



برامج الثلاثي الثاني في الجبر

✦ الأعداد العشرية النسبية و الأعداد الكسرية النسبية

✦ الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الكسرية

- الجمع والفرق بين عددين كسريين لهما نفس المقام

- الجمع والفرق بين عددين مختلفين في المقام

- الخاصية التبادلية والتجميعية للجمع

- التعامل مع الأقواس

✦ الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

✦ القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية





تعريف التقاطع و الإتحاد:

♦ تقاطع مجموعتين هو مجموعة العناصر المشتركة للمجموعتين.

♦ إتحاد مجموعتين هو مجموعة عناصر كلا المجموعتين.

مثال 1: إذا كانت $A = \{3, -2, 4\}$ و $B = \{7, -2, 0, 3\}$

فإن $A \cap B = \{3, -2\}$ و $A \cup B = \{3, -2, 0, 4, 7\}$.

تطبيق:

$$A = \left\{ \frac{1}{4}, -\frac{2}{7}, 0, 6, \frac{3}{5} \right\}$$

ابحث عن المجموعات التالية: $A \cap Q$, $A \cap D$, $A \cap Z$.

مثال 2:

$$Z_+ \cup Z_- = Z \quad \text{و} \quad Z_+ \cap Z_- = \{0\}$$

نشاط:

عين على $\Delta(O, 1cm)$ النقطتين $A\left(\frac{5}{2}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{2}\right)$.





3 الأعداد الكسرية النسبية

تعريف: Q هي مجموعة الأعداد الكسرية.

ملاحظات:

- كل عدد صحيح نسبي هو عدد كسري نسبي. مثال: $3 = \frac{3}{1}$.

- كل عدد عشري نسبي هو عدد كسري نسبي. مثال: $2,7 = \frac{27}{10}$.

تطبيق: حوّل إلى عدد كسري مختزل إلى أقصى حد: $1,32$ ، $0,275$

تنشيط:

حدّد العلاقة بين المجموعتين: $A = \{2, -7\}$ و $B = \{2, 5, -7, -1\}$

تعريف الإحتواء: المجموعة A محتواة في المجموعة B

إذا كانت جميع عناصر المجموعة A منتماة إلى المجموعة B .

مثال: إذا كانت $A = \{5, 8, -3\}$

فإنّ $A \not\subset B$ لأنّ $8 \notin B$.

و $B = \{5, 0, -4, -3\}$

تطبيق: أكمل بـ: $\subset$ أو $\not\subset$:

$$\left\{\frac{1}{3}, 0, 6\right\} \dots Q$$

$$\left\{\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}\right\} \dots D$$

$$\left\{4, \frac{15}{3}\right\} \dots Z$$

العلاقة بين المجموعات الأربعة: $N \subset Z \subset D \subset Q$.

تمرين منزلي: أكمل بـ: $\subset$ أو $\not\subset$:

$$N \dots Z_+$$

$$Z_- \dots D_-$$

$$Z_+ \dots Q_+$$





الأعداد الكسرية النسبية

1 الأعداد الصحيحة النسبية

تعريف: Z هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.

ملاحظات:

- تضم المجموعة Z الأعداد الصحيحة الموجبة و الأعداد الصحيحة السالبة.
- المجموعة N هي مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة.
- كل عدد كسري نسبي يكون بسطه قابلاً للقسمة على مقامه هو عدد صحيح نسبي. مثال: $\frac{21}{7} = 3$.

تطبيق: أكمل بـ $\in$ أو $\notin$:

7 ... N	2,7 ... Z	4 ... Z
-6 ... N	$\frac{15}{3}$... Z	-5 ... Z

2 الأعداد العشرية النسبية

تعريف: D هي مجموعة الأعداد العشرية.

ملاحظات:

- كل عدد صحيح نسبي هو عدد عشري نسبي.
- مثال: $8 = 8,0$.
- كل عدد كسري نسبي يمكن تحويل مقامه إلى أحد قوى العدد 10 هو عدد عشري نسبي.
- مثال: $\frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12$.

تطبيق: أكمل بـ $\in$ أو $\notin$:

$\frac{7}{5}$... D	$\frac{129}{1000}$... D	3,4 ... D
0 ... D	-2 ... D	6 ... D

تمرين منزلي: حدّد مع التعليل الأعداد العشرية ضمن هذه الأعداد:

$$\frac{15}{18}, \frac{77}{28}, \frac{12}{4}, \frac{18}{100}, \frac{11}{24}, \frac{14}{35}$$





تعريف: مقابل عدد كسري نسبي: إذا كان a عدد كسري فإنّ مقابله هو $-a$.

مثال: مقابل $\frac{2}{3}$ هو $-\frac{2}{3}$.

تعريف: مقابل مقابل عدد كسري نسبي: إذا كان a عدد كسري فإنّ مقابل مقابله هو a .

مثال: مقابل مقابل $\frac{2}{3}$ هو $\frac{2}{3}$.

قاعدة: $-(-a) = a$. مثال: $-\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$.

تطبيق: ابحث عن a في الحالات التالية:

$-a = 7$

$-a = -4$

$-(-a) = 6$

تمرين منزلي:

$$A = \left\{ \frac{9}{2}, \frac{3}{14}, \frac{1}{8}, \frac{2}{15} \right\}$$

ابحث عن المجموعات التالية: $A \cap D$, $A \cap Z$.





4 قواعد في المقارنة و الترتيب

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية نقوم بمقارنتها بالعدد 1.

مثال: الأعداد $\frac{2}{5}$ و $\frac{11}{6}$ ، $\frac{3}{7}$

الأعداد الأصغر من 1: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$ و $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$ إذن $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$

الأعداد الأكبر من 1: $\frac{11}{6}$

الترتيب الكامل: $\frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{11}{6}$ ←

تطبيق: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

• $\frac{5}{4}$ ، $\frac{7}{8}$ ، $\frac{11}{6}$

• $5,7$ ، $\frac{1}{3}$ ، $0,4$ ، $\frac{9}{2}$

ملاحظة: لمقارنة عددين كسريين سالبين نقوم بتوحيد مقاميهما.

مثال: $-\frac{3}{5} = -\frac{3 \times 7}{5 \times 7} = -\frac{21}{35}$ و $-\frac{2}{7} = -\frac{2 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{10}{35}$ إذن $-\frac{3}{5} < -\frac{2}{7}$ ←

تطبيق: قارن مع التعليل:

$-\frac{3}{4}$ و $-\frac{6}{7}$

$-\frac{4}{9}$ و $-\frac{5}{6}$

تمرين منزلي: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

• $\frac{3}{4}$ ، $1,6$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{1}{6}$

• $\frac{9}{4}$ و $\frac{7}{8}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{8}{5}$





قاعدة: إذا كان a و b عددين موجبان بحيث $b < a$ فإن $-a < -b$.

مثال: $1 < \frac{8}{3}$ لأن $-\frac{8}{3} > -1$.

نشاط: حدّد الأعداد الأصغر من -1 و الأعداد الأكبر من -1 :

$-\frac{3}{5}$ ، $-\frac{1}{8}$ ، $-\frac{11}{6}$ ، $-\frac{5}{4}$ ، $-\frac{2}{3}$

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية السالبة نقوم بمقارنتها بالعدد -1 .

مثال: الأعداد $-\frac{9}{5}$ ، $-\frac{5}{7}$ و $-\frac{2}{3}$

الأعداد الأصغر من -1 : $-\frac{9}{5}$

الأعداد الأكبر من -1 : $-\frac{5}{7} = -\frac{15}{21}$

و $-\frac{2}{3} = -\frac{14}{21}$ إذن $-\frac{2}{3} < -\frac{5}{7}$ ←

الترتيب الكامل: $-\frac{9}{5} < -\frac{2}{3} < -\frac{5}{7}$ ←

تطبيق: رتب تصاعدياً الأعداد التالية: $-\frac{5}{4}$ ، $-\frac{11}{6}$ و $-\frac{1}{3}$.



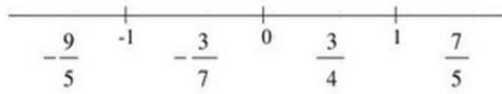


قاعدة: إذا كان a عدد موجب و b عدد سالب فإن $b < a$.

مثال: $-\frac{2}{3} < \frac{1}{4}$ لأن $\frac{1}{4}$ عدد موجب و $-\frac{2}{3}$ عدد سالب.

ملاحظة: لترتيب مجموعة من الأعداد الكسرية النسبية نقوم بوضعها على مستقيم مدرج محدّد بالأعداد 0، 1 و -1.

مثال: الأعداد $\frac{7}{5}$ و $\frac{3}{4}$ ، $-\frac{9}{5}$ ، $-\frac{3}{7}$



الترتيب الكامل: $-\frac{9}{5} < -\frac{3}{7} < \frac{3}{4} < \frac{7}{5}$ ←

تطبيق: رتب تصاعدياً الأعداد التالية: $-\frac{7}{3}$ ، $\frac{5}{12}$ ، $-0,6$ ، $-\frac{4}{11}$ ، $\frac{7}{8}$

تمرين منزلي: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

$0,9$ ، $-\frac{1}{3}$ ، -4 ، $\frac{15}{8}$ ، $-\frac{1}{6}$ ، $-\frac{3}{4}$

-5 ، $-\frac{1}{6}$ ، $-2,4$ ، $-\frac{2}{9}$ ، $-\frac{7}{2}$





5 القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي

نشاط: $\Delta(O, I)$ مستقيم منزج بحيث $OI = 1 \text{ cm}$.

(1) عَيّن $A(-4)$.

(2) جد البعد OA بالصم.

تعريف: القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي هي قيمته الموجبة و نرمز لها بـ: $| \quad |$

$$\text{أمثلة: } |-7| = 7 \quad \text{و} \quad |9| = 9$$

قاعدة: إذا كان $\Delta(O, I)$ مستقيم منزج و A نقطة منه فاصلتها a فإن $OA = |a|$.

تطبيق: أكمل بـ $\in$ أو $\notin$: $-3 \in \mathbb{N}$... $-3 \in \mathbb{N}$... $-8 \in \mathbb{N}$

نشاط: $\Delta(O, I)$ مستقيم منزج بحيث $OI = 1 \text{ cm}$.

ما هي الفواصل الممكنة للنقطة A إذا علمت أن $OA = \frac{9}{5}$.

قاعدة: إذا كان a عدد كسري موجب فإن $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$.

مثال: $|x| = 4$ يعني $x = 4$ أو $x = -4$.

تطبيق: جد x في الحالات التالية:

$$|x| = \left| -\frac{3}{4} \right|$$

$$|x| = -(-7)$$

$$|x| = \frac{3}{5}$$

تمرين منزلي: $\Delta(O, I)$ مستقيم منزج بحيث: $OI = 3 \text{ cm}$.

(1) أ- عَيّن النقطتين: $A\left(\frac{2}{3}\right)$ و $B\left(-\frac{5}{6}\right)$.

ب- جد OA و OB .

(2) جد فاصلة C إذا علمت أن $OC = \frac{7}{5}$ و C تنتمي إلى $[OB]$.





تمارين

1

حدّد الأعداد العشرية من بين الأعداد التالية واكتبها على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث n و a عددين صحيحين طبيعيين.

$$-2,75 ; \frac{120}{780} ; -\frac{165}{1320} ; -15,4 ; \frac{14}{35} ; \frac{5}{17} ; \frac{6}{33} ; \frac{5}{7} ; \frac{21}{15} ; \frac{15}{4} ; 0 ; -5$$

2

أتمم بـ $\mathbb{Z} ; \mathbb{C} ; \mathbb{E} ; \mathbb{E}$

$$\mathbb{Q} \dots \mathbb{Z} ; \frac{2}{3} \dots \mathbb{D} ; \mathbb{N} \dots \mathbb{Q}_+ ; \frac{5}{9} \dots \mathbb{Z} ; -545 \dots \mathbb{D} \quad (\text{أ})$$

$$\{-37; -25; -\frac{21}{7}; 11,78\} \dots \mathbb{Z} ; \{\frac{5}{4}; 0; -\frac{15}{14}; 5,21\} \dots \mathbb{D} ; \{1; -2; 2,5\} \dots \mathbb{Q} \quad (\text{ب})$$

نعتبر المجموعات التالية :

$$C = \{-9; \frac{2}{5}; \frac{5}{3}; \frac{11}{4}; 21,9\} \quad \text{و} \quad B = \{-9; -5; 3; 18\} \quad \text{و} \quad A = \{-\frac{15}{8}; -5; 0,7; \frac{2}{5}; 3\}$$

1- أ) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{Z}$

ب) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{D}$

ج) أيّ هذه المجموعات محتواة في المجموعة $\mathbb{Q}_+$

2 - حدّد المجموعات التالية

$$C \cap D$$

$$A \cup B$$

$$A \cup C$$

$$A \cap \mathbb{Z}_+$$

$$A \cap B$$

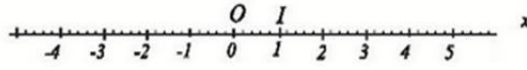
$$A \cap C$$

$$B \cap C$$





1 - انقل المستقيم المدرج التالي



2 - أرتب تصاعدياً الأعداد الكسرية التالية $-\frac{7}{4}$; $-1,5$; $\frac{11}{5}$; $\frac{9}{2}$; -2 ; $-\frac{4}{5}$

ب) أحسب القيمة المطلقة لكل عدد من الأعداد السابقة.

3 - أ- عيّن النقاط A و B و C و D و E و F التي فاصلاتها على التوالي

$$-\frac{7}{4} ; -1,5 ; \frac{11}{5} ; \frac{9}{2} ; -2 ; -\frac{4}{5}$$

ب - أحسب الأبعاد OA و OB و OC و OD و OE و OF

ج - عيّن نقطة M من (OI) فاصلتها عدد كسري m حيث $|m| = \frac{5}{2}$ (اذكر كل الحالات).

د - عيّن نقطة N من (OI) حيث $ON = 3,4$. ما هي فاصلة N ؟ (اذكر كل الحالات).

هـ - عيّن النقطة P من (OI) فاصلتها عدد كسري p حيث $|p-3|=0$





تقايس المثلثات

I - حالات تقايس المثلثات العامة

II - حالات تقايس المثلثات القائمة

III - تمارين تطبيقية

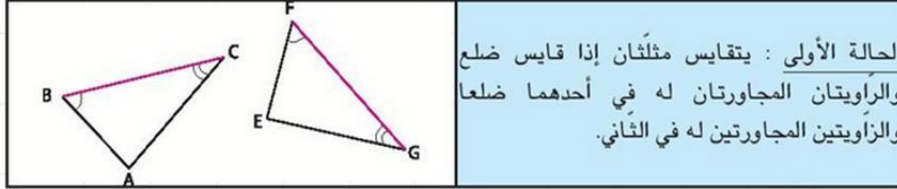




MATH+

تقاييس المثلثات

± - المثلثات العامة :



الحالة الأولى : يتقاييس مثلثان إذا قاييس ضلع والزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزاويتين المجاورتين له في الثاني.

تطبيق 1 :

(أ) أرسم زاوية $\widehat{XOY}$ قيسها 40° ونقطة A من منتصفها [Oz] .

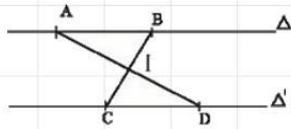
(ب) ابن على [Ox] نقطة B وابن على [Oy] النقطة C

حيث $\widehat{OAC} = \widehat{OAB} = 60^\circ$.

(ج) بين أن المثلثين OAB و OAC متقايسان

(د) استنتج أن $OC = OB$.

تطبيق 2 :



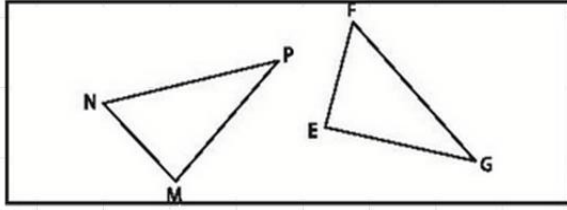
لاحظ الرسم حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و $AB = CD$.

I نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (CB)

(أ) بين أن المثلثين ABI و CDI متقايسان.

(ب) استنتج أن النقطة I منتصف كل من [AD] و [BC]





الحالة الثانية : يتقاسم مثلثان إذا قايست ضلعان
والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين
والزاوية المحصورة بينهما في الثاني.

تُضيف ١:

(أ) أرسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A

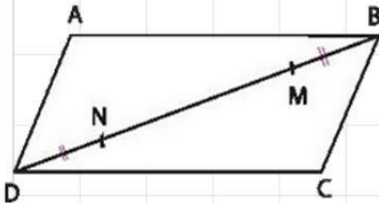
(ب) عيّن على [AB] نقطة M وعلى [AC] نقطة N
بحيث $AM = AN$.

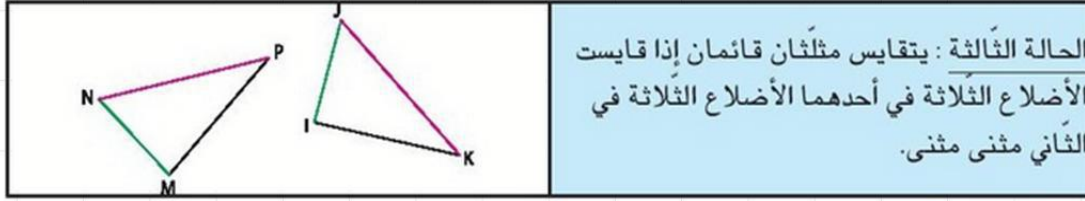
(ج) قارن المثلثين ANB و AMC . استنتج أن $CM = BN$

تُضيف ٢:

لاحظ الشكل المقابل حيث ABCD متوازي الأضلاع و $BM = DN$.

بين أن $AN = CM$





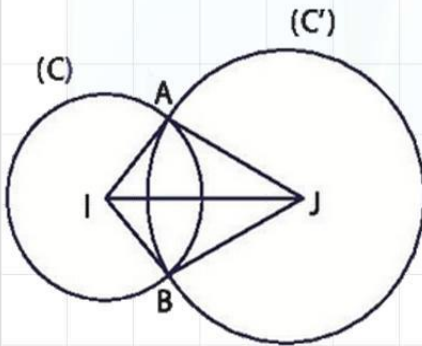
الحالة الثالثة : يتقاسم مثلثان قائمان إذا قايست الأضلاع الثلاثة في أحدهما الأضلاع الثلاثة في الثاني مثنى مثنى.

تصنيف 1 :

(أ) أرسم متوازي الأضلاع ABCD . المستقيم المارّ من C والموازي للقطر [BD] يقطع المستقيم (AD) في النقطة E

(ب) ما هي طبيعة الرباعي DBCE .

(ج) استنتج تقايس المثلثين ABD و DCE .



تصنيف 2 :

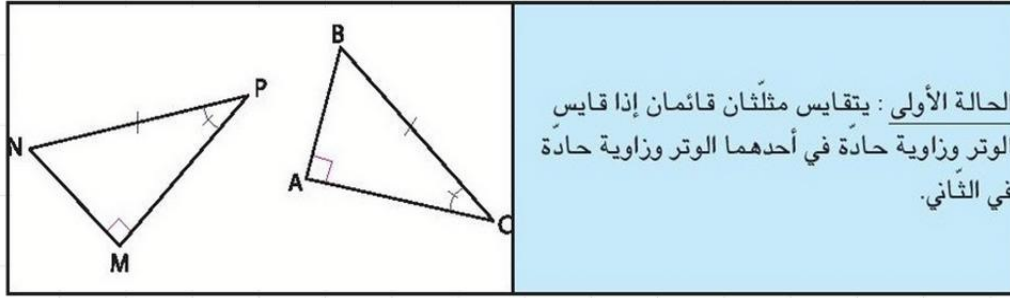
(ب) بين أن المثلثين AIJ و BIJ متقايسان.

(ج) استنتج منصف الزاوية AIB ومنصف الزاوية AJB





II - المثلثات القائمة :



الحالة الأولى : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس
الوتر وزاوية حادة في أحدهما الوتر وزاوية حادة
في الثاني.

تطبيق :

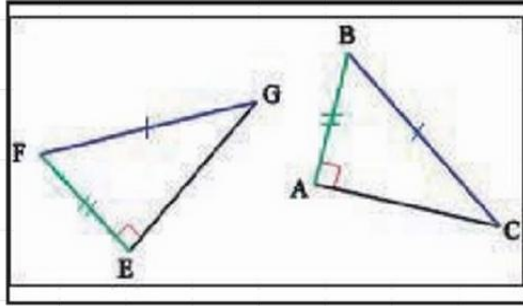
أ) أرسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A.

ب) أرسم الارتفاعين [BB'] و [CC']

ج) تأمل الرسم وحدد مثلثين متقايسين

ثم استنتج أن $BB' = CC'$





الحالة الثانية : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس
الوتر وضلع قائم في أحدهما الوتر وضلعاً قائماً
في الثاني

تطبيق :

1. أ) أرسم دائرة $\mathcal{C}$ مركزها O ثم عيّن نقطتين A و B ينتميان إلى $\mathcal{C}$ وغير متقابلين قطرياً.

ب) ابن المماسين L و M في A و B الذين يتقاطعان في T .

2. أ) بين أن $TA = TB$.

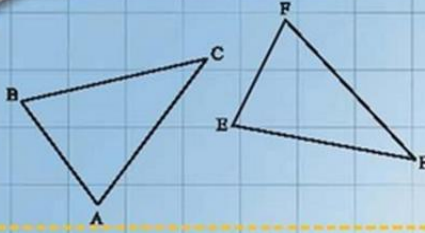
ب) استنتج أن (OT) هو المتوسط العمودي للقطعة $[AB]$.

3. بين أن (TO) هو منصف الزاوية $\widehat{ATB}$.

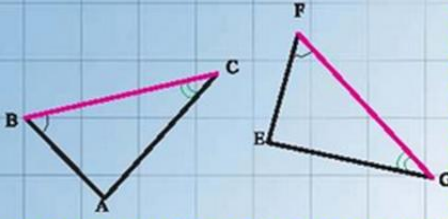




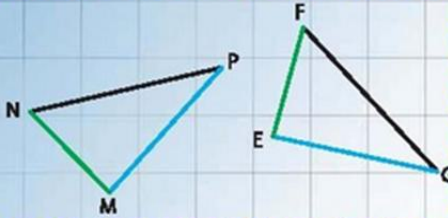
أحوصل



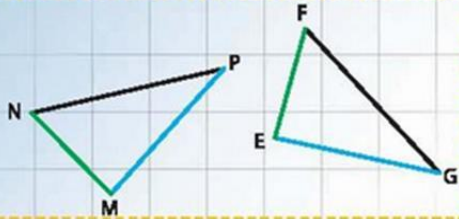
مثلثان متقايسان هما مثلثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى وزواياهما متقايسة مثنى مثنى .



الحالة الأولى : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع و الزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا و الزاويتين المجاورتين له في الثاني.

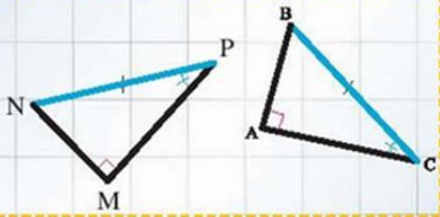


الحالة الثانية : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في احدهما ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في الثاني.

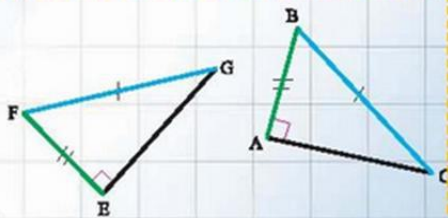


الحالة الثالثة : يتقايس مثلثان إذا قايست الأضلاع الثلاثة في أحدهما الأضلاع الثلاثة في الثاني مثنى مثنى

تقايس المثلثات القائمة



الحالة الأولى : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادة في أحدهما الوتر و زاوية حادة في الثاني.

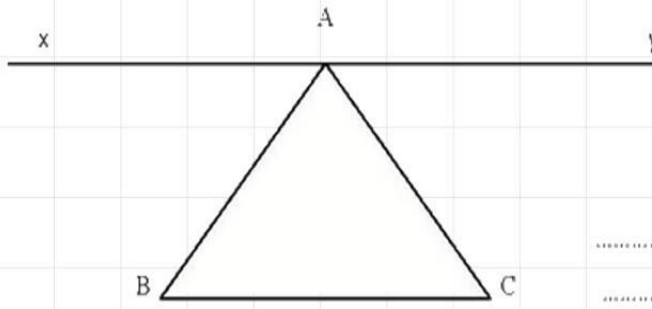


الحالة الثانية : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما الوتر و ضلعا قائما في الثاني.





تمرين رقم 1:



ABC مثلث متقايس الضلعين في A

حيث : $\widehat{ABC} = 50^\circ$ و $(BC) \parallel (xy)$

(1) أحسب $\widehat{BAx}$

.....

.....

(2) أ - عين النقطتين I من (Ax) و J من (Ay) حيث : $AI = AJ = 2\text{cm}$

ج - أستنتج أن : $\widehat{AIB} = \widehat{AJC}$

ب - قارن بين المثلثين : AIB و AJC

التعليل	
.....	
.....	
.....	

..... أستنتج

(3) أ - منتصف الزاوية $\widehat{AIB}$ يقطع $[AB]$ في M. منتصف الزاوية $\widehat{AJC}$ يقطع $[AC]$ في N

ج - أستنتج طبيعة المثلث AMN

ب - قارن بين المثلثين : AIM و AJN

التعليل	
.....	
.....	
.....	

..... أستنتج

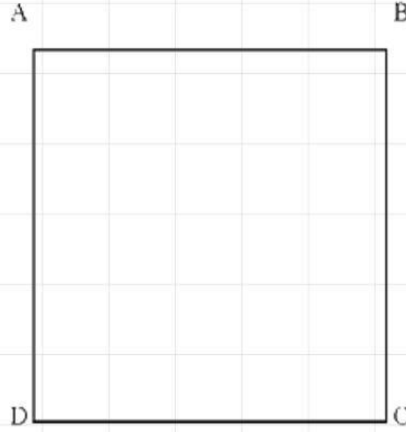




تمرين رقم ٤:

ABCD مربع قياس طول ضلعه 6cm .

E نقطة من [AB] و F نقطة من [BC] حيث $AE=FC=2cm$



(1) أ- قارن المثلثين AED و DCF

.....

.....

.....

.....

ب - استنتج أن : $\widehat{ADE} = \widehat{FDC}$

.....

.....

(2) المستقيم (AC) يقطع (DE) في O و (DF) في I

أ - قارن المثلثين AOD و DIC

.....

.....

.....

.....

ب - أستنتج طبيعة المثلث DOI

.....

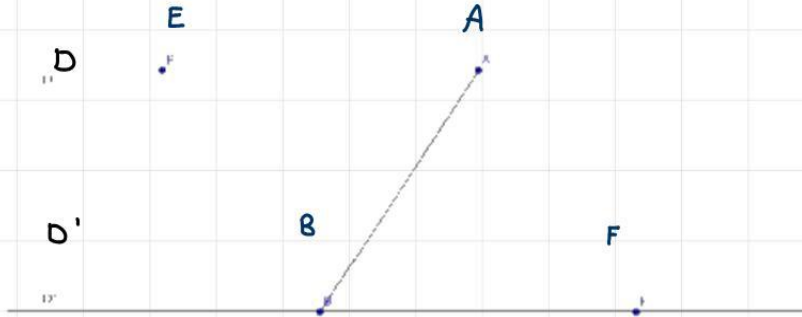
.....

.....





تعرّف رقم 3:



(انظر الشكل) D//D'

$$\widehat{ABF} = 48^\circ \text{ و } AE = BF$$

(1) أحسب $\widehat{BAE}$

(2) أ - قارن المثلثين AFB و ABE

ب - استنتج : $AF = BE$

(3) لتكن I المسقط العمودي لـ F على $[AB]$ و O المسقط العمودي لـ E على $[AB]$

أ - قارن المثلثين AOE و BFI

ب - استنتج : $OE = IF$



مرحبا بكم علي منصة مراجعة



COLLEGE.MOURAJAA.COM



NEWS.MOURAJAA.COM

