

# ملخص دروس الحبر

الأستاذة : زكية حسن الشريف

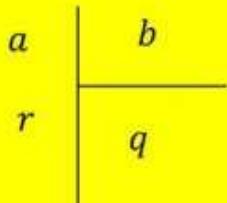
ماي 2022



### التعاد و الحساب

قابلية القسمة على 2 , على 3 , على 4 , على 5 , على 8 , على 9 و على 25

#### القسمة الأقلية

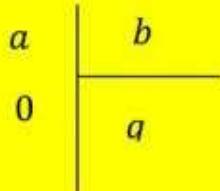


مهما يكن  $a$  و  $b$  عدداً صحيحان طبيعيان حيث  $b$  مخالف لصفر فإن  $a = b \times q + r$

عدداً صحيحان طبيعيان حيث  $r < b$

$a = b \times q + r$  تمثل نتيجة القسمة الأقلية لـ  $a$  على  $b$

$a$  يسمى المقسم و  $b$  القاسم و  $r$  خارج القسمة و  $q$  الباقي



نقول أن  $a$  مضاعف لـ  $b$  أو  $a$  يقبل القسمة على  $b$

أو  $b$  قاسم لـ  $a$  أو  $b$  يقسم  $a$  إذا كان باقي قسمة  $a$  على  $b$  يساوي 0

أي إذا كان  $a = b \times q$

يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلاً للقسمة على :

2 : إذا كان رقم احاده زوجيا أي : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8

5 : إذا كان رقم احاده 0 أو 5

4 : إذا كان العدد المكون من رقمي احاده وعشرياته مضاعفاً لـ 4

25 : إذا كان العدد المكون من رقمي احاده وعشرياته مضاعفاً لـ 25 أي 00 أو 25 أو 50 أو 75

8 : إذا كان العدد المكون من أرقام احاده وعشرياته و مناته مضاعفاً لـ 8

3 : إذا كان مجموع أرقامه مضاعفاً لـ 3

9 : إذا كان مجموع أرقامه مضاعفاً لـ 9

#### ملاحظة 1

مهما يكن عدد صحيح طبيعي مخالف لصفر فإن

(1) كل عدد لا يقبل القسمة على  $a$  على لا يقبل على مضاعفات  $a$

مثال : 225 لا يقبل القسمة على 8 لأنها لا يقبل القسمة على 2

(2) كل عدد يقبل القسمة على يقبل على قواسم  $a$

مثال : 7700 يقبل القسمة على 77 إذن يقبل القسمة على 11 ( 11 من قواسم 77 )

## ملاحظة 2

معلوما وأرقامه معلومة مثل : 567492

معلوما وأرقامه مجهولة مثل :  $13^{29}$

مجهولا وأرقامه مجهولة مثل :  $a$  أو  $x$

العدد الصحيح الطبيعي يكون

نستعمل قواعد قابلية القسمة إذا كان العدد معلوما وأرقامه معلومة

## ملاحظة 3

تطبق نفس قواعد قابلية القسمة لمعرفة باقي قسمة أي عدد على 2 أو على 3 أو على 4

أو على 5 أو على 8 أو على 9 أو على 25

## الأعداد الأولية

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على 1 و على نفسه أي أن مجموعة قواسمه ثنائية

نرمز بـ  $D_a$  لمجموعة قواسم العدد ( $a$  عدد صحيح طبيعي)

$D_a = \{1, a\}$  عدد أولي يعني  $a$

### الأعداد الأولية الأصغر من 100 للحفظ أكيد

37 - 31 - 29 - 23 - 19 - 17 - 13 - 11 - 7 - 5 - 3 - 2  
- 73 - 71 - 67 - 61 - 59 - 53 - 47 - 43 - 41 -  
97 - 89 - 83 - 79

### قابلية القسمة على 6 و على 12 و على 15

► يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 6

إذا كان يقبل القسمة على 2 و على 3

► يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 12

إذا كان يقبل القسمة على 4 و على 3

► يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 15

إذا كان يقبل القسمة على 3 و على 5



أنشطة في التعداد  
كم مجموعة منتهية

تعريف

(1) إذا كان عدد عناصر مجموعة ما محدودا نقول ان المجموعة منتهية  
وإذا كان غير محدود نقول ان المجموعة غير منتهية  
مثال

عدد صحيح طبيعي و  $D_a$  مجموعة قواسمه و  $M_a$  مجموعة مضاعفاته

بما أن لكل عدد عدد معين من القواسم و عدة مضاعفات إذن  $D_a$  مجموعة منتهية

و  $M_a$  مجموعة غير منتهية

(2) كم مجموعة منتهية هو عدد عناصرها

مثال  $D_{24} = 8$  كم (  $D_{24}$  )

( A ) = 11 كم

## مجموعة الأعداد الحقيقة

### الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية

$$\frac{3}{11} = 0,272727 \dots$$

الكتابة ..... 0,272727 هي كتابة عشرية ( بالفاصل )

العدد 27 يتكرر ظهره فيها بصفة دورية و غير منتهية إذن ..... 0,272727 تمثل الكتابة العشرية الدورية العدد الكسري  $\frac{3}{11}$  و نكتب .....  $0,2\overline{7} = \frac{3}{11}$  أو  $0,272727 \dots$  و العدد 27 يسمى دور

كل كتابة عشرية دورية تمثل عدد كسري واحدا

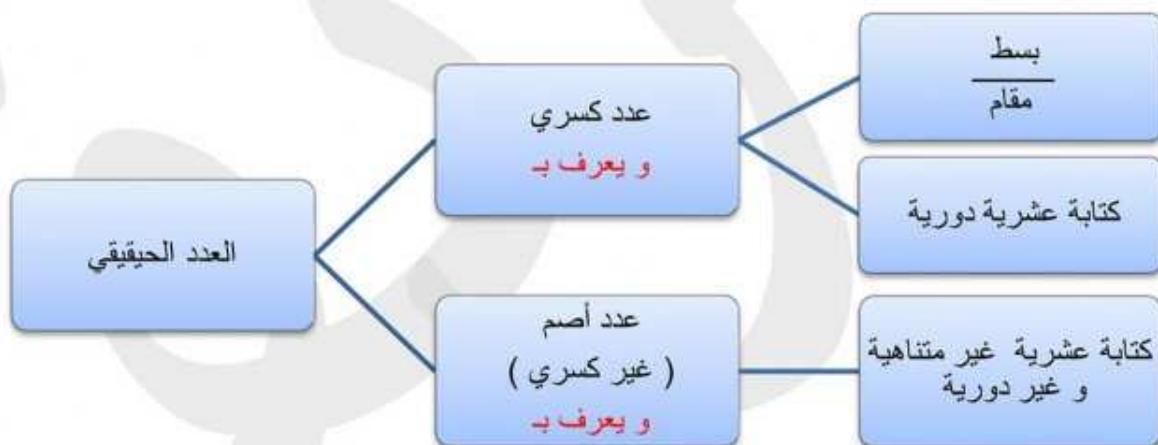
### العدد الأصم

العدد الأصم هو العدد الغير كسري و يعرف بكتابه عشرية غير متناهية و غير دورية

مثال العدد  $\pi$  أصم .....  $3,14159265 = \pi$  له كتابة عشرية ( بالفواصل ) ولكنها غير متناهية

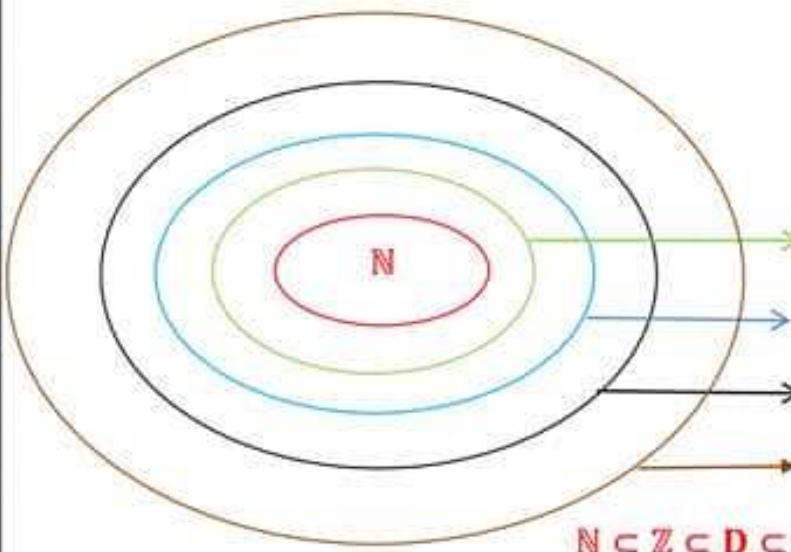
و غير دورية

### العدد الحقيقي



مجموعة الأعداد الكسرية و الصماء تسمى مجموعة الأعداد الحقيقة و نرمز لها بـ  $\mathbb{R}$

### ملاحظة



$N$  مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$Z$  مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

$D$  مجموعة الأعداد العشرية النسبية

$Q$  مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

$R$  مجموعة الأعداد الحقيقية

مهما يكن  $a$  عدد حقيقي موجب الجذر التربيعي للعدد  $a$  هو العدد الحقيقي الموجب  $b$  الذي

مربعه يساوي  $a$  و نكتب  $b^2 = a$  يعني  $a = \sqrt{a} = b$

$\sqrt{2}$  هو عدد أصم :  $\sqrt{2} = 1,414213562 \dots \dots \dots < 2 < 1$

$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$\sqrt{2}$  قيمة تقريرية بالنقصان لـ  $\sqrt{2}$  بثلاثة أرقام بعد الفاصل  $1,414 > \sqrt{2} > 1,415$

$\sqrt{2}$  قيمة تقريرية بالزيادة لـ  $\sqrt{2}$  بثلاثة أرقام بعد الفاصل  $1,415 < \sqrt{2} < 1,414$

$\sqrt{2}$  هو طول ضلع مربع مساحته 2

$\sqrt{2}$  هو طول وتر مثلث قائم طول ضلعيه 1 و 1

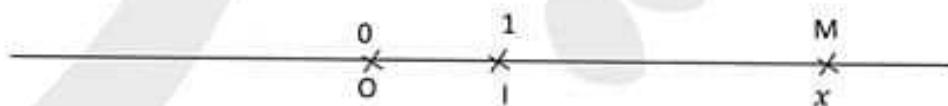
### تدرج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقة

(Δ) مستقيم مدرج بالمعين  $(0,1)$  يعني 0 أصل التدرج النقطة التي تمثل العدد 0 على (Δ)

و 1 النقطة الواحدية التي تمثل العدد 1 على (Δ) والبعد 1 يمثل وحدة التدرج

كل نقطة  $M$  من (Δ) تمثل عدداً حقيقياً واحداً  $x$  ويسمى فاصلتها في المعين  $(0,1)$

ونكتب  $M(x)$  أو  $x_M = x$



المستقيم  $(\Delta)$  يسمى مستقيم عددي

## العمليات في $\mathbb{R}$

### الجمع و الطرح في $\mathbb{R}$

عملية الجمع في  $\mathbb{R}$  تبديلية و تجميعية

مهما تكون الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  فإن

- تبديلية :  $a + b = b + a$
- تجميعية :  $(a + b) + c = a + (b + c)$
- 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع في  $\mathbb{R}$  :  $a + 0 = 0 + a$
- كل عدد حقيقي  $a$  له مقابل يرمز له بـ  $(-a)$  حيث  $a + (-a) = (-a) + a = 0$
- $a - b = a + (-b)$  و  $a + b = 0$  يعني  $b$  و  $a$  متقابلان
- $a = c + b$  يعني  $a - b = c$
- $-(a + b) = -a - b$  و  $-(a - b) = -a + b = b - a$

عند حذف أقواس مسبوقة بعلامة (+) لا تتغير العلامات التي داخل القوسين

و عند حذف أقواس مسبوقة بعلامة (-) تتغير العلامات التي داخل القوسين

### الضرب و القسمة في $\mathbb{R}$

عملية الضرب في  $\mathbb{R}$  تبديلية و تجميعية

مهما تكون الأعداد الحقيقة  $a$  و  $b$  و  $c$  فإن

- تبديلية:  $a \times b = b \times a$
- تجميعية  $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- 0 هو عنصر محايد لعملية الضرب في  $\mathbb{R}$  :  $a \times 0 = 0 \times a = 0$
- 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب في  $\mathbb{R}$  :  $a \times 1 = 1 \times a = a$
- $a \times (-1) = (-1) \times a = (-a)$
- كل عدد حقيقي  $a$  مخالف لصفر له مقلوب يرمز له بـ  $\left(\frac{1}{a}\right)$  حيث  $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$
- توزيعية على عملية الجمع :  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
- توزيعية على عملية الطرح :  $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$
- مهما يكن العددان الحقيقيان  $a$  و  $b$  المخالفان لصفر فإن :  $a \times b = 1$  و  $b \times a = 1$  عدادان مقلوبان يعني  $a \times b = 1$  و  $b \times a = 1$
- مهما يكن العددان الحقيقيان  $a$  و  $b$  حيث  $b$  مخالف لصفر فإن :  $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
- مهما يكن العددان الحقيقيان  $a$  و  $b$  حيث  $b = 0$  أو  $a = 0$  يعني  $a \times b = 0$
- مهما يكن عدد حقيقي موجب فإن :  $\sqrt{x} \times \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 = x$

## النشر و التفكك

$$(+ \times +) = +$$

$$(- \times -) = +$$

$$(- \times +) = -$$

$$(+ \times -) = -$$

النشر

النشر

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c , \quad a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

التفكك

التفكك

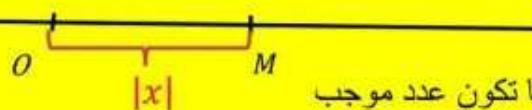
التفكير هو تعويض الجداء بمجموع مساوٍ له

و

## القيمة المطلقة لعدد حقيقي

مهما تكن  $M$  نقطة من مستقيم مدرج بالمعين ( $O, I$ ) فاصلتها العدد الحقيقي  $x$

فإن القيمة المطلقة لـ  $x$  هي البعد  $OM$  و نكتب  $|x| = OM$



و بالتالي القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي دائمًا تكون عدد موجب

$$|x| = x \quad \text{إذا كان } x \in \mathbb{R}_+ \quad \bullet$$

$$|x| = -x \quad \text{إذا كان } x \in \mathbb{R}_- \quad \bullet$$

$$|x| = |-x| \quad \bullet$$

## اختصار عبارات بها جذور تربيعية

- مهما يكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيان موجبان فإن  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

- مهما يكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيان موجبان حيث  $b$  مختلف لصفر فإن  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

- مهما يكن  $a$  حقيقي فإن  $\sqrt{a^2} = |a|$

- إذا كان  $a$  عدد حقيقي موجب حقيقي فإن  $(\sqrt{a})^2 = a$  و  $\sqrt{a^2} = a$

## القوى في $\mathbb{R}$

### قوة عدد حقيقي

(1) قوة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي

► مهما يكن  $a$  عدد حقيقي و  $n$  عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ عوامل متساوية لـ } a} : \text{ أي } a^n \text{ جذاء لـ } n \text{ عوامل متساوية للعدد } a$$

► مهما يكن عدد حقيقي فإن  $a^1 = a$

► مهما يكن عدد حقيقي مختلف عن صفر فإن  $a^0 = 1$

► مهما يكن  $a$  عدد حقيقي مختلف عن صفر و  $n$  عدد صحيح طبيعي فإن :

أي  $a^{-n}$  يساوي مقلوب  $a^n$

### ملاحظة

إذا كان  $a$  عدداً حقيقياً مختلفاً عن صفر و  $n$  عدداً صحيحاً نسبياً

فإن  $a^{-n}$  هو مقلوب  $a^n$  أي  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

و منه إذا كان  $a$  عدداً حقيقياً مختلفاً عن صفر

فإن  $a^{-1}$  هو مقلوب  $a$  أي  $a^{-1} = \frac{1}{a}$

### قوى العدد 10

قوى العدد 10 من أسهل القوى حساباً

( عدد الأصفار على عدد دليل القوة )  $10^7 = 1\underset{\text{٧}}{000\ 000\ 0}$

و  $10^{-5} = 0,\underset{\text{٥}}{00001}$  ( عدد الأرقام بعد الفاصل على عدد دليل القوة )

### علامة قوة عدد حقيقي

►  $a^n$  عدد سالب إذا كان  $a$  سالباً و  $n$  فردية

►  $a^n$  عدد موجب إذا كان  $a$  موجباً أو  $a$  سالباً و  $n$  زوجياً

## خواص القوى في $\mathbb{R}$

مهما يكن  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان مخالفان لصفر و  $n$  و  $m$  عددان صحيحان نسبياً فإن :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} ; \quad (a^n)^m = a^{n \times m} ; \quad a^n \times b^m = (a \times b)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} ; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

و إذا كان  $a$  عدداً حقيقياً موجباً مخالفًا لصفر و  $n$  عدداً صحيحاً نسبياً فإن

مهما يكن  $a$  عدد حقيقي مخالف لصفر و  $n$  عدد صحيح نسبي زوجي فإن :

## أولوية الحساب

عند حساب عبارات بها جمع و طرح و ضرب و قوة فإن أولوية الحساب تكون لـ :

- لما بين قوسين إذا كان هناك أقواس
- للقوة ثم للضرب ثم للجمع والطرح إذا لم تكن هناك أقواس

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

$$(a\sqrt{b})^2 = a^2b$$

## الجذاءات المعتبرة

مهما يكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيان فإن

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

## النشر و التفكك

### ملاحظة

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$  هو جذاء

و  $a^2 + 2ab + b^2$  هو مجموع

و نعلم أن النشر هو تعويض الجذاء بمجموع مساو له التفكك

إذن نستعمل الجذاءات المعتبرة للنشر و للتفكير

### النشر

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### التفكير

ذلك بالنسبة إلى بقية الجذاءات المعتبرة

### النشر

الجذاءات المعتبرة في اتجاه النشر

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### التفكير

الجذاءات المعتبرة في اتجاه التفكك

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

## المقارنة و الحصر

### المقارنة باستعمال الفرق

مهما يكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين فإن :  $a - b \leq 0$  يعني  $a \leq b$

### تعريف الحصر

ليكن  $a$  و  $b$  و  $x$  أعداد حقيقية حيث  $b \leq a$  نقول أن  $x$  محصور بين العددين  $a$  و  $b$  و نكتب  $a < x < b$  إذا كان  $x > a$  و  $x < b$  الفرق بين العددين  $b - a$  أي  $b - a$  يسمى مدى الحصر

### ملاحظة

$$b > x > a \quad \text{يعني} \quad a < x < b \quad (1)$$

الترتيب تصاعدي الترتيب تنازلي

(2) علامات الحصر يمكن أن تكون غير قطعية

أي أن :

$$x < b \quad x > a \quad \text{يعني} \quad a < x < b \quad >$$

$$x \leq b \quad x \geq a \quad \text{يعني} \quad a \leq x \leq b \quad >$$

$$x \leq b \quad x > a \quad \text{يعني} \quad a < x \leq b \quad >$$

$$x < b \quad x \geq a \quad \text{يعني} \quad a \leq x < b \quad >$$

## قواعد المقارنة والحصر

الحصر	المقارنة
ليكن $x$ و $y$ و $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعداد حقيقة فإن	ليكن $x$ و $y$ و $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعداد حقيقة فإن
$a + c < x + c < b + c$ يعني $a < x < b$ (1)	$x + c < y + c$ يعني $x < a$ (1)
إذا كان : $\begin{cases} a < x < b \\ c < y < d \end{cases}$ و $a + b < x + y < b + d$ فإن	إذا كان : $\begin{cases} x < a \\ y < b \end{cases}$ و $x + y < a + b$ فإن
إذا كان $c \in \mathbb{R}_+^*$ فإن : $ac < xc < bc$ يعني $a < x < b$	إذا كان $c \in \mathbb{R}_+^*$ فإن : $xc < ac$ يعني $x < a$
و إذا كان $c \in \mathbb{R}_-^*$ فإن : $bc < xc < a$ $c > xc > bc$ يعني $a < x < b$	و إذا كان $c \in \mathbb{R}_-^*$ فإن : $xc > ac$ يعني $x < a$
ونستنتج أن $-b < -x < -a$ يعني $a < x < b$	ونستنتج أن $-x > -b$ يعني $x < b$
إذا كان $a$ و $b$ مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن : (4) $\frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$ يعني $\frac{1}{b} > \frac{1}{x} > \frac{1}{a}$ يعني $a < x < b$	إذا كان $a$ و $b$ مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن : (4) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ يعني $a < b$
إذا كان $a$ و $b$ عددين موجبان فإن : (5) $a^2 < x^2 < b^2$ يعني $a < x < b$	إذا كان $a$ و $b$ عددين موجبان فإن : (5) $a^2 < b^2$ يعني $a < b$
و إذا كان $a$ و $b$ عددين سالبين فإن : $b^2 < x^2 < a^2$ يعني $a^2 > x^2 > b^2$ يعني $a < x < b$	و إذا كان $a$ و $b$ عددين سالبين فإن : $a^2 > b^2$ يعني $a < b$
ونستنتج أن $ a ^2 <  x ^2 <  b ^2$ يعني $ a  <  x  <  b $	ونستنتج أن $ a ^2 <  b ^2$ يعني $ a  <  b $
إذا كان $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعداد موجبة و مخالفة لصفر $ab < xy < bd$ فإن	

## (2) المجالات الغير محدودة

ليكن  $a$  عدد حقيقي

المجال المفتوح  $a$  لا نهاية موجبة  $]a; +\infty[$

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$



المجال المغلق  $a$  لا نهاية موجبة  $[a; +\infty[$

$$[a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



المجال المفتوح لا نهاية سالبة  $]-\infty; a[$

$$]-\infty; a[ = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$



المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة  $a$   $]-\infty; a]$

$$]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$

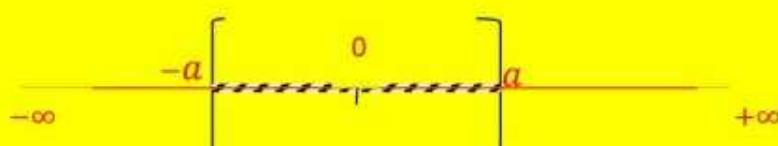


## (3) المجالات الخاصة

ليكن  $a$  عدد حقيقي موجب

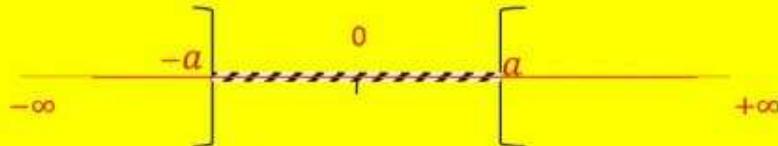
المجال المغلق  $[-a; a]$

$$[-a; a] = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq a\}$$



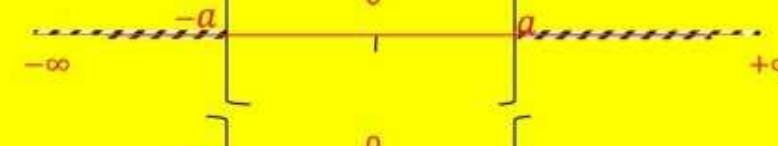
المجال المفتوح  $]-a; a[$

$$]-a; a[ = \{x \in \mathbb{R} / |x| < a\}$$



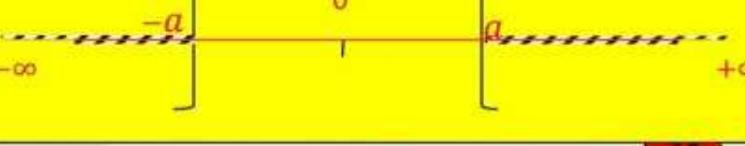
اتحاد المجالين :  $]-\infty; -a[ \cup ]a; +\infty[$

$x \in ]-\infty; -a[ \cup ]a; +\infty[$  يعني  $|x| > a$



اتحاد المجالين :  $]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$

$x \in ]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$  يعني  $|x| \geq a$



## (2) المجالات الغير محدودة

ليكن  $a$  عدد حقيقي

المجال المفتوح  $a$  لا نهاية موجبة  $]a; +\infty[$

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$



المجال المغلق  $a$  لا نهاية موجبة  $[a; +\infty[$

$$[a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



المجال المفتوح لا نهاية سالبة  $]-\infty; a[$

$$]-\infty; a[ = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$



المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة  $a$   $]-\infty; a]$

$$]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$



## (3) المجالات الخاصة

ليكن  $a$  عدد حقيقي موجب

المجال المغلق  $[-a; a]$

$$[-a; a] = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq a\}$$



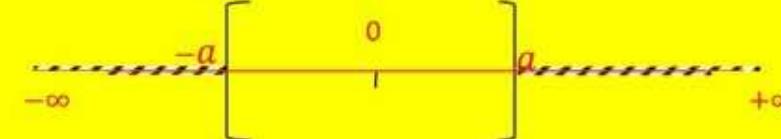
المجال المفتوح  $]-a; a[$

$$]-a; a[ = \{x \in \mathbb{R} / |x| < a\}$$



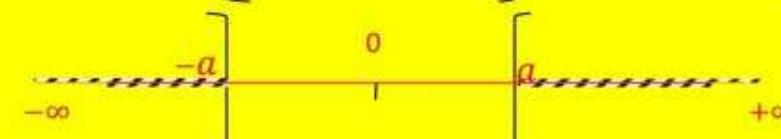
اتحاد المجالين :  $]-\infty; -a[ \cup ]a; +\infty[$

$x \in ]-\infty; -a[ \cup ]a; +\infty[$  يعني  $|x| > a$



اتحاد المجالين :  $]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$

$x \in ]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$  يعني  $|x| \geq a$



### ملاحظة

مهما يكن  $x$  عدد حقيقي

$x \in [0; +\infty[$  يعني  $x \geq 0$  يعني  $x \in \mathbb{R}_+$

إذن  $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty[$

$x \in ]0; +\infty[$  يعني  $x > 0$  يعني  $x \in \mathbb{R}_+^*$

إذن  $\mathbb{R}_+^* = ]0; +\infty[$

$x \in ]-\infty; 0]$  يعني  $x \leq 0$  يعني  $x \in \mathbb{R}_-$

إذن  $\mathbb{R}_- = ]-\infty; 0]$

$x \in ]-\infty; 0[$  يعني  $x < 0$  يعني  $x \in \mathbb{R}_-^*$

إذن  $\mathbb{R}_-^* = ]-\infty; 0[$

و  $\mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$

### ملاحظة

$A$  و  $B$  مجموعتان

$x \in A \cap B$  يعني  $x \in B$  و  $x \in A$

$x \in A \cup B$  يعني  $x \in B$  أو  $x \in A$

## المعادلات و المترابعات في $\mathbb{R}$

### المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المعادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول في  $\mathbb{R}$  هي كل مساواة بين طرفيين يمكن كتابتها في صورة  $ax + b = 0$  حيث  $a \in \mathbb{R}^*$  وهو معلوم و  $b \in \mathbb{R}$  وهو معلوم و  $x$  عدد مجهول
- حل المعادلة في مجموعة  $A$  يعني البحث عن العدد المجهول  $x$  من المجموعة  $A$  الذي يحقق المساواة
- نرمز بـ  $S_A$  لمجموعة حلول المعادلة في المجموعة  $A$

### قواعد تحتاجها في حل المعادلات

ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقة مخالفة لصفر

$$a = -b \text{ يعني } a + b = 0 \quad >$$

$$a = b \text{ يعني } a - b = 0 \quad >$$

$$a + c = b + c \text{ يعني } a = b \quad >$$

$$ac = bc \text{ يعني } a = b \quad >$$

$$ad = bc \text{ يعني } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad >$$

### حل المعادلة $ax + b = 0$ بصفة عامة في أي مجموعة $A$

$$x = -\frac{b}{a} \text{ يعني } ax = -b \quad \text{و} \quad ax + b = 0$$

$$S_A = \left\{ -\frac{b}{a} \right\} \quad \text{إذا كان } -\frac{b}{a} \in A$$

$$\text{و إذا كان } -\frac{b}{a} \notin A \quad S_A = \phi \quad \text{المجموعة الفارغة}$$

### حل معادلات يعود حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى

### قواعد تحتاجها في حل المعادلات

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيان

$$b = 0 \text{ يعني } ab = 0 \quad a = 0 \quad >$$

$$\text{إذا كان : } x = -a \quad x = a \quad |x| = a \quad \text{فإن } a \in \mathbb{R}_+^* \quad \text{يعني } a \text{ أو } -a$$

$$\text{و إذا كان : } |x| = a \quad \text{فإن } a \in \mathbb{R}_-^* \quad a \neq 0 \quad \text{لا يمكن}$$

$$x = 0 \quad |x| = 0 \quad \text{يعني } x = 0$$

$$\text{إذا كان : } x = -\sqrt{a} \quad x = \sqrt{a} \quad a \in \mathbb{R}_+^* \quad \text{يعني } x^2 = a \quad a \in \mathbb{R}_+^*$$

$$\text{إذا كان : } x^2 = a \quad a \in \mathbb{R}_-^* \quad \text{فإن } x^2 = a \quad \text{لا يمكن}$$

$$x = 0 \quad x^2 = 0 \quad \text{يعني } x = 0$$



## المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المتراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول في  $\mathbb{R}$  هي كل لا مساواة بين طرفيين يمكن كتابتها في صورة  $ax + b > 0$  أو  $ax + b < 0$  أو  $ax + b \geq 0$  أو  $ax + b \leq 0$  حيث  $a$  عدد حقيقي معلوم و  $x$  عدّد مجهول لصفر و  $b$  عدد حقيقي معلوم و  $A$  العدد المجهول  $x$  من المجموعة  $A$  الذي يتحقق اللا مساواة
- حل المتراجحة في مجموعة  $A$  يعني البحث عن العدد المجهول  $x$  من المجموعة  $A$  الذي يتحقق اللا مساواة
- نرمز بـ  $S_A$  لمجموعة حلول المتراجحة في المجموعة  $A$

حل المعادلة مثل  $ax + b \geq 0$  بصفة عامة في أي مجموعة  $A$

$ax \geq -b$  يعني  $ax + b \geq 0$

$$S_A = \left[ -\frac{b}{a}, +\infty \right] \cap \mathbb{R} \quad \text{و بالتالي } x \geq -\frac{b}{a} \quad \text{فإن } a \in \mathbb{R}_+^* \quad \text{إذا كان}$$

$$S_A = \left[ -\infty, -\frac{b}{a} \right] \cap \mathbb{R} \quad \text{و بالتالي } x \leq -\frac{b}{a} \quad \text{فإن } a \in \mathbb{R}_-^* \quad \text{إذا كان}$$

حل مسائل يعود حلها إلى حل معادلات أو متراجحات

لذلك :

1) نحدد المجهول

2) نكتب المسألة في شكل معادلة أو متراجحة

3) نحل المعادلة أو المتراجحة

4) نتحقق من الحل

حل متراجحات يعود حلها إلى حل متراجحات من الدرجة الأولى

قواعد نحتاجها في حل المتراجحات

نعلم أن جذاء عددين يكون عدد موجبا إذا كان العددين لهما نفس العلامة

و يكون سالبا إذا كان العددين مختلفين في العلامة

و بالتالي

ليكن  $a$  و  $b$  عددان حقيقيان

$b < 0$  يعني  $ab > 0$  أو  $a > 0$  و  $b > 0$  ➤

$b > 0$  يعني  $ab < 0$  أو  $a < 0$  و  $b < 0$  ➤

و نعلم أيضاً أن القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي دائماً تكون عدد موجب

فنتتتج

إذا كان

$-a < x < a$  فلن :  $|x| < a$  و  $a \in \mathbb{R}_+^*$  ➤  
 $x < -a$  أو  $x > a$  يعني  $|x| > a$

$S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$  فلن  $|x| > a$  و  $a \in \mathbb{R}_-^*$  ➤  
 $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$  فلن  $|x| < a$  و  $a \in \mathbb{R}_-^*$  ➤

اللهم أكتب لنا ...



ال توفيق



والنجاح