موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو	الدرس الثالث : المثلثات و المستقيمات المعتبرة في المثلث	السابعة أساسي
الأستاذة : الشريف		فيفري 2022

I. أنشطة في بناء المثلثات

نشاط 1

ابن المثلث ABC في كل حالة من الحالات التالية

أ) $AB = 3cm$ و $AC = 4cm$ و $BC = 6cm$

ب) $AB = 4cm$ و $AC = 4cm$ و $BC = 6cm$

ج) $AB = 4cm$ و $AC = 4cm$ و $BC = 4cm$

قارن في كل حالة : BC و $AC + AB$

و BC و $AC - AB$

الإصلاح

أ)

طريقة البناء

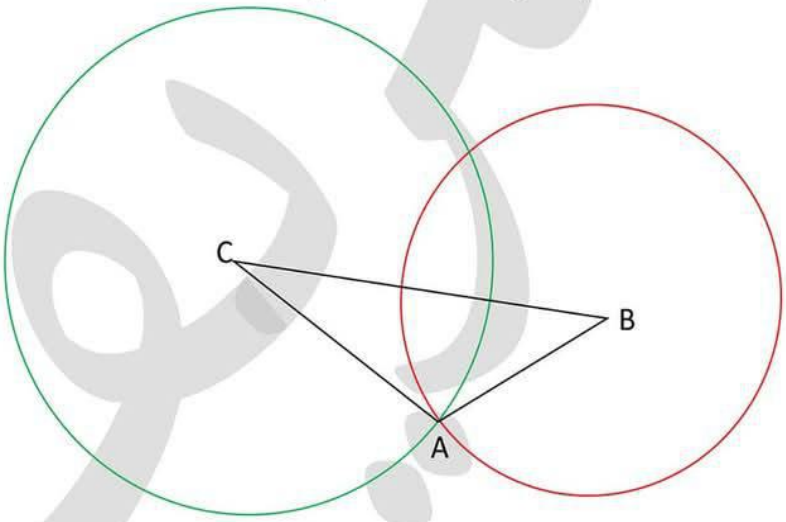
نبدأ برسم قطعة المستقيم $[AB]$ أو $[AC]$ أو $[BC]$

مثال نرسم $[B]$ طولها $6cm$

نبني دائرة مركزها B وشعاعها $3cm$ (لأن $AB = 3cm$)

نبني دائرة مركزها C وشعاعها $4cm$ (لأن $AC = 4cm$)

نتحصل على النقطة A إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين و بالتالي نتحصل على المثلث المطلوب

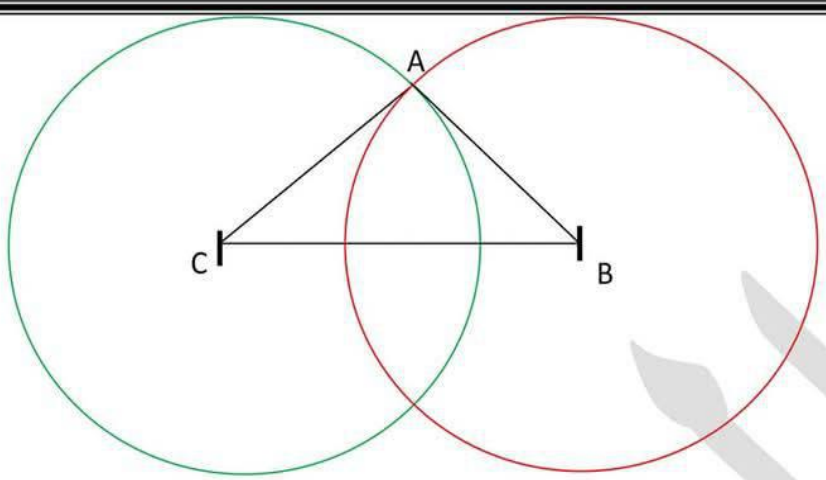


$$\begin{cases} AC + AB = 4 + 3 = 7 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$$ إذن $AC + AB > BC$

$$\begin{cases} AC - AB = 4 - 3 = 1 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$$ إذن $AC - AB < BC$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

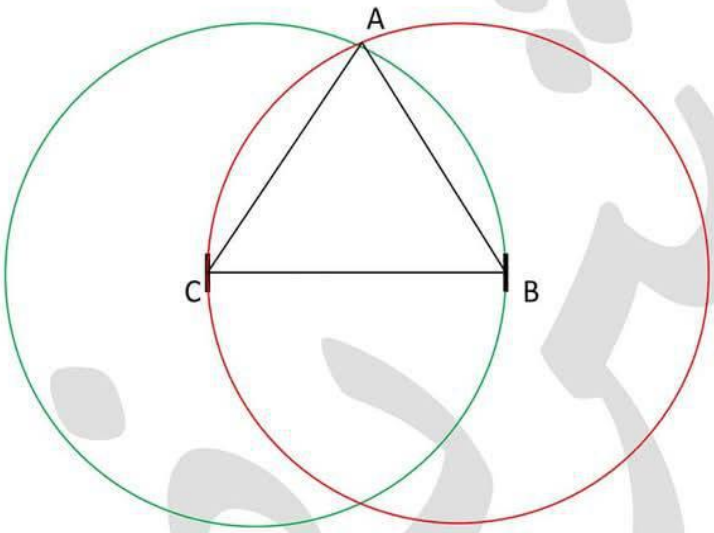
ب)



$AC + AB > BC$ إذن $\begin{cases} AC + AB = 4 + 4 = 8 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$

$AC - AB < BC$ إذن $\begin{cases} AC - AB = 4 - 4 = 0 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$

ج)

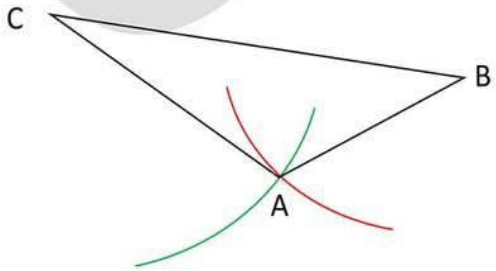


$AC + AB > BC$ إذن $\begin{cases} AC + AB = 4 + 4 = 8 \\ BC = 4 \text{ و} \end{cases}$

$AC - AB < BC$ إذن $\begin{cases} AC - AB = 4 - 4 = 0 \\ BC = 4 \text{ و} \end{cases}$

ملاحظة

- في كل حالة من الحالات السابقة النقطة A تكون إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين لذلك لبناء المثلث يمكن أن نبني قوس من كل من الدائرتين يتقاطعان في النقطة A



❖ إذا كان للمثلث ضلعين متقايسين فإن المثلث متقايس الضلعين

مثال في الحالة ب) لدينا $AB = AC$ فإن المثلث ABC متقايس الضلعين في A أو قمته الرئيسية A

❖ إذا كانت أضلاع المثلث متقايسة فإن المثلث متقايس الأضلاع

مثال في الحالة ج) لدينا $AB = AC = BC$ فالمثلث ABC متقايس الأضلاع

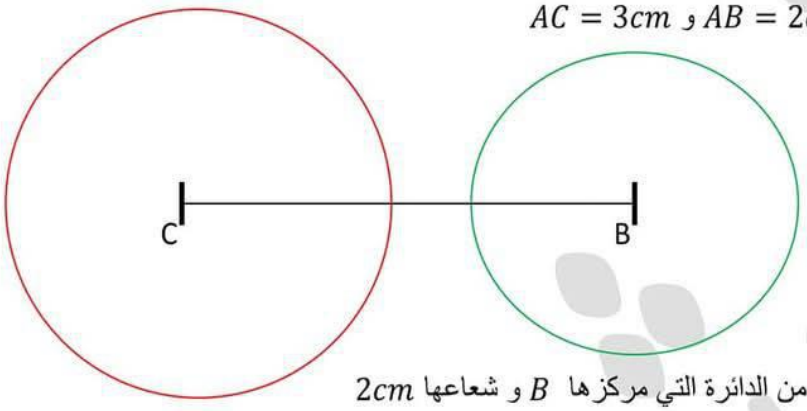
نشاط 2

لتكن $[BC]$ قطعة مستقيم طولها $6cm$

هل يمكن تعيين النقطة A حيث $AB = 2cm$ و $AC = 3cm$

قارن AB و $AC + BC$

و AB و $AC - BC$



بما أن $AB = 2cm$ فإن A نقطة من الدائرة التي مركزها B و شعاعها $2cm$

بما أن $AC = 3cm$ فإن A نقطة من الدائرة التي مركزها C و شعاعها $3cm$

ولكن هاتان الدائرتان لاتشتركان في أي نقطة

ومنه لا يمكن تعيين النقطة A حيث $AB = 2cm$ و $AC = 3cm$

$$\begin{cases} AC + AB = 3 + 2 = 5 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$$ إذن $AC + AB < BC$

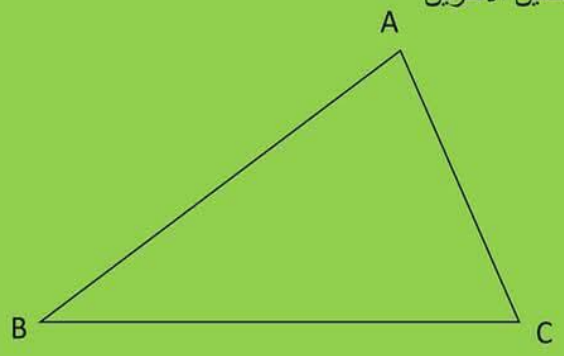
$$\begin{cases} AC - AB = 3 - 2 = 1 \\ BC = 6 \text{ و} \end{cases}$$ إذن $AC - AB < BC$

عموما

في كل مثلث

يكون قيس كل ضلع محصور بين فرق و مجموع قيسي الضلعين الأخرين

أي إذا كان AB مثلث فإن :



$$BC - AC < AB < BC + AC$$

و $BC - AB < AC < BC + AB$

و $AB - AC < BC < AB + AC$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

تمرين

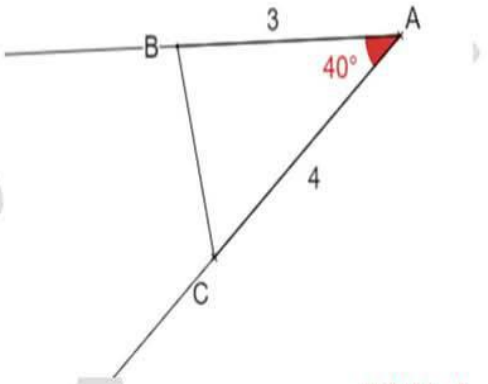
ابن المثلث ABC في كل حالة من الحالات التالية

أ) $AB = 3cm$ و $AC = 4cm$ و $B\hat{A}C = 40°$

ب) $BC = 6cm$ و $A\hat{B}C = 85°$ و $A\hat{C}B = 25°$

الإصلاح

أ)



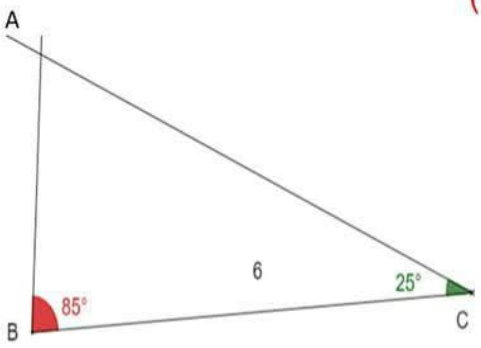
طريقة البناء

نرسم زاوية قيسها $40°$ رأسها A

ثم نعين النقطتين و C من ضلعي الزاوية على التوالي حيث $AB = 3cm$ و $AC = 4cm$

و بالتالي نتحصل على المثلث المطلوب

ب)



طريقة البناء

نرسم $[BC]$ طولها $6cm$

ثم نرسم زاوية مجاورة للضلع $[BC]$ رأسها B وقيسها $85°$

و نرسم زاوية مجاورة للضلع $[BC]$ رأسها C وقيسها $25°$

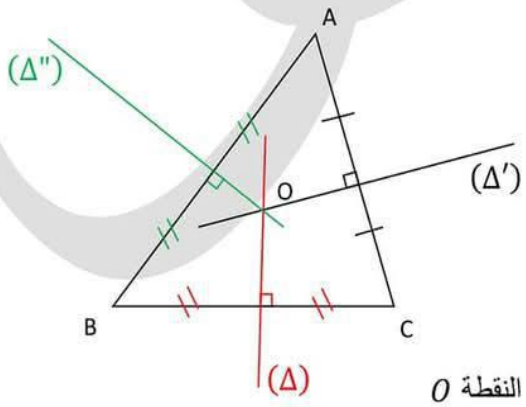
بتقاطع ضلعي الزاويتين نتحصل على النقطة A

و بالتالي نتحصل على المثلث المطلوب

II. المستقيمات المعتبرة في المثلث :

1) الموسطات العمودية:

نشاط



1) ارسم مثلثا ABC

2) ابن (Δ) الموسط العمودي لـ $[BC]$

3) ابن (Δ') الموسط العمودي لـ $[AC]$

4) عين النقطة O تقاطع (Δ) و (Δ')

5) بين أن $OA = OB = OC$

6) استنتج أن $(\Delta")$ الموسط العمودي لـ $[AB]$ يمر من النقطة O

الإصلاح

5) بما أن O نقطة من (Δ) الموسط العمودي لقطعة المستقيم $[BC]$
فإن O متقايسة البعد عن B و C وبالتالي $OB = OC$
كذلك O نقطة من (Δ') الموسط العمودي لقطعة المستقيم $[AC]$ إذن O متقايسة البعد عن A و C وبالتالي $OA = OC$

لدينا $OB = OC$ و $OA = OC$ إذن $OA = OB = OC$

6) لدينا $OA = OB = OC$ إذن $OA = OB$ وبالتالي النقطة O متساوية البعد عن A و B

يعني O نقطة من الموسط العمودي لـ $[AB]$ أي أن (Δ'') الموسط العمودي لـ $[AB]$ يمر من O

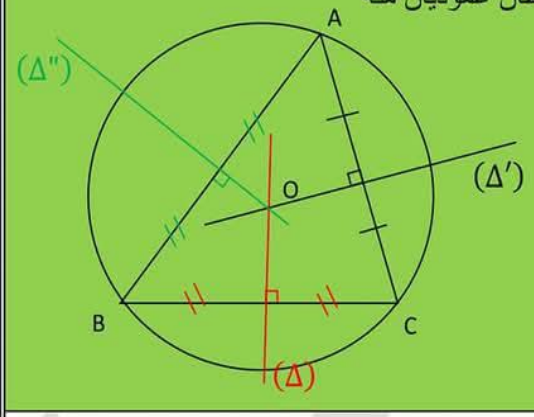
تعريف

المستقيمات (Δ) و (Δ') و (Δ'') تسمى الموسطات العمودية للمثلث ABC

بما أن $OA = OB = OC$ فإن O متساوية البعد عن رؤوس المثلث A و B و C
وبالتالي O مركز للدائرة التي تمر من A و B و C تسمى الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

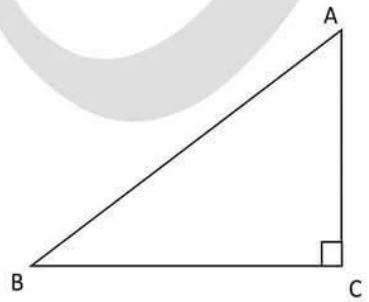
عموما

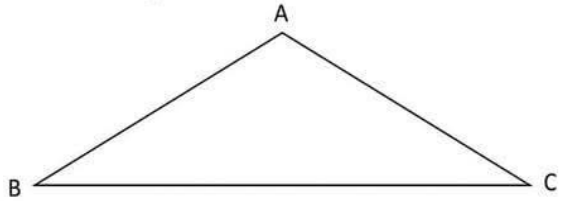
- للمثلث ثلاثة موسطات عمودية وهي الموسطات العمودية لأضلاعه
- تتقاطع الموسطات العمودية للمثلث في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المحيطة بالمثلث
  (وهي الدائرة التي تمر من رؤوس المثلث)
- لنتحصل على مركز الدائرة المحيطة بالمثلث يكفي تقاطع موسطان عموديان منه



تمرين تطبيقي

ابن الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في كل من الحالتين التاليتين

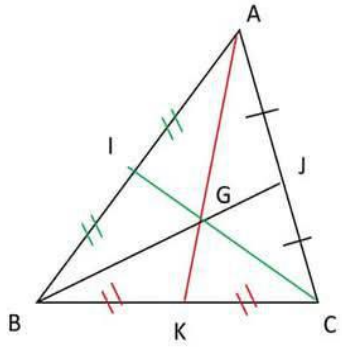




COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) الموسطات :

نشاط

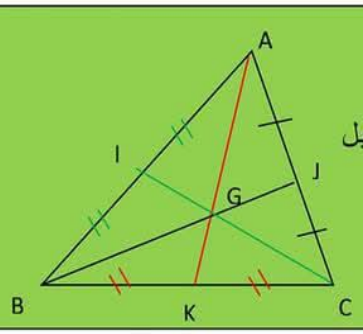


1) ارسم مثلثا ABC
2) عين النقاط I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ على التوالي
3) عين النقطة G نقطة تقاطع $[CI]$ و $[BJ]$
4) تحقق أن $[AK]$ تمر من النقطة G

تعريف

النقطة K منتصف $[BC]$ إذن قطعة المستقيم $[AK]$ تمثل الموسط الصادر من A
أو الموافق للضلع $[BC]$ في المثلث ABC
كذلك $[BJ]$ تمثل الموسط الصادر من B أو الموافق للضلع $[AC]$ في المثلث ABC
و $[CI]$ تمثل الموسط الصادر من C أو الموافق للضلع $[AB]$ في المثلث ABC
قطع المستقيمات $[AK]$ و $[BJ]$ و $[CI]$ تسمى موسطات المثلث ABC
النقطة G تسمى مركز ثقل المثلث ABC

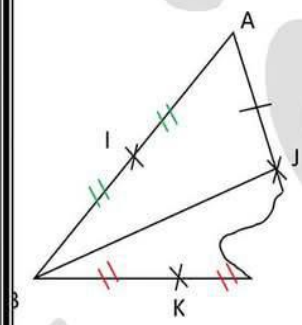
عموما



- للمثلث ثلاثة موسطات
- الموسط في المثلث هو قطعة مستقيم تصل رأس المثلث بمنتصف الضلع المقابل
- تتقاطع موسطات المثلث في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث

لنتحصل على مركز ثقل المثلث يكفي تقاطع موسطان منه

ملاحظة

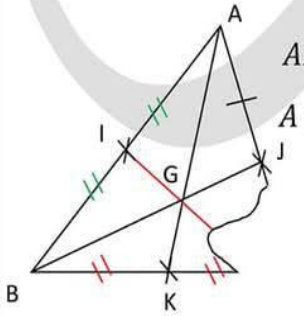


كل مستقيم يمر من رأس المثلث و مركز ثقله هو حامل للموسط الصادر من ذلك الرأس
و بالتالي يقطع الضلع المقابل في المنتصف

تمرين تطبيقي

في الرسم التالي ABC مثلثا ينقصه جزء
انقل الرسم على ورق شفاف ثم ارسم الجزء الظاهر من الموسط $[CI]$

الإصلاح



لرسم الجزء الظاهر من الموسط $[C]$ نعين أولا النقطة G تسمى مركز ثقل المثلث ABC
بما أن النقطة K منتصف $[BC]$ إذن قطعة المستقيم $[AK]$ تمثل الم وسط الصادر من A
كذلك J منتصف $[AC]$ إذن $[BJ]$ تمثل الموسط الصادر من B
نتحصل على مركز الثقل G بتقاطع الموسطين $[AK]$ و $[BJ]$
إذن الموسط الصادر من C يمر أيضا من G

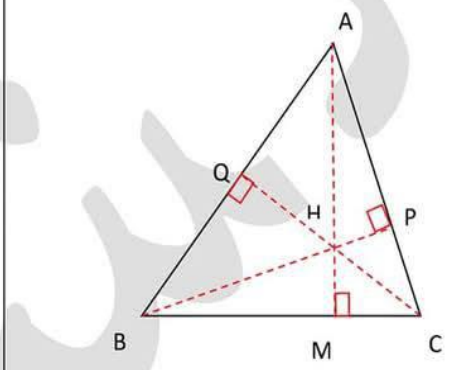
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3) الارتفاعات:

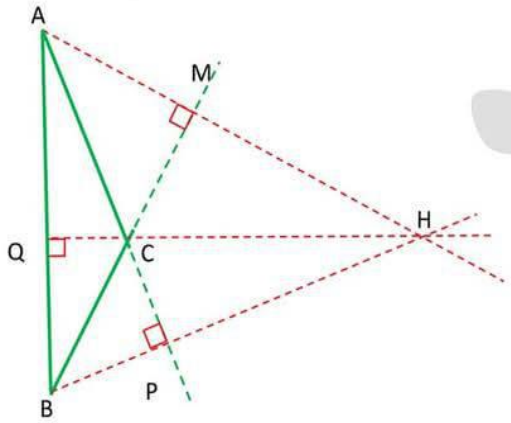
نشاط

1) ارسم مثلثا ABC في الحالتين التاليتين :
أ ـ زواياه حادة
ب ـ إحدى زواياه منفرجة
2) عين النقاط M وP وQ المساقط العمودية لـ A و B و C على (BC) و (AC) و (AB) على التوالي في كل من الحالتين
3) عين النقطة H نقطة تقاطع (CQ) و (BP) في كل من الحالتين
4) تحقق أن (AM) يمر من H في كل من الحالتين

أ ـ



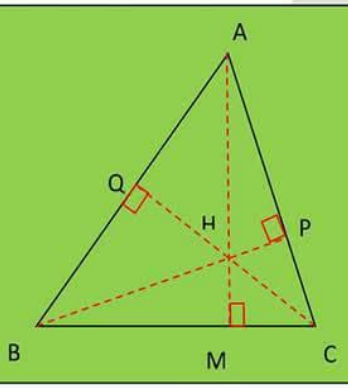
ب ـ



تعريف

النقطة M المسقط العمودي لـ A على (BC) إذن قطعة المستقيم $[AM]$ تمثل الإرتفاع الصادر من A أو الموافق للضلع $[BC]$ في المثلث ABC
كذلك $[BP]$ تمثل الإرتفاع الصادر من B أو الموافق للضلع $[AC]$ في المثلث ABC
و $[CQ]$ تمثل الإرتفاع الصادر من C أو الموافق للضلع $[AB]$ في المثلث ABC
قطع المستقيمات $[AK]$ و $[BJ]$ و $[CI]$ تسمى إرتفاعات المثلث ABC
النقطة H تسمى المركز القائم للمثلث ABC

عموما



- للمثلث ثلاثة إرتفاعات
- الإرتفاع في المثلث هو قطعة مستقيم تصل رأس المثلث بمسقطها العمودي على المستقيم الحامل للضلع المقابل
- تتقاطع المستقيمات الحاملة لإرتفاعات المثلث في نقطة واحدة تسمى المركز القائم للمثلث
- لنتحصل على المركز القائم للمثلث يكفي تقاطع حاملي إرتفاعين منه

COLLEGE.MOURAJAA.COM

ملاحظة

- إذا كانت زوايا المثلث حادة فإن مركزه القائم يكون داخل المثلث
- إذا كان للمثلث زاوية منفرجة فإن مركزه القائم يكون خارج المثلث
- كل مستقيم يمر من رأس المثلث و مركزه القائم هو حامل للإرتفاع الصادر من ذلك الرأس و بالتالي يكون عموديا على المستقيم الحامل للضلع المقابل الضلع

تمرين تطبيقي 1

1) أ ـ ابن المثلث ABC حيث $BC = 4cm$ و $A\hat{B}C = 65°$ و $A\hat{C}B = 35°$

ب ـ عين النقطة M المسقط العمودي لـ A على (BC)

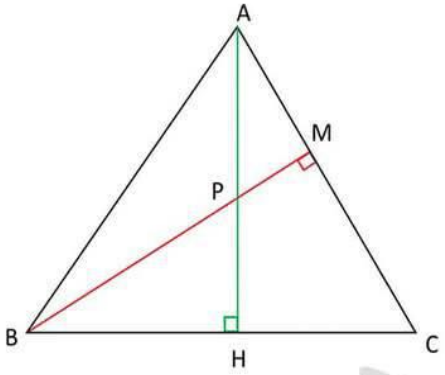
2) أ ـ حدد النقطة H المركز القائم للمثلث ABC

ب ـ أحسب $B\hat{A}C$ و $B\hat{A}H$ و $C\hat{A}H$

تمرين تطبيقي 2

تأمل الرسم التالي حيث AHB و BCM مثلثان قائمان

في H و M على التولي و P نقطة تقاطع (AH) و (BM)



1) ماذا تمثل النقطة P بالنسبة للمثلث ABC علل جوابك

2) بين أن $(CP) \perp (AB)$

4) المنصفات :

نشاط

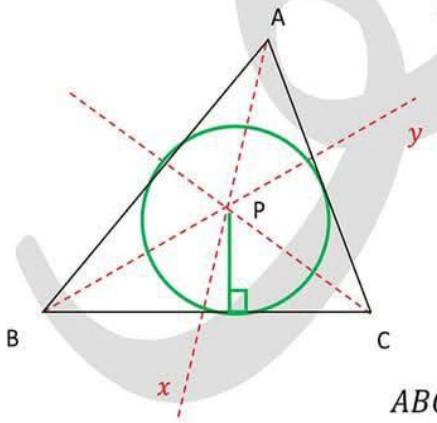
1) ارسم مثلثا ABC

2) ابن $[Ax)$ منصف الزاوية $\widehat{BAC}$

3) ابن $[By)$ منصف الزاوية $\widehat{ABC}$

4) عين النقطة P تقاطع $[Ax)$ و $[By)$

5) بين أن P لها نفس البعد عن الأضلاع [AB] و [AC] و [BC]



الإصلاح

5) بما أن P نقطة من $[Ax)$ منصف الزاوية $\widehat{BAC}$

فإن P متساوية البعد عن ضلعي الزاوية $[AB]$ و$[AC]$

كذلك P نقطة من $[By)$ منصف الزاوية $\widehat{ABC}$

فإن P متساوية البعد عن ضلعي الزاوية $[BA]$ و$[BC]$

وبالتالي P لها نفس البعد عن الأضلاع [AB] و [AC] و [BC]

تعريف

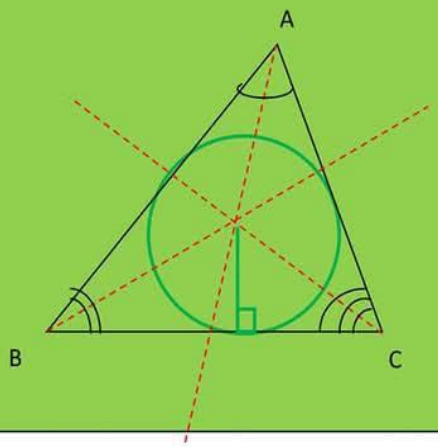
انصاف المستقيمات $[Ax)$ و $[By)$ و $[Cz)$ تسمى منصفات المثلث ABC

بما أن P متساوية البعد عن الأضلاع $[BA]$ و$[BC]$ و $[CA]$

فإن P متساوية البعد عن أضلاع المثلث [AB] و [AC] و [BC]

وبالتالي P مركز للدائرة المماسة لأضلاع المثلث ABC و تسمى الدائرة المحاطة بالمثلث ABC

عموما



- للمثلث ثلاثة منصفات و هي منصفات زواياه
- تتقاطع منصفات المثلث في نقطة واحدة تسمى مركز الدائرة المحاطة بالمثلث

(و هي الدائرة المماسة لأضلاع المثلث)

ملاحظة

- مركز الدائرة المحاطة بالمثلث هي نقطة متقايسة البعد عن أضلاع المثلث
- لنتحصل على مركز الدائرة المحاطة بالمثلث يكفي تقاطع منصفين منه
- شعاع الدائرة المحاطة بالمثلث هو بعد المركز عن أحد الأضلاع
- كل نصف مستقيم ينطلق من رأس المثلث و مركز الدائرة المحاطة به هومنصف زاوية

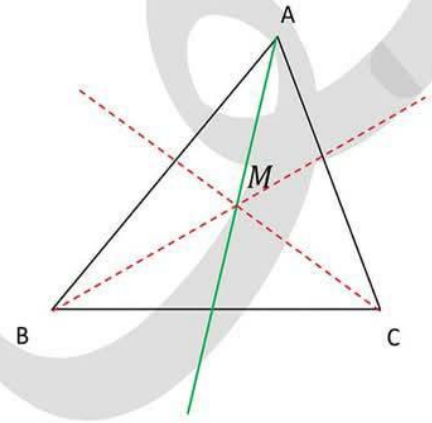
تمرين تطبيقي

1) أ ـ ابن المثلث ABC حيث $BC = 4cm$ و $A\hat{B}C = 40°$ و $A\hat{C}B = 80°$

2) أحسب $B\hat{A}C$

3) أ ـ ابن منصفي الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ و عين M نقطة تقاطعهما

ب ـ أحسب $M\hat{A}C$ و $A\hat{M}C$



الإصلاح

2) $B\hat{A}C = ?$

نعلم أن مجموع أقيسة زوايا المثلث يساوي $180°$

إذن $\hat{AC} = 180° - (A\hat{B}C + A\hat{C}B)$

$= 180° - (40° + 80°)$

$= 180° - 120° = 60°$

إذن $B\hat{A}C = 60°$

3) $M\hat{A}C = ?$

بما أن M نقطة تقاطع منصفي الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$

فإن منصف الزاوية $B\hat{A}C$ يمر أيضا من M

و بالتالي نصف المستقيم $[AM)$ هو منصف الزاوية $\hat{AC}$

و منه $M\hat{A}C = M\hat{A}B = \frac{B\hat{A}C}{2} = \frac{60°}{2} = 30°$ إذن $M\hat{A}C = 30°$

COLLEGE.MOURAJAA.COM

$A\widehat{M}C = ?$

بما أن نصف المستقيم $[CM)$ منصف الزاوية $A\hat{C}B$

فإن $M\hat{C}A = M\hat{C}B = \frac{A\hat{C}B}{2} = \frac{80°}{2} = 40°$

إذن $M\hat{C}A = 40°$

و بما أن مجموع أقيسة زوايا المثلث يساوي $180°$

إذن $\widehat{MC} = 180° - (M\hat{A}C + M\hat{C}A)$

$= 180° - (40° + 30°)$

$= 180° - 70° = 110°$

إذن $A\widehat{M}C = 110°$

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM