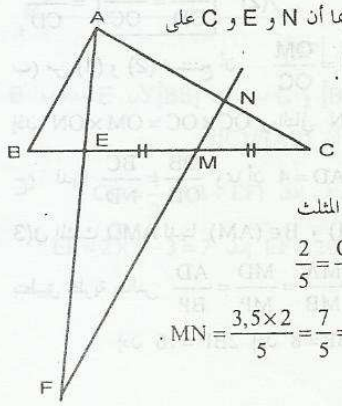
ب) في المثلث NMC لدينا $F \in (NM)$ و $E \in (NC)$

و (EF)//(MC) بتطبيق نظرية طالس على المثلث نحصل على

$\frac{NE}{NC} = \frac{NF}{NM} = \frac{EF}{MC}$ وبما أن $MC = DC - DM = 6 - 3 = 3$

فإنّ $\frac{NE}{NC} = \frac{3}{3} = 1$ ومنه $NE = NC$ وبما أن N و E و C على

استقامة واحدة فإن N منتصف [EC].



13 1) في المثلث ABC

$M \in (CB)$ و $N \in (AC)$

و (MN)//(AB) حسب مبرهنة طالس في المثلث

$\frac{2}{5} = \frac{CN}{4} = \frac{MN}{3{,}5}$ إذن $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CA} = \frac{MN}{BA}$

إذن $CN = \frac{2\times 4}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ و $MN = \frac{3{,}5\times 2}{5} = \frac{7}{5} = 1{,}4$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) في المثلث EFM، $A \in (EF)$ و $B \in (ME)$ و $(AB)//(FM)$

حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{BE}{EM}=\frac{EA}{EF}=\frac{AB}{MF}$

إذن $BE = BC - EC = 5 - 4 = 1$ إذن $\frac{EA}{EF}=\frac{3,5}{MF}=\frac{1}{2}$ إذن $MF = 3,5 \times 2 = 7$

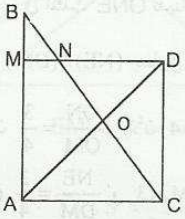
إذن $NF = MF + MN$ إذن $NF = 7 + 1,4 = 8,4$

إذن $EA = \frac{1}{2}EF$ إذن $\frac{EA}{EF}=\frac{1}{2}$

14 1) أ) في المثلث ABC $M \in (AB)$ و $N \in (BC)$

و $(MN)//(AC)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}=\frac{MN}{AC}$

إذن $\frac{1}{4}=\frac{BN}{5}=\frac{MN}{3}$ إذن $BN=\frac{5}{4}$ و $MN=\frac{3}{4}$



ب) إذن $ND = 3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ و $NC = 5 - \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$

2) أ) في المثلث OAC $N \in (OC)$ و $D \in (OA)$

و $(DN)//(AC)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث

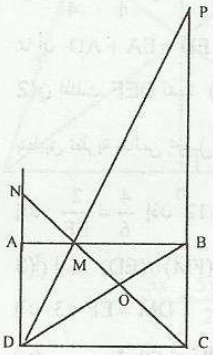
$$\frac{ON}{OC}=\frac{OD}{OA}=\frac{ND}{AC}=\frac{\frac{9}{4}}{3}=\frac{9}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$$

ب) في المثلث ODC، $A \in (OD)$ و $B \in (OC)$

و $(AB)//(DC)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{OC}{OB}=\frac{OD}{OA}=\frac{CD}{AB}=\frac{3}{4}$

ج) $\frac{ON}{OC}=\frac{3}{4}$ و $\frac{OC}{OB}=\frac{3}{4}$ إذن $\frac{ON}{OC}\times\frac{OC}{OB}=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$ إذن $\frac{ON}{OB}=\frac{9}{16}$

15 1) في المثلث NDC لدينا $A \in (ND)$ و $M \in (NC)$ و $(AM)//(CD)$



حسب نظرية طالس $\frac{NA}{ND}=\frac{NM}{NC}=\frac{AM}{CD}$

$NA = DN - DA = 2$ و $CD = AB = 6$ لأن

ABCD مستطيل إذن $\frac{2}{6}=\frac{AM}{6}$ إذن $AM = 2$

2)أ) في المثلث OBC لدينا $D \in (OB)$ و $N \in (OC)$

و $(ND)//(BC)$ (ABCD مستطيل و $N \in (AD)$)

بتطبيق نظرية طالس على المثلث نحصل على

(1) $\boxed{\frac{OC}{ON}=\frac{OB}{OD}}=\frac{BC}{ND}$

وفي المثلث OCD لدينا $M \in (OC)$ و $B \in (OD)$ و $(CD)//(MB)$

(ABCD مستطيل و $M \in (AB)$) بتطبيق نظرية طالس نحصل على

(2) $\boxed{\frac{OB}{OD}=\frac{OM}{OC}}=\frac{BM}{CD}$

ب) من (1) و (2) نستنتج أن $\frac{OC}{ON}=\frac{OM}{OC}$

إذن $OC \times OC = OM \times ON$ وبالتالي $OC^2 = OM \times ON$

ج) لدينا $\frac{OB}{OD}=\frac{BC}{ND}$ وبما أن $BC = AD = 4$ فإن $\frac{OB}{OD}=\frac{4}{6}$

3)في المثلث AMD لدينا $B \in (AM)$ و $P \in (DM)$ و $(AD)//(BP)$

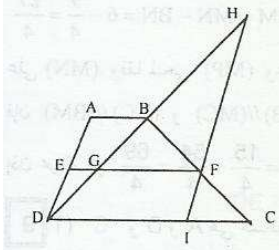
بتطبيق نظرية طالس $\frac{MA}{MB}=\frac{MD}{MP}=\frac{AD}{BP}$ إذن $\frac{2}{4}=\frac{4}{BP}$

إذن $2BP = 16$ إذن $BP = 8$.

22 1) في المثلث ABD E منتصف $[AD]$

و $(AB)//(EG)$ إذن G منتصف $[BD]$ إذن

$$EG=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$$



وفي المثلث BCD G منتصف $[BD]$

و $(GF)//(CD)$ إذن F منتصف $[BC]$

إذن $GF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$

2) أ) في المثلث EGD لنا $H \in (GD)$ و $F \in (EG)$

و $(ED)//(HF)$ بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{GE}{GF}=\frac{GD}{GH}=\frac{ED}{HF}$

إذن $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}}=\frac{2}{HF}$ إذن $\frac{2}{HF}=\frac{3}{2}\times\frac{2}{9}$ إذن $3HF = 18$ إذن $HF = 6$

*نعلم أن $(AD)//(HF)$ إذن $(ED)//(FI)$

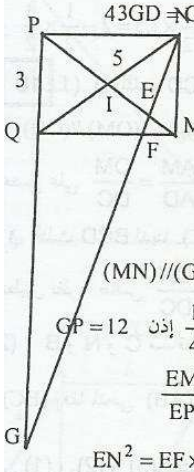
$(AB)//(CD)$ لأن ABCD شبه منحرف إذن $(EF)//(AB)$ إذن $(EF)//(DI)$

إذن EFID متوازي الأضلاع إذن $FI = ED = 2$ وبالتالي

$HI = HF + FI = 6 + 2 = 8$

$HF = 6$ و $EF = HF$ إذن $EF = \frac{9}{2}+\frac{3}{2}=6$ إذن المثلث EFH متقايس الضلعين.

ب)من أ) لنا $\frac{GD}{GH}=\frac{ED}{HF}$ أي $\frac{GD}{GH}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ومنه $43GD = NGH$



23 1)في المثلث EMF $N \in (FE)$ و $P \in (EM)$

و $(PN)//(FM)$ (MNPQ متوازي الأضلاع)

بتطبيق نظرية طالس على المثلث نحصل على

$\frac{EM}{EP}=\frac{EF}{EN}=\frac{MF}{PN}$ إذن $\frac{1}{4}=\frac{MF}{4}$ إذن $MF = 1$

2) في المثلث EMN: $P \in (EM)$ و $G \in (EN)$ و $(MN)//(GP)$

بتطبيق نظرية طالس $\frac{EN}{EG}=\frac{EM}{EP}=\frac{NM}{GP}$ إذن $\frac{1}{4}=\frac{3}{GP}$ إذن $GP = 12$

3) لنا من السؤال (1) $\frac{EM}{EP}=\frac{EF}{EN}$ ومن (2) $\frac{EM}{EP}=\frac{EN}{EG}$

إذن $\frac{EF}{EN}=\frac{EN}{EG}$ إذن $EN \times EN = EF \times EG$ إذن $EN^2 = EF \times EG$

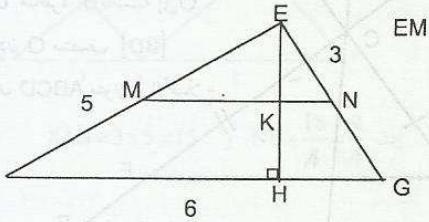
4) في المثلث QNG I منتصف $[NQ]$ لأن I مركز متوازي الأضلاع MNPQ

و $(IH)//(GQ)$ لأن H مسقط I على (NG) وفقا لمنحى (GQ)

إذن H منتصف $[NQ]$ و $IH = \frac{1}{2}GQ$ وبما أن $GQ = GP - PQ$ و $PQ = NM = 3$

لأن MNPQ متوازي الأضلاع فإن $GQ = 12 - 3 = 9$ وبالتالي $IH = 4,5$

18 1) في المثلث EFG لدينا M منتصف $[EF]$ و N منتصف $[EG]$



إذن $EM = \frac{1}{2}EF = \frac{5}{2} = 2,5$

و $EN = \frac{EG}{2}=\frac{3}{2}=1,5$

و $MN = \frac{FG}{2}=\frac{6}{2}=3$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن محيط المثلث EMN يساوي $EM+MN+EN=2,5+1,5+3=7$

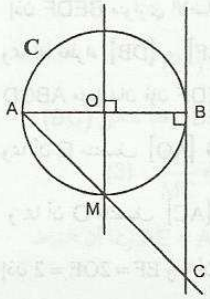
2) أ) في المثلث EFH لدينا M منتصف [EF] و (MN)//(FN)

إذن K منتصف [EH] .

ب) لدينا (MN)//(FG) و (EH)⊥(FG) إذن (EH)⊥(MN)

وبما أن (MN) يمر من K منتصف [EH]

فإن (MN) هو الموسط العمودي لـ [EH] .



19 1) (AB)⊥Δ و (BC) مماس لـ C في B إذن (BC)⊥(AB) إذن Δ//(BC)

في المثلث ABC Δ يمر من O منتصف [AB]

لأنه موسطها العمودي إذن M منتصف [AC] .

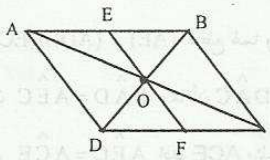
2) في المثلث ABC لدينا O منتصف [AB]

و M منتصف [AC] إذن $OM=\frac{1}{2}BC$ إذن $BC=2OM$

وبالتالي $BC=2\times2,5=5$

وبما أن $AB=5$ فإن $AB=BC$ إذن المثلث ABC متقايس الضلعين.

20 أ) في المثلث ADB E منتصف [AB] و O منتصف [BD]



إذن (EO)//(AD) و $EO=\frac{1}{2}AD$

وفي المثلث DBC ، O منتصف [AC]

و (DA)//(EO) إذن (EO) يقطع [CD]

في منتصفها إذن F منتصف [DC] .

E منتصف [AB] إذن $EB=\frac{1}{2}AB$ و F منتصف [DC] إذن $FC=\frac{1}{2}CD$

$AB=CD$ لأن ABCD متوازي الأضلاع إذن $EB=FC$

(AB)//(CD) لأن ABCD متوازي الأضلاع إذن (EB)//(FC)

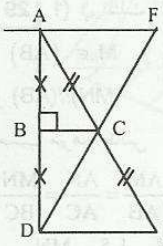
و بالتالي EBCF متوازي الأضلاع.

ب) في المثلث ACD ، O منتصف [AC] و F منتصف [CD] إذن

$OF=\frac{1}{2}AD$ ونعلم أن $OE=\frac{1}{2}AD$ إذن $OE=OF$ وعلما أن O و E و F على استقامة واحدة إذن O منتصف [EF] .

21 في المثلث ADE A و D متناظرتان بالنسبة إلى B إذن B منتصف [AD]

A و E متناظرتان بالنسبة إلى C إذن C منتصف [AE] إذن (BC)//(DE)



وفي المثلث DAF لدينا B منتصف [AD]

و (DE)//(AF) و (BC)//(DE) إذن (BC)//(AF)

إذن C منتصف [FD] وبما أن C منتصف [AE]

فإن AFED متوازي الأضلاع

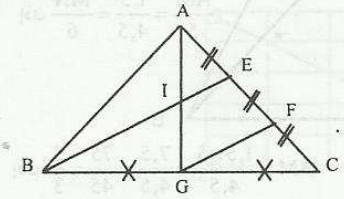
وبما أن (AB)⊥(BC) و (BC)//(DE) فإن (AD)⊥(DE)

إذن AFED مستطيل .

22 1) $EF=AC-(AE+FC)$

$=3-(1+1)=1=AE=CF$

إذن E منتصف [AF] و F منتصف [EC] .



في المثلث EBC لدينا G منتصف [BC] و F منتصف [EC]

إذن (BE)//(FG) و $GF=\frac{1}{2}BE$.

2) في المثلث AFG ، E منتصف [AF] و (BE)//(GF)

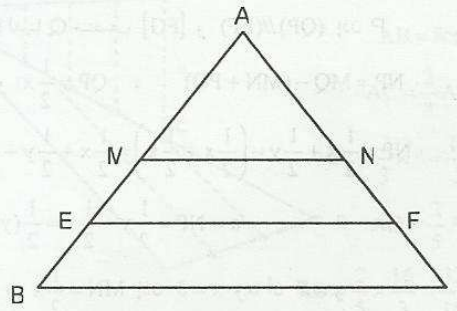
و (BE) يقطع [AG] في I إذن I منتصف [AG] .

3) في المثلث AFG: I منتصف [AG] و E منتصف [AF] إذن $IE=\frac{1}{2}GF$

وبما أن $GF=\frac{1}{2}BE$ فإن $IE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}BE=\frac{1}{4}BE$.

[JN] أي C منتصف [JN] .

23



في المثلث ABC لدينا M منتصف [AB] و N منتصف [AC] إذن (MN)//(BC)

و $MN=\frac{1}{2}BC$ إذن $MN=2,5$

ونعلم أن $AB=4$ و $AE=3$ إذن $EB=AB-EA=4-3=1$

و $ME=AE-AM=3-2=1$ وبما أن E و B و M $ME=EB$ إذن

على استقامة واحدة فإن E منتصف [AB] .

وبما أن F مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC) لأن (EF)//(BC)

فإن F منتصف [NC] علما أن مسقطي M و B على (AC) هما على

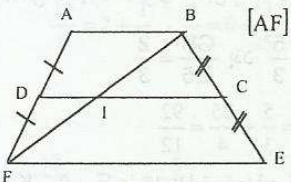
التوالي N و C وفقا لمنحى (BC) . إذن $NF=\frac{1}{2}NC$

وبما أن N منتصف [AC] فإن $NC=\frac{1}{2}AC$ وبالتالي $NC=2$ و $NF=1$

وبالتالي $AF=AN+NF=3$ في شبه المنحرف MNCB

$EF=\frac{1}{2}(MN+BC)=\frac{1}{2}(2,5+5)=3,75$

24 1) في المثلث ABF لدينا D منتصف [AF]



لأن F مناظرة A بالنسبة إلى D

و (AB)//(DC) لأن ABCD

شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

و (CD) يقطع [BF] في I إذن I منتصف [BF] .

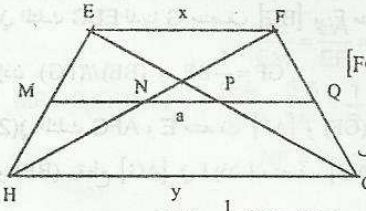
2) في المثلث BEF لدينا I منتصف [BF] و C منتصف [BE] لأن E مناظرة B بالنسبة إلى C إذن (IC)//(FE) وبما أن (IC)//(AB)

فإن (AB)//(EF) إذن ABEF شبه منحرف إذن $CD=\frac{1}{2}(AB+EF)$

إذن $AB+EF=2CD$ إذن $EF=2CD-AB$ إذن $EF=2\times5-3=7$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

25 1) EFGH شبه منحرف



M نصف [EH] و Q منتصف [FG]

إذن (EF)//(MQ)//(HG)

وبتطبيق نظرية طالس على شبه المنحرف نحصل على $MQ=\frac{1}{2}(EF+HG)=\frac{1}{2}(x+y)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y$

في المثلث EFH لدينا M منتصف [EH] و (EF)//(MN) إذن N منتصف [HF]

و $MN=\frac{1}{2}x$.

وفي المثلث EFG لدينا Q منتصف [FG] و (QP)//(EF) إذن P منتصف [EG] و $QP=\frac{1}{2}x$ ، $NP=MQ-(MN+PQ)$

إذن $NP=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x\right)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}x$

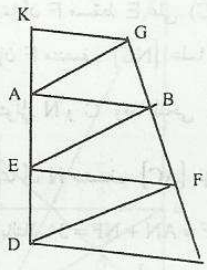
$a=NP=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}(y-x)=\frac{y-x}{2}$

2) $MN=1,5$ و $MN=\frac{1}{2}x$ إذن $x=3$ وبما أن $y=7$

فإن $a=\frac{y-x}{2}=\frac{7-3}{2}=2$

26 1) A و E و D على استقامة واحدة و مسا قطها على التوالي هي B و F و C على (BC) وفقا لمنحى (AB) إذن حسب نظرية طالس $\frac{AE}{ED}=\frac{BF}{FC}$

بما أن $AE=2$ و $AD=5$ فإن $DE=3$ إذن $\frac{2}{3}=\frac{2,5}{FC}$



$2FC=7,5$ إذن $FC=3,75$ وبالتالي

$BC=BF+FC=2,5+3,75=6,25$

2) أ) A و E و D على استقامة واحدة و مساقطها على (BC) وفقا لمنحى (EB) هي على التوالي G و B و F

إذن حسب نظرية طالس $\frac{GB}{GF}=\frac{AE}{AD}=\frac{2}{5}$

ب) بنفس معطيات السؤال السابق وحسب مبرهنة طالس $\frac{GB}{BF}=\frac{AE}{ED}$

إذن $\frac{GB}{2,5}=\frac{2}{3}$ إذن $GB=\frac{2}{3}\times 2,5=\frac{5}{3}$

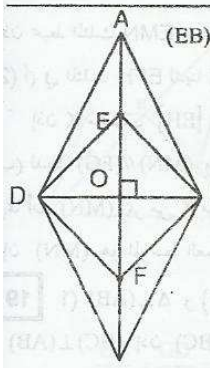
إذن $GC=GB+BC=\frac{5}{3}+\frac{25}{4}=\frac{92}{12}$

3) أ) K و A و E على استقامة واحدة و G و B و F مساقطها على التوالي على (BC) وفقا لمنحى (AB) ، حسب نظرية طالس $\frac{KA}{GB}=\frac{AE}{BF}=\frac{2}{2,5}=\frac{4}{5}$

ب) $\frac{KA}{GB}=\frac{4}{5}$ إذن $KA=\frac{4}{5}GB$ إذن $KA=\frac{4}{5}\times\frac{5}{3}$

وبالتالي $KD=KA+AD=\frac{4}{3}+5=\frac{19}{3}$

27 أ) مساقط B و O و D على (AC) وفقا لمنحى (EB) هي على التوالي E و O و F وبما أن O منتصف [DB] فإن O منتصف [EF] .



ب) O منتصف [EF] و [DB]

إذن BEDF متوازي الأضلاع

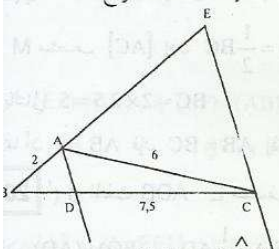
وبما أن قطراه [DB] و [EF] متعامدان لأن قطري المعين ABCD متعامدان فإن BEDF معيّن

وبما أن E منتصف [AO] فإن $OE=\frac{1}{2}AO$

و بما أن O منتصف [AC] فإن $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 4=2$ إذن $OE=1$

إذن $EF=2OE=2$ وبما أن $DB=2$ فإن $EF=BD$ إذنBEDF مربع

28 1) (AD)//(EC) و (AC) قاطع لهما



و الزاويتان $D\hat{A}C$ و $A\hat{C}E$ متبادلتان داخليا

إذن $D\hat{A}C=A\hat{C}E$

(AD)//(EC) و (AE) قاطع لهما و $B\hat{A}D$ و $A\hat{E}C$ متماثلتان

إذن $B\hat{A}D=A\hat{E}C$ وبما أن $B\hat{A}D=D\hat{A}C$ لأن [AD] منصف الزاوية $A\hat{B}C$

فإن $A\hat{E}C=A\hat{C}E$ إذن ACE مثلث متقايس الضلعين.

2) ACE متقايس الضلعين إذن $AE=AC=6$

إذن $BE=BA+AE=2+6=8$

B و D و C هي مساقط النقاط B و A و E على التوالي على (BC) وفقا لمنحى (AD) إذن حسب نظرية طالس فإن

$\frac{BA}{AE}=\frac{BD}{DC}$ إذن $\frac{BD}{DC}=\frac{2}{6}$ أو $BD=\frac{2}{6}DC$

3) لدينا $BC=BD+DC=7,5$ و $BD=\frac{1}{3}DC$ إذن $\frac{1}{3}DC+DC=7,5$

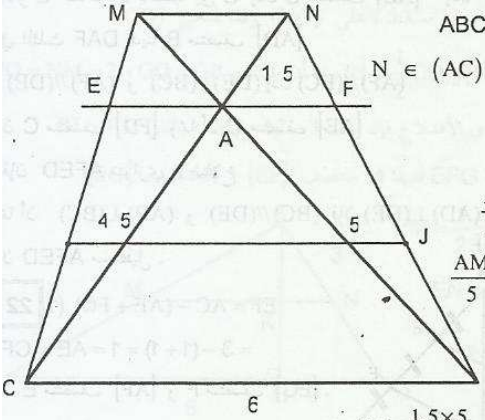
إذن $\frac{4}{3}DC=\frac{15}{2}$ إذن $DC=\frac{15}{2}\times\frac{3}{4}$ إذن $DC=\frac{45}{8}$

و $BD=BC-DC=\frac{15}{2}-\frac{45}{8}=\frac{60}{8}-\frac{45}{8}=\frac{15}{8}$.

29 1) في المثلث ABC

$M\in(AB)$ و $N\in(AC)$

و (MN)//(AB)



حسب مبرهنة طالس

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

إذن $\frac{AM}{5}=\frac{1,5}{4,5}=\frac{MN}{6}$

إذن $AM=\frac{1,5\times 5}{4,5}=\frac{7,5}{4,5}=\frac{75}{45}=\frac{5}{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

و $MN=\frac{1,5\times 6}{4,5}=\frac{9}{4,5}=2$.

2) أ) في المثلث MBC $A\in(MB)$ و $E\in(MC)$

و (EA)//(BC) حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{MA}{MB}=\frac{ME}{MC}=\frac{AE}{BC}$ (1)

* في المثلث NBC، $A\in(NC)$ و $F\in(NB)$

و (FA)//(CB) حسب مبرهنة طالس $\frac{NA}{NC}=\frac{FN}{NB}=\frac{AF}{BC}$. (2)

ب) M و E و C على استقامة واحدة و مساقطها على (BN) وفقا لمنحى (BC) هي على التوالي N و F و B . حسب مبرهنة طالس $\frac{ME}{MC}=\frac{NF}{NB}$ (3) .

من (1) و (2) و(3) نستنتج أن $\frac{AE}{BC}=\frac{AF}{BC}$ إذن AE = AF وبما أن النقاط E و F و A على استقامة واحدة فإن A منتصف [EF].

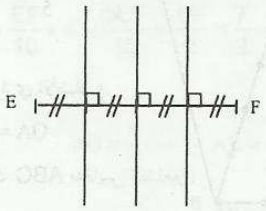
EFBC شبه منحرف قاعدتاه[EF] و [BC] و I منتصف[EC] و J منتصف [FB]

، حسب مبرهنة طالس في شبه المنحرف $IJ=\frac{EF+BC}{2}$ ولنا $\frac{MA}{MB}=\frac{AE}{BC}$

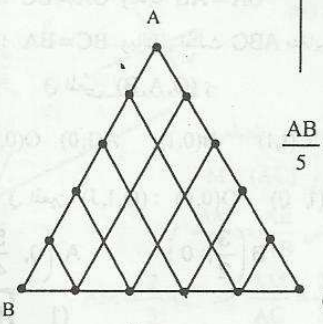
إذن $\frac{2}{7}=\frac{EA}{6}$ إذن $EA=\frac{12}{7}$ وبالتالي $EF=\frac{24}{7}$

إذن $IJ=\frac{6+\frac{24}{7}}{2}=\frac{\frac{42+24}{7}}{2}=\frac{66}{14}=\frac{33}{7}$.

30

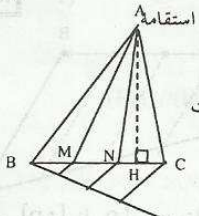


31



قيس طول كل جزء $\frac{AB}{5}=\frac{4}{5}cm$

32 1)



2) بما أن $(AH)\perp(BC)$ ولدينا B و M و N و C على استقامة واحدة فإن $(AH)\perp(NC)$ و $(AH)\perp(MN)$

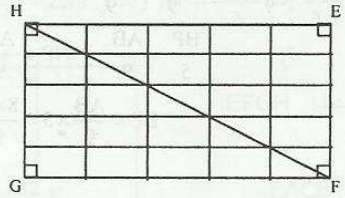
و $(AH)\perp(BM)$ في H إذن [AH] هو ارتفاع للمثلثات ABM و AMN و ANC

ولدينا $BM=MN=NC$

إذن $\frac{BM\times AH}{2}=\frac{AH\times MN}{2}=\frac{NC\times AH}{2}$

وبالتالي مساحات المثلثات ABM و AMN و ANC متقايسة.

33



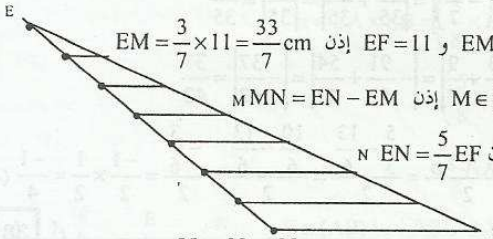
34 $EF=11cm$

ب) لدينا: $EM=\frac{3}{7}EF$ و $EF=11$ إذن $EM=\frac{3}{7}\times 11=\frac{33}{7}cm$

2) لدينا: $M\in[EN]$ إذن $MN=EN-EM$

ولدينا $\frac{EN}{EF}=\frac{5}{7}$ إذن $EN=\frac{5}{7}EF$

وبالتالي $EN=\frac{5}{7}\times 11=\frac{55}{7}cm$ إذن $MN=\frac{55}{7}-\frac{33}{7}=\frac{22}{7}cm$



35 $AB=8cm$

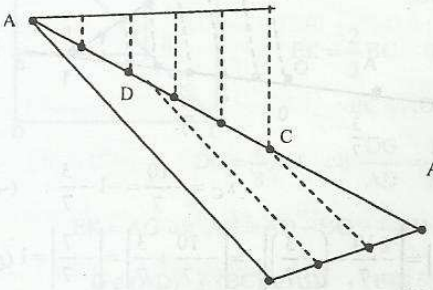
1) لدينا $AC=\frac{2}{3}AB$

إذن $AC=\frac{2}{3}\times 8=\frac{16}{3}cm$

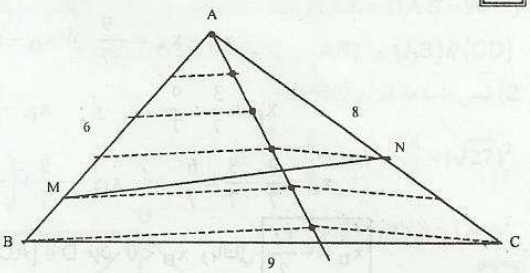
2) لدينا $AD=\frac{2}{5}AC$

إذن $AD=\frac{2}{5}\times\frac{16}{3}=\frac{32}{15}cm$

$CD=AC-AD=\frac{16}{3}-\frac{32}{15}=\frac{80}{15}-\frac{32}{15}=\frac{48}{15}=\frac{16}{5}cm=3,2\ cm$



36 1)

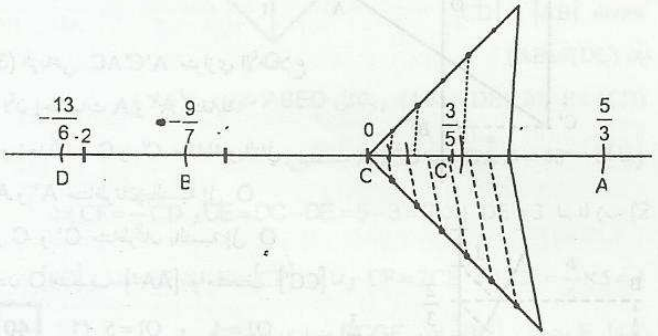


2) لدينا: $AM=\frac{4}{5}AB$ و $AB=6$ إذن: $AM=\frac{4}{5}\times 6=\frac{24}{5}$

ولدينا: $AN=\frac{3}{5}AC$ و $CA=8$ إذن: $AN=\frac{3}{5}\times 8=\frac{24}{5}$

إذن $AN=AM$ إذن المثلث ANM متقايس الضلعين.

37 أ) $\frac{5}{3}=1+\frac{2}{3}$ ، $\frac{9}{7}=1+\frac{2}{7}$ ، $\frac{3}{5}=0+\frac{3}{5}$ ، $\frac{13}{6}=2+\frac{1}{6}$



ج) $AB=|x_B-x_A|=\left|-\frac{9}{7}-\frac{5}{3}\right|=\left|-\frac{27}{21}-\frac{35}{21}\right|=\left|-\frac{62}{21}\right|=\frac{62}{21}$

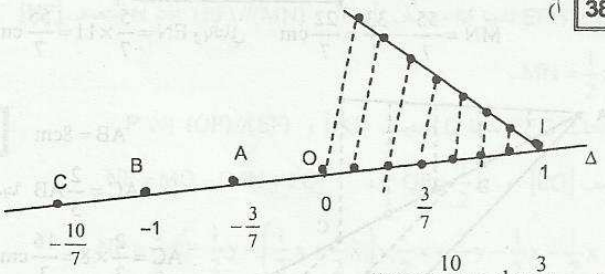
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$BC=\left|\frac{3}{5}-\left(-\frac{9}{7}\right)\right|=\left|\frac{21}{35}+\frac{45}{35}\right|=\left|\frac{66}{35}\right|=\frac{66}{35}$

$CD=\left|-\frac{13}{6}+\frac{9}{7}\right|=\left|-\frac{91}{42}+\frac{54}{42}\right|=\left|-\frac{37}{42}\right|=\frac{37}{42}$

د) $x_M=\frac{x_A+x_D}{2}=\frac{\frac{5}{3}-\frac{13}{6}}{2}=\frac{\frac{10}{6}-\frac{13}{6}}{2}=\frac{-\frac{3}{6}}{2}=\frac{-1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{-1}{4}$

38 أ)



ب) $x_C=-\frac{10}{7}=-1-\frac{3}{7}$

ج) $AC=|x_C-x_A|=\left|-\frac{10}{7}-\left(-\frac{3}{7}\right)\right|=\left|-\frac{10}{7}+\frac{3}{7}\right|=\left|-\frac{7}{7}\right|=1$

$CI=|x_I-x_C|=\left|1-\left(-\frac{10}{7}\right)\right|=\left|\frac{7}{7}+\frac{10}{7}\right|=\left|\frac{17}{7}\right|=\frac{17}{7}$

د) لدينا: $AD=\frac{9}{7}$ إذن: $|x_D-x_A|=\frac{9}{7}$

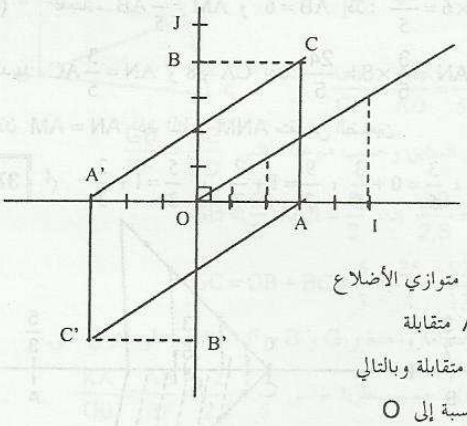
وبالتالي: $x_D-x_A=\frac{9}{7}$ أو $x_D-x_A=-\frac{9}{7}$

$x_D-\left(-\frac{3}{7}\right)=\frac{9}{7}$ أو $x_D+\frac{3}{7}=\frac{9}{7}$

إذن $x_D=-\frac{9}{7}+\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{12}{7}$ أو $x_D=\frac{9}{7}-\frac{3}{7}=\frac{6}{7}$

وبما أن $D\in[AC]$ فإن $x_D<0$ وبالتالي $\boxed{x_D=-\frac{12}{7}}$

39 1) و 2)



3) الرباعي $A'C'AC$ متوازي الأضلاع

لأن إحداثيات A و 'A متقابلة

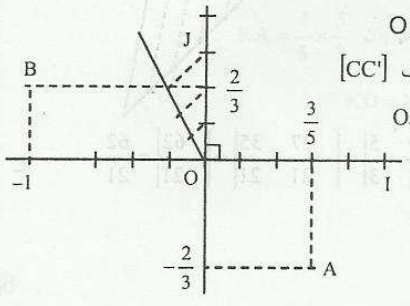
و إحداثيات C و 'C متقابلة وبالتالي

A و 'A متناظرتان بالنسبة إلى O

و C و 'C متناظرتان بالنسبة إلى O

إذن O منتصف ['AA] و منتصف ['CC]

40 1) $OI=5$ و $OJ=4$

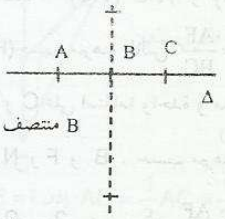


2) $A\left(\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right)$ و C متناظرتان بالنسبة إلى (OI) إذن $C\left(\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right)$

B و D متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) إذن $D\left(1;\frac{2}{3}\right)$

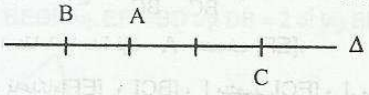
A و E متناظرتان بالنسبة إلى O إذن $E\left(-\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right)$

41 الحالة الأولى:

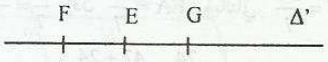


B منتصف [AC]

الحالة الثانية:

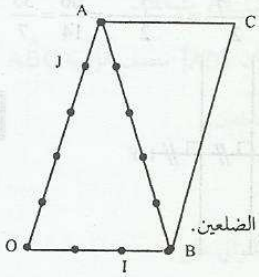


2) $\frac{EF}{EG}=1$ إذن $EF=EG$ وبما أن E و F و G نقط على المستقيم 'Δ فإن E منتصف [FG].



42 1) $OI=\frac{2}{3}OB$ $OJ=\frac{4}{5}OA$

2) أ)



ب) لدينا OACB متوازي الأضلاع

إذن: $OA=BC$ ولدينا $OA=AB$

إذن: $BC=BA$ وبالتالي المثلث ABC متقايس الضلعين.

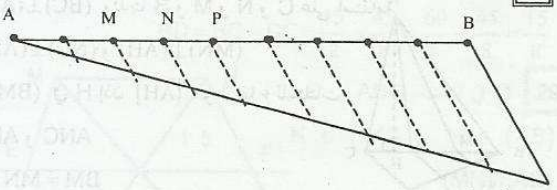
3) في المعيّن (O,A,B) :

$O(0,0)$ $A(1,0)$ $B(0,1)$ $C(1,1)$ $I\left(0,\frac{2}{3}\right)$ $J\left(\frac{4}{5},0\right)$

4) في المعين (O,I,J) : $O(0,0)$ $I(1,0)$ $J(0,1)$

$A\left(0,\frac{5}{4}\right)$ $B\left(\frac{3}{2},0\right)$ $C\left(\frac{3}{2},\frac{5}{4}\right)$

43 1)



نجزّء [AB] إلى 9 أجزاء متقايسة ونعين عليها النقط M و N و P

بحيث $AM=2$ و $MN=NP=1$ و $PB=5$

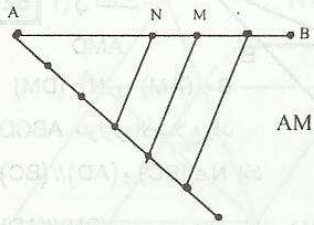
2) $AM=\frac{AB}{9}\times2=\frac{8\times2}{9}=\frac{16}{9}cm$ إذن $\frac{AM}{2}=\frac{AB}{9}$

$NP=\frac{AB}{9}=\frac{8}{9}cm$ و $\frac{BP}{5}=\frac{AB}{9}$

إذن $BP=\frac{AB}{9}\times5=\frac{8\times5}{9}=\frac{40}{9}cm$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

44 أ)



ب) $\frac{AM}{AB}=\frac{4}{5}$

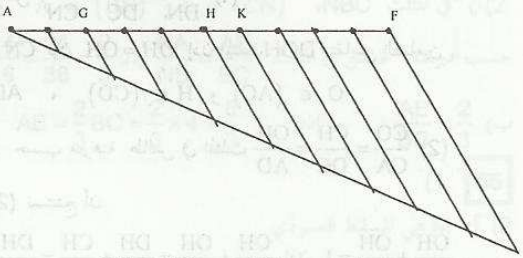
إذن $AM=\frac{4}{5}\times AB=\frac{4}{5}\times 7=\frac{28}{5}=5,6cm$

$\frac{AN}{3}=\frac{NB}{2}=\frac{AB}{5}$

إذن $NB=\frac{AB}{5}\times 2=\frac{7}{5}\times 2=\frac{14}{5}=2,8$

45 1) بما أن الأبعاد EG و GH و HK و KF متناسبة مع 2 و 3 و 1 و 4 فإن:

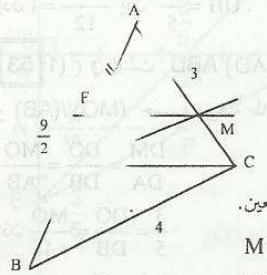
$\frac{EG}{2}=\frac{GH}{3}=HK=\frac{KF}{4}=\frac{EF}{10}$



2) $GK=GH+HK=3\times\frac{EF}{10}+\frac{EF}{10}=4\times\frac{EF}{10}=4\times\frac{7}{10}=2,8$

$HF=HK+KF=\frac{EF}{10}+\frac{EF}{10}\times 4=\frac{5EF}{10}=\frac{EF}{2}=\frac{7}{2}=3,5cm$

46 1) أ)



ب) لدينا: $AE=\frac{2}{3}AB$ و $AB=\frac{9}{2}cm$

إذن $AE=\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}=3cm$

وبالتالي $AE=AC$ إذن المثلث AEC متقايس الضلعين.

2) لدينا في المثلث ABC $E\in(AB)$ و $M\in(AC)$

و $(EM)//(BC)$ إذن حسب نظرية طالس $\frac{AM}{AC}=\frac{AE}{AB}$

وبما أن $AE=\frac{2}{3}AB$ و $\frac{AE}{AB}=\frac{2}{3}$ فإنّ $\frac{AM}{AC}=\frac{2}{3}$ إذن $AM=\frac{2}{3}AC$

وبالتالي $AM=\frac{2}{3}\times 3=2$

3) أ) في المثلث AEC ، $F\in(AE)$ و $M\in(AC)$ و $(FM)//(EC)$

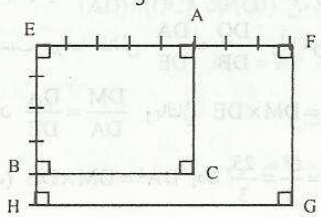
إذن $\frac{AF}{AE}=\frac{AM}{AC}$

ب) $\frac{AF}{AE}=\frac{AM}{AC}$ و $\frac{AM}{AC}=\frac{AE}{AB}$ إذن $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AE}$

وبالتالي $AE\times AE=AB\times AF$ إذن $AE^2=AF\times AB$

ج) $\frac{AF}{AE}=\frac{AM}{AC}=\frac{2}{3}$ إذن $AF=\frac{2AE}{3}$ وبالتالي $AF=\frac{2}{3}\times 3=2cm$

47 1) و 2) أ)



ب) قيس مساحة المستطيل EFGH:

$A=EF\times EH$

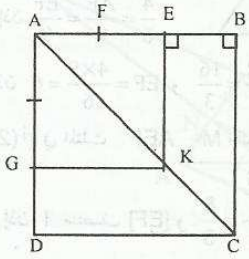
قيس مساحة المستطيل EACB:

$a=EA\times EB=\left(\frac{5}{8}\times EF\right)\times\left(\frac{4}{5}\times EH\right)$

$=\left(\frac{5}{8}\times\frac{4}{5}\right)\times(EF\times EH)$

$=\frac{4}{8}A=\frac{1}{2}A$

48 1) أ) في المثلث ABC لدينا $E\in(AB)$ و $K\in(AC)$ و $(EK)//(BC)$ لأن K مسقط E على (AC) وفقا لمنحى (BC)



إذن $\frac{AE}{AB}=\frac{EK}{BC}=\frac{2}{3}$ إذن $EK=\frac{2}{3}BC$

وبما أن ABCD مربّع فإن $BC=AD$

إذن $EK=\frac{2}{3}AD$ ، $\frac{DG}{AD}=\frac{1}{3}$ إذن $DG=\frac{1}{3}AD$

وبالتالي $AG=AD-DG=\frac{3}{3}AD-\frac{1}{3}AD=\frac{2}{3}AD$ إذن $EK=AG$

ب) $EK=AG$ و $(EK)//(BC)$ و $(BC)//(AD)$ و $G\in(AD)$

إذن $(EK)//(AG)$

وبالتالي AEKG متوازي الأضلاع ولدينا $AG=\frac{2}{3}AD=\frac{2}{3}AB=AE$

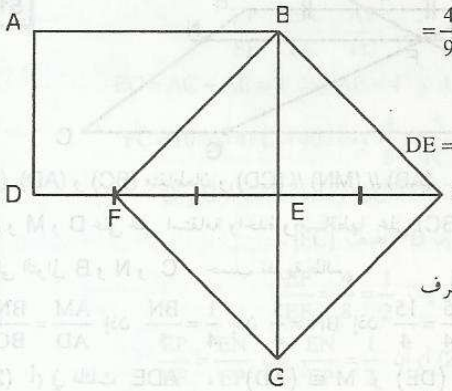
و $G\hat{A}E=D\hat{A}B=90°$ إذن AEKG مربّع إذن $(GK)//(AE)$ وبما أن $(AB)//(CD)$ و $E\in(AB)$ فإن $(GK)//(DC)$.

2) قيس مساحة المربّع AEKG

$a=AE^2=\left(\frac{2}{3}AB\right)^2=\frac{4}{9}\times AB^2=\frac{4}{9}\times(\sqrt{27})^2$

$=\frac{4}{9}\times 27=4\times 3=12cm^2$

49 1 أ)



ب) $DE=\frac{3}{5}DC=\frac{3}{5}\times 5=3$

ولدينا $AB=3$

إذن $AB=DE$

وبما أن ABCD شبه منحرف

قاعدتاه [AB] و [CD]

فإن $(AB)//(DC)$

$E\in(CD)$ إذن $(AB)//(DE)$ وبالتالي ABED متوازي الأضلاع

وبما أن $B\hat{A}D=90°$ فإن ABED مستطيل.

2) ب) لدينا $DE=3$ إذن $CE=DC-DE=5-3=2$ و $CF=\frac{4}{5}CD$ إذن

$CF=\frac{4}{5}\times 5=4$ إذن $CF=2CE$ وبما أن $E\in[CF]$ فإن E منتصف [FC].

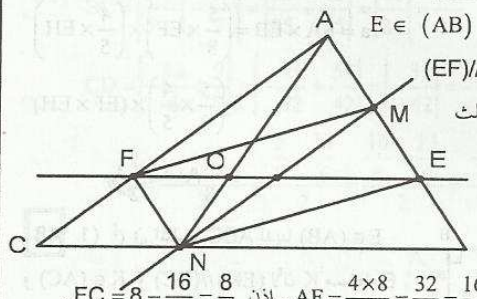
ولدينا E منتصف [BG] إذن BCGF متوازي الأضلاع.

ولدينا ABED مستطيل إذن $B\hat{E}D=90°$ وبالتالي $(FC)\perp(BG)$

لذلك BCGF معيّن قيس مساحته $\frac{BG\times FC}{2}=\frac{(2\times 2)\times 4}{2}=8cm^2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

50 1) في المثلث ABC $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ و $(EF)//(AC)$



حسب مبرهنة طالس في المثلث

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$$

إذن $\frac{4}{6}=\frac{AF}{8}=\frac{EF}{9}$

إذن $EF=\frac{4\times 9}{6}=6$ و $AF=\frac{4\times 8}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$. إذن $FC=8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}$.

2) أ) في المثلث AEF M منتصف [AE] و (AF) // (MI)

إذن I منتصف [EF] و $MI=\frac{1}{2}EF=\frac{\frac{16}{3}}{2}=\frac{8}{3}$.

ب) (NC) // (IF) و (CF) // (NI) إذن IFCN متوازي الأضلاع إذن $IN=FC=\frac{8}{3}$ وعلما أن $MI=\frac{8}{3}$ و $I\in(MN)$ فإن I منتصف[MN] ولنا I منتصف [EF] إذن MFNF متوازي الأضلاع .

3) في المثلث OAE $N \in (AO)$ و $F \in (OE)$

و $(AE)//(FN)$ لأن MFNF متوازي الأضلاع و $A \in (ME)$

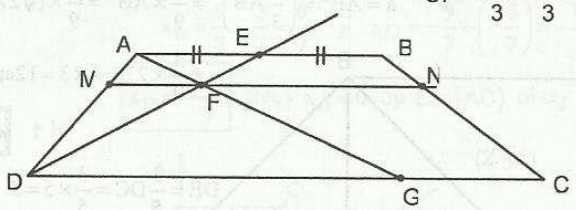
حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{OF}{OE}=\frac{ON}{OA}=\frac{FN}{AE}$ وبما أن $FN=ME$

و $AE=2\times ME$ فإن $\frac{OF}{OE}=\frac{ME}{2\times ME}=\frac{1}{2}$ إذن $OF=2\times OE$ ونعلم أن

$EF=OE+OF$ إذن $EF=2OF+OF=3OF$.

ب- $OF=\frac{EF}{3}=\frac{6}{3}=2$

51



1) (AD) و (BC) متقاطعان و (CD) // (MN) // (AB)

A و M و D على على استقامة واحدة و مساقطها على (BC) وفقا لمنحى (AB) هي على التوالي B و N و C حسب نظرية طالس

$\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BC}$ إذن $\frac{1}{4}=\frac{BN}{5}$ إذن $BN=\frac{5}{4}$ إذن $CN=5-\frac{5}{4}=\frac{15}{4}$.

2) أ) في المثلث ADE ، $M \in (AD)$ و $F \in (DE)$

و $(MF)//(AE)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{DM}{DA}=\frac{DF}{DE}=\frac{MF}{AE}$

إذن $\frac{3}{4}=\frac{MF}{3}$ إذن $MF=\frac{9}{4}$

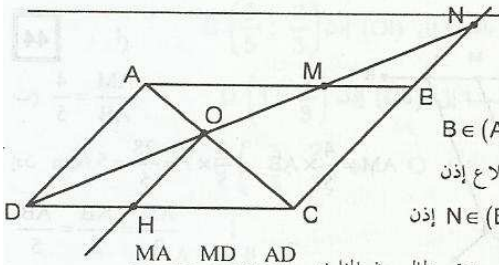
ب) وبما أن E و F و D مساقط A و M و D على التوالي على (ED) وفقا لمنحى(AB) فإن $\frac{AM}{MD}=\frac{EF}{FD}=\frac{1}{3}$.

3) في المثلث DFG ، $A \in (FG)$ و $E \in (DF)$

و $(DG)//(AE)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{FD}{FE}=\frac{FG}{FA}=\frac{DG}{AE}$.

إذن $\frac{FD}{FE}=3$ إذن $\frac{FG}{FA}=3$ و $\frac{DG}{AE}=3$ إذن $DG=3AE=3\times 3=9$.

52 1) في المثلث AMD



$B \in (AM)$ و $N \in (DM)$

ABCD متوازي الأضلاع إذن

$(AD)//(BC)$ و $N \in (BC)$ إذن

$(BN)//(AD)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{MA}{MB}=\frac{MD}{MN}=\frac{AD}{NB}$

إذن $\frac{4}{2}=\frac{MD}{MN}=\frac{4}{NB}$ إذن $NB=2$ وبالتالي $CN=CB+BN=4+2=6$

2) أ) في المثلث NDC ، $H \in (CD)$ و $O \in (DN)$ و $(OH)//(AD)//(NC)$

و حسب مبرهنة طالس $\frac{DO}{DN}=\frac{DH}{DC}=\frac{OH}{CN}$ (1)

وبما أن $CN=CD=6$ فإن $DH=OH$ إذن المثلث DOH متقايس الضلعين .

ب) في المثلث ADC ، $H \in (CD)$ و $O \in (AC)$

و $(OH)//(AD)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{CO}{CA}=\frac{CH}{DC}=\frac{OH}{AD}$ (2)

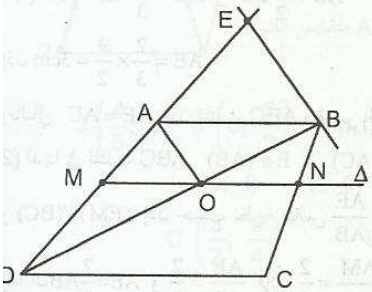
ج) من (1) و (2) نستنتج أن

$\frac{OH}{AD}+\frac{OH}{CN}=1$ إذن $\frac{OH}{AD}+\frac{OH}{CN}=\frac{DH}{DC}+\frac{CH}{DC}=\frac{DH+CH}{DC}=\frac{DC}{DC}=1$.

د) نعلم أن $AD=4$ و $CN=6$ إذن $\frac{OH}{4}+\frac{OH}{6}=1$ إذن $\frac{3OH+2OH}{12}=1$

إذن $\frac{5OH}{12}=1$ إذن $OH=\frac{12}{5}$.

53 1) أ) في المثلث ABD $M \in (AD)$ و $O \in (BD)$



و $(MO)//(AB)$ حسب مبرهنة طالس

$\frac{DM}{DA}=\frac{DO}{DB}=\frac{MO}{AB}$

إذن $\frac{3}{5}=\frac{DO}{DB}=\frac{MO}{4}$

إذن $MO=\frac{4\times 3}{5}=\frac{12}{5}=2,4$.

ب) B و O و D على استقامة واحدة و مساقطها على(DB) وفقا لمنحى Δ هي على التوالي A و M و D حسب مبرهنة طالس $\frac{BO}{BD}=\frac{AM}{AD}=\frac{2}{5}$

ج) في المثلث BCD، $N \in (BC)$ و $O \in (BD)$

و $(NO)//(CD)$ حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{BO}{BD}=\frac{BN}{BC}=\frac{ON}{CD}$

إذن $\frac{2}{5}=\frac{BN}{BC}=\frac{ON}{6}$ إذن $ON=\frac{2\times 6}{5}=\frac{12}{5}=2,4$

وبالتالي $MN=OM+ON=2,4+2,4=4,8$.

2) أ) في المثلث BDE $O \in (DB)$ و $A \in (DE)$ و $(AO)//(BE)$

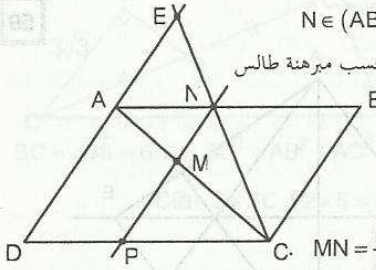
حسب مبرهنة طالس $\frac{DM}{DA}=\frac{DO}{DB}$ ولنا من (1) $\frac{DO}{DB}=\frac{DA}{DE}$

إذن $\frac{DM}{DA}=\frac{DA}{DE}$ وبالتالي $DA^2=DM\times DE$.

ب) $DA^2=DM\times DE$ إذن $DE=\frac{DA^2}{DM}=\frac{5^2}{3}=\frac{25}{3}$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

54 1) أ) في المثلث ABC، $N \in (AB)$ و $M \in (AC)$ و $(MN)//(AC)$ حسب مبرهنة طالس



$\frac{AN}{AB}=\frac{AM}{AC}=\frac{MN}{BC}$

إذن $\frac{AN}{6}=\frac{2}{5}=\frac{MN}{4}$

إذن $AN=\frac{12}{5}=2,4$ و $MN=\frac{8}{5}=1,6$

ب) لنا $(NP)//(BC)$ و $(CP)//(BN)$ لأن ABCD متوازي الأضلاع إذن BNPC متوازي الأضلاع إذن $NP=BC=4$ و $CP=BN$

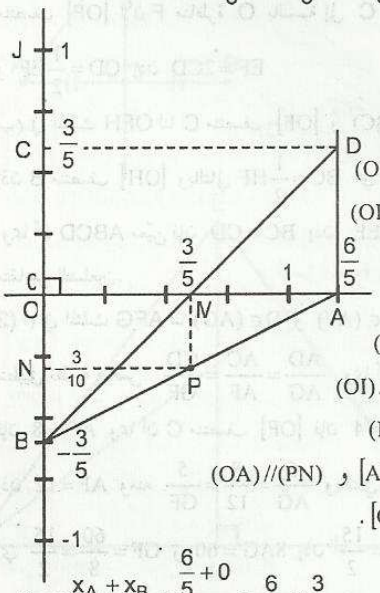
إذن $MP=NP-MN=4-1,6=2,4$ و $CP=AB-AN=6-2,4=3,6$

2) أ) *في المثلث NBC، $E \in (CN)$ و $A \in (BN)$ و $(AE)//(BC)$

حسب مبرهنة طالس في المثلث $\frac{NA}{NB}=\frac{AE}{BC}$ إذن $\frac{AE}{BC}=\frac{2,4}{3,6}=\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$

ب) $\frac{AE}{BC}=\frac{2}{3}$ إذن $AE=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}$

55 1)



2) أ) M هي المسقط العمودي لـ P على (OI)

و O المسقط العمودي لـ B على (OI)

و A المسقط العمودي لـ A على (OI)

وبما أن P منتصف [AB]

فإن M منتصف [OA].

N المسقط العمودي لـ P على (OJ)

إذن $(OJ)\perp(NP)$ ولدينا $(OI)\perp(OJ)$

إذن $(OI)//(NP)$ أي $(OA)//(NP)$

في المثلث OAB لدينا P منتصف [AB] و $(OA)//(PN)$

و $N \in (OB)$ إذن N منتصف [OB].

ب) $x_P=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{\frac{6}{5}+0}{2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$y_P=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{0+-\frac{3}{5}}{2}=-\frac{3}{10}$

إذن P $\left(\frac{3}{5};-\frac{3}{10}\right)$ في (O,I,J)

3) M منتصف [OA] و D مناظرة B بالنسبة إلى M إذن M منتصف [BD]

إذن الرباعي ADOB متوازي الأضلاع وبالتالي $(AD)//(OB)$

4) لدينا C المسقط العمودي لـ D على (OJ) إذن $(CD)\perp(OJ)$

ولدينا $(AO)\perp(OJ)$ إذن $(CD)//(AO)$

وبما أن $(AD)//(OB)$ و $\vec{B}$ و O و C نقط من (OJ) فإن $(AD)//(OC)$

وبالتالي OADC متوازي الأضلاع ونعلم أن $J\hat{O}I=90°$

إذن $C\hat{O}A=90°$ وبالتالي OADC مستطيل.

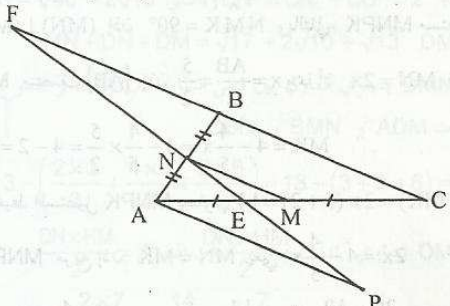
فاصلة D في (O,I,J) هي فاصلة A وترتيب D هو ترتيب C.

DA = OB لأن OBAD متوازي الأضلاع و OC = AD لأن ADCO مستطيل

إذن OC = OB وبما أن $O \in (BC)$ فإن O منتصف [CB] ومنه ترتيب C هو $\frac{3}{5}$

وبما أن فاصلة A هي $\frac{6}{5}$ فإن إحداثيات D في (O,I,J) هي $\left(\frac{6}{5};\frac{3}{5}\right)$.

56



1) في المثلث ABC لدينا N منتصف [AB] لأن B مناظرة A بالنسبة إلى N

و M منتصف [AC] لأن C مناظرة A بالنسبة إلى M إذن $(MN)//(BC)$

و $MN=\frac{1}{2}BC$ إذن $BC=2MN=2\times 2,5=5$

2) أ) في المثلث EMN $A \in (EM)$ و $P \in (EN)$ و $(AP)//(MN)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{EM}{EA}=\frac{EN}{EP}=\frac{MN}{AP}$

وبما أن $EM=AM-AE=6-4=2$ فإن $\frac{EN}{EP}=\frac{MN}{AP}=\frac{1}{2}$

ب) $\frac{MN}{AP}=\frac{1}{2}$ إذن $\frac{2,5}{AP}=\frac{1}{2}$ إذن $AP=5$

ج) APCB متوازي الأضلاع لأن $(AP)//(BC)$ و $AP=BC=5$.

3) أ) في المثلث EAP لدينا $C \in (EA)$ و $F \in (EP)$ و $(AP)//(FC)$

بتطبيق نظرية طالس نتحصل على: $\frac{EP}{EF}=\frac{EA}{EC}=\frac{AP}{FC}$

ب) لنا $AC=2AM=12$ و $AE=4$ إذن $EC=AC-AE=8$

وبما أن $\frac{EA}{EC}=\frac{AP}{FC}$ فإن $\frac{4}{8}=\frac{5}{FC}$ ومنه $4FC=40$ أي $FC=10$

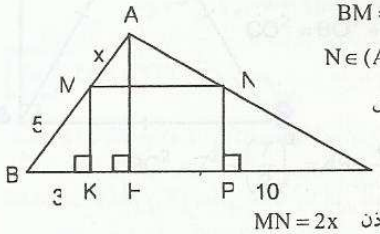
وبما أن $BC=5$ فإن $BC=BF=5$ وعلما أن النقاط B و C و F على استقامة واحدة فإن B منتصف [FC].

ج) $\frac{EP}{EF}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ إذن $\frac{EP}{EF}=\frac{EA}{EC}$

د) $\frac{EP}{EF}=\frac{EN}{EP}$ ونعلم من 2) أ) أن $\frac{EN}{EP}=\frac{1}{2}$ إذن $\frac{EP}{EF}=\frac{1}{2}$

إذن $EP\times EP=EF\times EN$ إذن $EP^2=EN\times EF$.

57 1) $BM=AB-AM=5-x$



في المثلث ABC $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$

و $(MN)//(BC)$ بتطبيق نظرية طالس

نحصل على $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

إذن $\frac{x}{5}=\frac{MN}{10}$ إذن $5MN=10x$ إذن $MN=2x$

2) أ) في المثلث ABH $M \in (BA)$ و $K \in (BH)$ و $(MK)//(AH)$

لأنهما عموديان على (BC) إذن بتطبيق نظرية طالس نحصل $\frac{BM}{BA}=\frac{BK}{BH}=\frac{MK}{AH}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن $\frac{5-x}{5}=\frac{MK}{4}$ إذن $5MK=4(5-x)$ أو $MK=\frac{4}{5}(5-x)$ أو $MK=4-\frac{4}{5}x$

ب) $M\hat{K}P=90°$ و $N\hat{P}K=90°$ لأن K و P المسقطان العموديان على التوالي لـ M و N على (BC) وبما أن $(KP)//(MN)$ و $(KP)\perp(MK)$ فإن $(MN)\perp(MK)$ إذن $N\hat{M}K=90°$ وبالتالي MNPK مستطيل.

ج) M منتصف [AB] إذن $x=\frac{AB}{2}=\frac{5}{2}$ وبما أن $MN=2x$ فإن $MN=2\times\frac{5}{2}=5$

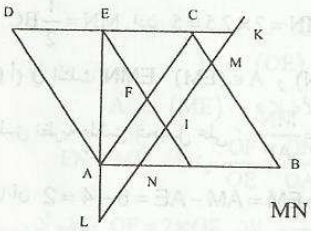
و $MK=4-\frac{4}{5}x=4-\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}=4-2=2$

إذن محيط المستطيل MNPK يساوي $2\times(MN+MK)=2\times(5+2)=14$

د) MNPK مربع إذن $MN=MK$ يعني $2x=4-\frac{4}{5}x$

يعني $2x+\frac{4}{5}x=4$ إذن $\frac{14}{5}x=4$ إذن $x=\frac{20}{14}=\frac{10}{7}$.

58 1) في المثلث ABC $M\in(BC)$ و $N\in(AB)$



و $(MN)//(BC)$ بتطبيق نظرية طالس

$\frac{BM}{BC}=\frac{BN}{BA}=\frac{MN}{CA}$

و $\frac{4}{5}=\frac{BN}{6}=\frac{MN}{5}$ إذن $5BN=24$

إذن $BN=\frac{24}{5}$ و $5MN=20$ إذن $MN=4$

2) ABCD متوازي الأضلاع إذن $BC=AD$ و ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية C إذن $AC=BC$ وبالتالي $AC=AD$.

3) في المثلث ACD لدينا E منتصف [CD] و $(EF)//(CD)$

إذن F منتصف [AC] و $EF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$

4) أ) في المثلث EKI: $C\in(EK)$ و $F\in(EI)$ و $(FC)//(KI)$

بتطبيق نظرية طالس نحصل على: $\boxed{\frac{EC}{EK}=\frac{FC}{IK}}$

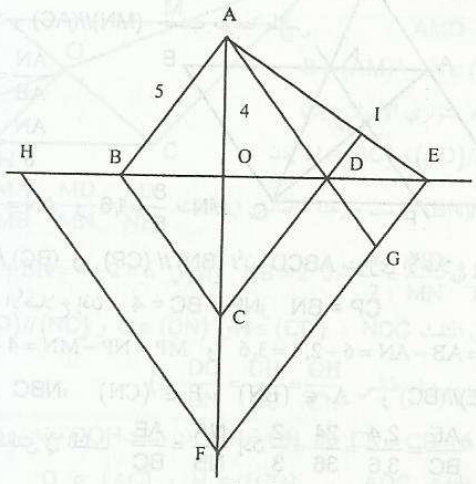
وفي المثلث ELI لدينا $F\in(EI)$ و $A\in(EL)$ و $(FA)//(LI)$

بتطبيق نظرية طالس على المثلث: $\frac{EA}{EL}=\boxed{\frac{EF}{EI}=\frac{AF}{LI}}$

ب) لدينا $\frac{EF}{EI}=\frac{AF}{LI}$ و $\frac{EF}{EI}=\frac{FC}{IK}$ إذن $\frac{AF}{IL}=\frac{FC}{IK}$

ج) لدينا $\frac{FA}{IL}=\frac{FC}{IK}$ وبما أن $FA=FC$ لأن F منتصف [AC] فإن $IL=IK$ وبما أن النقاط I و L و K على استقامة واحدة فإن I منتصف [LK].

59



1) أ) في المثلث DOEF D منتصف [OE] لأن E مناظرة O بالنسبة إلى D و C منتصف [OF] لأن F مناظرة O بالنسبة إلى C إذن $(EF)//(CD)$

و $CD=\frac{1}{2}EF$ إذن $EF=2CD$

ب) في المثلث OFH لدينا C منتصف [OF] و $(HF)//(BC)$ و $B\in(HO)$

إذن B منتصف [OH] وبالتالي $BC=\frac{1}{2}HF$ أي $HF=2BC$

وبما أن ABCD معيّن فإن $BC=CD$ إذن $HF=EF$ إذن HEF مثلث متقايس الضلعين.

2) أ) في المثلث AFG لدينا $D\in(AG)$ و $C\in(AF)$ و $(CD)//(FG)$

بتطبيق نظرية طالس: $\frac{AD}{AG}=\frac{AC}{AF}=\frac{CD}{GF}$ وبما أن $AO=4$

فإن $AC=8$ وبما أن C منتصف [OF] فإن $CF=4$

إذن $AF=12$ ومنه $\frac{5}{AG}=\frac{8}{12}=\frac{5}{GF}$ وبالتالي $8GF=60$

أي $GF=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}$ و $8AG=60$ إذن $AG=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}$

إذن $DG=AG-AD=\frac{15}{2}-5=\frac{5}{2}$

ب) $AG=GF=\frac{15}{2}$ إذن المثلث AFG متقايس الضلعين.

3) أ) $(IC)//(EF)$ و A و C و F على استقامة واحدة إذن مساقطها على (AE) وفقا لمنحى (CD) هي على التوالي A و I و E

إذن حسب نظرية طالس $\frac{IE}{IA}=\frac{CF}{CA}$

وبما أن $CA=8$ و $CF=4$ فإن $\frac{IE}{IA}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

ب) في المثلث AEF لدينا $I\in(AE)$ و $C\in(AF)$ و $(CI)//(EF)$

بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{AI}{AE}=\frac{AC}{AF}=\frac{IC}{FE}$

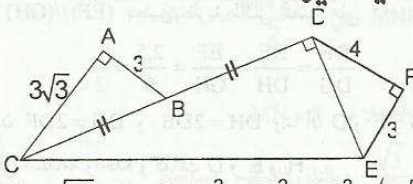
وبما أن $EF=2CD$ فإن $EF=10$ إذن $\frac{8}{12}=\frac{IC}{10}$

إذن $12IC=80$ أي $IC=\frac{80}{12}=\frac{20}{3}$ وبالتالي $ID=IC-CD=\frac{20}{3}-5=\frac{5}{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

العلاقات القياسية في المثلث القائم

1 المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن



$BC=\sqrt{36}=6$ إذن $BC^2=AB^2+AC^2=\left(3\sqrt{3}\right)^2+3^2=27+9=36$

وبما أن B منتصف [CD] فإن $CD=2\times BC=2\times 6=12$.

المثلث DEF قائم الزاوية في F إذن

$DE=\sqrt{25}=5$ إذن $DE^2=DF^2+EF^2=4^2+3^2=16+9=25$.

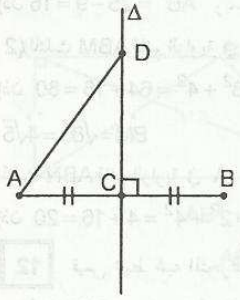
المثلث CDE قائم الزاوية في D إذن

$EC^2=CD^2+DE^2=12^2+5^2=144+25=169$

إذن $EC=\sqrt{169}=13$.

2 Δ الموسط العمودي لـ [AB] . و $D\in\Delta$

إذن $(AB)\perp(CD)$ في C



إذن المثلث ACD قائم الزاوية في C

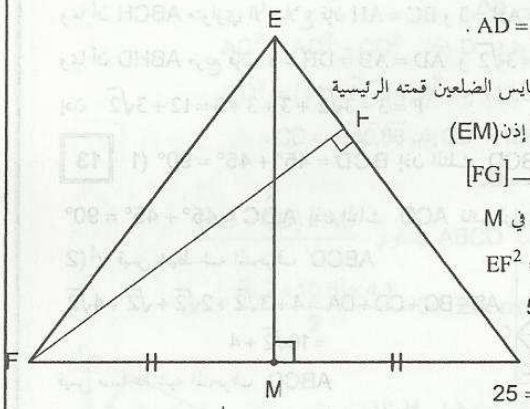
وبتطبيق نظرية بيتا غور نحصل

على $AD^2=AC^2+CD^2$

أي $AD^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{49}{4}=\frac{74}{4}$

ومنه $AD=\sqrt{\frac{74}{4}}=\frac{\sqrt{74}}{2}$.

3 1) أ) EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E و M منتصف [FG] إذن (EM) هو الموسط العمودي لـ [FG]



إذن المثلث EMF قائم في M

إذن $EF^2=EM^2+FM^2$

إذن $5^2=EM^2+3^2$

إذن $25=EM^2+9$

وبالتالي $EM^2=25-9=16$ إذن $EM=\sqrt{16}=4$

ب) قيس مساحة EFG باعتبار [EM] ارتفاعه الصادر من E

$\frac{FG\times EM}{2}=\frac{4\times 6}{2}=12\ cm^2$

2) أ) قيس مساحة EFG باعتبار ارتفاعه [FH] هو $\frac{FH\times EG}{2}$

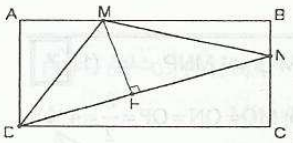
إذن $\frac{FH\times EG}{2}=12$ وبالتالي $FH=\frac{12\times 2}{EG}=\frac{24}{5}=4,8$

ب) المثلث EFH قائم الزاوية في H إذن $EF^2=EH^2+FH^2$

إذن $5^2=EH^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2$ إذن $EH^2=25-\frac{576}{25}=\frac{625}{25}-\frac{576}{25}=\frac{49}{25}$

إذن $EH=\sqrt{\frac{49}{25}}=\frac{7}{5}=1,4$

وبالتالي $GH=EG-EH=5-\frac{7}{5}=\frac{25}{5}-\frac{7}{5}=\frac{18}{5}=3,6$



4 1) المثلثات ADM و BMN و CDN قائمة الزاوية على التوالي في A و B و C إذن

$DM=\sqrt{13}$ وبالتالي $DM^2=AM^2+AD^2=2^2+3^2=4+9=13$

$MN=\sqrt{17}$ وبالتالي $MN^2=BM^2+BN^2=4^2+1^2=16+1=17$

$DN=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ وبالتالي $DN^2=CN^2+CD^2=2^2+6^2=4+36=40$

قيس محيط المثلث DMN $MN+DN+DM=\sqrt{17}+2\sqrt{10}+\sqrt{13}$

2) أ) قيس مساحة DMN يساوي الفارق بين قيس مساحة ABCD و مجموع أقيسة مساحات المثلثات ADM و BMN و CDN .

$6\times 3-\left(\frac{2\times 3}{2}+\frac{4\times 1}{2}+\frac{2\times 6}{2}\right)=18-(3+2+6)=18-11=7cm^2$

ب) قيس مساحة DMN يساوي كذلك $\frac{DN\times HM}{2}$ إذن $\frac{DN\times HM}{2}=7$

وبالتالي $HM=\frac{2\times 7}{DN}=\frac{14}{2\sqrt{10}}=\frac{7}{\sqrt{10}}$

5 1) $(AC)\perp(BD)$ و (BD) قطران للمعين إذن

و O منتصف [AC] و [BD] إذن $(AO)\perp(OB)$

إذن المثلث OAB قائم الزاوية في O

بتطبيق نظرية بيتا غور $AB^2=AO^2+OB^2$

إذن $AO=\frac{AC}{2}=\frac{5}{2}$ وبما أن $BO^2=AB^2-OA^2$

فإن $OB^2=5^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2=25-\frac{25}{4}=\frac{100}{4}-\frac{25}{4}=\frac{75}{4}$

إذن $OB=\sqrt{\frac{75}{4}}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ وبالتالي $BD=2OB=\frac{2\times 5\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

2) المثلث AIO قائم في O لأنّ $(AC)\perp(BD)$ في O . $AO=OI=\frac{5}{2}$

إذن $AI^2=AO^2+OI^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{25}{4}=\frac{50}{4}$ $AI=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

6 ABO متقايس الأضلاع إذن $B\hat{A}O=A\hat{B}O=60°$.

A منتصف [OC] إذن $AO=AC$ وبما أن $AB=AO$

فإن $AB=AC$ إذن المثلث ABC متقايس الضلعين في A

وبالتالي $A\hat{B}C=A\hat{C}B=\frac{180°-B\hat{A}C}{2}$

$=\frac{180°-120°}{2}=30°$

إذن المثلث BCO $O\hat{B}C=60+30=90°$

وبالتالي في B . $CO^2=BO^2+BC^2$

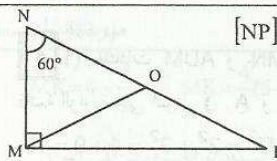
إذن $7^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2+BC^2$

$BC^2=7^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2=49-\frac{49}{4}=49\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=49\times\frac{3}{4}$

إذن $BC=\sqrt{\frac{49}{4}\times 3}=\frac{7}{2}\sqrt{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

7 1) المثلث MNP قائم في M و O منصف [NP]



إذن $MO=ON=OP=\frac{8}{2}=4$ إذن MNO مثلث متقايس الضلعين وبما أن $\widehat{MNO}=60°$

فإنه متقايس الأضلاع إذن $MN=NO=MO=4$ وبما أن MNP قائم في M وبتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على $NP^2=MP^2+MN^2$

إذن $MP^2=NP^2-MN^2=8^2-4^2=64-16=48$

إذن $MP=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

8 $L=BD+DG+GH+HA$

$BD^2=BC^2+CD^2=4^2+3^2=16+9=25$

$BD=\sqrt{25}=5$

إذن $DG^2=CD^2+CG^2=3^2+\left(3\sqrt{3}\right)^2=9+27=36$

$DG=\sqrt{36}=6$

إذن $AH^2=AB^2+BH^2=4^2+\left(3\sqrt{3}\right)^2=16+27=43$

$AH=\sqrt{43}$

إذن $GH=AB=3$

$L=5+6+3+\sqrt{43}=14+\sqrt{43}$

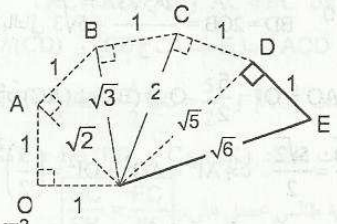
9 $AI=\sqrt{2}$ إذن $AI^2=AO^2+AI^2=1+1=2$

$BI=\sqrt{3}$ إذن $BI^2=AB^2+BI^2=1+\sqrt{2}^2=1+2=3$

$CI=\sqrt{4}=2$ إذن $CI^2=BC^2+CI^2=1+\sqrt{3}^2=1+3=4$

$DI=\sqrt{5}$ إذن $DI^2=CD^2+CI^2=1+2^2=1+4=5$

2)



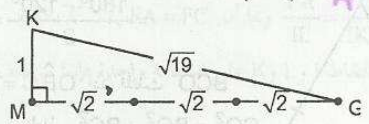
المثلث DEI قائم الزاوية في D إذن $EI^2=DE^2+DI^2=1+\sqrt{5}^2=1+5=6$

إذن $DI=\sqrt{6}$.

3) نرسم بالاستعانة بالرسم السابق مثلثا GKM قائم الزاوية في M بحيث $KM=1$

و $GM=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ أي ثلاثة أضعاف AI.

إذن $GK^2=GM^2+KM^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+1=18+1=19$ وبالتالي $GK=\sqrt{19}$.



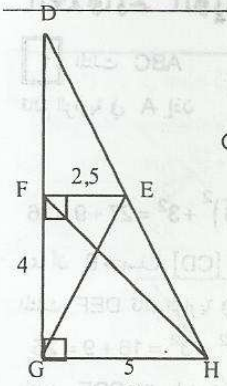
10 1) المثلث EFG قائم في F بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على:

$EG^2=EF^2+FG^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+4^2=\frac{25}{4}+16=\frac{89}{4}$ ومنه $EG=\frac{\sqrt{89}}{2}$

المثلث FGH قائم في G بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على:

$FH^2=FG^2+GH^2=4^2+5^2=16+25=41$ إذن $FH=\sqrt{41}$

2) أ) في المثلث DGH لدينا $F\in(DG)$ و $E\in(DH)$



و (EF)//(GH) بتطبيق نظرية طالس نحصل على

$\frac{DF}{DG}=\frac{DE}{DH}=\frac{EF}{GH}=\frac{2,5}{5}=\frac{1}{2}$

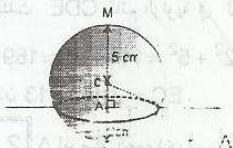
إذن $DG=2DF$ و $DH=2DE$ وبما أن D و F و G على استقامة واحدة وكذلك D و E و H

فإن F منتصف [DG] و E منتصف [DH].

ب) المثلث DGH قائم في G و E منتصف وتره [DH]

إذن $EH=GE=\frac{\sqrt{89}}{2}$ و $DH=2GE=\sqrt{89}$

11 1) المثلث AOB قائم الزاوية في A



$BO^2=AO^2+AB^2$ ...

$5^2=3^2+AB^2$ ...

إذن $AB^2=25-9=16$ ... $AB=\sqrt{16}=4$

2) المثلث ABM قائم الزاوية في A

إذن $BM^2=AM^2+AB^2=8^2+4^2=64+16=80$ وبالتالي $BM=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

المثلث ABN قائم الزاوية في A

إذن $BN^2=AN^2+AB^2=2^2+4^2=4+16=20$ وبالتالي $BM=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

12 قيس محيط شبه المنحرف $P=AB+BC+CH+HD+DA$

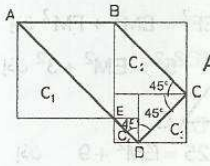
وبما أن ABCH متوازي الأضلاع فإن $BC=AH$ و $HC=AB=3$

وبما أن ABHD مربع فإن $AD=AB=DH=3$ و $AH=3\sqrt{2}$

إذن $P=3+3\sqrt{2}+3+3+3=12+3\sqrt{2}$

13 1) إذن المثلث BCD قائم الزاوية في C. $B\hat{C}D=45°+45°=90°$

إذن المثلث ACD قائم الزاوية في D. $A\hat{D}C=45°+45°=90°$



2) أ) قيس محيط شبه المنحرف ABCD

$AB+BC+CD+DA=4+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}+4$

قيس مساحة شبه المنحرف ABCD

$\frac{(AD+BC)\times CD}{2}=\frac{(5\sqrt{2}+3\sqrt{2})\times 2\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}\times\sqrt{2}=8\times 2=16cm^2$

ب) المثلث BCD قائم الزاوية في C إذن

$BD^2=BC^2+CD^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=18+8=26$ إذن $BD=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

المثلث ACD قائم الزاوية في D إذن

$AC^2=DC^2+AD^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(5\sqrt{2}\right)^2=8+50=58$ إذن $BD=\sqrt{58}$

14

$2\sqrt{2}$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	$2\sqrt{3}$	3	5	a
$\sqrt{6}$	2	3	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\frac{5\sqrt{3}}{2}$	h

COLLEGE.MOURAJAA.COM

15 قيس مساحة المثلث MNP هي $A = \frac{MN \times h}{2}$

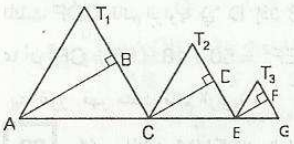
حيث h ارتفاع للمثلث .

وبما أن المثلث MNP متقايس الأضلاع و $MN = 8$

فإن قيس ارتفاعه هو $\frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ وبالتالي فإن قيس مساحته

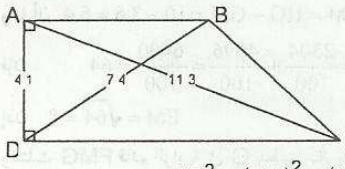
هو $A = \frac{8 \times 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$.

16 طول الخط ABCDEFG



$$AB + BC + CD + DE + EF + FG = \frac{6\sqrt{3}}{2} + \frac{6}{2} + \frac{4\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{2}$$
$$= 3\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 1 = 6\sqrt{3} + 6$$

17 نحسب AB و CD



المثلث ABD قائم الزاوية في A إذن $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$(7,4)^2 = AB^2 + (4,1)^2$ إذن $AB^2 = (7,4)^2 - (4,1)^2$

$AB^2 = 54,76 - 16,81 = 37,95$ إذن $AB = \sqrt{37,95}$ ،

6,2 هي قيمة تقريبية لـ AB

المثلث ACD قائم الزاوية في D إذن $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$(11,3)^2 = (4,1)^2 + CD^2$ إذن $CD^2 = (11,3)^2 - (4,1)^2$

$CD^2 = 127,69 - 16,81 = 110,88$ إذن $CD = \sqrt{110,88}$ ،

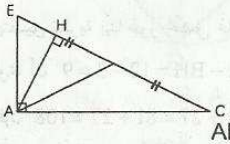
10,5 هي قيمة تقريبية لـ CD

قيس مساحة شبه المنحرف ABCD يساوي $\frac{(AB + CD) \times AD}{2}$

كذلك $\frac{(6,2 + 10,5) \times 4,1}{2} = 34,235\ cm^2$ قيمة تقريبية لهذا القيس

يساوي $34,24\ cm^2$

18 المثلث AHI قائم الزاوية في H إذن



$$AI^2 = AH^2 + HI^2 = 2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$$

إذن $AI = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن و I منتصف [BC] إذن

$BC = 2 \times AI = 2 \times \frac{5}{2} = 5$

المثلث AHC قائم الزاوية في H إذن

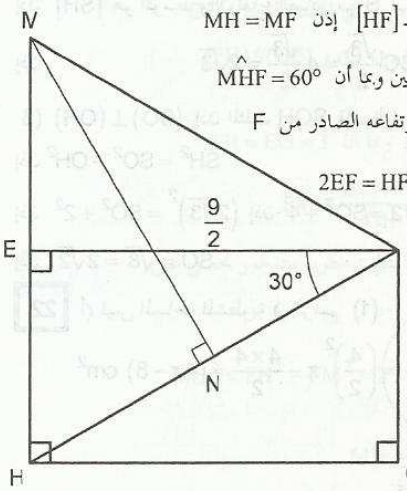
$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 2^2 + \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right)^2 = 4 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 4 + 16 = 20$$

إذن $AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

[AH] ارتفاع للمثلث ABC إذن $AB \times AC = AH \times BC$ إذن $AB \times 2\sqrt{5} = 2 \times 5$

إذن $AB = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

19 1) في المثلث EFH لدينا $\widehat{FEH} = 90°$ و $\widehat{EFH} = 30°$ إذن $\widehat{EHF} = 60°$



M نقطة من الموسط العمودي لـ [HF] إذن $MH = MF$

إذن المثلث MHF متقايس الضلعين وبما أن $\widehat{MHF} = 60°$

فإنه متقايس الأضلاع و [FE] ارتفاعه الصادر من F

إذن $EF = \frac{HF\sqrt{3}}{2}$ إذن $2EF = HF\sqrt{3}$

إذن $HF = \frac{2EF}{\sqrt{3}}$

$$HF = \frac{2 \times 9}{2\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

والمثلث EFH قائم الزاوية في E

لأن EFGH مستطيل

بتطبيق نظرية بيتاغور

نحصل على $HF^2 = EF^2 + EH^2$

إذن $EH^2 = HF^2 - EF^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4}$

وبالتالي $EH = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

3) قيس مساحة المستطيل EFGH

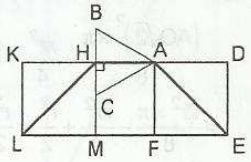
$$EF \times EH = \frac{9}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{4}\sqrt{3}$$

$\frac{EF \times MH}{2}$ قيس مساحة المثلث MFH

وبما أن MFH متقايس الأضلاع فإن $MH = HF = 3\sqrt{3}$

إذن $\frac{EF \times MH}{2} = \frac{9}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$ وبالتالي قيس مساحة المستطيل EFGH

يساوي قيس مساحة المثلث MFH .



20

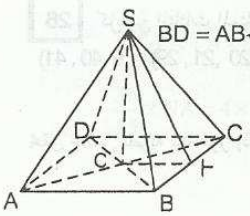
1) قيس محيط شبه المنحرف AELH

$$LH + HA + AE + EL = a\sqrt{2} + b\frac{\sqrt{3}}{2} + a\sqrt{2} + \left(a + b\frac{\sqrt{3}}{2} + a\right)$$
$$= 2a\sqrt{2} + b\frac{\sqrt{3}}{2} + 2a + b\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 2a\left(\sqrt{2} + 1\right) + b\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$$
$$= 2a\left(\sqrt{2} + 1\right) + b\sqrt{3}$$

2) $2a\left(\sqrt{2} + 1\right) + b\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = 2 \times 10\left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) + 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 20 \times (2 - 1) + 9 = 20 + 9 = 29$

21 1) [BD] قطر للمربع ABCD إذن $BD = AB\sqrt{2} = 4$



O مركز المربع ABCD إذن O منتصف [AC]

وبما أن H منتصف [BC] فإن $OH = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) المثلث BCS متقايس الأضلاع و H منتصف [BC]
إذن [SH] هو الموسط والارتفاع الصادر من S لـ BCS

إذن $SH = BC\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

3) $(SO) \perp (OH)$ إذن المثلث SOH قائم الزاوية في O

إذن $SH^2 = SO^2 + OH^2$

إذن $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = SO^2 + 2^2$ إذن $12 = SO^2 + 4$ وبالتالي $SO^2 = 12 - 4 = 8$

إذن $SO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

22 أ) قيس المساحة المشطوبة في الرسم (1)

$$\left(\frac{AC}{2}\right)^2 \times \pi - \frac{AC \times BD}{2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 \pi - \frac{4 \times 4}{2} = (4\pi - 8)\ cm^2$$

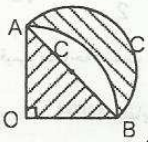
قيس مساحة القرص الدائري — قيس مساحة المربع ABCD

ب) شعاع الدائرة ' C

$$OE = \frac{2}{3}EH = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times EF = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 2\sqrt{3} = 2$$

قيس المساحة المشطوبة في الرسم (2)

$$2^2 \times \pi - \frac{FG \times EH}{2} = 4\pi - \frac{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 4\pi - 3\sqrt{3}$$



23 قيس مساحة ABO $\frac{AO \times BO}{2} = \frac{r^2}{2}$

قيس مساحة الشكل الهلالي

$$\left(\frac{AB}{2}\right)^2 \times \pi \times \frac{1}{2} - \left(\frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}\right) = \frac{AB^2}{4} \times \pi \times \frac{1}{2} - \frac{\pi r^2}{4} + \frac{r^2}{2}$$

$$= \frac{\left(AO\sqrt{2}\right)^2 \times \pi}{8} - \frac{\pi r^2}{4} + \frac{r^2}{2}$$

$$= \frac{2r^2 \times \pi}{8} - \frac{\pi r^2}{4} + \frac{r^2}{2} = \frac{r^2}{2}$$

إذن قيس مساحة الهلال يساوي قيس مساحة المثلث ABO .

24 قيس المساحة المشطوبة يساوي الفارق بين قيس مساحة المثلث ومجموع أقيسة مساحات القطاعات الدائرية $\overset{\frown}{[DAE]}$ و $\overset{\frown}{[EBF]}$ و $\overset{\frown}{[DCF]}$

☐ $18\sqrt{3} - 9\pi$ ، ☐ $6(\pi - \sqrt{3})$

☐ $\frac{\pi}{2} - 1$ ، ☐ 2 ، ☒ $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$

25 يحقق كل من المثلثين T_1 و T_3 عكس نظرية بيتا غور إذن هما مثلثان قائما الزاوية .

26 كل من المثلثات الممثلة أقيستها بالثلاثيات التالية

(3, 4, 5) ; (6, 8, 10) ; (5, 12, 13) ; (8, 15, 17) ; (20, 21, 29) ; (9, 40, 41)

يحقق عكس نظرية بيتا غور إذن هذه المثلثات قائمة الزاوية .

27 اعتمادا على الشبكة

$AC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$AB^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$ و $BC^2 = 8^2 = 64$ إذن في المثلث ABC

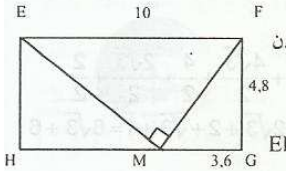
لا يوجد مربع ضلع مساوٍ لمجموع مربعي الضلعين الآخرين فهو مثلث غير قائم .

28 المثلث BCE قائم الزاوية في B إذن $CE^2 = BE^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50$

المثلث AEF قائم الزاوية في A إذن $EF^2 = AE^2 + AF^2 = 9 + 9 = 18$

المثلث CDF قائم الزاوية في D إذن $CF^2 = DF^2 + CD^2 = 4 + 64 = 68$

بما أن $CE^2 + EF^2 = 50 + 18 = 68 = CF^2$ فإن المثلث CEF يحقق عكس نظرية بيتا غور فهو مثلث قائم الزاوية .



29 1) المثلث EHM قائم الزاوية في H إذن $\hat{EHM} = 90°$ (EFGH مستطيل)

بتطبيق نظرية بيتا غور: $EM^2 = EH^2 + HM^2$

وبما أن $HM = HG - GM = 10 - 3,6 = 6,4$

فإن $EM^2 = (4,8)^2 + (6,4)^2 = \frac{2304}{100} + \frac{4096}{100} = \frac{6400}{100} = 64$

إذن $EM = \sqrt{64} = 8$

والمثلث FMG قائم الزاوية في G بتطبيق نظرية بيتاغور

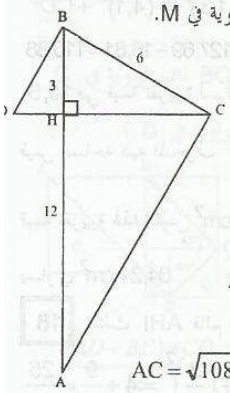
$FM^2 = FG^2 + MG^2 = (4,8)^2 + (3,6)^2 = 23,04 + 12,96 = 36$

إذن $FM = \sqrt{36} = 6$

2) لدينا $EM^2 = 64$ و $FM^2 = 36$ و $EF^2 = 100$

وبما أن $36 + 64 = 100$ فإن $EF^2 = FM^2 + EM^2$

وحسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث EFM قائم الزاوية في M.



30 1) المثلث HBC قائم الزاوية في H بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على $BC^2 = BH^2 + HC^2$

إذن $HC^2 = BC^2 - BH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

إذن $HC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

2) المثلث HCA قائم الزاوية في H

بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على $AC^2 = HA^2 + HC^2$

وبما أن $HA = BA - BH = 12 - 3 = 9$

فإن $AC^2 = 9^2 + 27 = 81 + 27 = 108$ إذن $AC = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

ب) لدينا $BC^2 = 36$ و $AC^2 = 108$ و $AB^2 = 144$

وبما أن $36 + 108 = 144$ فإن $AB^2 = AC^2 + BC^2$ وحسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C.

3) لدينا $DC = 4\sqrt{3}$ و $HC = 3\sqrt{3}$ إذن $DH = DC - HC = \sqrt{3}$

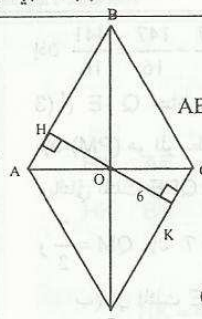
والمثلث BHD قائم الزاوية في H إذن بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على $BD^2 = BH^2 + DH^2 = 3^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 9 + 3 = 12$ إذن $BD = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

ولدينا $BC^2 = 36$ و $BD^2 = 12$ و $DC^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 = 48$ وبما أن $36 + 12 = 48$

فإن $DC^2 = BD^2 + BC^2$ وحسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث BDC قائم الزاوية في C إذن $(BD) \perp (BC)$ وبما أن $(BC) \perp (CA)$ (ABC قائم في A) فإن $(BD) // (AC)$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

31 OAB مثلث قائم الزاوية في O بتطبيق نظرية بيتا غور



$AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

إذن $AB = \sqrt{25} = 5$

$(HK) \perp (AB)$ و $(AB) // (CD)$ لأن ABCD معين

إذن $(HK) \perp (CD)$.

OAB مثلث قائم الزاوية في O و $[OH]$ ارتفاعه الصادر من O

إذن $OH \times AB = OA \times OB$ ومنه $OH = \frac{OA \times OB}{AB} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2,4$

كذلك المثلث OCD قائم في O و $[OK]$ ارتفاعه الصادر من O

إذن $OK \times CD = OC \times OD$ إذن $OK = \frac{OC \times OD}{CD}$

وبما أن $CD = AB = 5$ فإن $OK = \frac{3 \times 4}{5} = 2,4$

وبالتالي $HK = HO + OK = 2,4 + 2,4 = 4,8$

2) لنا $OH \times AB = OA \times OB$ و $OK \times CD = OC \times OD$

إذن $OK \times CD + OH \times AB = OC \times OD + OA \times OB$

وبما أن $AO = OC$ و $AB = CD$ فإن

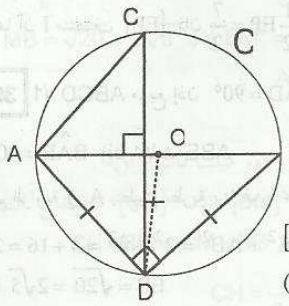
$OH \times AB + OK \times AB = OA \times OD + OA \times OB$

إذن $(OH + OK) \times AB = OA \times (OB + OD)$

أي $HK \times AB = OA \times BD$ لأن $OB + OD = BD$ و $OH + OK = HK$

وبما أن $OA = \frac{AC}{2}$ فإن $HK \times AB = \frac{AC \times BD}{2}$

32



1) لنا $AC = AD$ إذن A نقطة من الموسط العمودي لـ $[CD]$

و $OC = OD$ إذن O نقطة من الموسط العمودي لـ $[CD]$

إذن (OA) هو الموسط العمودي لـ $[CD]$

أي $(OA) \perp (CD)$ إذن $(AB) \perp (CD)$

2) $[AB]$ قطر للدائرة C و D نقطة منها مختلفة عن A و B.

إذن المثلث ABD قائم الزاوية في D وبتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على $AB^2 = AD^2 + BD^2$ إذن $BD^2 = AB^2 - AD^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$

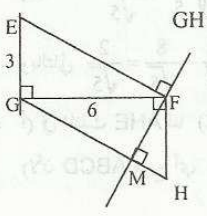
إذن $BD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

وبما أن $[DI]$ هو ارتفاع المثلث القائم ABD الصادر من D

فإن $ID \times AB = AD \times DB$

إذن $ID = \frac{AD \times DB}{AB} = \frac{4 \times 2\sqrt{5}}{6} = \frac{4}{3}\sqrt{5}$

33 1) EFGH متوازي الأضلاع إذن $GH = EF$



وبما أن EFG مثلث قائم الزاوية

في G وتطبيقا لنظرية بيتا غور فإن

$EF^2 = EG^2 + GF^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 4$

إذن $GH = EF = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

2) * لنا $(EF) \perp (FM)$ و $(FE) // (GH)$ إذن $(FM) \perp (GH)$

إذن $[FM]$ هو الارتفاع الصادر من F في المثلث القائم GFH

(لأن $(EG) \perp (GF)$ (مثلث قائم في G) و $(FH) // (GE)$

(EFHG متوازي الأضلاع)).

وبالتالي $FM \times GH = GF \times FH$ وبما أن $FH = EG = 3$

فإن $FM = \frac{GF \times FH}{GH} = \frac{3 \times 6}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

* المثلث FMH قائم الزاوية في M بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على

$FH^2 = FM^2 + MH^2$

إذن $MH^2 = FH^2 - FM^2 = 3^2 - \left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 = 9 - \frac{36}{5} = \frac{9}{5}$

إذن $MH = \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

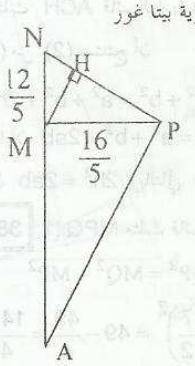
* $MG = GH - MH = 3\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$

ب) قيس مساحة شبه المنحرف MFEG

$$\frac{(GM + EF) \times MF}{2} = \frac{\left(\frac{12\sqrt{5}}{5} + 3\sqrt{5}\right) \times \frac{6\sqrt{5}}{5}}{2} = \frac{\left(\frac{12\sqrt{5}}{5} + \frac{15\sqrt{5}}{5}\right) \times \frac{6\sqrt{5}}{5}}{2}$$

$$= \frac{\frac{12\sqrt{5}}{5} \times \frac{6\sqrt{5}}{5}}{2} = \frac{72}{5} \times \frac{1}{2} = 7,2 \text{ cm}^2$$

34 1) MNP مثلث قائم الزاوية في M. بتطبيق نظرية بيتا غور



$NP^2 = MN^2 + MP^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2$

إذن $NP = 4$ $= \frac{144}{25} + \frac{256}{25} = \frac{400}{25} = 16$

وبما أن $[MH]$ ارتفاعه الصادر من M

فإن $MH \times NP = MN \times MP$

$MH = \frac{MN \times MP}{NP} = \frac{\frac{16}{5} \times \frac{12}{5}}{4} = \frac{192}{100} = \frac{48}{25}$

وبما أن المثلث MHN قائم في H فإن $MN^2 = NH^2 + MH^2$ إذن

$NH^2 = MN^2 - MH^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{48}{25}\right)^2 = \left(\frac{60}{25}\right)^2 - \left(\frac{48}{25}\right)^2$

إذن $NH^2 = \frac{3600}{625} - \frac{2304}{625} = \frac{1296}{625}$ $NH = \sqrt{\frac{1296}{625}} = \frac{36}{25}$

2) في المثلث NPA لنا $H \in (NP)$ و $M \in (NA)$ و $(MH) // (PA)$

بتطبيق نظرية طالس نحصل على $\frac{NH}{NP} = \frac{NM}{NA} = \frac{MH}{PA}$

أي $\frac{36}{25} = \frac{12}{5} = \frac{48}{25}$

إذن $\frac{36}{25} PA = 4 \times \frac{48}{25}$

إذن $PA = 4 \times \frac{48}{25} \times \frac{25}{36} = \frac{16}{3}$

و $\frac{36}{25} \times NA = 4 \times \frac{12}{5}$

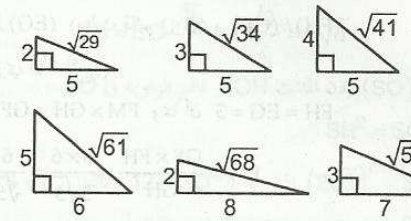
إذن $NA = 4 \times \frac{12}{5} \times \frac{25}{36} = \frac{20}{3}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

35 أ) $29=2^2+5^2$ ، $34=3^2+5^2$ ، $41=4^2+5^2$

$58=3^2+7^2$ ، $61=5^2+6^2$ ، $68=2^2+8^2$

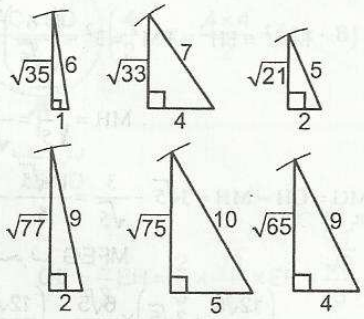
ب)



36 أ) $21=5^2-2^2$ ، $33=7^2-4^2$ ، $35=6^2-1^2$

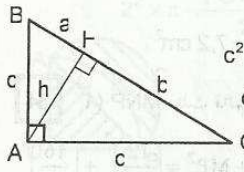
$65=9^2-4^2$ ، $75=10^2-5^2$ ، $77=9^2-2^2$

ب)



37 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن

$c^2+d^2=BC^2=(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$



2) المثلث ABH قائم الزاوية في H إذن $c^2=a^2+h^2$

المثلث ACH قائم الزاوية في H إذن $d^2=h^2+b^2$

3) من (2) نستنتج أن

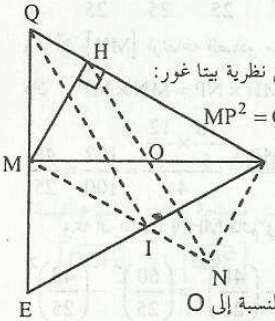
$c^2+d^2=a^2+h^2+h^2+b^2=a^2+b^2+2h^2$

وبما أن $c^2+d^2=a^2+b^2+2ab$ فإن $a^2+b^2+2h^2=a^2+b^2+2ab$

إذن $2h^2=2ab$ وبالتالي $h^2=ab$.

38 1) MPQ مثلث قائم الزاوية في M . بتطبيق نظرية بيتا غورس:

$QP^2=MQ^2+MP^2$ إذن $MP^2=QP^2-MQ^2$



$MP^2=7^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2=49-\frac{49}{4}=\frac{147}{4}$

إذن $MP=\sqrt{\frac{147}{4}}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

2) أ) O منتصف [MP] و H و N متناظرتان بالنسبة إلى O

إذن O منتصف [HN]

إذن MHPN متوازي الأضلاع وبما أن $\hat{MHP}=90°$ فإن MHPN مستطيل.

ب) MHPN مستطيل إذن $NP=MH$ وبما أن [MH] هو ارتفاع

المثلث القائم MPQ الصادر من M فإنّ $MH\times QP=MQ\times MP$

إذن $MH=\frac{MQ\times MP}{QP}$ أي $MH=\frac{\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\sqrt{3}}{7}=\frac{49}{4}\sqrt{3}\times\frac{1}{7}=\frac{7}{4}\sqrt{3}$

* MHPN مستطيل إذن $MN=HP$ وبما أن MHP مثلث قائم الزاوية في H

وتطبيقا لنظرية بيتا غورس فإن $MP^2=MH^2+HP^2$ إذن $HP^2=MP^2-MH^2$

إذن $MN=HP=\sqrt{\frac{441}{16}}=\frac{21}{4}$ ومنه $HP^2=\frac{147}{4}-\frac{147}{16}=\frac{441}{16}$

3) أ) E و Q متناظرتان بالنسبة إلى M إذن M منتصف [QE] وبما أن $(QE)\perp(MP)$

فإن (PM) هو الموسط العمودي لـ [QE] إذن $PQ=PE=7$

وبالتالي المثلث QPE متقايس الضلعين. وبما أن $QE=2QM$

و $QM=\frac{7}{2}$ فإن $QE=7$ إذن QPE متقايس الأضلاع.

ب) في المثلث QPE لدينا M منتصف [QE] و $(MN)//(QP)$

(MNPH مستطيل) و(MN) يقطع [EP] في I إذن I منتصف [EP] .

4) أ) لنا $QH=QP-HP=7-\frac{21}{4}=\frac{28}{4}-\frac{21}{4}=\frac{7}{4}$ و $IN=MN-MI$

وبما أن M منتصف [QE] و I منتصف [EP] في المثلث EQP

فإن $MI=\frac{1}{2}QP=\frac{7}{2}$ إذن $IN=\frac{21}{4}-\frac{7}{2}=\frac{21}{4}-\frac{14}{4}=\frac{7}{4}$

وبالتالي $IN=QH$ وبما أن $(IN)//(QH)$ (MNPH مستطيل و $I\in(MN)$

و $H\in(QP)$) فإن INHQ متوازي الأضلاع.

ب) MNPH مستطيل إذن $\hat{MNP}=90°$ أي المثلث INP قائم الزاوية في N ووتره [IP]

ولدينا في المثلث MPE: O منتصف [MP] و I منتصف [EP]

إذن $(OI)//(ME)$ وبما أن $(ME)\perp(MP)$ فإن $(OI)\perp(MP)$

ومنه المثلث IOP قائم الزاوية في O ووتره [IP] إذن I و O و P تنتمي إلى

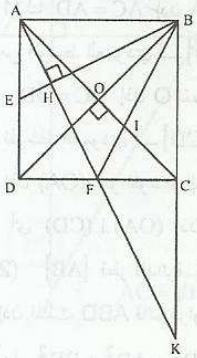
الدائرة التي قطرها [IP] و I و N و P تنتمي إلى الدائرة التي قطرها [IP] .

إذن I و O و P و N تنتمي إلى نفس الدائرة التي قطرها [IP] إذن شعاعها $\frac{1}{2}IP$.

وبما أن I منتصف [EP] فإن $IP=\frac{1}{2}EP=\frac{7}{2}$ إذن شعاع C هو $\frac{7}{4}$.

39 1) ABCD مربع إذن $\hat{BAD}=90°$ إذن

$\hat{BAE}=90°$ إذن المثلث ABE



قائم الزاوية في A بتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على

$EB^2=AE^2+AB^2=2^2+4^2=4+16=20$

إذن $EB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

وبما أن [AH] هو ارتفاع المثلث AEB الصادر من A

فإن $AH\times EB=AE\times AB$ إذن

$AH=\frac{AE\times AB}{EB}=\frac{2\times4}{2\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

والمثلث AHB قائم الزاوية في H إذن بتطبيق نظرية بيتا غور $AB^2=AH^2+HB^2$

ومنه $HB^2=AB^2-AH^2=4^2-\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2=16-\frac{16}{5}=\frac{64}{5}$

إذن $HB=\sqrt{\frac{64}{5}}=\frac{8}{\sqrt{5}}$

وبالتالي $EH=EB-HB=2\sqrt{5}-\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}-\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

2) أ) في المثلث AHE لنا $B\in(HE)$ و $K\in(AH)$ و $(AE)//(BK)$

(لأن ABCD مربع أي $(AD)//(BC)$ و $K\in(BC)$ و $E\in(AD)$)

COLLEGE.MOURAJAA.COM

بتطبيق نظرية طالس نحصل على: $\frac{HA}{HK}=\frac{HE}{HB}=\frac{AE}{BK}$

وبما أن $HE=\frac{2}{\sqrt{5}}$ و $HB=\frac{8}{\sqrt{5}}$ فإن $\frac{HA}{HK}=\frac{AE}{BK}=\frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{8}{\sqrt{5}}}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

ب) لنا $\frac{HA}{HK}=\frac{1}{4}$ إذن $HK=4HA$ ومنه $HK=4\times\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{16}{\sqrt{5}}$

ولنا $\frac{AE}{BK}=\frac{1}{4}$ إذن $BK=4AE$ ومنه $BK=4\times2=8$

إذن $CK=BK-BC=8-4=4$

ج) لنا $CK=AD=4$ و C وB و K على استقامة واحدة و $(AD)//(BC)$

إذن ACKD متوازي الأضلاع إذن قطراه يتقاطعان في منتصفهما $[CD]$.

د) ABCD مربع و $K\in(BC)$ إذن $A\hat{B}K=90°$ إذن ABK مثلث قائم الزاوية في B

و F منتصف وتره $[AK]$ إذن $BF=\frac{1}{2}AK$

وبما أن $AK=AH+HK=\frac{4}{\sqrt{5}}+\frac{16}{\sqrt{5}}=\frac{20}{\sqrt{5}}$ فإن $BF=\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$

40 1) أ) المثلث قائم الزاوية في D إذن

$AM^2=AD^2+DM^2=2^2+1^2=4+1=5$

إذن $AM=\sqrt{5}$

المثلث BCM قائم الزاوية في C إذن

$BM^2=BC^2+CM^2=2^2+4^2=4+16=20$ إذن $MB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

ب) $AB^2=25$ و $MB^2=20$ و $AM^2=5$

إذن $AM^2+BM^2=5+20=25=AB^2$

إذن المثلث ABM يحقق عكس نظرية بيتا غور فهو مثلث قائم الزاوية .

2) H المسقط العمودي لـ C على [BM] إذن [CH] الارتفاع الصادر من C للمثلث BCM القائم الزاوية في C إذن $CH\times BM=CM\times CB$

إذن $CH\times2\sqrt{5}=4\times2$ و $CH=\frac{8}{2\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

المثلث BCH قائم الزاوية في H إذن $BC^2=BH^2+CH^2$ إذن $4=BH^2+\frac{16}{5}$

وبالتالي $BH^2=\frac{20}{5}-\frac{16}{5}=\frac{4}{5}$ إذن $BH=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

3) ABCD مستطيل إذن $(AB)//(CD)$ وبما أن $K\in(AB)$ فإن $(BK)//(CD)$

المثلث ABM قائم الزاوية في M إذن $(AM)\perp(BM)$ وبما أن $(CK)\perp(BM)$

فإن $(CK)\perp(AM)$ إذن AKCM متوازي الأضلاع إذن $CM=AK$ وبما أن $AB=CD$

فإن $KB=DM=1$

41 1) ABCD مستطيل إذن المثلث ABD قائم الزاوية في A

إذن $BD^2=AB^2+AD^2=(6,4)^2+(4,8)^2$

$=40,96+23,04=64$

إذن $BD=\sqrt{64}=8$

2) أ) $(BC)\perp(CD)$ و $E\in(CD)$

إذن المثلث BCE قائم الزاوية في C إذن

$BE^2=BC^2+CE^2$

$=(4,8)^2+(10-6,4)^2$

$=23,04+12,96=36$

إذن $BE=\sqrt{36}=6$

ب) في المثلث BDE نعلم أن $BD=8$ و $BC=6$ و $DE=10$

إذن $BD^2+BC^2=8^2+6^2=64+36=100=10^2=DE^2$

إذن المثلث BDE قائم الزاوية في B .

3) أ) $[CH]$ ارتفاع للمثلث BCE القائم الزاوية في C إذن $BC\times CE=CH\times BE$

إذن $4,8\times3,6=CH\times6$ $CH=\frac{4,8\times3,6}{6}=2,88$

ب) في المثلث EDM ، $C\in(DE)$ و $B\in(ME)$ و $(BC)//(AD)$

إذن $(BC)//(MD)$ ، حسب نظرية طالس $\frac{EC}{ED}=\frac{EB}{EM}$ إذن $\frac{6}{EM}=\frac{3,6}{10}$

$EM=\frac{6\times10}{3,6}=16,6$

42 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن

$BC^2=AB^2+AC^2=3^2+6^2=9+36=45$

إذن $BC=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

2) H المسقط العمودي لـ A على (BC) إذن [AH]

الارتفاع الصادر من A للمثلث ABC إذن

إذن $AB\times AC=AH\times BC$

وبالتالي $3\times6=AH\times3\sqrt{5}$ $AH=\frac{3\times6}{3\sqrt{5}}=\frac{6}{\sqrt{5}}$

المثلث ABH قائم الزاوية في H إذن $AB^2=AH^2+HB^2$

إذن $3^2=\left(\frac{6\times\sqrt{5}}{5}\right)^2+HB^2$ إذن $9=\frac{36}{5}+HB^2$

وبالتالي $HB^2=9-\frac{36}{5}=\frac{45}{5}-\frac{36}{5}=\frac{9}{5}$ إذن $HB=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3}{5}$

3) أ) في المثلث ABH ، M منتصف [BH] و N منتصف [AH]

إذن $MN=\frac{AB}{2}=\frac{3}{2}=1,5$

ب) في المثلث ABH ، M منتصف [BH] و N منتصف [AH] إذن

$(MN)//(AB)$ ونعلم أن $(AC)\perp(AB)$ إذن $(MN)\perp(AC)$

ولدينا $(MC)\perp(AH)$ إذن (MN) و (AH) يحملان ارتفاعين للمثلث ACM

ويتقاطعان في N إذن N المركز القائم لـ ACM إذن (CN) يحمل الارتفاع

الصادر من C لـ ACM وبالتالي $(CN)\perp(AM)$.

COLLEGE.MOURAJAA.COM

44 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (3,2)^2 + (2,4)^2$

$= 10,24 + 5,76 = 16$

إذن $BC = \sqrt{16} = 4$

2) أ) في المثلث ADE ، D و E مناظرتا A بالنسبة إلى B و C على التوالي إذن

B منتصف $[AD]$ و C منتصف $[AE]$

إذن $(BC)//(DE)$ و $BC = \frac{1}{2}DE$

إذن $DE = 2 \times BC = 2 \times 4 = 8$

3) المثلث ADE قائم الزاوية في A

و H المسقط العمودي لـ A على $[ED]$ إذن $AH \times ED = AE \times AD$

إذن $AH \times 8 = 4,8 \times 6,4$ و $AH = \frac{4,8 \times 6,4}{8} = 3,84$

3,8 هو قيمة تقريبية لـ AH .

4) أ) المثلث AEF قائم الزاوية في A إذن

$EF^2 = AE^2 + AF^2 = (4,8)^2 + (3,6)^2 = 23,04 + 12,96 = 36$

إذن $BC = \sqrt{36} = 6$

ب) في المثلث DEF ، $EF = 6$ و $DE = 8$ و $DF = 10$ إذن

$EF^2 + DE^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2 = DF^2$

إذن المثلث DEF يحقق عكس نظرية بيتا غور فهو مثلث قائم الزاوية في E .

5) المثلث DEF قائم الزاوية في E إذن $(EF)//(DE)$ وبما أن $(DE) \perp (AH)$

فإن $(AH)//(EF)$ إذن الرباعي AHEF شبه منحرف ارتفاعه $[EH]$.

المثلث AEH قائم الزاوية في H إذن $AE^2 = AH^2 + EH^2$

إذن $EH^2 = (4,8)^2 - (3,8)^2 = 8,2944$ و $(4,8)^2 = (3,8)^2 + EH^2$

إذن $EH = \sqrt{8,2944} = 2,88$ ، 2,8 هو قيمة تقريبية لـ EH .

قيس مساحة AHEF $\frac{(3,8+6) \times 2,8}{2} = 14,16\ cm^2$.

45 1) المثلث ABD قائم الزاوية في A إذن

$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

إذن $BD = \sqrt{25} = 5$

2) $[AH]$ ارتفاع المثلث ABD الصادر من A

إذن $AH \times BD = AD \times AB$

إذن $AH \times 5 = 3 \times 4$ وبالتالي $AH = \frac{12}{5} = 2,4$

المثلث ABH قائم الزاوية في H إذن $AB^2 = AH^2 + BH^2$

إذن $4^2 = (2,4)^2 + BH^2$ وبالتالي $BH^2 = 4^2 - (2,4)^2 = 16 - 5,76 = 10,24$

إذن $BH = \sqrt{10,24} = 3,2$

3) أ) K المسقط العمودي لـ B على (CD) إذن $B\hat{K}D = 90°$ ولدينا

$D\hat{A}B = A\hat{D}K = 90°$ إذن ABKD مستطيل وبالتالي $KD = AB = 4$

و $KC = CD - DK = \frac{25}{4} - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4}$

المثلث BCK قائم الزاوية في K إذن $BC^2 = BK^2 + CK^2$

في المستطيل ABKD ، $BK = AD = 3$

إذن $BC^2 = 3^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 9 + \frac{81}{16} = \frac{144+81}{16} = \frac{225}{16}$

وبالتالي $BC = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4}$

ب) في المثلث BCD ، $BD = 5$ و $CD = \frac{25}{4}$ و $BC = \frac{15}{4}$

$BD^2 + BC^2 = 5^2 + \frac{225}{16} = \frac{400}{16} + \frac{225}{16} = \frac{625}{16} = \left(\frac{25}{4}\right)^2 = CD^2$

إذن المثلث BCD قائم الزاوية في B .

4) أ) لدينا $(BD) \perp (AH)$ و المثلث BCD قائم الزاوية في B إذن $(BC) \perp (BD)$

وبالتالي $(AH)//(BC)$ وبما أن $(AB)//(CD)$ و $M \in (CD)$ و $M \in (AH)$

فإن $(AB)//(CM)$ و $(AM)//(BC)$ وبالتالي ABCM متوازي الأضلاع .

ب) (AC) و (BM) يتقاطعان في O إذن O منتصف $[BM]$

المثلث BHM قائم الزاوية في H إذن O هي مركز الدائرة المحيطة بـ BHM وشعاعها OH أو OM .

المثلث BKM قائم الزاوية في K إذن K تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O وشعاعها OM أو OH .

46 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

إذن $BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

I منتصف $[BC]$ إذن $IC = \frac{BC}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

2) في المثلث BCD ، $BD = 5$ و $CD = \sqrt{5}$ و $BC = 2\sqrt{5}$ إذن

$BC^2 + CD^2 = \sqrt{5}^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 5 + 20 = 25 = 5^2 = BD^2$

إذن المثلث BCD يحقق عكس نظرية بيتا غور فهو قائم الزاوية في C .

3) $[CH]$ الارتفاع الصادر من C للمثلث BCD إذن $CH \times BD = BC \times CD$

إذن $CH \times 5 = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5}$ وبالتالي $CH = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{5} = 2$.

المثلث BCH قائم الزاوية في H إذن $BC^2 = BH^2 + CH^2$ إذن $\left(2\sqrt{5}\right)^2 = BH^2 + 2^2$

وبالتالي $BH^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 - 2^2 = 20 - 4 = 16$ إذن $BH = \sqrt{16} = 4$.

4) أ) في المثلث BCD نعلم أن I منتصف $[BC]$ و $(CD)//(OI)$ و (OI) يقطع (BD) في O إذن O منتصف $[BD]$.

ب) بما أن I منتصف $[BC]$ و O منتصف $[BD]$ فإن $OI = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$HO = DO - DH = DO - (BD - BH) = \frac{5}{2} - (5-4) = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$

5) أ) في المثلث CDH لدينا $K \in (CH)$ و $O \in (DH)$ و $(OK)//(CD)$

إذن حسب نظرية طالس $\frac{KO}{CD} = \frac{HO}{DH} = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

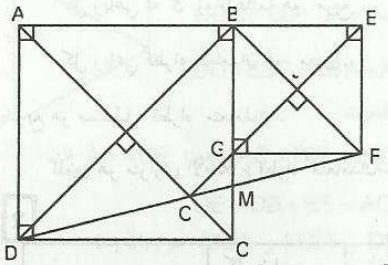
ب) $IK = IO + KO$ و $\frac{KO}{CD} = \frac{3}{2}$ إذن $KO = \frac{3}{2}CD = \frac{3}{2}\times\sqrt{5}$ وبالتالي

$IK = \frac{\sqrt{5}}{2} + 3\frac{\sqrt{5}}{2} = 4\frac{\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}$.

47 1) $[BF]$ قطر للمربع BEFG

إذن $BF = BG\sqrt{2} = \frac{3}{5}BC\sqrt{2}$

$= \frac{3}{5}\times 6\sqrt{2} = \frac{18}{5}\sqrt{2}$



$[BD]$ قطر للمربع ABCD

إذن $BD = BC\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

إذن $\frac{BF}{BD} = \frac{\frac{18}{5}\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{18}{5}\times\frac{1}{6} = \frac{3}{5}$

2) ABCD مربع إذن $[BD]$ منصف $[BA, BC]$ إذن $D\hat{B}C = 45°$

و BEFG مربع إذن $[BF]$ منصف $[BE, BG]$ إذن $G\hat{B}F = 45°$

وبالتالي $D\hat{B}F = D\hat{B}C + G\hat{B}F = 45° + 45° = 90°$

إذن المثلث BFD قائم الزاوية في B وبتطبيق نظرية بيتا غور نحصل على

$DF^2 = DB^2 + BF^2 = \left(6\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{18}{5}\sqrt{2}\right)^2 = 72 + \frac{648}{25} = \frac{2448}{25}$

إذن $DF = \sqrt{\frac{2448}{25}} = \frac{12}{5}\sqrt{17}$

3) ABCD مربع و(AC) و (BD) يتقاطعان في I

إذن $(BD)\perp(AC)$ و I منتصف $[BD]$.

المثلث BDF قائم الزاوية في B إذن $(BF)\perp(BD)$ وبالتالي $(BF)//(AC)$

I منتصف $[BD]$ و $(BF)//(IO)$ و I و O نقطتان من (AC) إذن O منتصف $[DF]$

إذن $BO = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}\times\frac{12}{5}\sqrt{17} = \frac{6}{5}\sqrt{17}$

في المثلث BDF ، I منتصف $[BD]$ و O منتصف $[DF]$ إذن

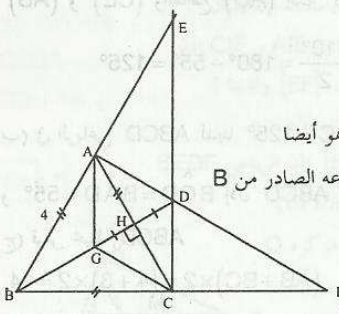
$OI = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}\times\frac{18}{5}\sqrt{2} = \frac{9}{5}\sqrt{2}$

48 1) ABC مثلث متقايس الأضلاع

إذن مركز ثقله G هو أيضا مركزه القائم وهو أيضا

مركز الدائرة المحيطة به وبما أن $[BH]$ ارتفاعه الصادر من B

فإن $BH = AB\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$



إذن $BG = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3}\times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

2) أ) D مناظرة G بالنسبة إلى H إذن H منتصف $[DG]$.

$[BH]$ ارتفاع ABC الصادر من B إذن $[BH]$ هو كذلك موسطه الصادر من B

وبالتالي H منتصف $[AC]$ ونعلم أن $(BH)\perp(AC)$ إذن $(DG)\perp(AC)$

وبالتالي ADCG معين .

ب) G هي مركز ثقل المثلث ABC إذن G مركز الدائرة المحيطة به إذن

$AG\times 4 = BG\times 4 = 4\frac{\sqrt{3}}{3}\times 4 = \frac{16}{3}\sqrt{3}$ ADCG قيس محيط $GA = GB$

بما أن $BG = \frac{2}{3}BH$ فإن $BG = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3}\times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ و

إذن قيس مساحة المعين ADCG $DG = 2\times GH = 2\times\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\frac{AC\times DG}{2} = \frac{4}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm²

49 1) أ) لنا $(OI)\perp(OJ)$

وبما أن C نقطة من (OI) و M نقطة من (OJ)

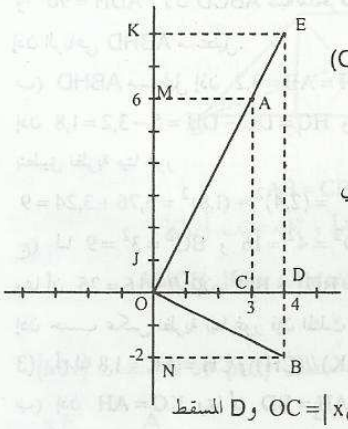
فإن $(OM)\perp(OC)$ ولنا $(AC)\perp(OC)$

(C المسقط العمودي لـــA على (OI))

و $(MA)\perp(OM)$ لأن M المسقط العمودي

لـــA على (OJ) إذن OCAM مستطيل.

وكذلك نبين أن ODBN مستطيل.



ب) C المسقط العمودي لـــA على (OI)

و A فاصلتها 3 إذن C فاصلتها 3 وبالتالي $OC = |x_C - x_0| = |3 - 0| = 3$ و D المسقط

العمودي لـــB على (OI) و $B(4,-2)$ إذن فاصلة D تساوي 4

وبالتالي $OD = |x_D - x_0| = |4 - 0| = 4$

M المسقط العمودي لـــA على (OJ) إذن M ترتيبها 6 إذن فاصلة

M على المستقيم (OJ) تساوي 6

إذن $OM = |x_M - x_0| = |6 - 0| = 6$

و $ON = |x_N - x_0| = |-2 - 0| = |-2| = 2$

ج) * OCAM مستطيل إذن $AC = OM = 6$ وبتطبيق نظرية بيتا غور على المثلث

القائم OAC: $OA^2 = OC^2 + AC^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

إذن $OA = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

ODBN مستطيل إذن NB= OD = 4 وبتطبيق نظرية بيتا غور على المثلث OBN

القائم في N $OB^2 = ON^2 + NB^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$ إذن $OB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2) أ) في المثلث ODE لنا $C\in(OD)$ و $A\in(OE)$ و $(AC)//(DE)$

بتطبيق نظرية طالس: $\frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OE} = \frac{AC}{DE}$ ومنه $\frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{OE} = \frac{6}{DE}$

إذن $3DE = 24$ أي $DE = 8$ و $3OE = 12\sqrt{5}$ أي $OE = 4\sqrt{5}$

إذن $AE = OE - OA = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \sqrt{5}$

ب) نعلم أن $BE = DE + DB$ وبما أن $DE = 8$ و $DB = 2$

فإن $BE = 10$ أي $BE^2 = 100$ ولنا $OB^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20$

و $OE^2 = \left(4\sqrt{5}\right)^2 = 80$ إذن $BE^2 = OB^2 + OE^2$

وحسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث OBE قائم الزاوية في O.

ج) K هي المسقط العمودي لـــE على (OJ) و D هي المسقط العمودي لـــE

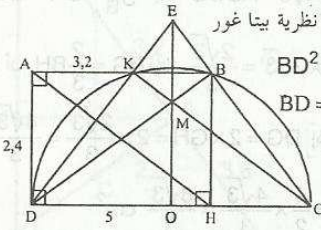
على (OI) لأن D هي المسقط العمودي لـــB على (OI) و $E\in(DB)$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن الرباعي ODEK مستطيل وفاصلة E هي فاصلة D أي 4 وترتيب E هو ترتيب K

وبما أن $DE=8$ فإن $OK=8$ أي ترتيب K هو 8ومنه $E(4,8)$.

50 1) ABC مثلث قائم في A. بتطبيق نظرية بيتا غور



$BD^2=AB^2+AD^2=(2,4)^2+(3,2)^2$

$=5,76+10,24=16$ إذن $BD=4$

2) أ) H المسقط العمودي لـ B على (CD)

إذن $\hat{BHD}=90°$ ولنا $\hat{BAD}=90°$

و $\hat{ADH}=90°$ لأن ABCD شبه منحرف قائم في A و D

إذن الرباعي ABHD مستطيل.

ب) ABHD مستطيل إذن $DH=AB=3,2$ و $HB=AD=2,4$

إذن $HC=DC-DH=5-3,2=1,8$ والمثلث BHC قائم في H.

بتطبيق نظرية بيتا غور

$BC^2=BH^2+HC^2=(2,4)^2+(1,8)^2=5,76+3,24=9$ إذن $BC=3$

ج) لنا $BC^2=3^2=9$ و $BD^2=4^2=16$ و $CD^2=5^2=25$

وبما أن $9+16=25$ فإن $CD^2=BD^2+BC^2$

إذن حسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث BCD قائم في B.

3) أ) لنا $CH=AK=1,8$ و $(AK)//(CH)$ إذن AKCH متوازي الأضلاع.

ب) إذن $KC=AH$ وبما أن $AH=BD$ لأن ABHD مستطيل

فإن $KC=BD=4$ و AKD مثلث قائم في A.

بتطبيق نظرية بيتا غور $KD^2=AD^2+AK^2=(2,4)^2+(1,8)^2=9$

إذن $KD=3$ وبالتالي $CD^2=KD^2+KC^2$

لأن $(9+16=25)$ وحسب عكس نظرية بيتا غور فإن المثلث

CKD قائم الزاوية في K إذن K و C و D تنتمي إلى الدائرة التي

قطرها [CD] كذلك النقاط B و C و D تنتمي إلى الدائرة التي

قطرها [CD] لأن BCD مثلث قائم الزاوية في B إذن K و B و C

و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي قطرها [CD] .

ج) لنا $BD=KC=4$ و $KD=BC=3$ و [CD] ضلع مشترك إذن

المثلثان BDC و KDC متقايسان.

د) نستنتج من تقايس العناصر النظرة أن $\hat{KDC}=\hat{BCD}$

أي $\hat{EDC}=\hat{ECD}$ وبالتالي ECD مثلث متقايس الضلعين.

4) أ) في المثلث ECD لنا $(CK)\perp(ED)$ إذن [CK] هو الارتفاع

الصادر من C و $(EC)\perp(BD)$ إذن [DB] هو الارتفاع الصادر من D

وهما يتقاطعان في M إذن M هو المركز القائم للمثلث ECD وبالتالي (EM)

هو حامل لارتفاع المثلث ECD الصادر من E ومنه $(CD)\perp(EO)$.

وبما أن $(CD)\perp(BH)$ فإن $(BH)//(EO)$.

ب) ECD مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية E و [EO] ارتفاعه الصادر

من E إذن هو أيضا موسطه إذن O منتصف [CD] أي $OC=\frac{5}{2}=2,5$.

وفي المثلث EOC لنا $H\in(OC)$ و $B\in(EC)$ و $(BH)//(EO)$

بتطبيق نظرية طالس $\frac{CH}{CO}=\frac{CB}{CE}=\frac{BH}{EO}$

أي $\frac{1,8}{2,5}=\frac{2,4}{EO}$ ومنه $EO=\frac{2,4\times2,5}{1,8}=\frac{6}{1,8}=\frac{10}{3}$

أنشطة حول الرباعيات

1

كل رباعي له ضلعان متوازيان هو متوازي الأضلاع . خطأ

كل رباعي له زاوية قائمة هو مستطيل . خطأ

كل رباعي له 3 زوايا قائمة هو مربع . خطأ

كل رباعي قطراه متعامدان هو معين . خطأ

المربع هو مستطيل قطراه متعامدان . صواب

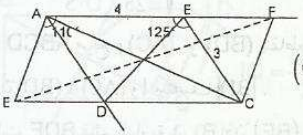
المعين هو متوازي الأضلاع قطراه متعامدان . صواب

2

	كل ضلعين متقابلين متقايسان	القطران متقايسان	القطران متعامدان	كل الزوايا متقايسة
في كل متوازي الأضلاع	X			
في كل المستطيل	X	X		X
في كل المعين	X		X	
في كل المربع	X	X	X	X

3

أ) $\hat{ABC}$ و $\hat{BCD}$ زاويتان داخليتان من نفس الجهة حاصلتان عن تقاطع (BC) مع المتوازيين (AB) و (CE)



إذن $\hat{ABC}+\hat{BCD}=180°$

إذن $\hat{BCD}=180°-\hat{ABC}=180°-125°=55°$

$\hat{ADC}$ و $\hat{BAD}$ زاويتان داخليتان من نفس الجهة حاصلتان عن توازي (AB) و (CE) والقاطع (AD) إذن $\hat{ADC}+\hat{BAD}=180°$ إذن

$\hat{ADC}=180°-\hat{BAD}=180°-\frac{110°}{2}=180°-55°=125°$

ب) في الرباعي ABCD لدينا $\hat{ABC}=\hat{ADC}=125°$

و $\hat{BCD}=\hat{BAD}=55°$ إذن ABCD متوازي الأضلاع .

ج) قيس محيط ABCD

$(AB+BC)\times2=(4+3)\times2=14$

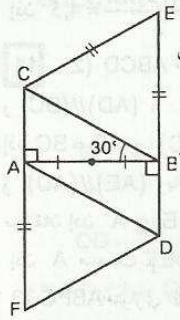
2) أ) (AB) و (CE) متوازيان و $F\in(AB)$ إذن $(AF)//(CE)$

وبما أن $(CF)//(AE)$ فإن الرباعي AFCE متوازي الأضلاع .

ب) ABCD متوازي الأضلاع و (AC) و (BD) يتقاطعان في I إذن I منتصف [AC] وبما أن AFCE متوازي الأضلاع فإن [AC] و [EF] يتقاطعان في منتصفهما وبالتالي I منتصف [EF] إذن E و F و I على استقامة واحدة .

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

4 1) أ)



ب) ACBD متوازي الأضلاع إذن (AC) و (BD) متوازيان وبما أن المثلث ABC قائم الزاوية في A فإن (AC) و (AB) متعامدان إذن (AB) عمودي على (BD) وبالتالي $A\hat{B}D = 90°$

2) ب) BCE مثلث متقايس الأضلاع إذن $C\hat{B}E = 60°$

و $E\hat{B}D = E\hat{B}C + C\hat{B}A + A\hat{B}D = 60° + 30° + 90° = 180°$

إذن B و D و E على استقامة واحدة .

3) ب) ACBD متوازي الأضلاع إذن $AC = BD$ ولدينا $AF = BE$ إذن

$DE = DB + BE = AC + AF = CF$

ج) في الرباعي CFDE $DE = CF$ و (AC) و (BD) متوازيان إذن (CF) و (DE) متوازيان وبالتالي الرباعي CFDE متوازي الأضلاع إذن [CD] و [EF] يتقاطعان في منتصفهما و بما أن I منتصف [AB] و ACBD متوازي الأضلاع فإن I منتصف [CD] وبالتالي I منتصف [EF] إذن E و F و I على استقامة واحدة

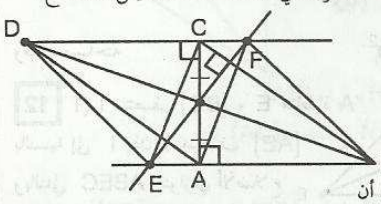
د) المثلث BCE متقايس الأضلاع إذن $BC = CE = BE$

و CFDE متوازي الأضلاع إذن $DF = CE$

ADBC متوازي الأضلاع إذن $AD = BC$

و نعلم أن $BE = AF$ إذن $AD = DF = AF$ وبالتالي المثلث ADF متقايس الأضلاع .

5 1) بما أن I منتصف [AC]



و D مناظرة B بالنسبة إلى I

إذن I منتصف [BD] فإن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع وبالتالي (BC)//(AD) و (AB)//(DC) وبما أن $(AB) \perp (AC)$ فإن $(DC) \perp (AC)$.

2) أ) في المثلثين IFC و AIE $IA = IC$ (I منتصف [AC])

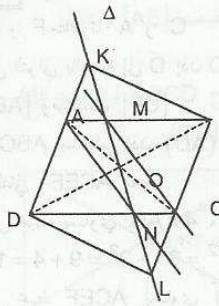
و $C\hat{I}F = A\hat{I}E$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)

و $I\hat{A}E = I\hat{C}F = 90°$ إذن IFC و AIE مثلثان متقايسان.

ب) الضلعان [IF] و [IE] نظيران في المثلثين AIE و CIF إذن $IE = IF$ وبما أن $I \in (EF)$ فإن I منتصف [EF] ولدينا I منتصف [AC] إذن الرباعي AECF متوازي الأضلاع.

ج) لدينا I منتصف [EF] ومنتصف [BD] إذن الرباعي BEDF متوازي الأضلاع وبالتالي (BF)//(DE)

6 1) أ) ABCD متوازي الأضلاع مركزه O



إذن O منتصف [AC] و [BD] وبالتالي

A و C متناظرتان بالنسبة إلى O

و B و D متناظرتان بالنسبة إلى O

إذن (AB) و (CD) متناظران بالنسبة إلى O

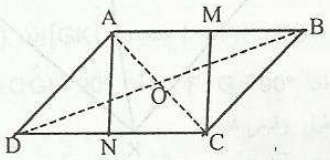
$O \in (MN)$ إذن (MN) مناظرة (MN) بالنسبة إلى O

(AB) و (MN) متقاطعان في M إذن مناظرة M بالنسبة إلى O هي تقاطع (CD) و (MN) إذن هي N

2) لدينا O منتصف [AC] و M و N متناظرتان بالنسبة إلى O إذن O منتصف [MN] إذن الرباعي AMCN متوازي الأضلاع وبالتالي (MC) و (AN) متوازيان

3) لدينا: A و C متناظرتان بالنسبة إلى O ، B و D متناظرتان بالنسبة إلى O إذن (AD) و (BC) متناظرتان بالنسبة إلى O ، بما أن $K \in (AD)$ فإن مناظرة K بالنسبة إلى O تنتمي إلى (BC) ولدينا $K \in (MN)$ إذن مناظرة K بالنسبة إلى O تنتمي إلى (MN) وبما أن $(MN) \cap (BC) = \{L\}$ فإن مناظرة K بالنسبة إلى O هي L إذن O منتصف [KL] وبما أن O منتصف [BD] فإن الرباعي BLDK متوازي الأضلاع.

7



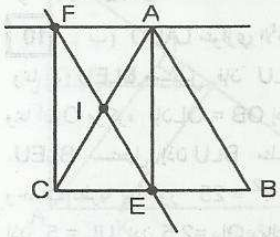
1) أ) ABCD متوازي الأضلاع إذن $AB = CD$

و $(AB)//(CD)$ وبما أن M منتصف [AB] و N منتصف [CD]

فإن $AM = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} = CN$ و $(AM)//(CN)$ وبالتالي AMCN متوازي الأضلاع وبالتالي $AN = MC$

2) بما أن AMCN متوازي الأضلاع و O منتصف [AC] فإن O منتصف [MN] .

8 1) أ) لدينا $E \in (BC)$ و $(AF)//(BC)$



إذن $(AF)//(BE)$ ولدينا $(AB)//(EF)$

إذن الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ب) بما أن ABEF متوازي الأضلاع

فإن $A\hat{B}E = A\hat{F}E$ (1) و $AB = EF$ (2)

ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A إذن

$AB = AC$ (3) و $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ وبالتالي $A\hat{B}E = A\hat{C}E$ (4)

من (1) و (4) نستنتج أن $A\hat{F}E = A\hat{C}E$

ومن (2) و (3) نستنتج أن $AC = EF$

2) أ) في المثلثين AIF و EIC لدينا $AI = IC$ (I منتصف [AC])

و $A\hat{I}F = E\hat{I}C$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)

و $F\hat{A}I = I\hat{C}E$ (زاويتان متبادلتان داخليا و $(AF)//(EC)$)

وبالتالي المثلثان AIF و EIC متقايسان.

ب) الضلعان [AF] و [CE] نظيران في المثلثين AIF و EIC إذن $AF = EC$

ولدينا $(AF)//(EC)$ إذن الرباعي AFCE متوازي الأضلاع.

ولنا من إجابة سابقة (ب- (1)) $AC = EF$ وبالتالي الرباعي AECF مستطيل.

3) لدينا ABEF متوازي الأضلاع إذن $AF = BE$ وبما أن $AF = FC$

فإن $BE = EC$ وبما أن $E \in (BC)$ فإن E منتصف [BC] .

9 1) أ) ABCD متوازي الأضلاع و $B\hat{A}D = 100°$ إذن $A\hat{D}C = 80°$

وبما أن [DE] منصف $A\hat{D}C$ فإن $A\hat{D}E = 40°$ إذن

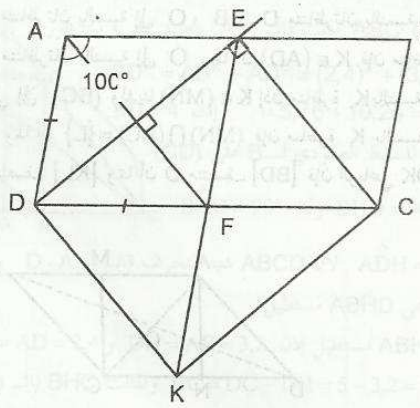
$A\hat{E}D = 180 - (100 + 40) = 40°$.

ب) $A\hat{D}E = A\hat{E}D = 40°$ إذن المثلث AED متقايس الضلعين و AE=AD.

2) أ) $AD = DF = 3$ و $AD = AE = 3$ إذن $DF = AE = 3$ وبما أن

COLLEGE.MOURAJAA.COM

(DF) // (AE) لأن ABCD متوازي الأضلاع و $E \in (AB)$ و $F \in (CD)$ فإن AEFD متوازي الأضلاع وبما أن AD = DF =3 فإنه معين .

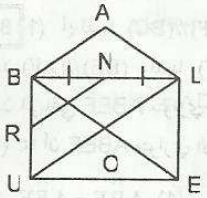


ب) AECF متوازي الأضلاع لأن CF = AE = 3 و (AE) // (CF) .

ج) AECF متوازي الأضلاع إذن (CE) // (AF) و AEFD معين إذن (DE) ⊥ (AF) وبالتالي (EC) ⊥ (DE) إذن المثلث DEC قائم الزاوية .

3) K مناظرة E بالنسبة لـ F إذن F منتصف [EK] و F منتصف [CD] لأن AF = FC = 3 و $D\hat{E}C = 90°$ إذن DECK مستطيل وبالتالي KE = DC = 6 و $D\hat{K}C = 90°$

10 ب) LABO متوازي الأضلاع



وبما أن BLEU مستطيل فإن BE = LU

وبما أن O مركزه فإن OB = OL إذن LABO معين

BLEU. مستطيل إذن BLU مثلث قائم في B

وحسب نظرية بيتا غور $UL^2 = BL^2 + BU^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

إذن UL = 5 إذن OL =2,5 وبالتالي محيط المعين LABO يساوي $4 \times 2,5 = 10cm$.

2) LABO معين إذن [AO] و [BL] يتقاطعان في منتصفهما ومتعامدان وبما أن N منتصف [BL] فإن (AO) يمر من N وعمودي على (BL) وعلما أن (BL) // (UE) فإن (UE) ⊥ (AO) . و (BU) عموديان على (UE) إذن (AO) // (UE) متوازيان و (AB) و (UO) متوازيان لأن LABO متوازي الأضلاع إذن (OL) // (AB) إذن (OU) // (AB) إذن ABUO متوازي الأضلاع إذن BU = AO = 3 وبالتالي مساحة المعين LABO هي $\frac{4 \times 3}{2} = 6cm^2$.

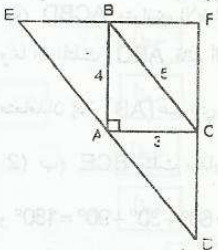
3) أ) لنا (AO) // (BU) و BU = AO = 3 و N منتصف [AO] و R منتصف [BU] إذن (RU) // (ON) و RU = NO = 1,5 إذن NOUR متوازي الأضلاع .

ب) O منتصف [LU] إذن UL = 2 . UO و OU = NR لأن NOUR متوازي الأضلاع إذن UL = 2 . NR.

4) مساحة المستطيل BLEU تساوي $3 \times 4 = 12$. مساحة المثلث BRN تساوي $\frac{2 \times 1,5}{2} = 1,5$. مساحة المثلث ULE تساوي $\frac{3 \times 4}{2} = 6$. إذن مساحة الرباعي RNLU تساوي $12 - (6 + 1,5) = 4,5cm^2$.

ب) NOUR متوازي الأضلاع إذن (RN) // (OU) إذن (RN) // (UL) إذن RNLU شبه منحرف إذن مساحته هي $\frac{(RN + UL) \times h}{2}$ إذن $\frac{(2,5+5) \times h}{2} = 4,5$ إذن $h = \frac{2 \times 4,5}{7,5} = 1,2cm$.

11 2) ABCD متوازي الأضلاع إذن AD = BC و (AD) // (BC) ، ACBE متوازي الأضلاع إذن AE = BC و AE = AD إذن (AE) // (BC) و (AE) // (AD) وبالتالي (AE) و (AD) منطبقان إذن A و E و D على استقامة واحدة إذن A منتصف [DE].



3) ABFC متوازي الأضلاع إذن AB = CF (AB) و (CF) متوازيان ABCD متوازي الأضلاع إذن AB = CD و (AB) و (CD) متوازيان إذن (CF) و (CD) متوازيان وبالتالي (CF) و (CD) منطبقان إذن C و D و F على استقامة واحدة و DF = DC + CF = AB + AB = 2AB ACBE متوازي الأضلاع إذن (AC) و (BE) متوازيان و BE = AC ABFC متوازي الأضلاع إذن (AC) و (BF) متوازيان و AC = BF إذن (BE) و (BF) متوازيان وبالتالي (BE) و (BF) منطبقان إذن B و E و F على استقامة واحدة .

إذن قيس محيط المثلث DEF هو EF = EB + BF = AC + AC = 2AC

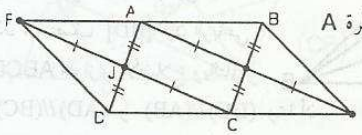
DE + DF + EF = 2BC + 2AB + 2AC = 2×5 + 2×4 + 2×3 = 24

وبما أن $B\hat{A}C = 90°$ و ABFC متوازي الأضلاع فإن $B\hat{F}C = B\hat{F}D = 90°$

إذن المثلث EFD قائم الزاوية في F

وقيس مساحته $\frac{EF \times FC}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = 24\ cm^2$

12 1) I منتصف [BC] و E مناظرة A بالنسبة إلى I إذن I منتصف [AE] وبالتالي ABEC متوازي الأضلاع



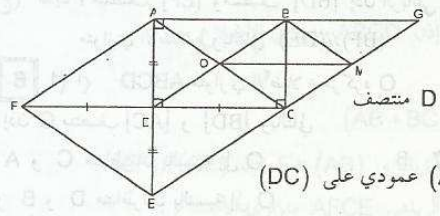
إذن (AB) و (CE) متوازيان ، وبما أن ABCD متوازي الأضلاع فإن (AB) و (CD) متوازيان إذن (CE) و (CD) متوازيان وبالتالي (CE) و (CD) منطبقان إذن C و D و E على استقامة واحدة .

2) F مناظرة B بالنسبة إلى A إذن A منتصف [BF]

إذن AF = AB و $A \in (BF)$

ABCD متوازي الأضلاع إذن AB = CD و (AB) يوازي (CD) إذن AF = CD و (AF) يوازي (CD) إذن AFDC متوازي الأضلاع . وبما أن J منتصف [AD] فإن J منتصف [CF] وبالتالي C و F و J على استقامة واحدة

13 1)



E و F مناظرتا A و C على التوالي بالنسبة إلى D إذن D منتصف [AE] ومنتصف [CF]

ABCD مستطيل إذن (AD) عمودي على (DC) وبالتالي ACEF معين.

قيس محيطه يساوي 4×AC ، المثلث ABC قائم الزاوية في B إذن $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$ إذن $AC = \sqrt{13}$ وبالتالي قيس محيط ACEF يساوي $4\sqrt{13}$

2) أ) D منتصف [AE] إذن AD = DE وبما أن ABCD مستطيل فإن AD = BC

COLLEGE.MOURAJAA.COM

و (AD) يوازي (BC) إذن DE = BC و (DE) يوازي (BC) إذن BDEC متوازي الأضلاع إذن (CE) يوازي (BD) .

ب) G ∈ (CE) إذن (BD) يوازي (CG) ، G ∈ (AB)

إذن (BG) يوازي (CD)

إذن BDCG متوازي الأضلاع قيس مساحته $BC \times CD = 2 \times 3 = 6\ cm^2$.

3) BDCG متوازي الأضلاع إذن BD = CG .

O منتصف [BD] و M منتصف [CG] إذن $OB = \frac{BD}{2} = \frac{CG}{2} = CM$

(BD) يوازي (CG) إذن (BO) يوازي (CM) وبالتالي OBMC متوازي الأضلاع

وبما أن O مركز المستطيل ABCD فإن $OB = \frac{BD}{2} = \frac{AC}{2} = OC$

إذن OBMC معين .

قيس مساحته $\frac{OM \times BC}{2}$ ، لنحسب OM

في المثلث ACG O منتصف [AC] و M منتصف [CG] إذن

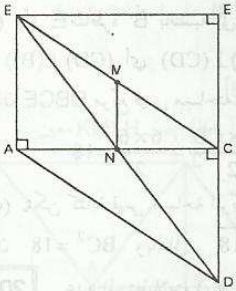
$OM = \frac{AG}{2} = AB = 3$ إذن قيس مساحة OBMC $\frac{3 \times 2}{2} = 3\ cm^2$

14 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن $AB^2 + AC^2 = BC^2$

إذن $3^2 + AC^2 = 5^2$

$AC^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

و $AC = \sqrt{16} = 4$



2) في المثلث ABC ، M منتصف [BC]

و N منتصف [AC] إذن $MN = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$

3) أ) لدينا (AC) عمودي على (CD)

و (AC) عمودي على (AB) إذن (CD) يوازي (AB)

في المثلث ABC M منتصف [BC] و N منتصف [AC] إذن

(MN) يوازي (AB)

وبالتالي (MN) يوازي (CD) إذن (MN) يقطع (BD) في منتصف [BD] وبالتالي

N منتصف [BD] ولدينا N منتصف [AC] إذن ABCD متوازي الأضلاع.

ب) N منتصف [BD] إذن BD = 2×BN

المثلث ABN قائم الزاوية في A إذن

$BN^2 = AB^2 + AN^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

إذن $BN = \sqrt{13}$ و $BD = 2\sqrt{13}$

4) أ) E المسقط العمودي لـ B على (CD) إذن $B\hat{E}C = 90°$ ولدينا

$B\hat{A}C = 90°$ و $A\hat{C}D = A\hat{C}E = 90°$ إذن ABEC مستطيل .

ب) ABEC مستطيل و M منتصف [BC] إذن M منتصف [AE] وبالتالي

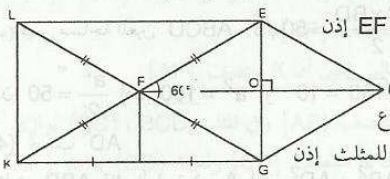
A و M و E على استقامة واحدة

في المستطيل ABEC ، AB = CE وفي متوازي الأضلاع ABCD ، AB = CD

إذن CD = CE وبما أن E ∈ (CD) فإن C منتصف [DE] .

15 1) EFGH معين و EF = 3 إذن

FG = 3 وبما أن $E\hat{F}G = 60°$



فإن المثلث EFG متقايس الأضلاع

إذن EG = 3 ، [FO] ارتفاع للمثلث إذن

$FO = EF\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ و بما أن O منتصف [FH]

فإن $FH = \frac{3}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

قيس مساحة EFGH $\frac{EG \times FH}{2} = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}\sqrt{3}\ cm^2$

2) في المثلث EGK ، O منتصف [EG] و K مناظرة إلى E بالنسبة إلى F

إذن F منتصف [EK] إذن (GK) يوازي (FO) و GK = 2×FO

وبما أن (EG) يعامد (FO) فإن (EG) يعامد (GK) وبالتالي المثلث EGK قائم الزاوية في G .

$GK = 2 \times FO = 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

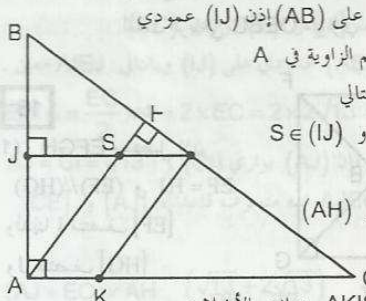
3) في المثلث FGK ، FK = FG و I منتصف [GK] إذن (FI) الموسط العمودي لـ [GK] إذن $F\hat{I}G = 90°$ وبما أن $F\hat{O}G = O\hat{G}I = 90°$ فإن الرباعي FIGO مستطيل وقيس محيطه

$(FO + OG) \times 2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}\right) \times 2 = \left(\frac{3\sqrt{3} + 3}{2}\right) \times 2 = 3\sqrt{3} + 3$

4) L مناظرة G بالنسبة إلى F إذن F منتصف [GL] وبما أن F منتصف [EK]

و $E\hat{G}K = 90°$ فإن EGKL مستطيل إذن (KL) يوازي (EG) وبما أن (FH) يعامد (EG) فإن (FH) يعامد (KL) .

16 1) J المسقط العمودي لـ I على (AB) إذن (IJ) عمودي



على (AB) وبما أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

فإن (AC) عمودي على (AB) وبالتالي

(AC) يوازي (IJ) ، K ∈ (AC) و S ∈ (IJ)

إذن (AK) يوازي (IS) .

K مسقط I على (AC) وفقا لمنحى (AH)

إذن (AH) يوازي (KI)

إذن (IK) يوازي (AS) وبالتالي AKIS متوازي الأضلاع .

2) قيس محيطه 2×(AK + KI) إذن لنحسب KA و KI .

في المثلث AHC ، (AH) يوازي (KI) و I ∈ (HC) و K ∈ (AC) إذن حسب نظرية طالس

$\frac{CK}{CA} = \frac{CI}{CH} = \frac{KI}{AH}$

نحسب AH و CH ، المثلث ABC قائم الزاوية في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A

إذن AB×AC = AH×BC

$BC = \sqrt{100} = 10$ إذن $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$CI = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ و $AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5} = 4,8$ إذن

المثلث ACH قائم الزاوية في H إذن $AC^2 = AH^2 + CH^2$ إذن $8^2 = (4,8)^2 + CH^2$

إذن $CH^2 = 8^2 - (4,8)^2 = 64 - 23,04 = 40,96$ و $CH = \sqrt{40,96} = 6,4$

إذن $\frac{CK}{8} = \frac{CI}{CH} = \frac{5}{6,4}$ إذن $CK = \frac{8 \times 5}{6,4} = 6,25$

إذن $AK = AC - CK = 8 - 6,25 = 1,75$

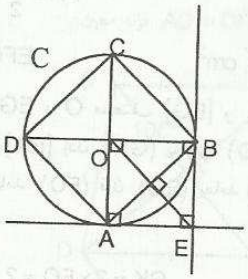
إذن $\frac{KI}{AH} = \frac{5}{6,4}$ إذن $KI = \frac{5 \times 4,8}{6,4} = 3,75$

قيس محيط AKIS $(1,75 + 3,75) \times 2 = 11$

وقيس مساحته $AJ \times AK = 3 \times 1,75 = 5,25\ cm^2$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

17



1) [BD] و [AC] قطران للدائرة C إذن يتقاطعان في منتصفهما ومتقايسان وبما أنهما متعامدان وهما قطران للرباعي ABCD فإنه مربّع.

2) أ) (BE) مماس لـ C في B إذن $(BO)\perp(BE)$ أي $O\hat{B}E=90°$

و (AE) مماس لـ C في A إذن $O\hat{A}E=90°$

وبما أن $B\hat{O}A=90°$ فإن OAEB مستطيل

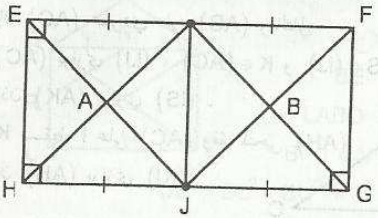
ولدينا $OA=OB$ (شعاعان للدائرة C). إذن OAEB مربّع.

ب) OBEA مربع إذن: $BE=OA$ و $(EB)//(OA)$ ونعلم أن O منتصف [AC] إذن $OA=OC$ و $C\in(OA)$

وبالتالي: $OC=BE$ و $(OC)//(BE)$

لذلك الرباعي OEBC متوازي الأضلاع.

18



1) EFGH مستطيل إذن

$(EF)//(HG)$ و $EF=HJ$

ولدينا I منتصف [EF]

و J منتصف [HG]

إذن $(EI)//(HJ)$ و $EI=\frac{EF}{2}=\frac{HG}{2}=HJ$

ولدينا $I\hat{E}H=90°$ إذن EIJH مستطيل. وبما أن $EF=2\times EH$ فإن $EH=\frac{EF}{2}$

إذن $EI=EH$ وبالتالي EIJH مربّع.

2) $IF=\frac{EF}{2}=\frac{GH}{2}=JG$

و $(IF)//(JG)$ و $I\hat{F}G=90°$ إذن IFGJ مستطيل. وبما أن $IF=\frac{EF}{2}=FG$

فإن IFGJ مربّع.

3) [HI] و [EJ] قطران للمربّع EIJH إذن $(HI)\perp(EJ)$ وبالتالي

$\boxed{I\hat{A}J=90°}$ و [IG] و [FJ] قطران للمربّع IFGJ

إذن $(IG)\perp(FJ)$ وبالتالي $\boxed{I\hat{B}J=90°}$

[IA] منصف $E\hat{I}J$ إذن $A\hat{I}J=\frac{E\hat{I}J}{2}=\frac{90}{2}=45°$

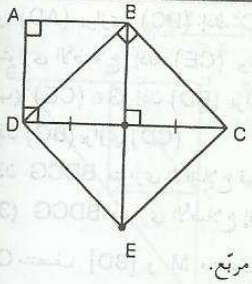
[IB] منصف $F\hat{I}J$ إذن $B\hat{I}J=\frac{F\hat{I}J}{2}=\frac{90}{2}=45°$

إذن $A\hat{I}B=A\hat{I}J+B\hat{I}J=45°+45°=90°$ وبالتالي $(AI)\perp(BI)$

للرباعي IAJB 3 زوايا قائمة إذن هو مستطيل

وبما أن $AI=\frac{HI}{2}=\frac{EJ}{2}=AJ$ فإنّ AIBJ مربّع.

19



1) أ) I منتصف [DC] و $DC=6$

إذن $DI=\frac{6}{2}=3$ وبالتالي $AD=DI=AB$

$(AB)//(DC)$ لأن [AB] و [CD]

قاعدتا شبه المنحرف ABCD إذن $(DI)//(AB)$

وبالتالي ABID متوازي الأضلاع

وبما أن $B\hat{A}D=90°$ و $AB=AD$ فإن ABID مربّع.

ب) ABID مربّع إذن $(BI)\perp(ID)$

وبالتالي $(BI)\perp(CD)$ في I وبما أن I منتصف [DC] فإن (BI) هو الموسط العمودي لـ [DC] وبالتالي $BD=BC$

إذن المثلث BDC متقايس الضلعين قمته الرئيسية B.

$D\hat{B}I=45°$ لأن [BD] منصّف الزاوية $A\hat{B}I$

المثلث IBC متقايس الضلعين لأنّ $IB=IC=3$ إذن $C\hat{B}I=45°$

وبالتالي $D\hat{B}C=D\hat{B}I+C\hat{B}I=45°+45°=90°$

ومنه فإنّ المثلث DBC قائم الزاوية في D

2) أ) E مناظرة B بالنسبة إلى I إذن I منتصف [BE] وبما أن I منتصف [DC]

و $(BI)\perp(CD)$ أي $(BE)\perp(CD)$ فإن DBCE مستطيل ونعلم أن $DB=BC$

إذن DBCE مربّع قيس مساحته:

$$A=\frac{BE\times CD}{2}=\frac{6\times6}{2}=18$$

ب) يمكن كتابة قيس مساحة المربّع DBCE: $A=BC^2$

إذن $BC^2=18$ وبالتالي $BC=\sqrt{18}$

20

عدد المستطيلات في الرسم (1) هو $1+2+3+4+2+6=18$

عدد المعينات في الرسم (1) هو $2+3+2+2=9$

عدد المستطيلات في الرسم (2) هو $18+9=27$

عدد المعينات في الرسم (2) هو $18+9=27$.

عدد المربعات في الرسم (2) هو $18+11=27$.

21

1) قيس محيط متوازي الأضلاع بعداه x و $(x+1)$ يساوي 26 إذن $(x+1+x)\times2=26$ إذن $(2x+1)\times2=26$ إذن $4x+2=26$

إذن $4x=26-2=24$ و $x=\frac{24}{4}=6$.

2) قيس مساحة متوازي الأضلاع يساوي $h\times4\sqrt{2}$ ويساوي $h'\times3\sqrt{2}$ إذن

$h\times4\sqrt{2}=h'\times3\sqrt{2}=24$ وبالتالي $h=\frac{24}{4\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

و $h'=\frac{24}{3\sqrt{2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

3) أ) بما أن $AB=AC=BC=a$ فإن المثلث ABC متقايس الأضلاع وبما أن O مركز المعين ABCD فإن O منتصف [BD] و [BO] هو ارتفاع للمثلث ABC إذن $BO=a\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $BD=2a\frac{\sqrt{3}}{3}=a\sqrt{3}$

ب) قيس مساحة المعين ABCD $\frac{AC\times BD}{2}=50\sqrt{3}$ إذن $\frac{a\times a\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$

إذن $\frac{a^2}{2}=50$ إذن $a^2=100$ و $a=\sqrt{100}=10$

4) نحسب AD

المثلث ABD قائم الزاوية في A إذن $BD^2=AB^2+AD^2$

إذن $7^2=5^2+AD^2$

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$AD^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$ إذن $AD = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

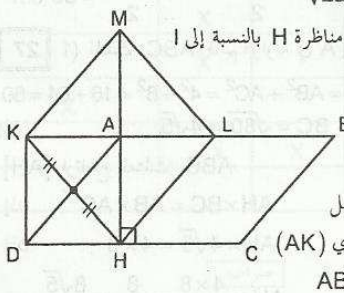
قيس مساحة المستطيل ABCD

$AB \times AD = 5 \times 2\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$ cm²

5) المربع هو معين قطراه متقايسان إذن قيس مساحته $\frac{2a \times 2a}{2} = 2a^2$

إذن قيس ضلعه $\sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

22 1) أ) I منتصف [AD] و K مناظرة H بالنسبة إلى I



إذن I منتصف [HK]

H المسقط العمودي لـ A على (CD)

إذن $A\hat{H}D = 90°$ إذن AHDK مستطيل

ب) AHDK مستطيل إذن (DH) يوازي (AK)

إذن (CD) يوازي (AK) وبما أن ABCD متوازي الأضلاع فإن (CD) يوازي (AB)

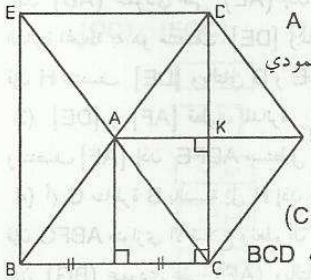
إذن (AK) يوازي (AB) وبالتالي A و B و K على استقامة واحدة .

2) $AL = AB - BL = CD - CH = DH$ وبما أن AHDK مستطيل فإن $AK = DH$ إذن $AK = AL$ وبما أن A و L و K على استقامة واحدة فإن A منتصف [KL] .

M مناظرة H بالنسبة إلى A إذن A منتصف [HM]

ونعلم أن (AH) يعامد (CD) إذن (AH) يعامد (KL) إذن KMLH معين .

23 1) ABC مثلث متقايس الضلعين في A



و I منتصف [BC] إذن (AI) هو الموسط العمودي لـ [BC] إذن (AI) عمودي على (BC)

في المثلث BCD ، I منتصف [BC]

و D مناظرة B بالنسبة إلى A

إذن A منتصف [BD] إذن (AI) يوازي (CD)

إذن (BC) عمودي على (CD) وبالتالي المثلث BCD قائم الزاوية في C إذن $BD^2 = BC^2 + CD^2$ إذن $10^2 = 6^2 + CD^2$

إذن $CD = \sqrt{64} = 8$ إذن $CD^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

2) K المسقط العمودي لـ A على (CD) إذن $A\hat{K}C = 90°$ ولدينا $A\hat{I}C = K\hat{C}I = 90°$ إذن AICK مستطيل .

قيس محيطه $(AI + IC) \times 2 = \left(\frac{CD}{2} + \frac{BC}{2}\right) \times 2 = CD + BC = 8 + 6 = 14$

قيس مساحته $AI \times CI = 3 \times 4 = 12$ cm² .

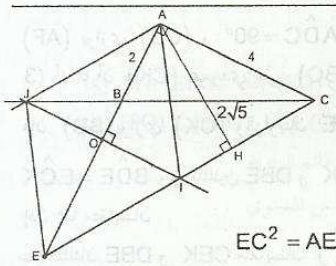
3) E مناظرة C بالنسبة إلى A إذن A منتصف [CE] وبما أن A منتصف [BD] و $B\hat{C}D = 90°$ فإن BCDE مستطيل

4) أ) (BC) يوازي (AF) و (AB) يوازي (CF) إذن ABCF متوازي الأضلاع إذن $AB = CF$ وبما أن $AB = AC$ فإن $CF = AC$ وبالتالي المثلث ACF متقايس الضلعين في C و [CK] ارتفاعه الصادر من C إذن (CK) هو الموسط العمودي لـ [AF] وبالتالي K منتصف [AF] .

ملاحظة : يمكن استعمال نظرية طالس لنبين أن K منتصف [AF] .

ب) في الرباعي ACFD ، K منتصف [AF] وفي المثلث BCD ، (BC) يوازي (AK) و A منتصف [BD] إذن K منتصف [CD] ولدينا (CD) يعامد (AF) إذن ACFD معين .

24 1) في المثلث ABC



$AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4^2$

$= 4 + 16 = 20 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = BC^2$

إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A .

2) المثلث ACE قائم الزاوية في A إذن

$EC^2 = AE^2 + AC^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

إذن $EC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

[AH] الارتفاع الصادر من A للمثلث AEC إذن $AE \times AC = AH \times EC$

إذن $AH \times 2\sqrt{13} = 6 \times 4 = 24$ إذن $AH = \frac{24}{2\sqrt{13}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$.

3) أ) في المثلث ACE ، O منتصف [AE] و (OI) يوازي (AC) ويقطع (EC) في I إذن I منتصف [CE] و $OI = \frac{AC}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

ب) نعتبر المثلث ABC ، $O \in (AB)$ و $J \in (BC)$ و إذن (OJ) يوازي (AC)

إذن $\frac{JO}{AC} = \frac{OB}{AB} = \frac{AO - AB}{2} = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$

إذن $JO = \frac{AC}{2} = \frac{4}{2} = 2$ إذن $JO = OI$ وبما أن $O \in (IJ)$ فإن O منتصف [IJ]

4) أ) (IJ) يوازي (AC) و $IJ = 2OI = 4 = AC$ إذن ACIJ متوازي الأضلاع

قيس مساحته $AC \times AO = 4 \times 3 = 12$ cm²

ب) لدينا O منتصف [AE] ومنتصف [IJ] و (IJ) يوازي (AC) و (AE) عمودي على (AC) إذن (AE) عمودي على (IJ) وبالتالي AIEJ معين .

قيس محيطه يساوي $EI \times 4 = \frac{EC}{2} \times 4 = 2 \times EC = 2 \times 2\sqrt{13} = 4\sqrt{13}$

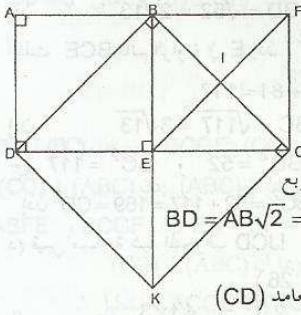
5) أ) بما أن ACIJ متوازي الأضلاع فإن (AJ) يوازي (CI) و $AJ = CI = \sqrt{13}$

إذن (AJ) يوازي (CE) وبالتالي AJEC شبه منحرف قاعدتاه [AJ] و [CE]

ب) قيس مساحة AJEC

$$\frac{(AJ + EC) \times AH}{2} = \frac{\left(\sqrt{13} + 2\sqrt{13}\right)}{2} \times \frac{12}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{2} \times \frac{12}{\sqrt{13}} = 18 \text{ cm}^2$$

25 1) أ) في الرباعي ABED ،



$B\hat{A}D = A\hat{D}E = 90°$

و E المسقط العمودي لـ B على (CD)

إذن $B\hat{E}D = 90°$

وبالتالي هو مستطيل وبما أن $AB = AD$ فإنه مربع

ب) [BD] قطر للمربع ABED إذن $BD = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$EC = 6 - 3 = 3$ إذن $DE = AB = 3$

وبالتالي E منتصف [CD] وبما أن (BE) يعامد (CD) فإن (BE) هو الموسط العمودي لـ [CD] إذن $BC = BD = 3\sqrt{2}$.

ج) $BC = BD$ إذن المثلث BCD متقايس الضلعين .

$DC^2 = 6^2 = 36$ و $BD^2 + BC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18 + 18 = 36$

إذن $BD^2 + BC^2 = DC^2$ إذن المثلث BCD قائم الزاوية في B .

2) أ) I منتصف [BC] و F مناظرة E بالنسبة إلى I إذن I منتصف [EF] إذن BFCE متوازي الأضلاع إذن (BF) يوازي (EC) وبما أن (AB) يوازي (EC) فإن (AB) يوازي (BF) وبالتالي A و B و F على استقامة واحدة .

ب) BFCE متوازي الأضلاع إذن (BE) يوازي (CF) وبما أن (BE) يوازي (AD) فإن (CF) يوازي (AD) ولدينا (AB) يوازي (CD) و $F \in (AB)$ إذن

COLLEGE.MOURAJAA.COM

(AF) يوازي (CD) و $A\hat{D}C = 90°$ إذن AFCD مستطيل .

3) أ) بما أن (CK) عمودي على (BC) و (BD) عمودي على (BC)

فإن (BD) يوازي (CK) والزاويتان $B\hat{D}E$ و $E\hat{C}K$ متبادلتان داخليا إذن

$B\hat{D}E = E\hat{C}K$ وفي المثلثين DBE و CEK ، $DE = EC$ ، $B\hat{E}D = C\hat{E}K$

إذن هما متقايسان

ب) المثلثان DBE و CEK متقايسان و [BD] نظير [CK] إذن $BD = CK$

وبما أن (BD) يوازي (CK) فإن BCKD متوازي الأضلاع ، ولدينا

$D\hat{B}C = 90°$ و $BD = BC$ إذن BCKD مربع .

قيس محيطه $4 \times BD = 4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

وقيس مساحته $BD^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9 \times 2 = 18\ cm^2$

26 1) أ) لدينا (AB) يوازي (CD)

و (CD) يوازي (IJ) إذن مساقط A و I و D

على (BC) وفقا لمنحى (CD)

هي على التوالي B و J و C

وبما أن الإسقاط يحافظ على المنتصف

و I منتصف [AD] فإن J منتصف [BC]

في المثلث ABD المستقيم الموازي لـ (AB) والمار من I يقطع [BD] في O إذن

O منتصف [BD] .

ب) ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] و I منتصف [AD]

و J منتصف [BC] إذن $IJ = \frac{AB + CD}{2} = \frac{4 + 13}{2} = \frac{17}{2}$

2) أ) $E \in (CD)$ و $E \in (AB)$ يوازي (CD) إذن (AB) يوازي (DE) وبما أن

$AB = DE$ فإن ABED متوازي الأضلاع ولدينا $B\hat{A}D = 90°$

إذن ABED مستطيل .

ب) المثلث ABD قائم الزاوية في A إذن

$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

إذن $BD = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

المثلث BCE قائم الزاوية في E إذن

$BC^2 = BE^2 + EC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$

إذن $BC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$

ج) $BC^2 = 117$ و $BD^2 = 52$ و $CD^2 = 13^2 = 169$

إذن $BD^2 + BC^2 = 52 + 117 = 169 = CD^2$ إذن المثلث BCD قائم الزاوية في B .

د) قيس مساحة شبه المنحرف IJCD

$$\frac{(IJ + CD) \times ID}{2} = \frac{\left(\frac{17}{2} + 13\right) \times 3}{2} = \frac{\left(\frac{17}{2} + \frac{26}{2}\right) \times 3}{2} = \frac{43 \times 3}{4} = 32{,}25\ cm^2$$

قيس محيط IJCD

$$IJ + JC + CD + ID = \frac{17}{2} + \frac{3\sqrt{13}}{2} + 13 + 3 = \frac{49 + 3\sqrt{13}}{2}$$

3) في المثلث BCD ، J منتصف [BC] و K منتصف [CD] و O منتصف [BD]

إذن (BD) يوازي (KJ) و (OK) يوازي (BC) و (OB) يوازي (KJ)

و (BJ) يوازي (OK) وبالتالي OBJK متوازي الأضلاع وبما أن المثلث BCD قائم

الزاوية في B فإن $J\hat{B}O = C\hat{B}D = 90°$ إذن OBJK مستطيل .

4) (BC) يوازي (OK) و (AB) يوازي (CD) إذن (BC) يوازي (FK)

و (BF) يوازي (CK) وبالتالي BCKF متوازي الأضلاع إذن $BF = CK$

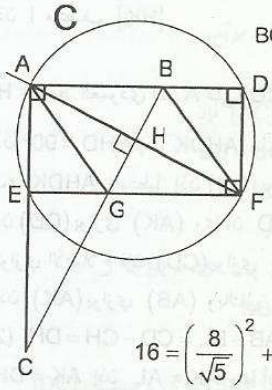
وبما أن K منتصف [CD] فإن $KC = KD$ إذن $BF = KD$ وبما أن

(BF) يوازي (DK) و $B\hat{O}F = 90°$ فإن BFDK معين .

قيس مساحته

$$\frac{BD \times FK}{2} = \frac{BD \times BC}{2} = \frac{2\sqrt{13} \times 3\sqrt{13}}{2} = \frac{6 \times 13}{2} = 39\ cm^2$$

27 1) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن



$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$

إذن $BC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

[AH] ارتفاع للمثلث ABC

إذن $AH \times BC = AB \times AC$

إذن $AH \times 4\sqrt{5} = 4 \times 8$

$$AH = \frac{4 \times 8}{4\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

المثلث ABH قائم الزاوية في H

إذن $AB^2 = AH^2 + BH^2$ إذن $16 = \left(\frac{8}{\sqrt{5}}\right)^2 + BH^2$

إذن $BH^2 = 16 - \frac{64}{5} = \frac{80}{5} - \frac{64}{5} = \frac{16}{5}$ إذن $BH = \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

2) $D \in (AB)$ و $E \in (AC)$ و (AB) عمودي على (AC)

إذن (AD) عمودي على (AE) إذن المثلث ADE قائم الزاوية في A إذن مركز

الدائرة المحيطة به هو منتصف [DE] وبما أن الدائرة المحيطة به هي C ومركزها H

فإن H منتصف [DE] وبالتالي D و E و H على استقامة واحدة .

3) [DE] و [AF] قطران للدائرة C إذن $DE = AF$ و H منتصف [DE]

ومنتصف [AF] إذن ADFE مستطيل .

4) أ) G مناظرة B بالنسبة إلى H إذن H منتصف [BG] وبما أن H منتصف [AF]

فإن ABFG متوازي الأضلاع ونعلم أن (BH) عمودي على (AH)

إذن (BG) عمودي على (AF) وبالتالي ABFG معين .

ب) ABFG معين إذن (AB) يوازي (FG)

ADFE مستطيل إذن (AD) يوازي (EF) وبما أن $D \in (AB)$

فإن (AB) يوازي (EF) وبالتالي (FG) يوازي (EF) إذن (FG) و (EF)

منطبقان وبالتالي E و F و G على استقامة واحدة .

5) أ)

$$CG = BC - BG = BC - (BH \times 2) = 4\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{20\sqrt{5}}{5} - \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$$

ب) في المثلث ABC لدينا (AB) يوازي (EF) و (EF) يقطع (BC) في G

و (AC) في E إذن حسب نظرية طالس $\frac{CG}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{GE}{AB}$

إذن $\frac{\frac{16\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{CE}{8} = \frac{GE}{4}$ إذن $\frac{16\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{4\sqrt{5}} = \frac{CE}{8}$ إذن $\frac{4}{5} = \frac{CE}{8}$

وبالتالي $CE = \frac{8 \times 4}{5} = \frac{32}{5} = 6{,}4$ و $AE = AC - CE = 8 - 6{,}4 = 1{,}6$

إذن $\frac{GE}{4} = \frac{4}{5}$ إذن $GE = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$

د) قيس مساحة AEFD

$$EF \times AE = (GE + FG) \times 1{,}6 = (AB + GE) \times 1{,}6$$
$$= (4 + 3{,}2) \times 1{,}6 = 7{,}2 \times 1{,}6 = 11{,}52\ cm^2$$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

التعامـــد في الفضـــاء

1

	متقطعان	متوازيان	غير محتويين في نفس المستوي
(GE) و (HE)	X		
(AB) و (EF)		X	
(AB) و (HG)		X	
(BC) و (HD)			X
(AC) و (EC)	X		
(AC) و (HF)			X

2

(AD) و (SBC) متوازيان صواب

(SAD) و (AB) متقاطعان صواب

(AC) و (ABD) متقاطعان خطأ

(AC) محتوٍ في (BCD) صواب

(SD) محتوٍ في (SBC) خطأ

(CD) و (SAB) متقاطعان خطأ

3 1) $F \notin (BC)$ ، $(EF) \not\subset (BCG)$ ، $A \in (BCD)$ ، $(AF) \subset (AEB)$

$O \in (EFG)$ ، $O \in (AEG)$ ، $(OC) \subset (EGC)$

2) أ) (BEF) و (DCG) متوازيان صواب

ب) (BEF) و (FBH) متوازيان خطأ

ج) (BEF) و (ABE) منطبقان صواب

د) (BFH) و (ABD) متقاطعان صواب

هـ) (CGH) و (ABE) متوازيان صواب

4 1) ABCD شبه منحرف قائم في A و D إذن (AB) // (CD) وبما أن $(CD) \subset (CDG)$ فإن (AB) // (CGD)

BCGF مستطيل إذن (CG) // (BF) وبما أن $(CG) \subset (CDG)$

فإن (BF) // (CDG)

2) بما أن (AB) // (CGD) و (BF) // (CDG) و (BF) و (AB) متقاطعان و محتويان في (ABF) فإن (ABF) // (CGD)

أ) (BC) و (ADH) متقاطعان

ب) $(ADH) \cap (FG) = \{J\}$ و (FG) و (EH) متقاطعان و $(EH) \subset (ADH)$ إذن $(FG) \cap (EH) = \{J\}$.

ج) $(ADH) \cap (BC) = \{I\}$ و $(BC) \subset (BCG)$ إذن (BCG) و (ADH) متقاطعان وبما أن $(ADH) \cap (FG) = \{J\}$ و $(FG) \subset (BCG)$

فإن $(ADH) \cap (BCG) = (IJ)$.

5 1) SG = SE إذن المثلث SEG متقايس الضلعين قمته الرئيسية S وبما أن O منتصف [EG] لأن O مركز المعين EFGH فإن $(SO) \perp (EG)$.

2) SH = SF إذن المثلث SHF متقايس الضلعين وبما أن O منتصف [HF] إذن $(SO) \perp (HF)$ ولنا $(SO) \perp (EG)$ و (HF) و (EG) محتويان في نفس المستوي (EFG) ومتقاطعان في O إذن $(SO) \perp (EFG)$.

3) لنا $M \in (FG)$ و $(FG) \subset (EFG)$ إذن $M \in (EFG)$ وبما أن $O \in (EFG)$ فإن $(OM) \subset (EFG)$ و لنا $(SO) \perp (EFG)$ إذن $(SO) \perp (OM)$ إذن المثلث SOM قائم الزاوية

6 1) أ) (AE) و (BC) ليسا في نفس المستوي .

ب) (EFG) و (ABC) متوازيان .

ج) (BE) و (ACE) متقاطعان .

2) AEGC مستطيل إذن $(AE) \perp (EG)$ و ABFE مستطيل إذن $(AE) \perp (EF)$ و بما أن (EG) و (EF) متقاطعان في E ومحتويان في نفس المستوي (EFG) فإن $(AE) \perp (EFG)$.

3) (ABC) و (EFG) متوازيان و $(AE) \perp (EFG)$ إذن $(AE) \perp (ABC)$

وبما أن $M \in (BC)$ و $(BC) \subset (ABC)$ فإن $M \in (ABC)$ إذن $(AM) \subset (ABC)$ وبالتالي $(AE) \perp (AM)$ إذن AME قائم الزاوية .

7 1) في المثلث ABC ، I منتصف [AC] و J منتصف [AB]

إذن (IJ) // (BC) و $IJ = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

2) (IJ) // (BC) و $(BC) \subset (BCD)$ إذن (IJ) // (BCD).

3) أ) ABC مثلث قائم في C إذن $(BC) \perp (AC)$ و BCFE مستطيل إذن $(BC) \perp (CF)$ وبما أن (AC) و (CF) محتويان في (ACD) ومتقاطعان فإن $(BC) \perp (ACD)$

ب) $(BC) \perp (ACD)$ و (BC) // (IJ) إذن $(IJ) \perp (ACD)$.

ج) $(IJ) \perp (ACD)$ في I و $(IC) \subset (ADC)$ إذن $(IC) \perp (IJ)$ وبالتالي ICJ قائم

4) ACFD مستطيل إذن المثلث CIF قائم ، حسب نظرية بيتاغور

$IF^2 = CI^2 + CF^2$ إذن $IF^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4^2 = \frac{9}{4} + 16 = \frac{9}{4} + \frac{64}{4} = \frac{73}{4}$

إذن $IF = \sqrt{\frac{73}{4}} = \frac{\sqrt{73}}{2}$.

لنا $(IJ) \perp (ACD)$ و $(IF) \subset (ACD)$ إذن $(IF) \perp (IJ)$ وبالتالي IFJ قائم ، حسب نظرية بيتاغور إذن $FJ^2 = IJ^2 + IF^2$

إذن $FJ = \frac{\sqrt{89}}{2}$ $FJ^2 = 4 + \frac{73}{4} = \frac{16}{4} + \frac{73}{4} = \frac{89}{4}$

8 1) أ) CDHG مربع إذن $(CD) \perp (CG)$ و BCGF مربع إذن $(BC) \perp (CG)$ و (CD) و (BC) متقاطعان في C ومحتويان في (ABC) إذن $(CG) \perp (ABC)$.

ب) EA = BF = CG لأن (EA) // (BF) // (CG) و ABFE و BCGF متوازي الأضلاع وبما أن $(CG) \perp (ABC)$ إذن ACGE مربعان و $(AC) \subset (ABC)$ فإن $(AC) \perp (CG)$ إذن ACGE مستطيل .

2) أ) (ABC) // (EF G) و $\Delta \perp (ABC)$ إذن $\Delta \perp (EFG)$.

ب) $\Delta \perp (ABC)$ و $(CG) \perp (ABC)$ إذن $\Delta // (CG)$ إذن (CG) // (OI) و (OI) و (CG) محتويان في نفس المستوي إذن $I \in (OCG)$ أي $I \in (ACG)$

ج) $I \in (ACG)$ و $I \in (EFG)$ إذن $I \in (ACG) \cap (EFG)$ وبالتالي $I \in (EG)$ إذن النقاط E و I و G على استقامة واحدة .

3) أ) (EA) // (OI) // (CG) و $I \in (EG)$ و $O \in (AC)$ إذن E و I و G مساقط النقاط A و O و C على التوالي على (GE) وفقا لمنحى (AE) وبما أن O منتصف [AC] فإن I منتصف [EG] .

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ب) I منتصف [EG] إذن O مركز المربع EGFH إذن (IF) ⊥ (GI) وبما أن (IO) ⊥ (GI) لأن (OI) ⊥ (EFG) و (GI) ⊂ (EFG) فإن (IFO) ⊥ (GI)

9 1) ACGE مستطيل إذن (CG) ⊥ (EG) و (EG) ⊥ (MN) إذن (CG) // (MN) و BCGF مستطيل إذن (CG) // (BF) وبالتالي (BF) // (MN) إذن النقاط B و M و N و F تنتمي إلى نفس المستوي .

2) ACGE مستطيل إذن (EG) // (AC) و (EG) ⊥ (MN) إذن (AC) ⊥ (MN) و ABC مثلث متقايس الأضلاع و M منتصف [AC] إذن (AC) ⊥ (BM) وبما أن (MN) و (BM) محتويان في (BMN) فإن (AC) ⊥ (BMN)

3) أ) I منتصف [FN] و (FN) ⊂ (BMN) إذن I ∈ (BMN) إذن (IM) ⊂ (BMN) وبما أن (AC) ⊥ (BMN) في M إذن (MI) ⊥ (AC) وبالتالي CIM مثلث قائم .

ب) EFG مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 إذن ارتفاعه $FN=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ إذن $IN=\sqrt{3}$ وبما أن المثلث MIN قائم و $MN=4$ فإن $IM^2=IN^2+MN^2$ إذن $IM^2=\sqrt{3}^2+4^2=3+16=19$ إذ ن $IM=\sqrt{19}$.

و CIM مثلث قائم في M حسب نظرية بيتاغور $IC^2=IM^2+MC^2$ إذن $IC^2=19+4=23$ وبالتالي $IC=\sqrt{23}$.

10 أ) ABC و GFE هما قاعدتا الموشور القائم إذن هما متقايسان إذن $A\hat{C}B=E\hat{G}F$ إذن في المثلثين ACM و EGN القائمين في M و N لنا $AC=EG$ و $A\hat{C}M=E\hat{G}N$ إذن هما متقايسان .

ب) نستنتج من تقايس المثلثين أن $MC=NG$ وبما أن GFBC مستطيل فإن (G F) // (BC) إذن (GN) // (CM) و $B\hat{C}G=M\hat{C}G=90°$ إذن CMNG مستطيل . إذن (MN) // (CG) وبما أن ACGE مستطيل فإن (AE) // (CG) إذن (MN) // (AE) .

2) CMNG مستطيل إذن (MN) ⊥ (CM) ولنا (MN) ⊥ (AM) و (AM) و (CM) متقاطعان في المستوي (ABC) إذن (MN) ⊥ (ABC) .

(MN) ⊥ (EFG) إذن (EFG) // (ABC) و (MN) ⊥ (ABC) .

11

☐ SO=14 ☒ $SO=2\sqrt{7}$ ☐ $SO=7\sqrt{2}$

☒ $OH=\frac{3}{2}\sqrt{7}$ ☐ OH=7 ☐ $OH=\sqrt{2}$

SBC متقايس الضلعين في S و M منتصف [BC] إذن (SM) ⊥ (BC) إذن المثلث SOM قائم في M إذ ن حسب نظرية بيتاغور $SM^2=SO^2+OM^2$

إذن $8^2=SO^2+6^2$ إذن $SO^2=8^2-6^2=64-36=28$ إذن $SO=2\sqrt{7}$.

وبما أن [OH] هو الإرتفاع الصادر من O فإن $SO\times OM=OH\times SM$

إذن $2\sqrt{7}\times 6=OH\times 8$ إذن $OH=\frac{2\sqrt{7}\times 6}{8}=\frac{3}{2}\sqrt{7}$

2) HOM قائم في H إذ ن حسب نظرية بيتاغور $OM^2=HO^2+HM^2$

إذن $6^2=\left(\frac{3}{2}\sqrt{7}\right)^2+HM^2$ إذن $HM^2=36-\frac{63}{4}=\frac{144}{4}-\frac{63}{4}=\frac{81}{4}$

إذن $HM=\frac{9}{2}$

HBM قائم في M إذ ن حسب نظرية بيتاغور $HB^2=BM^2+HM^2$ إذن

$BH^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2+6^2=\frac{81}{4}+36=\frac{81}{4}+\frac{144}{4}=\frac{225}{4}$ إذن $BH=\frac{15}{2}$

12 1) (AE) و (CG) متوازيان لأنهما يوازيان (BF) و متقايسان لأن ABCDEFGH مكعب إذن AEGC متوازي الأضلاع .

2) O منتصف [AC] و O' منتصف [EG] و [AC] و [EG] متوازيان ومتقايسان إذن [AO] و [EO'] متوازيان ومتقايسان .

3) [AO] و [EO'] متوازيان ومتقايسان إذن AOO'E متوازي الأضلاع إذن (OO') // (AE) وبما أن (AD) ⊥ (AE) لأن ADHE مربع (AE) ⊥ (AB) لأن ABFE مربع فإن (ABC) ⊥ (AE) وبما أن (OO') // (AE) فإن (ABC) ⊥ (OO')

4) SABCD هرم منتظم قاعدته المربع ABCD الذي مركزه O إذن (ABC) ⊥ (SO) في O ونعلم أن (ABC) ⊥ (OO') في O إذن (SO) و (OO') منطبقان إذن S و O و O' على استقامة واحدة .

موقع مراجعة سنوات الاعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM