

رياضيات

التاسعة أساسي

ملخصات لأروس الهندسة

الأستاذة : زكية حسن الشريف

ماي 2022



تدرج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية

ليكن (Δ) مستقيم مدرج بالمعین (O, I)

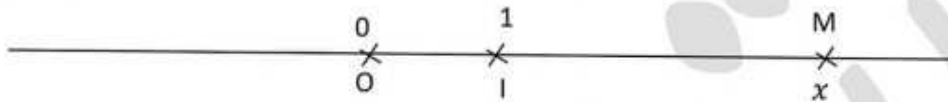
يعني O أصل التدرج أي النقطة التي تمثل العدد 0 على (Δ)

و I النقطة الواحدة التي تمثل العدد 1 على (Δ)

البعد $O I$ يمثل وحدة التدرج

كل نقطة M من (Δ) تمثل عددا حقيقيا واحدا x ويسمى فاصلتها في المعين (O, I)

ونكتب $M(x)$ أو $x_M = x$



فإن $A(x_A)$ و $B(x_B)$ في المعين (O, I)

$$OA = |x_A|OI \text{ و } AB = |x_B - x_A|OI$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ يعني } M \text{ منتصف } [AB]$$

مسقط نقطة على مستقيم وفقا لمنحى مستقيم

(Δ) مسقيم من المستوي

نسمي منحى (Δ) مجموعة المستقيمت الموازية لـ (Δ)

(D) و (Δ) من نفس المنحى يعني $(D) // (\Delta)$

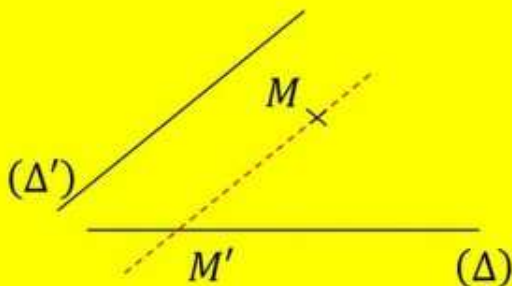
مستقيمان ليسا من نفس المنحى هما غير متوازيين أي انهما متقاطعان

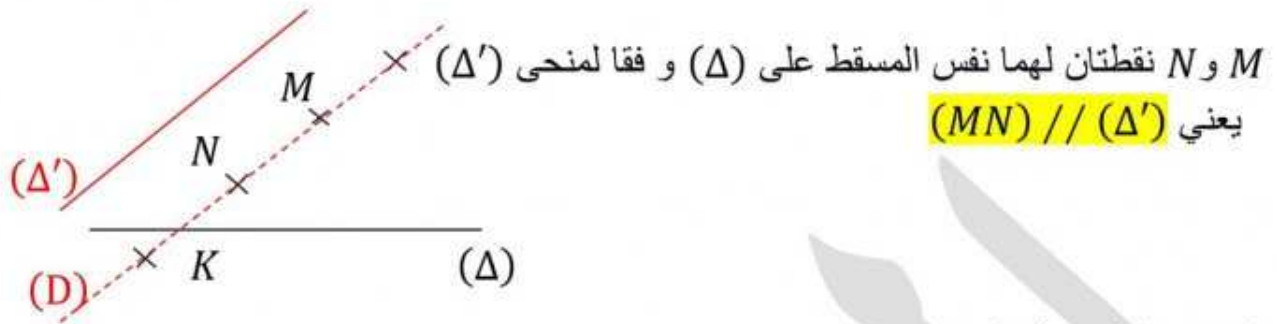
ليكن (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المنحى و M نقطة من المستوي

M' مسقط M على (Δ) و M' مسقط M على (Δ')

يعني M' نقطة من (Δ) و $(M'M') // (\Delta')$

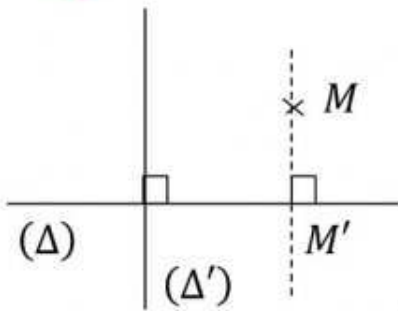
كل نقطة من (Δ) مسقط لنفسها على (Δ) و (Δ')





إذا كان (Δ) و (Δ') متعامدان

فإن M' المسقط العمودي لـ M على (Δ)



التعيين في المستوى

كل ثلاثي من النقاط ليست على نفس الإستقامة يمثل معيناً في المستوى في كل ما يلي (O, I, J) معين من المستوي يعني النقطة $O(0,0)$ أصل التدرج إذن

$I(1,0)$ محور الفاصلات أو الفواصل إذن

$J(0,1)$ محور الترتيبات أو الترتيبات إذن

كل نقطة M من المستوي تمثل زوجاً واحداً (x, y) من الأعداد الحقيقية و كل زوج يمثل نقطة واحدة من المستوي

الزوج (x, y) يسمى إحداثيات النقطة M في المعين (O, I, J)

ونكتب $M(x, y)$ ونقرأ M ذات الإحداثيات (x, y) في المعين (O, I, J)

$M(x, y)$ أي x فاصلة M $(x_M = x)$ و y ترتيبية M $(y_M = y)$

لنتحصل على إحداثيات أي نقطة M من المستوي

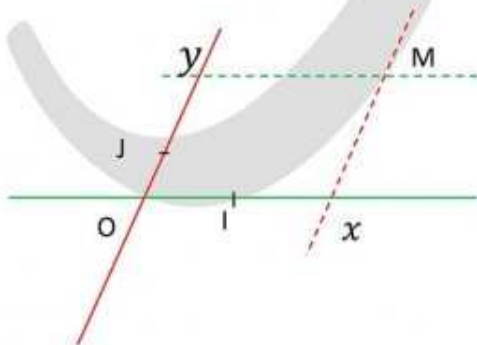
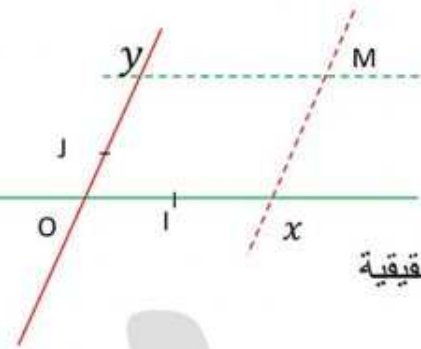
نحدد مسقطها على (OI) وفقاً لمنحى (OJ)

و مسقطها على (OJ) وفقاً لمنحى (OI)

$M \in (OI)$ يعني $M(x, 0)$ ❖

$M \in (OJ)$ يعني $M(0, y)$ ❖

$A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ في المعين (O, I, J) ❖



إذا كانت A و B من محور الفاصلات (OI) أو من أي مستقيم مواز لـ (OI)

$$AB = |x_B - x_A|OI \quad \text{فإن}$$

إذا كانت A و B من محور الترتيبات (OJ) أو من أي مستقيم مواز لـ (OJ)

$$AB = |y_B - y_A|OJ \quad \text{فإن}$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

و } يعني $M(x_M, y_M)$ منتصف $[AB]$ ❖
 $x_A = x_B$ يعني $(AB) // (OJ)$ ❖
 $y_A = y_B$ يعني $(AB) // (OI)$ ❖

ملاحظة

إذا كان $(OI) \perp (OJ)$ فإن (O, I, J) معين متعامد من المستوي

التناظر والتعيين

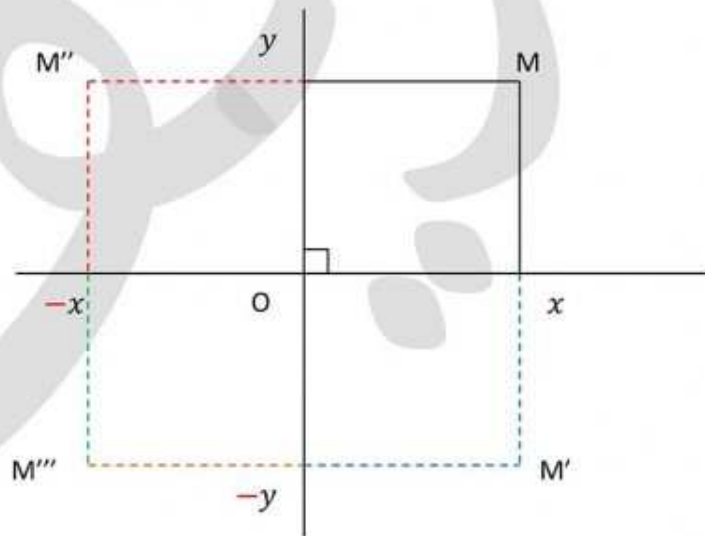
❖ $M(x, y)$ نقطة من المستوي فإن:

$M'(-x, -y)$ مناظرتها بالنسبة إلى أصل التدرج O يعني

❖ إذا كان (O, I, J) معيناً متعامداً من المستوي و $M(x, y)$ فإن:

$M''(x, -y)$ مناظرة بالنسبة إلى محور الفاصلات (OI) يعني

$M'''(-x, y)$ مناظرة M بالنسبة إلى محور الترتيبات (OJ) يعني



1. مبرهنة طالس في المثلث
(1) مبرهنة طالس في المثلث

ليكن ABC مثلثا

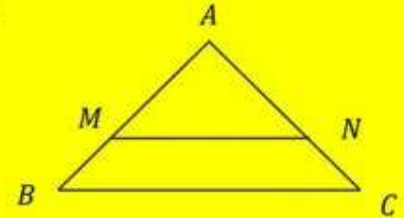
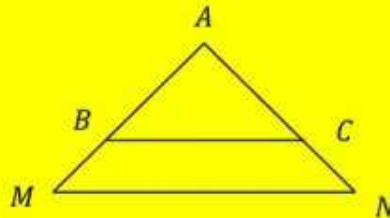
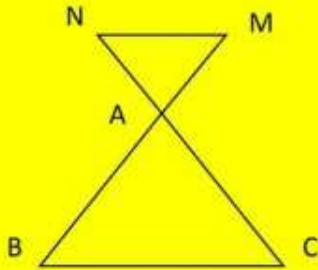
إذا كانت M نقطة من (AB)

و N نقطة من (AC)

بحيث $(MN) // (BC)$

فإن :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



استنتاج مبرهنة طالس في المثلث

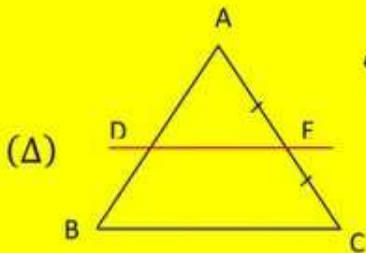
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

شروط مبرهنة طالس في المثلث

أي مثلث ABC (أي حالة من الحالات السابقة)
 يكون فيه M نقطة من (AB)
 و N نقطة من (AC)
 و $(MN) // (BC)$

نستعمل مبرهنة طالس لحساب بعد من الأبعاد أو نسبة من النسب إذا توفرت الشروط

(2) المستقيم الرابط منتصفين بين ضلعين من مثلث



في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع أول و الموازي لحامل ضلع ثاني
 يقطع الضلع الثالث في المنتصف
 أي :

إذا كان ABC مثلثا

و D منتصف $[AB]$

و (Δ) موازي لـ (BC) و يمر من D

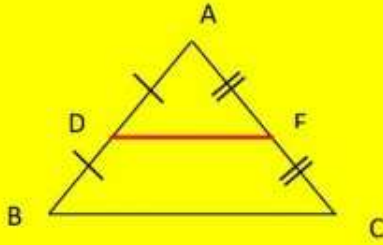
و (Δ) يقطع (AC) في E

فإن E منتصف $[AC]$

وأيضاً

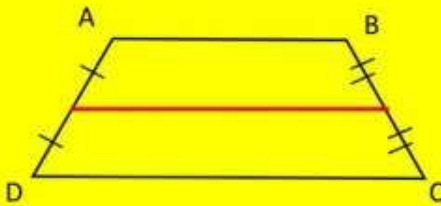
- (1) في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلعين من المثلث يوازي حامل الضلع الثالث
(2) البعد بين منتصف ضلعي مثلث يساوي نصف طول الضلع الثالث

أي :



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{إذا كان } ABC \text{ مثلث} \\ D \text{ منتصف } [AB] \\ E \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right. \text{ فإن } \begin{cases} (DE) // (BC) \\ DE = \frac{BC}{2} \end{cases}$$

I. مبرهنة طالس في شبه المنحرف

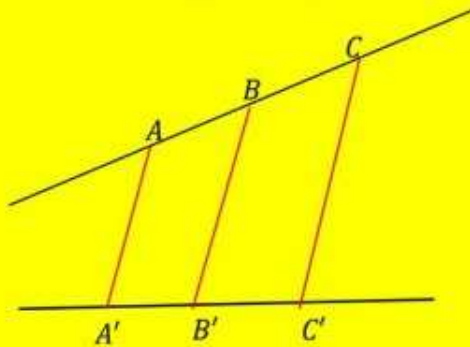


إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[CD]$

$$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ و } J \text{ منتصف } [AD] \\ \text{و } [BC] \end{array} \right. \text{ فإن } \begin{cases} (IJ) // (AB) \\ IJ = \frac{AB+CD}{2} \end{cases}$$

II. مبرهنة طالس والمستقيمت المتوازية

فإن : $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$ (كتابة أولى)
(كتابة ثانية) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$



- إذا كانت النقاط A و B و C على نفس الإستقامة (Δ)
و A' و B' و C' مساقط لـ A و B و C على التوالي
على مستقيم وفقاً لمنحى مستقيم مخالف لمنحى (Δ)

يعني $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ و AB و AC و BC متناسبة طردا مع $A'B'$ و $A'C'$ و $B'C'$

نستنتج

إذا كانت النقاط A و B و C و D و E ... على نفس الاستقامة

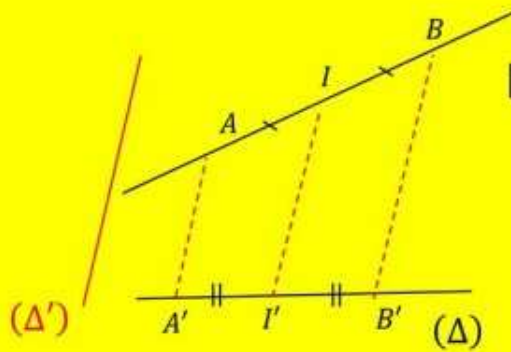
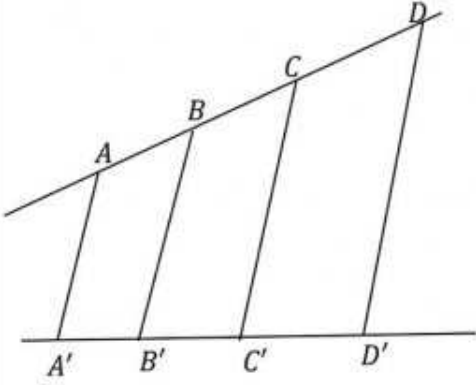
و A' و B' و C' و D' و E' ... مساقط لـ A و B و C و D و E ...

على التوالي على مستقيم وفقا لمنحى مخالف لمنحى (Δ)

فإن :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{CE}{C'E'} = \dots$$

مسقط منتصف قطعة مستقيم



إذا كانت A' و B' و I' مساقط لـ A و B و I على التوالي على (Δ) و (Δ') و I منتصف $[AB]$ فإن I' منتصف $[A'B']$

أي مسقط منتصف $[AB]$ هي منتصف $[A'B']$

و نقول أن الإسقاط يحافظ على المنتصف

III. تطبيقات مبرهنة طالس

1) تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة

لتكن $[AB]$ قطعة مستقيم نريد تقسيمها إلى 3 أجزاء متقايسة لذلك

(1) نرسم نصف مستقيم $[Ax]$ بحيث يكون المستقيم الحامل لـ $[Ax]$ مخالف لـ (AB) (يكونان زاوية حادة)

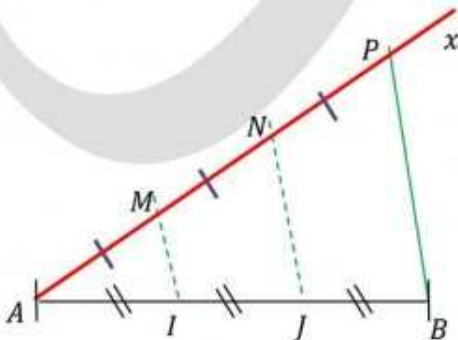
(2) نعين النقاط M و N و P على $[Ax]$ حيث $AM = MN = NP$

(3) نرسم المستقيم (BP)

(4) نعين النقطتين I و J مسقطي النقطتين M و N على التوالي على (AB) و (BP)

بهذه الطريقة جزأنا القطعة $[AB]$

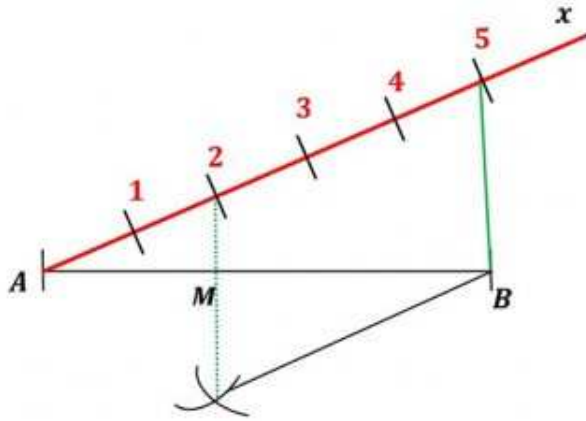
إلى 3 أجزاء متقايسة $[AI]$ و $[IJ]$ و $[JB]$



و بنفس الطريقة نقسم أي قطعة مستقيم إلى أي عدد من الأجزاء المتقايسة

(1) تحديد نقطة من قطعة مستقيم حسب نسبة معينة

لتكن $[AB]$ قطعة مستقيم لتعيين النقطة M من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$ أو $AM = \frac{2}{5}AB$



$$AM = \frac{2}{5}AB \text{ يعني } \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$$

نبدأ بتجزئة $[AB]$ إلى 5 أجزاء متقايسة

ثم نعين M من $[AB]$ حيث $AM = \frac{2}{5}AB$

(2) تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أطوال مقدمة

لتكن $[AB]$ قطعة مستقيم

لتعيين النقطتين M و N من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{2} = \frac{NB}{3}$

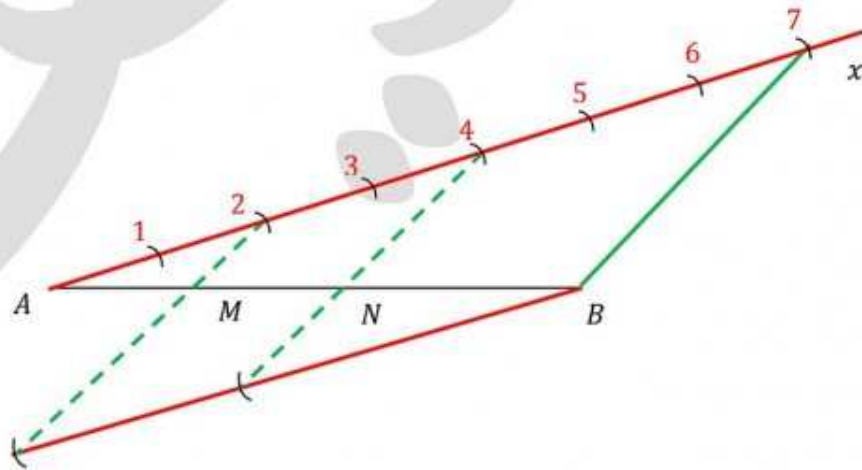
$$\frac{AM}{2} = \frac{MN}{2} = \frac{NB}{3} \text{ بما أن}$$

فإن $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{2} = \frac{NB}{3} = \frac{AM+MN+NB}{2+2+3} = \frac{AB}{7}$ (خاصيات التناسب يعني $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$)

لذلك نجزي $[AB]$ إلى 7 أجزاء ثم نعين النقطتين M و N و في الجزء الثاني و في الرابع على التوالي

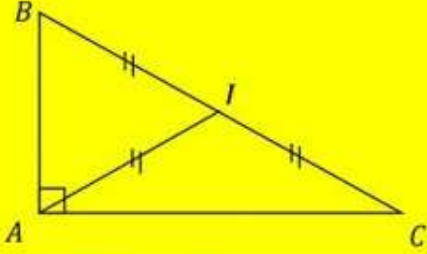
ونتحقق بتطبيق مبرهنة طالس و المستقيمت المتوازية أن $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{2} = \frac{NB}{3}$

بهذه الطريقة جزأنا $[AB]$ إلى أجزاء (AM و MN و NB) متناسبة طردا مع الأعداد 2 و 2 و 3



IV. المثلث القائم و الدائرة المحيطة به — مركز ثقل المثلث

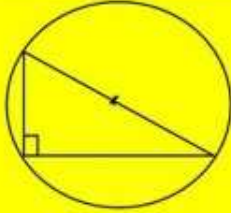
1) المثلث القائم و الدائرة المحيطة به



في المثلث القائم منتصف وتره متقايس البعد عن رؤوسه

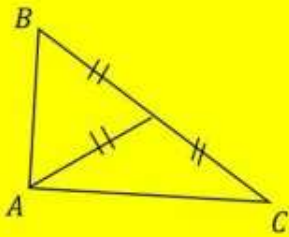
فإن $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$ إذا كان ABC مثلث قائم في A
 و I منتصف الوتر $[BC]$

استنتاج



منتصف الوتر في المثلث القائم مركز للدائرة المحيطة به

الخاصية المعاكسة



كل مثلث يكون فيه منتصف أحد أضلاعه متقايس البعد عن رؤوس المثلث

فإن ABC مثلث قائم وتره $[BC]$

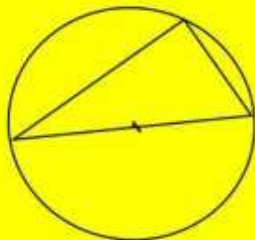
أي قائم في A

هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور

إذا كان ABC مثلثا

و I منتصف $[BC]$ حيث $IA = IB = IC$

نقول أيضا أن :



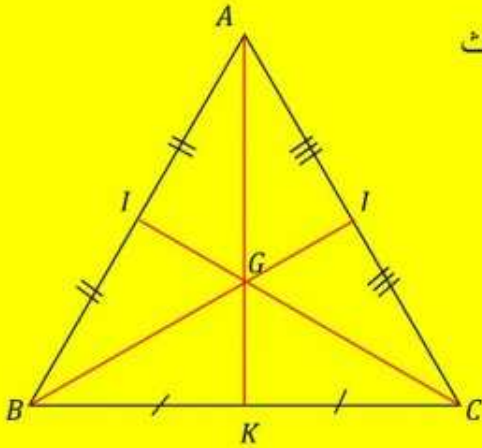
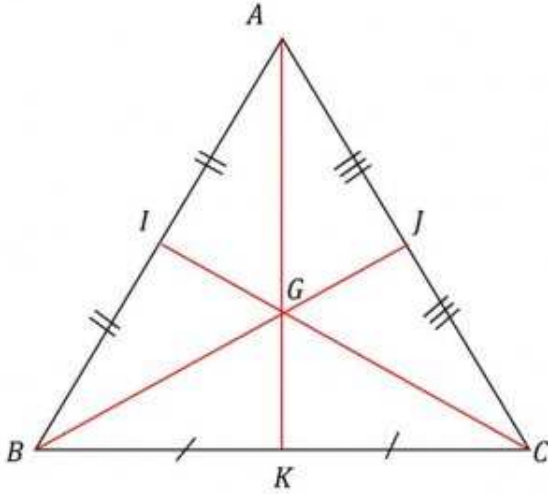
كل مثلث يكون أحد أضلاعه قطر للدائرة

ورؤوسه نقاط منها هو مثلث قائم وتره الضلع المذكور

2) مركز الثقل

تذكير:

الموسط في المثلث هي قطعة المستقيم تصل رأس المثلث بمنصف الضلع المقابل
[AK] الموسط الصادر من A أو الموافق للضلع [BC] (لأن I منتصف [BC])
[BJ] الموسط الصادر من B
[CI] الموسط الصادر من C



للمثلث ثلاثة موسطات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث
مركز ثقل المثلث هي نقطة تبعد عن كل رأس من رؤوس المثلث
بثلاثي الموسط الصادر من ذلك الرأس

إذا كان ABC مثلث و I و J و K منتصفات

أضلاعه $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ على التوالي

و G مركز الثقل فإن :

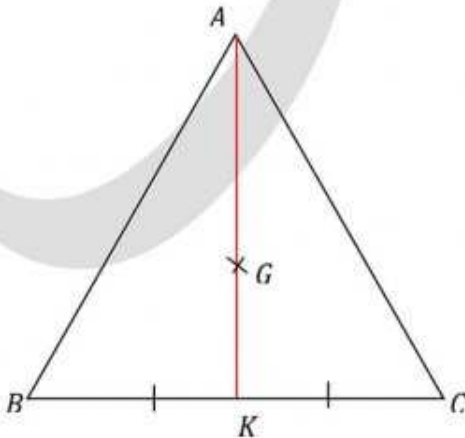
$$AG = \frac{2}{3} AK \text{ و } CG = \frac{2}{3} CI \text{ و } BG = \frac{2}{3} BJ$$

ملاحظة 1 :

$$AG = \frac{2}{3} AK \text{ و } KG = \frac{1}{2} AK$$

ملاحظة 2 :

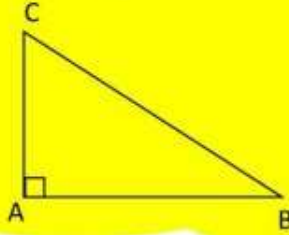
لإثبات أن نقطة G مركز ثقل المثلث
نثبت أن G نقطة تقاطع موسطين من المثلث
أو G نقطة من الموسط و تبعد عن الرأس بثلاثي الموسط



1. نظرية فيثاغورس

كل مثلث قائم يكون فيه مربع قيس طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين فيه

أي



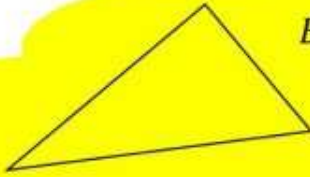
إذا كان ABC مثلث قائم في A

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{ن}$$

1. عكس نظرية فيثاغورس

كل مثلث يكون فيه مربع قيس طول أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فيه هو مثلث قائم

أي



إذا كان ABC حيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$

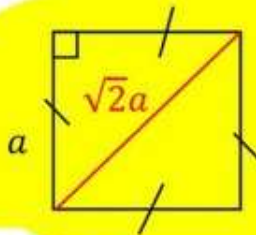
فإن ABC مثلث قائم في A

ننتبه

- ❖ نطبق نظرية فيثاغورس في مثلث قائم لنجد قيس طول أي ضلع من أضلاعه إذا علمنا الضلعين الآخرين
- ❖ نطبق عكس نظرية فيثاغورس في مثلث أقيسة أضلاعه معلومة لنعرف ما إذا كان المثلث قائم أم غير قائم

II. تطبيقات نظرية فيثاغورس1) طول قطر المربع

في المربع القطران متقايسان وقيس طول كل واحد يساوي جداء $\sqrt{2}$ و قيس طول ضلعه أي



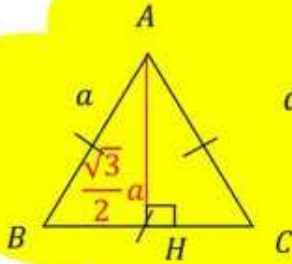
$$a \in \mathbb{R}_+^*$$

إذا كان $ABCD$ مربع طول ضلعه a

$$\text{فإن : } AC = BD = \sqrt{2} AB = \sqrt{2} a$$

2) طول الارتفاع في المثلث المتقايس الأضلاع

في المثلث المتقايس الأضلاع الإرتفاعات متقايسة
وقيس طول كل واحد يساوي جذاء $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و قيس طول ضلعه



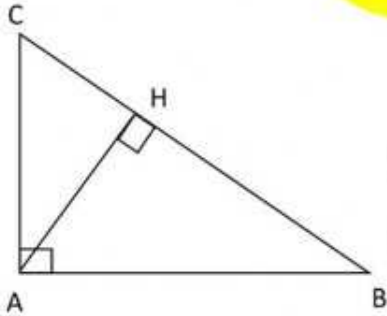
$$a \in \mathbb{R}_+^*$$

إذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a

H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$ و

$$\text{فان : } AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

III. العلاقات القياسية في المثلث القائم



- إذا كان ABC مثلث قائم في A و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$
- 1) $AH \times BC = AB \times AC$ فان
 - 2) $AH^2 = BH \times CH$ و

ننتبه

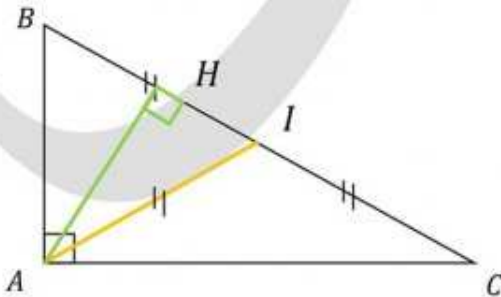
يجب أن نفرق بين الوسط و الإرتفاع الصادرين من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم منتصف وتره متقايس البعد عن الرؤوس

إذا كان ABC مثلثا قائما في A

و I منتصف الوتر $[BC]$ و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$

فان $[AI]$ الوسط الصادر من A و $[AH]$ الإرتفاع الصادر من A

$$\text{وبالتالي } AI = \frac{BC}{2} \text{ و } AH = \frac{AB \times AC}{BC} \text{ أو } AH = \sqrt{BH \times CH}$$

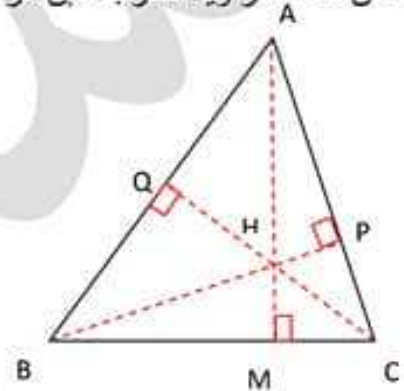
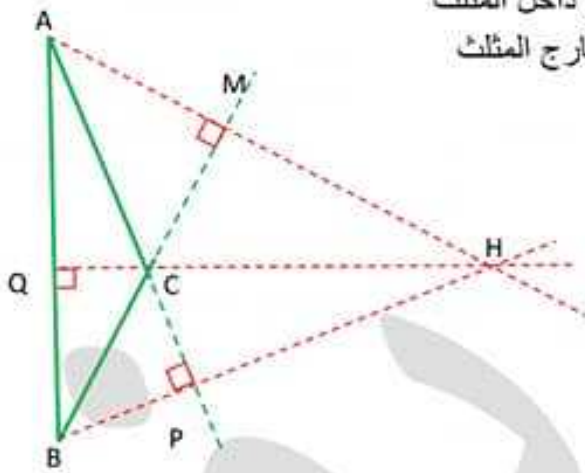


ارتفاعات المثلث :

للمثلث ثلاثة ارتفاعات ' و الإرتفاع في المثلث هو قطعة مستقيم تصل رأس المثلث بمسقطها العمودي على حامل للضلع المقابل K المسقط العمودي لـ A على (BC)

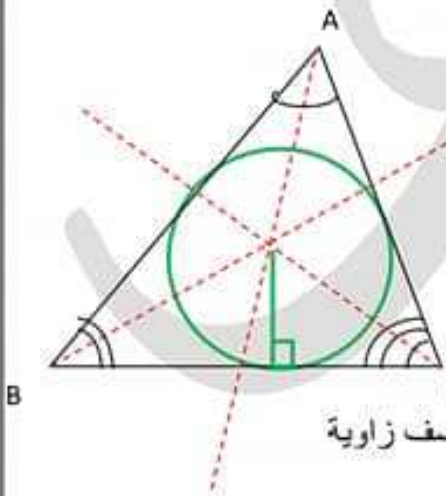
إذن [AK] تمثل الإرتفاع الصادر من A أو الموافق للضلع [BC] في المثلث ABC

- ❖ تتقاطع المستقيمات الحاملة لارتفاعات المثلث في نقطة واحدة تسمى المركز القائم للمثلث
- ❖ لنتحصل على المركز القائم للمثلث يكفي تقاطع حائلي ارتفاعين منه
- ❖ كل مستقيم يمر من رأس المثلث ومركزه القائم هو حامل للارتفاع الصادر من ذلك الرأس وبالتالي يكون عموديا على الضلع المقابل
- ❖ إذا كانت زوايا للمثلث كلها حادة فإن مركزه القائم يكون داخل المثلث
- ❖ إذا كان للمثلث زاوية منفرجة فإن مركزه القائم يكون خارج المثلث



منصفات المثلث :

- ❖ للمثلث ثلاثة منصفات و هي منصفات زواياه
- ❖ تتقاطع منصفات المثلث في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المحاطة بالمثلث (و هي الدائرة المماسية لأضلاع المثلث)



- ❖ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث هي نقطة متقايسة البعد عن أضلاع المثلث
- ❖ لنتحصل على مركز الدائرة المحاطة بالمثلث يكفي تقاطع منصفين منه
- ❖ شعاع الدائرة المحاطة بالمثلث هو بعد المركز عن أحد الأضلاع
- ❖ كل نصف مستقيم ينطلق من رأس المثلث و مركز الدائرة المحاطة به هو منصف زاوية

المثلثات الخاصة

1) المثلث القائم

❖ هو مثلث له زاوية قائمة

في المثلث القائم :

- الضلع المقابل للزاوية القائمة يسمى الوتر
- الزاويتان الحادتان متتامتان
- مركزه القائم هو رأس الزاوية القائمة
- منتصف وتره مركز للدائرة المحيطة به

- طول المتوسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف طول الوتر



2) المثلث المتقايس الضلعين

❖ هو مثلث له ضلعين متقايسين

نقطة تقاطع الضلعين المتقايسين تسمى القمة الرئيسية للمثلث

والضلع المقابل للقمة الرئيسية يسمى قاعدة المثلث

❖ في المثلث المتقايس الضلعين :

- المتوسط العمودي للقاعدة يمر من القمة الرئيسية

- المتوسط العمودي للقاعدة يحمل

كلا من منتصف الزاوية الرئيسية و الارتفاع والمتوسط الموافقين للقاعدة

- المتوسط العمودي للقاعدة يمثل محور تناظر للمثلث

- الزاويتان المجاورتان للقاعدة متقايستين

❖ كل مثلث له زاويتان متقايستان هو مثلث متقايس الضلعين

المثلث المتقايس الأضلاع

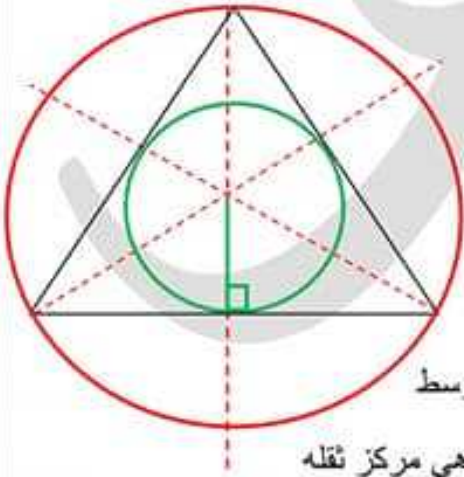
هو مثلث أضلاعه متقايسة

❖ في المثلث المتقايس الأضلاع :

- المتوسط العمودي لكل ضلع يمر من الرأس المقابل

- المتوسط العمودي لكل ضلع يحمل كلا من منتصف الزاوية والارتفاع والمتوسط

- مركز الدائرة المحيطة به هي مركز الدائرة المحاطة به هي مركزه القائم هي مركز ثقله



- المتوسطات العمودية لأضلاعه تمثل محاور تناظر للمثلث

- زواياه متقايسة و قيس كل واحدة 60°

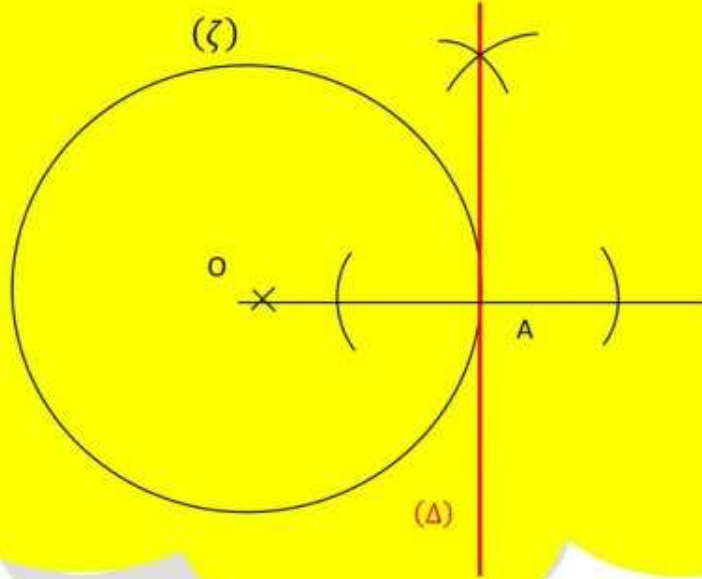
- ❖ كل مثلث له زواياه متقايسة هو مثلث متقايس الأضلاع
- ❖ كل مثلث متقايس الضلعين و له زاوية قيسها 60° هو مثلث متقايس الأضلاع

المماس لدائرة

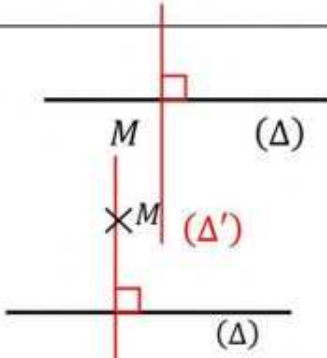
المماس للدائرة هو المستقيم العمودي على الشعاع في طرفه الذي ينتمي إلى الدائرة

(ζ) دائرة مركزها O و A نقطة منها

(Δ) مماس لـ (ζ) في A يعني (Δ) عمودي على (OA) في A



خاصيات التوازي و التعامد



$M \in (\Delta)$ (1)

$M \notin (\Delta)$ (2)

يوجد مستقيم واحد يمر من
نقطة معلومة و عمودي
على مستقيم مقدم

(Δ') عمودي على (Δ) و نكتب : $(\Delta') \perp (\Delta)$



$M \in (\Delta)$ (1)

(Δ) و (Δ') متطابقان هما متوازيان

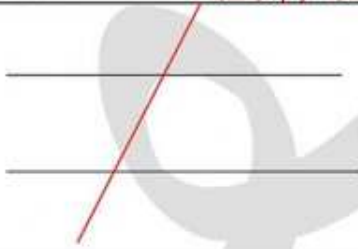
يوجد مستقيم واحد يمر من نقطة
معلومة و يوازي مستقيم
مقدم



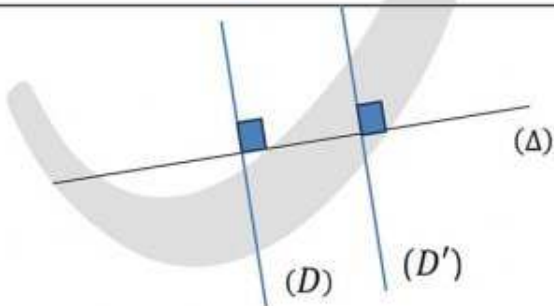
$M \notin (\Delta)$ (2)

(Δ) و (Δ') منفصلان هما متوازيان

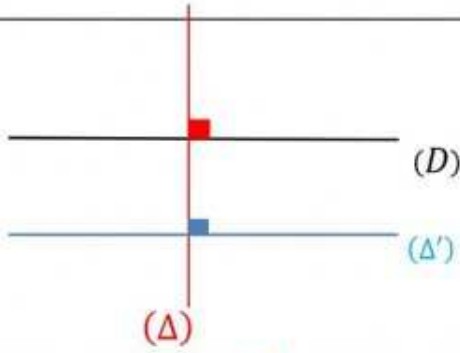
(Δ') يوازي (Δ) و نكتب : $(\Delta') \parallel (\Delta)$



➤ إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم قاطع لأحدهما
يكون قاطعا للآخر

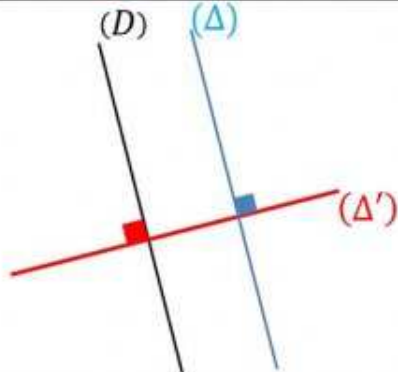


➤ إذا كان مستقيمان يعامدان نفس المستقيم فهما متوازيان
فإن $(D') \parallel (D)$ إذا كان $(D) \perp (\Delta)$
 $(D') \perp (\Delta)$



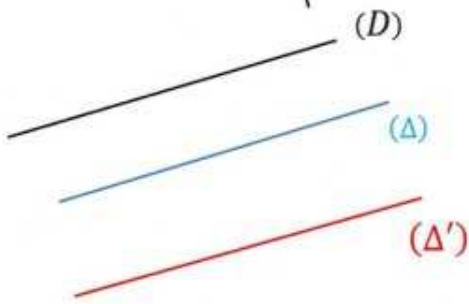
➤ إذا كان مستقيمان متعامدين كل مستقيم عمودي على أحدهما يوازي الآخر

إذا كان $(D) \perp (\Delta)$ و $(\Delta') \perp (\Delta)$ فإن $(\Delta') // (D)$



➤ إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم عمودي على أحدهما يعامد الآخر

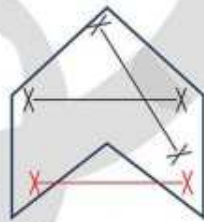
إذا كان $(D) // (\Delta)$ و $(\Delta') \perp (\Delta)$ فإن $(\Delta') \perp (D)$



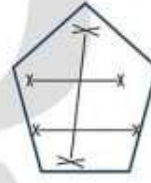
➤ إذا كان مستقيمان متوازيين كل مستقيم مواز لأحدهما يوازي الآخر

إذا كان $(D) // (\Delta)$ و $(\Delta') // (\Delta)$ فإن $(\Delta') // (D)$

الرباعيات



الشكل (2)



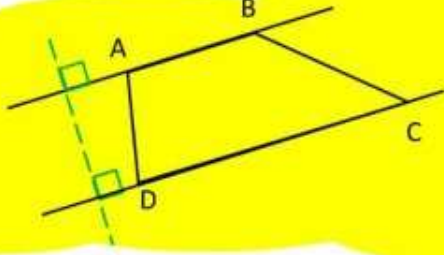
الشكل (1)

الشكل المحدب

في الشكل (1) هو مضلع (خماسي أضلاع) كل قطعة مستقيم تربط بين أي نقطتين منه هي محتواة فيه
بينما في الشكل (2) هو مضلع (سداسي أضلاع) توجد قطعة مستقيم تربط بين نقطتين منه و ليست محتواة فيه

نقول إذن في الشكل (1) أن المضلع محدب و في الشكل (2) المضلع غير محدب

1. شبه المنحرف



شبه المنحرف هو رباعي محدب

له ضلعان متقابلان متوازيان

$ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[CD]$ يعني $(AB) // (CD)$

في شبه المنحرف :

➤ الضلعان المتوازيان هما قاعدته

➤ البعد بين القاعدتين هو ارتفاعه

إذا كان في شبه المنحرف :



➤ أحد أضلاعه عمودي على قاعدتيه يسمى شبه منحرف قائم



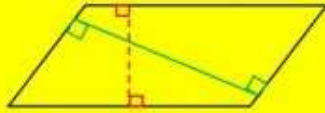
➤ ضلعان متقابلان متقايسان يسمى شبه منحرف متقايس الضلعين

1. متوازي الأضلاع

تعريف

متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة

متوازية متنى متنى



خاصيات متوازي الأضلاع

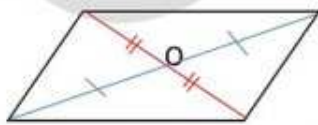
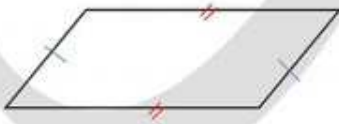
في متوازي أضلاع :

➤ كل ضلعين متقابلين متوازيين

➤ كل ضلعين متقابلين متقايسين

➤ القطران يتقاطعان في المنتصف

و نقطة تقاطع القطرين تسمى مركز متوازي الأضلاع

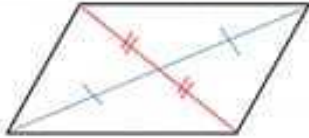




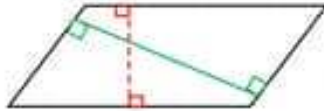
➤ كل زاويتان متقابلتان متقايستان و كل زاويتان متتاليتان متكاملتان

الخصايات المعاكسة لمتوازي الأضلاع

كل رباعي محدب :



➤ قطراه يتقاطعان في المنتصف هو متوازي الأضلاع



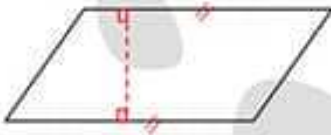
➤ أضلاعه المتقابلة متوازية هو متوازي الأضلاع



➤ أضلاعه المتقابلة متقايسة هو متوازي الأضلاع



➤ زواياه المتقابلة متقايسة هو متوازي الأضلاع



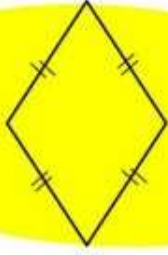
➤ له ضلعان متقابلان متوازيان و متقايسان هو متوازي الأضلاع

$ABCD$ متوازي أضلاع

من الخصايات و الخصايات المعاكسة نكتب

$(BC) // (AD)$ و $(AB) // (CD)$	يعني	$ABCD$ متوازي أضلاع
$AD = BC$ و $AB = CD$	يعني	$ABCD$ متوازي أضلاع
$[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في المنتصف	يعني	$ABCD$ متوازي أضلاع
$\hat{A}BC = \hat{A}DC$ و $\hat{B}AD = \hat{B}CD$	يعني	$ABCD$ متوازي أضلاع

2) المعين تعريف



المعيّن هو رباعي محدب أضلاعه متقايسة

المعيّن هو متوازي أضلاع خاص

خاصيات المعين

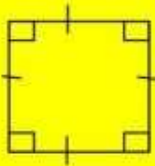
- للمعيّن كل خاصيات متوازي الأضلاع
- أضلاعه متقايسة
- قطراه متعامدان ومنصفات لزواياه و محاور تناظر له

الخاصيات المعاكسة للمعيّن

	رباعي أضلاعه متقايسة هو معين
	كل متوازي الأضلاع له ضلعين متتاليين متقايسين هو معين
	كل متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو معين

3) المربع

تعريف



المربع هو رباعي محدب أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة


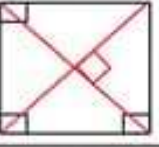
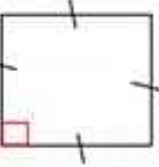
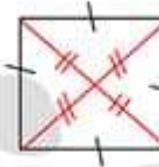
المربع هو مستطيل و معين وبالتالي هو أيضا متوازي أضلاع

خاصيات المربع

للمربع كل خاصيات المستطيل و المعين إذن :

- أضلاعه متقايسة
- زواياه قائمة
- قطراه يتقاطعان في المنتصف و متعامدان و متقايسان و منصفات لزواياه و محاور تناظر له

الخاصيات المعاكسة للمربع

	<p>➤ كل مستطيل له <u>ضلعان متتاليان متقايسان</u> هو مربع</p>
	<p>➤ كل مستطيل <u>قطراه متعامدان</u> هو مربع</p>
	<p>➤ كل معين له <u>زاوية قائمة</u> هو مربع</p>
	<p>➤ كل معين <u>قطراه متقايسان</u> هو مربع</p>

ملاحظة

➤ نستعمل خاصية من الخاصيات المباشرة للرباعي لمعرفة طول ضلع أو قيس زاوية أو توازي ضلعين أو نقطة تقاطع القطرين أو تقايسهما أو تعامدهما فنكتب مثلا :

بما أن الرباعي متوازي أضلاع أو (مستطيل , معين , ...)

معطى

فإن القطران أو (الأضلاع , الزوايا , ...) وبالتالي.....

استنتاج

➤ و نستعمل خاصية من الخاصيات المعاكسة للرباعي لمعرفة طبيعة الرباعي أو لبنائه فنكتب مثلا :

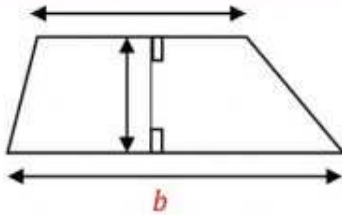
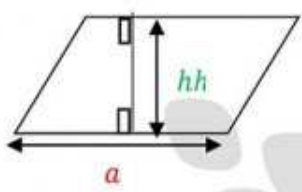
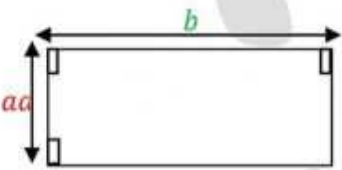
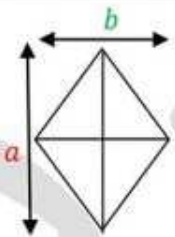
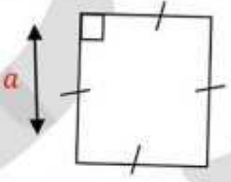
في الرباعي لدينا القطرين ... أو (الأضلاع , ... , الزوايا , ...)

معطى

إذن هو متوازي أضلاع أو (مستطيل , معين , ...)

استنتاج

أقيسة مساحات الرباعيات المدروسة

المساحة	الشكل	الرباعي
$S = \frac{(a + b)h}{2}$		شبه المنحرف
$S = ah$		متوازي الأضلاع
$S = ab$		المستطيل
$S = \frac{dd'}{2}$		المعين
$S = aa = a^2$		المربع